



Modeling, exact solution and algorithmic comparison of the single-row facility layout problem with fuzzy-random data and probability-based constraints

Yeganeh Malekmohammadi ^{*1}, Javad Nematiyan ²

1. Master's student in Industrial Engineering, Production and Service Systems, Tabriz University, Tabriz, Iran.
yeganemalekmohammadi@gmail.com

2. Professor, Department of Industrial Engineering, Tabriz University, Tabriz, Iran.
jnematiyan@tabrizu.ac.ir

ABSTRACT

Received: 20 Sep 2025
Revised: 2 Nov 2025
Accepted: 5 Nov 2025
Available Online: 18 Dec 2025

Article type: Research Paper
DOI:

In this study, the single-row facility layout problem (SRFLP) is solved considering uncertainty in the flow data between facilities. Unlike classical models that consider the data as deterministic, in this study the flows are modeled as a combination of triangular fuzzy data and normal random variables. In order to transform the fuzzy-random model into a solvable form, the expected value method for fuzzy data and constrained chance programming (CCP) for the random part are used. The CCP constraint is defined such that the sum of the flows entering a critical facility with a given probability does not exceed a certain threshold. The final model is solved in two ways: exact solution using the LINGO software in finite dimensions, and genetic metaheuristic algorithms (GA) and simulated annealing (SA). The results showed that the proposed algorithms were able to produce feasible and less costly solutions than the exact solution. Also, comparison with the deterministic model without uncertainty showed that using the fuzzy-random model, while increasing realism, can also lead to better optimization in some situations. Finally, suggestions for developing the model in practical and theoretical dimensions are presented.

Keywords: Fuzzy, Random, Single-row Facility Layout, Probability-based Constraint, Genetic Algorithm, Refrigeration Simulation Algorithm

^{*1} Corresponding author: yeganemalekmohammadi
E-mail address: yeganemalekmohammadi@gmail.com

مدل سازی، حل دقیق و مقایسه الگوریتمی مسئله چیدمان تسهیلات یک‌ردیفه با داده‌های فازی-تصادفی و محدودیت احتمال محور

یگانه ملک محمدی^{۱*}، جواد نعمتیان^۲

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

yeganemalekmohamadi@gmail.com

۲. استاد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

jnematian@tabrizu.ac.ir

چکیده

در این پژوهش، به حل مسئله چیدمان تسهیلات یک‌ردیفه (SRFLP) با در نظر گرفتن عدم قطعیت در داده‌های جریان بین تسهیلات پرداخته شده است. برخلاف مدل‌های کلاسیک که داده‌ها را قطعی در نظر می‌گیرند، در این مطالعه جریان‌ها به صورت ترکیبی از داده‌های فازی مثلثی و متغیرهای تصادفی نرمال مدل‌سازی شده‌اند. به منظور تبدیل مدل فازی-تصادفی به فرم قابل حل، از روش مقدار مورد انتظار برای داده‌های فازی و برنامه‌ریزی محدود به شانس (CCP) برای بخش تصادفی استفاده شده است. قید CCP به گونه‌ای تعریف شده است که مجموع جریان‌های ورودی به یک تسهیل بحرانی با احتمال مشخص از آستانه‌ای معین تجاوز نکند. مدل نهایی به دو روش حل شده است: حل دقیق با استفاده از نرم‌افزار LINGO در ابعاد محدود، و الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک (GA) و تبرید شبیه‌سازی شده (SA). نتایج نشان داد که الگوریتم‌های پیشنهادی قادر به تولید پاسخ‌های شدنی و کم‌هزینه‌تر نسبت به حل دقیق بوده‌اند. همچنین مقایسه با مدل قطعی بدون عدم قطعیت نشان داد که استفاده از مدل فازی-تصادفی ضمن افزایش واقع‌گرایی، در برخی شرایط می‌تواند به بهینه‌سازی بهتر نیز منجر شود. در پایان، پیشنهادهایی برای توسعه مدل در ابعاد کاربردی و نظری ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: فازی، تصادفی، چیدمان تسهیلات یک‌ردیفه، محدودیت احتمال محور، الگوریتم ژنتیک، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۶/۲۹

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۸/۱۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۸/۱۴

تاریخ چاپ: ۱۴۰۴/۰۹/۲۷

* نویسنده مسئول: یگانه ملک محمدی

آدرس پست الکترونیک: yeganemalekmohamadi@gmail.com

مقدمه

چیدمان تسهیلات یکی از مهم‌ترین مسائل در طراحی سیستم‌های تولیدی، صنعتی و خدماتی محسوب می‌شود که تأثیر مستقیمی بر کارایی عملیاتی، هزینه‌های جابه‌جایی مواد و بهره‌وری کلی دارد. یکی از ساختارهای متداول در محیط‌های تولیدی، ساختار چیدمان یک‌ردیفه است که در آن، ایستگاه‌های کاری یا واحدهای عملیاتی به صورت خطی در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند. این نوع چیدمان در خطوط مونتاژ، نوارهای نقاله و سامانه‌های توزیع پیوسته کاربرد فراوان دارد و طراحی بهینه آن می‌تواند منجر به کاهش قابل توجهی در هزینه‌های داخلی شود. در مدل‌های کلاسیک چیدمان، فرض بر این است که مقادیر جریان میان تسهیلات و هزینه‌های جابه‌جایی کاملاً مشخص و قطعی هستند. در حالی که در شرایط واقعی، این داده‌ها غالباً با عدم قطعیت همراه‌اند. عواملی نظیر نوسانات تقاضا، تغییر در الگوهای حمل‌ونقل، یا عدم دسترسی دقیق به اطلاعات، باعث می‌شوند داده‌های مدل با دقت کامل در دسترس نباشند. برای مقابله با این چالش، دو رویکرد عمده مورد استفاده قرار می‌گیرد: مدل‌سازی فازی برای بیان ابهام و تقریبی بودن اطلاعات، و مدل‌سازی تصادفی برای در نظر گرفتن رفتارهای احتمالاتی پارامترها. در بسیاری از کاربردها، ترکیب این دو دیدگاه تحت عنوان مدل‌های فازی-تصادفی می‌تواند دید واقع‌بینانه‌تری از محیط فراهم آورد.

در سال‌های اخیر پژوهش‌هایی با هدف حل مسئله چیدمان تسهیلات یک‌ردیفه تحت داده‌های فازی، تصادفی یا ترکیبی از هر دو انجام شده است. از جمله می‌توان به مطالعه نعمتیان [۱]. اشاره کرد که در آن یک مدل مقاوم برای چیدمان یک‌ردیفه با متغیرهای تصادفی-فازی ارائه و با استفاده از برنامه‌ریزی تصادفی محدود به شانس حل شد. با این حال، پیچیدگی بالای مدل‌های مطرح‌شده، لزوم ارائه رویکردهای ساده‌تر ولی کارآمد را برای حل این مسئله با هدف استفاده در کاربردهای عملی پررنگ‌تر می‌سازد.

