

مقاله پژوهشی

^۱ گروه ریاضیات و علوم کامپیوتر، واحد ارومیه، دانشگاه آزاد اسلامی، ارومیه، ایران، M.rajaeismasi@iau.ac.ir

نویسنده مسئول:

^۲ مهدی رجائی سلماسی، گروه ریاضیات و علوم کامپیوتر، واحد ارومیه، دانشگاه آزاد اسلامی، ارومیه، ایران، M.rajaeismasi@iau.ac.ir

تحلیل ارزش‌های آموزشی ریاضی با رویکرد چندمتغیره: کاربرد تحلیل عاملی تأییدی و خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی

مهدی رجائی سلماسی^{۱*}

چکیده:

این مطالعه با به‌کارگیری روش‌های پیشرفته آماری چندمتغیره، به تحلیل ارزش‌های آموزشی ریاضی در بین ۵۶۶ دانش‌آموز مقطع متوسطه پرداخته است. با استفاده از تحلیل عاملی تأییدی (CFA)، مدل‌سازی معادلات ساختاری (SEM)، و تحلیل خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی، به بررسی ساختار زیربنایی ارزش‌های آموزشی و شناسایی پروفایل طبیعی دانش‌آموزان اقدام شده است. یافته‌ها نشان داد که مدل سه‌عاملی شاخص‌های برازش مطلوب دارد ($\chi^2_{74} = 215.36, p < 0.001, CFI = 0.93, RMSEA = 0.06$). پایایی ترکیبی (CR) و واریانس استخراج شده (AVE) برای همه عوامل در حد قابل قبولی بود. تحلیل خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی با روش Ward و بر روی داده‌های استانداردشده، چهار پروفایل متمایز با ویژگی‌های ارزشی و جمعیت‌شناختی منحصر به فرد شناسایی کرد که با شاخص سیلوئت اعتبارسنجی شد. نتایج رگرسیون چندگانه (پس از بررسی فرضیات و کدگذاری قومیت به صورت متغیر مصنوعی) نشان داد که قومیت به طور معناداری ارزش‌های ارتباط‌گیری ($\beta = 0.346, p < 0.01, R^2 = 0.15$)، خانواده ($\beta = 0.492, p < 0.001, R^2 = 0.12$) و تمرین ($\beta = 0.433, p < 0.001, R^2 = 0.1$) را پیش‌بینی می‌کند. این یافته‌ها که در چارچوب تلفیقی نظریه انتظار-ارزش و نظریه شوارتز تفسیر شدند، بر اهمیت به‌کارگیری رویکردهای چندمتغیره در درک پیچیدگی نظام ارزشی آموزشی تأکید می‌کنند. کلید واژه‌ها: ارزش‌های آموزشی ریاضی، CFA، خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی، مدل‌سازی معادلات ساختاری، نظریه انتظار-ارزش، نظریه شوارتز.

موضوع اصلی:

استفاده از روش‌های پیشرفته آماری در آموزش ریاضی

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت: -

تاریخ بازنگری: -

تاریخ پذیرش: -

۱-مقدمه

۱-۱-زمینه نظری

ارزش‌های آموزشی در هسته مرکزی فرآیند یادگیری و تدریس ریاضیات قرار دارند و به عنوان عوامل تعیین‌کننده در همراهی تحصیلی و بهزیستی دانش‌آموزان عمل می‌کنند [۱]. از دیدگاه نظری، ارزش‌های آموزشی ریاضی را می‌توان در چارچوب نظریه ارزش‌گذاری انتظار-ارزش اکلس و ویگفیلد [۲] تحلیل کرد که بر اساس آن، انتخاب‌ها و عملکردهای تحصیلی افراد تحت تأثیر انتظارات موفقیت و ارزش ذاتی تکلیف قرار می‌گیرد.

از منظر ریاضی، اگر V_i ارزش درک شده تکلیف i باشد، داریم:

$$V_i = f(E_i, I_i, U_i, C_i) \quad (۱)$$