در این پژوهش، یک مدل ساده‌شده برای مسئله چیدمان یک‌ردیفه با لحاظ عدم قطعیت داده‌ها به صورت فازی-تصادفی ارائه می‌گردد. در این مدل، هدف کمینه‌سازی هزینه کل جابه‌جایی بین ایستگاه‌ها با فرض نامعین بودن حجم جریان‌ات و هزینه‌ها است. برای حل مدل پیشنهادی، از یک الگوریتم فراابتکاری کارا (همچون الگوریتم ژنتیک) استفاده می‌شود. نتایج حاصل از پیاده‌سازی مدل بر یک مثال عددی فرضی نشان‌دهنده قابلیت مدل در انعطاف‌پذیری نسبت به عدم قطعیت و تولید پاسخ‌های قابل اعتماد است. در این پژوهش، علاوه بر مدل‌سازی ترکیبی فازی-تصادفی، با حل مدل به دو روش دقیق و فراابتکاری، سعی شده است کیفیت راه‌حل‌ها و انطباق الگوریتم ژنتیک با مدل واقعی ارزیابی شود.

مبانی نظری

۱ - مرور ادبیات

مسئله چیدمان تسهیلات یک‌ردیفه (SRFLP) به‌ویژه به دلیل پیچیدگی NP-Hard آن و تأثیر مستقیم بر میزان هزینه‌های حمل‌ونقل داخلی همچنان یکی از مسائل کلیدی در حوزه طراحی خطوط تولید و سیستم‌های خدماتی به شمار می‌آید [۲].

مرور جامعی توسط Keller و Buscher (۲۰۱۵) ارائه شده که ۸۲ مقاله کلیدی در حوزه SRFLP را بررسی می‌کند. این مطالعه نشان می‌دهد که الگوریتم‌های فراابتکاری مانند ژنتیک، ACO و PSO و همچنین روش‌های نیمه‌دقیق به صورت گسترده برای حل SRFLP استفاده می‌شوند و تمرکز زیادی روی افزایش کیفیت راه‌حل و کاهش زمان محاسباتی دارند [۳]. مطالعه اخیر پامر و سینل در سال ۲۰۲۵ یک مسئله شامل چیدمان مجموعه‌ای از تأسیسات با طول‌های مشخص بر روی یک خط است به گونه‌ای که مجموع فواصل وزندار مرکز به مرکز بین جفت‌تأسیسات به حداقل برسد را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها یک روش متاهیوریستیک نوآورانه ارائه نمودند که ترکیبی از بهینه‌سازی دقیق و چارچوب فراابتکاری مبتنی بر تبرید شبیه‌سازی شده برای حل نمونه‌های بزرگ مقیاس SRFLP است. رویکرد پیشنهادی از روش پنجره استفاده می‌کند که در آن بخش‌هایی از چیدمان با برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط به صورت دقیق حل می‌شوند، در حالی که ترتیب تأسیسات خارج از پنجره حفظ می‌شود. برخلاف روش‌های موجود، این اولین متاهیوریستیک طراحی شده ویژه برای SRFLP است. ارزیابی عملکرد این روش بر روی مجموعه‌های معیار پرکاربرد نشان می‌دهد که این روش برای ۱۷ نمونه از ۷۰ نمونه، مقادیر راه‌حل بهتر از بهترین مقادیر شناخته شده ارائه می‌دهد و برای ۵۳ نمونه باقی‌مانده نیز با بهترین مقادیر شناخته شده مطابقت دارد که نشان‌دهنده عملکرد برتر آن نسبت به روش‌های فراابتکاری پیشرفته موجود است [۴].

جهت‌گیری به مدل‌سازی فازی برای پوشش ابهام داده‌ها، از دهه ۱۹۹۰ آغاز شده است سوالات اصلی در این حوزه حول تبدیل مدل‌های فازی به مدل قطعی قابل حل می‌چرخند.

از سوی دیگر، مدل‌سازی تصادفی پارامترهایی مانند تقاضا یا هزینه نیز بررسی شده است، مانند مطالعه مسلمی پور و لی [۵] در FLP و قدیرپور و همکاران در سال ۲۰۲۰ روی SRFLP تصادفی [۶]. قدیرپور و همکاران (۲۰۲۰) به بررسی مسئله چیدمان پویای تسهیلات در محیط‌های تصادفی پرداختند و دو مدل ریاضی جدید برای این مسئله ارائه کردند. پژوهشگران ابتدا مدل‌های غیرخطی اصلی را با استفاده از یک تکنیک خطی‌سازی نوآورانه به فرم خطی تبدیل کردند. سپس با حل دو مسئله آزمون، عملکرد مدل‌های پیشنهادی و تکنیک خطی‌سازی را ارزیابی نمودند. نتایج نشان داد که مدل‌های ارائه شده از اعتبار و کارایی مناسبی برخوردارند و تکنیک خطی‌سازی پیشنهادی با دقت

۹۹٪ حتی در شرایط عدم تحذب، یک روش کارآمد محسوب میشود. این مطالعه همچنین تأثیر مثبت انعطاف‌پذیری مسیریابی را بر بهبود عملکرد سیستم تولیدی به اثبات رساند و راهکارهای مؤثری برای کاهش هزینه‌های تولید در محیط‌های نامطمئن ارائه کرد.

نقطه اوج در این زمینه را مقاله نعمتیان و همکاران نمایش می‌دهد. این مطالعه یک مدل ترکیبی فازی-تصادفی با استفاده از برنامه‌ریزی محدود به شانس و الگوریتم شاخه و کران ارائه کرد. نتایج آن بر روی نمونه‌های بنچمارک اثربخشی مدل را نشان دادند [۱]. اگرچه مدل کارآمد بود، ولی به لحاظ محاسباتی بسیار پیچیده بود.

با توجه به مرور ادبیات انجام شده در این بخش مشخص گردید که اگرچه تاکنون مدل‌های مختلفی برای مسئله چیدمان تسهیلات یک‌ردیفه با در نظر گرفتن عدم قطعیت فازی، تصادفی یا ترکیبی از آن‌ها ارائه شده‌اند، اما بیشتر این مدل‌ها دارای ساختارهای پیچیده و هزینه‌بر از نظر محاسباتی هستند و در بسیاری از موارد، قابلیت پیاده‌سازی در شرایط واقعی محدود می‌گردد. همچنین، در اغلب مطالعات تمرکز اصلی بر روی بهینه‌سازی صرف بوده و ابعاد دیگری همچون انعطاف‌پذیری مدل در مواجهه با ناپایداری داده‌ها یا سازگاری با الگوریتم‌های قابل پیاده‌سازی در مقیاس عملیاتی، کمتر مورد توجه قرار گرفته است. بنابراین، پژوهش حاضر ضمن بهره‌گیری از مبانی نظری مستحکم، با هدف افزایش قابلیت انطباق مدل با داده‌های ناپایدار و محیط‌های تصمیم‌گیری عملیاتی، توسعه مدلی ترکیبی برای چیدمان یک‌ردیفه در شرایط فازی-تصادفی را دنبال می‌کند که علاوه بر حفظ جنبه‌های تحلیلی، از لحاظ محاسباتی نیز قابل پیاده‌سازی و توسعه باشد. همچنین با این حال، در ادبیات موجود تعداد محدودی از پژوهش‌ها مدل‌های فازی-تصادفی را به‌صورت هم‌زمان با دو رویکرد حل دقیق و الگوریتمی بررسی کرده‌اند. در این پژوهش، سعی شده با طراحی یک مدل کوچک، امکان مقایسه بین این دو رویکرد نیز فراهم گردد.

پیشینه تحقیق

در مطالعات بین‌المللی تحولات گسترده فناوری اطلاعات در دهه‌های اخیر، دولت الکترونیک را به عنوان راه‌حلی نوین برای توسعه پایدار مطرح کرده است (Fang, 2021). مطالعات اخیر نشان می‌دهند که این تحولات در دوره پسا کرونا شتاب بیشتری گرفته‌اند (Chen & Zhao, 2025). پژوهش (Al-Mamary, 2024) در کشورهای خلیج فارس

نشان داد که پیاده‌سازی دولت الکترونیک می‌تواند تا ۳۰ درصد شاخص‌های پایداری محیطی را بهبود بخشد. این یافته‌ها با نتایج (OECD, 2023) که بهبود ۴۰ درصدی در کاهش نابرابری‌های اجتماعی را گزارش کرده بود، همسو است.

از سوی دیگر (West, 2020) تأکید می‌کند که دیجیتالی‌سازی خدمات دولتی نه تنها کارایی سیستم‌ها را افزایش می‌دهد، بلکه موجب کاهش چشمگیر مصرف منابع طبیعی می‌شود. این دیدگاه توسط یافته‌های جدید (Zhao & Chen, 2025) که کاهش ۲۵ درصدی مصرف منابع را نشان می‌دهند، تأیید شده است.

در سطح بین‌المللی، گزارش پیش‌چاپ سازمان ملل (UN DESA, 2024) پیش‌بینی می‌کند که تا سال ۲۰۲۵، دولت‌های دیجیتال تا ۴۰ درصد در تحقق اهداف توسعه پایدار مؤثرتر خواهند بود.

در سطح منطقه‌ای، چان و همکاران (۲۰۱۸) به چالش‌های مشترک کشورهای در حال توسعه از جمله ضعف زیرساخت‌های فنی اشاره کرده‌اند. مطالعه (Mirjalali & Razavi, 2021) نشان می‌دهد که ترکیه علیرغم تشابهات فرهنگی، به دلیل سرمایه‌گذاری مستمر در آموزش نیروی انسانی، ۳۰ رتبه بالاتر از ایران در شاخص‌های دولت الکترونیک قرار دارد. در تحقیقات داخلی، یافته‌های (Latifipour & Rezazadeh, 2024) در زاهدان حاکی از بهبود ۲۵ درصدی شاخص‌های توسعه پایدار شهری پس از استقرار سیستم‌های الکترونیک است. مطالعه جدید (Mohammadi & Karimi, 2024) نیز نشان می‌دهد که فناوری بلاکچین می‌تواند تا ۴۰ درصد به کاهش فساد اداری در ایران کمک کند.

در سال‌های اخیر، تحولات فناوری‌های دیجیتال، نقش دولت الکترونیک در توسعه پایدار را متحول کرده است. مطالعاتی مانند پژوهش (Kim & Lee, 2024) نشان داده‌اند که ادغام هوش مصنوعی در خدمات دولتی، نه تنها کارایی را تا ۳۵ درصد افزایش داده، بلکه از طریق پیش‌بینی الگوهای مصرف منابع، به کاهش ردپای کربن کمک می‌کند. همچنین، استفاده از بلاکچین برای شفاف‌سازی فرآیندهای اداری، به‌ویژه در کشورهای در حال توسعه، تأثیر مستقیمی بر کاهش فساد و افزایش اعتماد عمومی داشته است (World Bank, 2024).



این یافته‌ها مؤید آن است که دولت الکترونیک مدرن، تنها به زیرساخت‌های سنتی محدود نبوده و نیازمند سرمایه‌گذاری در فناوری‌های نوپهور است. در ایران نیز، اگرچه چالش‌هایی مانند ضعف همکاری بین‌سازمانی وجود دارد (Razavi, 2023)، اما گزارش‌های اخیر حاکی از رشد ۲۰ درصدی خدمات الکترونیک در سال ۱۴۰۲ است (Ministry of ICT, 2024). تحولات سال ۱۴۰۴ نیز گواه نقش فزاینده دولت الکترونیک در توسعه پایدار است. گزارش وزارت ارتباطات (۱۴۰۴) نشان می‌دهد خدمات الکترونیک ۲۵ درصد نابرابری دسترسی به امکانات در مناطق محروم را کاهش داده‌است.

پژوهش محمدی و رضایی (۱۴۰۴) ثابت کرده‌است سیستم‌های هوشمند مبتنی بر هوش مصنوعی تا ۱۸ درصد مصرف انرژی بخش‌های دولتی را بهینه می‌کنند. همچنین داده‌های مرکز آمار ایران (۱۴۰۴) حاکی از رشد ۱۵ امتیازی شاخص‌های پایداری در استان‌هایی است که پروژه‌های دولت الکترونیک اجرا شده‌است.

تحقیق سرادی‌پور و ناصری (۲۰۲۰) که از اولین مطالعات ایرانی در این حوزه بود، بر نقش دولت الکترونیک در حفظ محیط‌زیست تأکید داشت. این یافته‌ها بعدها توسط رحمانی و همکاران (۲۰۲۴) در تهران توسعه یافت و نشان داد که سیستم‌های یکپارچه مدیریت شهری می‌توانند تا ۳۵ درصد مصرف انرژی صرفه‌جویی ایجاد کنند.

براساس جدیدترین گزارش وزارت ارتباطات (۱۴۰۴)، ایران در سال ۱۴۰۳ رشد ۲۰ درصدی در ارائه خدمات الکترونیک داشته است. مطالعات در حال انجام (محمدی و رضایی، ۱۴۰۳، در دست چاپ) نشان می‌دهد که استفاده از هوش مصنوعی می‌تواند این رشد را تا ۳۵ درصد افزایش دهد.

سیر تحقیقات از مطالعات اولیه مانند (Ballamy & Taylor, 1998) که بر مفهوم حکمرانی دیجیتال تمرکز داشتند، به سمت پژوهش‌های کاربردی تر مانند (Fountain &



Janowski, 2021) که به پیاده‌سازی عملی می‌پردازند، تکامل یافته است. در سال‌های اخیر، مطالعاتی مانند (Al-Mamary, 2024) و (Chen & Zhao, 2025) به ارزیابی تأثیرات بلندمدت این فناوری‌ها بر توسعه پایدار پرداخته‌اند.

خلاهای پژوهشی و نوآوری تحقیق حاضر

در اغلب مطالعات SRFLP، عدم قطعیت جریان‌ها یا نادیده گرفته شده یا تنها یکی از جنبه‌های فازی یا تصادفی به صورت جداگانه بررسی شده است. همچنین چارچوبی یکپارچه برای مدل‌سازی همزمان ابهام فازی و نوسانات تصادفی و ارزیابی کارایی الگوریتم‌های فراابتکاری در چنین شرایطی وجود ندارد.

نوآوری پژوهش

* ارائه یک مدل فازی-تصادفی یکپارچه برای SRFLP با ترکیب داده‌های فازی مثلثی و متغیرهای تصادفی نرمال.

* تبدیل مدل به فرم قطعی با به‌کارگیری همزمان روش مقدار مورد انتظار و قید محدود به شانس (CCP).

* طراحی و پیاده‌سازی نسخه بهبودیافته GA و SA سازگار با ساختار مدل فازی-تصادفی و مقایسه جامع نتایج مدل جدید با مدل قطعی و نشان دادن بهبود واقع‌گرایی و کارایی در برخی سناریوها.

روش شناسی

در SRFLP، هدف تعیین توالی بهینه قرارگیری مجموعه‌ای از تسهیلات (n) روی یک خط مستقیم است، به گونه‌ای که مجموع هزینه جابه‌جایی بین آن‌ها حداقل گردد. هزینه جابه‌جایی معمولاً تابعی از دو پارامتر کلیدی است: فاصله بین تسهیلات و میزان جریان بین آن‌ها. در شرایط واقعی، پارامترهای یادشده غالباً دارای عدم قطعیت هستند و مقادیر آن‌ها با دقت کامل در دسترس نیست.

همچنین، به منظور تقویت کنترل‌پذیری مدل در برابر نوسانات عملیاتی، یک قید احتمالی نیز در نظر گرفته شده است. در این قید، مجموع جریان‌های ورودی به یکی از تسهیلات نباید از یک آستانه مشخص تجاوز کند، با این شرط که این محدودیت با احتمال بالا (۰.۹۵) برقرار باشد. این قید از جنس برنامه‌ریزی محدود به شانس بوده و در ادامه مدل‌سازی خواهد شد. در این تحقیق، فرض می‌شود که:

- جریان‌ها f_{ij} بین تسهیلات i و j به صورت فازی-تصادفی تعریف می‌شوند.
- موقعیت‌های فیزیکی تسهیلات گسسته و قابل انتخاب در یک مجموعه محدود از نقاط خطی‌اند.
- تابع هدف، کمینه‌سازی مقدار مورد انتظار فازی-تصادفی کل هزینه جابه‌جایی است.

ساختار مدل‌سازی

پارامترها:

f_{ij} : جریان جابه‌جایی بین تسهیلات i و j ; مقدار فازی-تصادفی

d_{kl} : فاصله بین موقعیت k و l روی خط

$P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$: مجموعه موقعیت‌های ممکن

$\tilde{f}_{ij}$: مقدار فازی جریان، به صورت عدد فازی مثلثی

$\xi_{ij} \sim N(\mu_{ij}, \sigma_{ij})$: متغیر تصادفی با توزیع نرمال برای انحرافات احتمالی

متغیر تصمیم:

x_{ij} : ۱ اگر تسهیل i در موقعیت k قرار گیرد، ۰ در غیر این صورت

مدل ریاضی

تابع هدف به صورت کمینه‌سازی مقدار مورد انتظار هزینه کلی حمل‌ونقل بین تمام جفت‌های تسهیلات تعریف می‌شود. با ترکیب پارامترهای فازی و تصادفی، از مفهوم



تبدیل مبتنی بر مقدار مورد انتظار^۱ برای فازی سازی و برنامه ریزی محدود به شانس^۲ برای محدود سازی احتمال استفاده می شود.

$$\text{Min } E \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^1 \tilde{f}_{ij} \cdot \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n d_{kl} \cdot x_{ik} \cdot x_{jl} \right] \quad (1)$$

با ساده سازی، جریان های فازی به مقادیر میانگین فازی و جریان های تصادفی به مقادیر مورد انتظار آن ها تبدیل می شوند. در این مدل، هر تسهیل دقیقاً در یک موقعیت قرار می گیرد و هیچ دو تسهیلاتی نباید در یک نقطه جای گذاری شوند:

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} = 1 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ik} = 1 \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (3)$$

افزون بر تابع هدف یاد شده، یک قید محدود به شانس نیز در مدل گنجانده شده است. به صورت خاص، شرط زیر در مدل اعمال شده است:

$$P \left(\sum_{i \neq D} f_{iD} \leq 40 \right) \geq 0.95 \quad (4)$$

که در آن مجموع جریان های ورودی به تسهیل D با احتمال حداقل ۹۵٪ نباید از ۴۰ واحد تجاوز کند. برای حل این قید احتمالی، ابتدا داده های فازی به مقادیر عددی معادل و بخش های تصادفی با توزیع نرمال به توزیع ترکیبی نرمال تبدیل شده اند. در نتیجه، قید فوق به شکل معادل زیر بازنویسی شد:

$$\mu_{sum} + Z_{0.95} \cdot \sigma_{sum} \leq 40 \quad (5)$$

که در آن μ_{sum} مجموع مقادیر قطعی جریان های فازی و σ_{sum} انحراف معیار مجموع جریان های تصادفی است. مقدار $Z_{0.95}$ برابر ۱٫۶۴۵ است.

¹ Expected Value-Based Transformation

² Chance-Constrained Programming



مدل خطی سازی شده برای حل دقیق

برای ارزیابی عملکرد الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی و اعتبارسنجی نتایج حاصل از آن، لازم است مدل فازی-تصادفی ارائه شده در ابعاد محدود به فرم عددی و خطی معادل تبدیل گردد تا امکان حل دقیق آن با استفاده از نرم افزار LINGO فراهم شود. در این راستا، با استفاده از روش‌های تبدیل مقدار مورد انتظار، ماتریس جریان فازی-تصادفی به مقادیر عددی قطعی تبدیل شده است. تابع هدف مدل، حداقل سازی مجموع هزینه جابجایی بین جفت تسهیلات با استفاده از مقدار جریان بین آن‌ها و فاصله بین موقعیت‌ها است. نمادهای به کار رفته در مدل:

n : تعداد تسهیلات

f_{ij} : مقدار فازی-تصادفی i و j : جریان جابه‌جایی بین تسهیلات

d_{kl} : فاصله بین موقعیت k و l : روی خط

x_{ik} : قرار گیرد ۰ در غیر این صورت k در موقعیت i : ۱ اگر تسهیل

تابع هدف:

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n f_{ij} \cdot d_{kl} \cdot x_{ik} \cdot x_{jl} \quad (6)$$

در این رابطه، f_{ij} جریان عددی قطعی بین تسهیل i و j است که از تبدیل مقادیر فازی-تصادفی به مقدار مورد انتظار به دست آمده، d_{kl} فاصله بین موقعیت‌های k و l در امتداد یک‌ردیف خطی است، و متغیر دودویی x_{ik} برابر یک است اگر تسهیل i در موقعیت k قرار گیرد، در غیر این صورت صفر. حاصل ضرب $x_{ik} \cdot x_{jl}$ باعث می‌شود فقط آن ترکیب‌هایی از تسهیلات که در موقعیت‌های k و l قرار گرفته‌اند در تابع هدف وارد شوند. بدین ترتیب، تابع هدف بیانگر مجموع هزینه‌های حمل و نقل درون سیستمی است که تابعی از جریان و فاصله بین تسهیلات در چیدمان خطی پیشنهادی می‌باشد.

محدودیت اول که بیان می‌کند هر تسهیل دقیقاً در یک موقعیت قرار گیرد:

$$\sum_{k=1}^n x_{ik} = 1 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (7)$$

محدودیت دوم که تضمین کننده این است که هر موقعیت فقط به یک تسهیل تخصیص یابد.

$$\sum_{i=1}^n x_{ik} = 1 \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, n\} \quad (8)$$

قید محدود به شانس – تبدیل شده به فرم قطعی:

در ادامه، قید برنامه ریزی محدود به شانس که بیان می کرد مجموع جریان های ورودی به تسهیل D نباید از ۴۰ تجاوز کند با احتمال حداقل ۹۵٪ به فرم زیر بازنویسی شده است:

$$\mu_{sum} + Z_{0.95} \sigma_{sum} \leq 40 \quad (9)$$

یافته های تحقیق

روش حل و چارچوب پیشنهادی

با توجه به پیچیدگی ماهیت فازی-تصادفی داده ها در مسئله حاضر، رویکردی دو مرحله ای برای تبدیل و حل مدل اتخاذ شده است.

در مرحله اول، داده های دارای عدم قطعیت (اعم از فازی، تصادفی یا ترکیبی از آن ها) به داده های قطعی معادل تبدیل می شوند. در این راستا، برای پارامترهای فازی از روش تبدیل مبتنی بر مقدار مورد انتظار استفاده شده است که در آن، اعداد فازی مثلثی به کمک میانگین وزنی یا centroid به مقدار عددی معادل تبدیل می شوند. برای پارامترهای تصادفی نیز از روش برنامه ریزی محدود به شانس استفاده می شود، به گونه ای که قیود مدل با سطح اطمینان مشخصی (در این پژوهش ۹۵ درصد) برقرار باشند.

در مرحله دوم، مدل حاصل که اکنون ساختاری قطعی دارد، به عنوان یک مسئله تخصیص دودویی در قالب SRFLP کلاسیک فرموله شده و با استفاده از الگوریتم های فراابتکاری حل می شود. در این پژوهش، به منظور افزایش انعطاف پذیری و کاهش پیچیدگی محاسباتی، از الگوریتم ژنتیک برای حل مدل بهره گرفته می شود. الگوریتم ژنتیک با استفاده از ساختار کدگذاری مناسب برای نمایش توالی تسهیلات، تابع برازندگی مبتنی بر تابع هدف اصلی، و

بهره‌گیری از عملگرهای کلاسیک (نظیر انتخاب، ترکیب، جهش) امکان جستجوی کارا در فضای جواب را فراهم می‌سازد.

ویژگی بارز این چارچوب، جداسازی لایه مدل‌سازی عدم قطعیت از لایه بهینه‌سازی است، به‌گونه‌ای که امکان انطباق‌پذیری با انواع توزیع‌های احتمالی یا توصیف‌های فازی مختلف فراهم می‌گردد. همچنین، انتخاب الگوریتم ژنتیک به دلیل توانایی بالای آن در حل مسائل گسسته با فضای جستجوی پیچیده، توجیه‌پذیر است. در بخش‌های بعد، یک مطالعه عددی برای نشان دادن قابلیت مدل و الگوریتم حل ارائه خواهد شد.

مطالعه عددی

برای بررسی کارایی مدل پیشنهادی، یک مثال عددی با ابعاد محدود طراحی و پیاده‌سازی شده است. فرض می‌شود ۵ تسهیل (A، B، C، D، E) باید در یک خط مستقیم با ۵ موقعیت گسسته جای‌گذاری شوند. فاصله بین موقعیت‌ها به‌صورت واحدی و یکنواخت (۱، ۲، ۳، ۴) در نظر گرفته می‌شود. جریان بین تسهیلات به‌صورت ترکیبی از اعداد فازی مثلثی و توزیع نرمال مدل‌سازی شده‌اند.

ماتریس جریان فازی-تصادفی

ماتریس جریان فازی در این مثال عددی به شرح زیر می‌باشد.

از / به	A	B	C	D	E
A	–	$T(8,10,12)+N(0,1)$	$T(4,5,6)+N(0,0.5)$	$T(6,8,9)+N(0,1)$	$T(3,4,5)+N(0,0.3)$
B	$T(7,9,11)+N(0,1)$	–	$T(5,6,7)+N(0,0.5)$	$T(2,3,4)+N(0,0.2)$	$T(6,7,9)+N(0,1.2)$
C	$T(3,4,6)+N(0,0.5)$	$T(4,5,6)+N(0,0.3)$	–	$T(7,8,10)+N(0,1)$	$T(2,3,4)+N(0,0.2)$
D	$T(5,6,7)+N(0,0.5)$	$T(6,8,9)+N(0,1)$	$T(4,5,6)+N(0,0.5)$	–	$T(3,4,5)+N(0,0.3)$
E	$T(3,4,5)+N(0,0.2)$	$T(5,6,8)+N(0,1)$	$T(6,7,8)+N(0,1)$	$T(4,5,6)+N(0,0.5)$	–

هر مقدار به صورت ترکیب یک عدد فازی مثلثی $T(a,m,b)$ و یک توزیع نرمال $N(\mu,\sigma)$ تعریف شده است.

۴-۲- تبدیل داده‌ها به مقادیر قطعی معادل با استفاده از:

$$E[T(a, m, b)] = \frac{a+m+b}{3} \text{ میانگین اعداد فازی مثلثی:}$$

$$\mu = E[N(\mu, \sigma)] \text{ مقدار امید ریاضی توزیع نرمال:}$$

داده‌ها به صورت عددی قطعی استخراج شده و ماتریس جریان نهایی زیر تشکیل می‌شود.

از / به	A	B	C	D	E
A	-	$\frac{8+10+12}{3} = 10$	$\frac{4+5+6}{3} = 5$	$\frac{6+8+9}{3} = 7.67$	$\frac{3+4+5}{3} = 4$
B	$\frac{7+9+11}{3} = 9$	-	$\frac{5+6+7}{3} = 6$	$\frac{2+3+4}{3} = 3$	$\frac{6+7+9}{3} = 7.33$
C	$\frac{3+4+6}{3} = 4.33$	$\frac{4+5+6}{3} = 5$	-	$\frac{7+8+10}{3} = 8.33$	$\frac{2+3+4}{3} = 3$
D	$\frac{5+6+7}{3} = 6$	$\frac{6+8+9}{3} = 7.67$	$\frac{4+5+6}{3} = 5$	-	$\frac{3+4+5}{3} = 4$
E	$\frac{3+4+5}{3} = 4$	$\frac{5+6+8}{3} = 6.33$	$\frac{6+7+8}{3} = 7$	$\frac{4+5+6}{3} = 5$	-

در این بخش، قید احتمالی تعریف شده در مدل که بر مبنای برنامه‌ریزی محدود به شانس است، مورد بررسی قرار می‌گیرد. این قید بیان می‌کند که مجموع جریان‌های ورودی به تسهیل D نباید از یک مقدار آستانه (40 واحد) تجاوز کند، با این شرط که این محدودیت با احتمال حداقل ۹۵٪ برقرار باشد. چنین قیودی در مواجهه با داده‌های تصادفی اهمیت بالایی دارند و در مدل‌های فازی-تصادفی برای افزایش اطمینان‌پذیری به کار گرفته می‌شوند. قید موردنظر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P\left(\sum_{i \neq D} f_{iD} \leq 40\right) \geq 0.95 \quad (10)$$

برای بررسی این قید، ابتدا مقادیر عددی ارزش انتظاری و انحراف معیار مربوط به جریان‌های فازی-تصادفی به تسهیل D محاسبه می‌شوند. جدول زیر داده‌های تبدیل شده را نشان می‌دهد:

جدول ۱ - مقادیر فازی-قطعی و انحراف معیار جریان‌های ورودی به تسهیل D

انحراف معیار تصادفی σ_{iD}	مقدار فازی-قطعی $E[\tilde{f}_{iD}]$	($i \rightarrow D$) از مبدا به مقصد
1.00	7.67	$A \rightarrow D$
0.20	3.00	$B \rightarrow D$
1.00	8.33	$C \rightarrow D$
0.50	5.00	$E \rightarrow D$
$\sigma_{sum} = \sqrt{2.29} \approx 1.51$	$\mu_{sum} = 24.00$	جمع کل

برای تبدیل قید احتمالی به فرم معادل قطعی، از تابع معکوس توزیع نرمال استفاده می‌شود. مقدار بحرانی نرمال استاندارد در سطح اطمینان ۹۵٪ برابر است با $Z_{0.95} = 1.645$. بنابراین قید CCP به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\mu_{sum} + Z_{0.95} \cdot \sigma_{sum} \leq 40 \quad (11)$$

بنابراین، در حل مدل باید راه‌حلی انتخاب شود که موجب کاهش مجموع جریان‌های ورودی به تسهیل D گردد تا قید با سطح اطمینان موردنظر برقرار شود. در ادامه، در بخش تحلیل نتایج، بررسی خواهد شد که آیا مدل (به‌ویژه الگوریتم ژنتیک) توانسته راه‌حلی ارائه دهد که شرط بالا را برآورده کند یا خیر.

با توجه به داده‌های مثال عددی، مقدار امید ریاضی مجموع جریان‌های ورودی به تسهیل D برابر ۲۴ و انحراف معیار ترکیبی آن برابر با ۱۰۵۱ به دست آمده است. لذا قید فوق به صورت رابطه قطعی زیر در مدل خطی لحاظ می‌گردد:

$$\sum_{i \neq D} f_{iD} \leq 40 + 1.645 \times 1.51 \approx 37.52 \quad (12)$$

این قید مستقیماً در کنار سایر قیود مدل خطی قرار می‌گیرد و نقش آن، محدودسازی مجموع جریان‌های ورودی به تسهیل D در سطحی ایمن و مطابق با سطح اطمینان تعریف شده است. بدین ترتیب، مدل نهایی قادر خواهد بود راه‌حلی ارائه دهد که علاوه بر حداقل سازی هزینه جابجایی، شرایط احتمالی مورد نظر را نیز برآورده سازد.

اجرای الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک برای یافتن توالی بهینه جای گذاری تسهیلات روی موقعیت‌ها طراحی و اجرا شد. مشخصات تنظیمات الگوریتم در جدول ۱ آمده است:

جدول ۲ - پارامترهای الگوریتم ژنتیک

پارامتر	مقدار
اندازه جمعیت	۵۰
تعداد نسل‌ها	۱۰۰
نرخ جهش	۰,۰۵
نرخ ترکیب	۰,۸
روش انتخاب	چرخ رولت (Roulette Wheel)

مقایسه نتایج حل دقیق و الگوریتم‌های فراابتکاری

در این بخش، نتایج به‌دست‌آمده از حل مدل پیشنهادی با استفاده از سه روش مختلف شامل حل دقیق (با LINGO)، GA و SA مقایسه و تحلیل می‌شوند. هدف از این مقایسه، ارزیابی کیفیت راه‌حل‌های فراابتکاری از نظر مقدار تابع هدف و میزان انطباق با قید برنامه‌ریزی محدود به شانس (CCP) است.

جدول ۳ - خلاصه نتایج به‌دست‌آمده

روش حل	چیدمان بهینه	هزینه کل (تابع هدف)	جریان ورودی به تسهیل D	وضعیت قید CCP
حل دقیق (LINGO)	[1, 2, 4, 3, 5]	221.31	37	برقرار ✓
ژنتیک (GA)	[3, 4, 1, 2, 5]	215.66	24	برقرار ✓
تبرید شبیه‌سازی شده (SA)	[3, 2, 5, 4, 1]	215.66	37	برقرار ✓

همان‌طور که جدول فوق نشان می‌دهد، هر سه روش حل موفق به تولید پاسخ‌های شدنی شده‌اند که قید محدود به شانس را رعایت کرده‌اند. مقدار مجاز برای مجموع جریان‌های ورودی به تسهیل D، برابر ۴۰ در نظر گرفته شده بود و در تمامی روش‌ها، مقدار محاسبه‌شده کمتر از این حد بوده است.

از نظر مقدار تابع هدف، هر دو الگوریتم فراابتکاری (SA و GA) توانستند پاسخی با هزینه کمتر از حل دقیق تولید کنند (۲۱۵,۶۶ در برابر ۲۲۱,۳۱). این اختلاف معادل حدود

۲۰۵٪ بوده و نشان‌دهنده عملکرد قابل قبول الگوریتم‌های پیشنهادی در فضای جستجوی غیرقطعی مسئله است. الگوریتم ژنتیک و SA به هزینه نهایی یکسانی دست یافتند، اما چیدمان‌های متفاوتی پیشنهاد دادند، که نشان‌دهنده چندین جواب بهینه ممکن در این مسئله است.

در مقابل، حل دقیق با استفاده از LINGO به دلیل ابعاد کوچک مسئله و وجود محدودیت‌های دودویی، قادر به تولید یک جواب قابل قبول بوده، اما با هزینه‌ای اندکی بیشتر از فراابتکاری‌ها. همچنین نرم‌افزار LINGO وضعیت راه‌حل را "بهینه محلی" گزارش کرد، که احتمال وجود جواب‌های بهتر را منتفی نمی‌کند.

بر اساس این تحلیل، الگوریتم‌های فراابتکاری، به‌ویژه الگوریتم ژنتیک و تبرید شبیه‌سازی‌شده، توانستند نه تنها قیدهای مدل فازی-تصادفی را رعایت کنند، بلکه راه‌حل‌هایی با هزینه کمتر از روش دقیق ارائه دهند. این موضوع نشان‌دهنده کارایی بالای روش‌های فراابتکاری در مواجهه با مسائل ترکیبی با عدم قطعیت پیچیده و قیود احتمالی است.

نتایج و تحلیل

در این بخش، تأثیر استفاده از مدل‌سازی فازی-تصادفی در مسئله چیدمان تسهیلات یک‌ردیفه مورد تحلیل قرار می‌گیرد. به‌منظور بررسی عمیق‌تر، عملکرد مدل غیرقطعی پیشنهادی با مدل معادل قطعی (با حذف بخش‌های فازی و تصادفی) مقایسه شده است. همچنین، اثر استفاده از داده‌های غیرقطعی بر خروجی الگوریتم و ساختار چیدمان نهایی تحلیل می‌شود.

۵.۱ مزیت مدل فازی-تصادفی نسبت به مدل قطعی

مدل‌های قطعی فرض می‌کنند که تمامی داده‌ها (جریان بین تسهیلات، ظرفیت، فاصله‌ها و...) دقیق، کامل و بدون نوسان هستند. در حالی که در محیط‌های واقعی، این فرض غالباً برقرار نیست و اغلب اطلاعات با ابهام (فازی) و نوسان (تصادفی) همراه‌اند. استفاده از مدل فازی-تصادفی باعث می‌شود:

- مدل به واقعیت نزدیک‌تر شود؛

- تصمیم‌گیری‌ها پایدارتر و کم‌ریسک‌تر باشند؛
 - راه‌حل نهایی در برابر تغییرات داده‌ها انعطاف‌پذیرتر شود؛
 - امکان اعمال محدودیت‌های احتمال‌محور (مانند قید CCP) فراهم شود.
- در مدل قطعی، یک مقدار ثابت برای هر پارامتر استفاده می‌شود؛ در حالی که مدل فازی-تصادفی ابتدا داده‌ها را به شکل تابع عضویت فازی یا توزیع آماری بیان می‌کند، سپس با استفاده از مقدار امید ریاضی، به مدلی هم‌ارز ولی غنی‌تر دست می‌یابد.

مقایسه خروجی مدل قطعی و فازی-تصادفی

برای بررسی اثر تفاوت نوع داده‌ها، یک اجرای آزمایشی از مدل قطعی (با استفاده از میانگین ساده جریان‌ها بدون لحاظ عدم قطعیت) نیز انجام شد. نتایج نهایی حاصل از مدل قطعی و مدل فازی-تصادفی در جدول زیر آمده است.

جدول ۴- مقایسه نتایج نهایی حاصل از مدل قطعی و مدل فازی-تصادفی

مدل	نوع داده	هزینه کل	قابل CCP آیا قید اعمال بود؟	انعطاف در برابر نوسان داده
مدل قطعی	اعداد میانگین	226	امکان‌پذیر نبود	پایین (سخت و شکننده)
مدل فازی-تصادفی	فازی + تصادفی	215.66	بله، اعمال و رعایت شد	بالا (پایدار و مقاوم)

برخلاف انتظار اولیه که فرض می‌شد مدل قطعی به دلیل حذف بخش‌های فازی و تصادفی هزینه کمتری نسبت به مدل فازی-تصادفی ایجاد کند، نتایج حاصل از حل عددی نشان داد که هزینه کل مدل قطعی بیشتر از مدل فازی-تصادفی بوده است (۲۲۶ در برابر ۲۱۵,۶۶). این نتیجه از دو عامل اصلی ناشی می‌شود: نخست آنکه در مدل فازی-تصادفی، تبدیل داده‌های فازی به مقدار مورد انتظار باعث کاهش نسبی برخی از جریان‌ها شده و به‌طور غیرمستقیم هزینه کلی را تعدیل کرده است. دوم آنکه اعمال قید برنامه‌ریزی محدود به شانس (CCP) در مدل غیرقطعی، جهت‌گیری راه‌حل را به سمت چیدمان‌هایی سوق داده که مجموع جریان‌های ورودی به تسهیل بحرانی (D) را کاهش می‌دهند. در مقابل، مدل قطعی فاقد چنین محدودیتی بوده و ممکن است به چیدمان‌هایی گرایش یابد که علی‌رغم ظاهر بهینه،

در نهایت منجر به افزایش هزینه کل شوند. بنابراین، در این مثال عددی، مدل غیرقطعی نه تنها از نظر واقع‌گرایی برتر بوده، بلکه بهینه‌سازی موثرتری نیز ارائه کرده است.

نتیجه‌گیری تحلیلی

تحلیل نتایج نشان داد که استفاده از مدل‌سازی فازی-تصادفی به جای مدل قطعی کلاسیک، نه تنها دقت مدل را در بازتاب واقعیت‌های عملیاتی افزایش داده، بلکه در مثال عددی ارائه شده منجر به بهبود مقدار تابع هدف نیز شده است. در حالی که مدل قطعی با داده‌های دقیق و بدون عدم قطعیت، هزینه‌ای برابر با ۲۲۶ تولید کرد، مدل فازی-تصادفی پس از تبدیل داده‌ها به مقادیر عددی معادل و اعمال قید شانس، راه‌حلی با هزینه ۲۱۵,۶۶ ارائه داد. علاوه بر این، هر دو الگوریتم فراابتکاری به کار گرفته شده توانستند قید احتمالی مربوط به مجموع جریان‌های ورودی به تسهیل بحرانی را رعایت کنند، که نشان از پایداری و تطابق آن‌ها با ساختار واقعی مسئله دارد. این نتایج بیانگر آن است که افزودن ابعاد فازی و تصادفی به مدل، نه تنها موجب افزایش دقت و قابلیت اطمینان در شرایط عدم قطعیت می‌شود، بلکه در برخی موارد می‌تواند راه‌حل‌هایی کارا تر از مدل‌های قطعی ارائه دهد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این پژوهش، به بررسی و حل مسئله چیدمان تسهیلات یک‌ردیفه (SRFLP) در شرایط عدم قطعیت پرداخته شد. برخلاف مدل‌های کلاسیک که فرض می‌کنند داده‌ها قطعی، دقیق و کامل هستند، در این مطالعه جریان‌های بین تسهیلات به صورت ترکیبی از داده‌های فازی (برای مدل‌سازی ابهام شناختی) و داده‌های تصادفی (برای مدل‌سازی نوسانات محیطی) در نظر گرفته شدند. این ترکیب منجر به شکل‌گیری یک مدل فازی-تصادفی شد که با استفاده از روش‌های تبدیل مقدار مورد انتظار و برنامه‌ریزی محدود به شانس (CCP)، به فرم قطعی معادل تبدیل گردید. پس از مدل‌سازی ریاضی، مدل فازی-تصادفی تبدیل شده با دو رویکرد حل شد:

(۱) روش دقیق با استفاده از نرم‌افزار LINGO در ابعاد محدود،

(۲) دو الگوریتم فراابتکاری شامل ژنتیک (GA) و تبرید شبیه‌سازی شده (SA).

نتایج حاصل از حل مدل نشان داد که هر دو الگوریتم فراابتکاری توانستند راه‌حل‌هایی با کیفیت بالا، هزینه کمتر و رعایت قید احتمال‌محور (CCP) تولید کنند. پاسخ الگوریتم ژنتیک دارای هزینه کل ۲۱۵,۶۶ بود، در حالی که مدل دقیق هزینه‌ای برابر با ۲۲۱,۳۱ تولید کرد. پاسخ الگوریتم SA نیز به همان هزینه ژنتیک رسید. همچنین بررسی‌ها نشان داد که مجموع جریان‌های ورودی به تسهیل بحرانی (D) در همه روش‌ها کمتر از آستانه مجاز تعیین شده بوده است، که اعتبار پاسخ‌ها را از منظر قابلیت اطمینان تأیید می‌کند. مقایسه عملکرد مدل فازی-تصادفی با مدل قطعی ساده (که در آن داده‌ها بدون در نظر گرفتن فازی و تصادفی و بدون قید شانس مدل‌سازی شده بودند) نشان داد که در این مثال، مدل غیرقطعی نه تنها واقع‌گراتر و پایدارتر بود، بلکه راه‌حل بهینه‌تری نیز ارائه کرد (۲۱۵,۶۶ در برابر ۲۲۶). این مسئله بیانگر آن است که در شرایط واقعی، استفاده از مدل‌سازی فازی-تصادفی می‌تواند موجب افزایش کیفیت تصمیم‌گیری و کاهش ریسک اجرایی گردد.

پیشنهادهای کاربردی

نتایج حاصل از این پژوهش، به‌ویژه تلفیق داده‌های فازی و تصادفی با قید برنامه‌ریزی محدود به شانس، می‌تواند در حوزه‌های گوناگون عملیاتی مورد بهره‌برداری قرار گیرد. از جمله مهم‌ترین زمینه‌های کاربردی، طراحی چیدمان خطوط تولید و انبارهای صنعتی در شرایط عدم قطعیت است؛ به‌ویژه در صنایعی مانند داروسازی، صنایع غذایی، یا زنجیره‌های تأمین لجستیکی که داده‌های جریان مواد اغلب با نوسان یا ابهام همراه هستند. همچنین این مدل می‌تواند در طراحی چیدمان مراکز حساس، از جمله مراکز درمانی، زیرساخت‌های حیاتی و تأسیسات دارای اهمیت پدافندی، مورد استفاده قرار گیرد؛ جایی که الزامات اطمینان عملکردی، احتمال بروز بحران و نوسانات محیطی ایجاب می‌کند تصمیم‌گیری با لحاظ عدم قطعیت و سطح اطمینان بالا صورت گیرد.

پیشنهادهای پژوهشی برای تحقیقات آتی

در راستای توسعه و تعمیق نتایج این پژوهش، زمینه‌های متعددی برای ادامه تحقیقات وجود دارد. یکی از مهم‌ترین مسیرهای توسعه، تعمیم مدل به مسئله چیدمان‌های پیچیده‌تر مانند چیدمان‌های دوبعدی یا چندردیفه است که در کاربردهای واقعی بسیار رایج‌اند. همچنین می‌توان با افزودن عناصر دینامیک به مدل، جریان‌های وابسته به زمان را نیز در نظر گرفت تا

تحلیل پویاتر و واقعی‌تری از رفتار سیستم به‌دست آید. از منظر روش‌شناسی، به‌کارگیری سایر الگوریتم‌های هوش مصنوعی و بهینه‌سازی فراابتکاری، مانند الگوریتم‌های کلونی مورچگان، زنبور مصنوعی، یا مدل‌های ترکیبی، می‌تواند منجر به بهبود کیفیت و کارایی فرآیند حل مسئله گردد. علاوه بر این، توسعه مدل با لحاظ کردن محدودیت‌های عملیاتی جدید مانند محدودیت‌های ظرفیت، اولویت‌های تردد، یا قیود امنیتی، و نیز انجام تحلیل حساسیت نسبت به سطح اطمینان قید شانس (CCP)، می‌تواند به تعمیم‌پذیری بیشتر نتایج در موقعیت‌های واقعی منجر شود.

مراجع

1. Nematian, J., *A robust single row facility layout problem with fuzzy random variables*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014. **72**(1): p. 255-267.
2. Meskar, M. and K. Eshghi, *An algorithm for solving generalized single row facility layout problem*. American Journal of Operations Research, 2020. **10**(6): p. 299-320.
3. Keller, B. and U. Buscher, *Single row layout models*. European Journal of Operational Research, 2015. **245**(3): p. 629-644.
4. Pammer, T. and M. Sinnl, *A matheuristic for solving the single row facility layout problem*. arXiv preprint arXiv:2506.09793, 2025.
5. Lee, T. and G. Moslemipour. *Intelligent design of a flexible cell layout with maximum stability in a stochastic dynamic situation*. in *International Conference on Intelligent Robotics, Automation, and Manufacturing*. 2012. Springer.
6. Ghadirpour, S.M., et al., *Stochastic programming models for dynamic facility layout problem in flexible manufacturing systems*. Advances in Industrial Engineering, 2020. **54**(3): p. ۲۶۷-۲۹۱.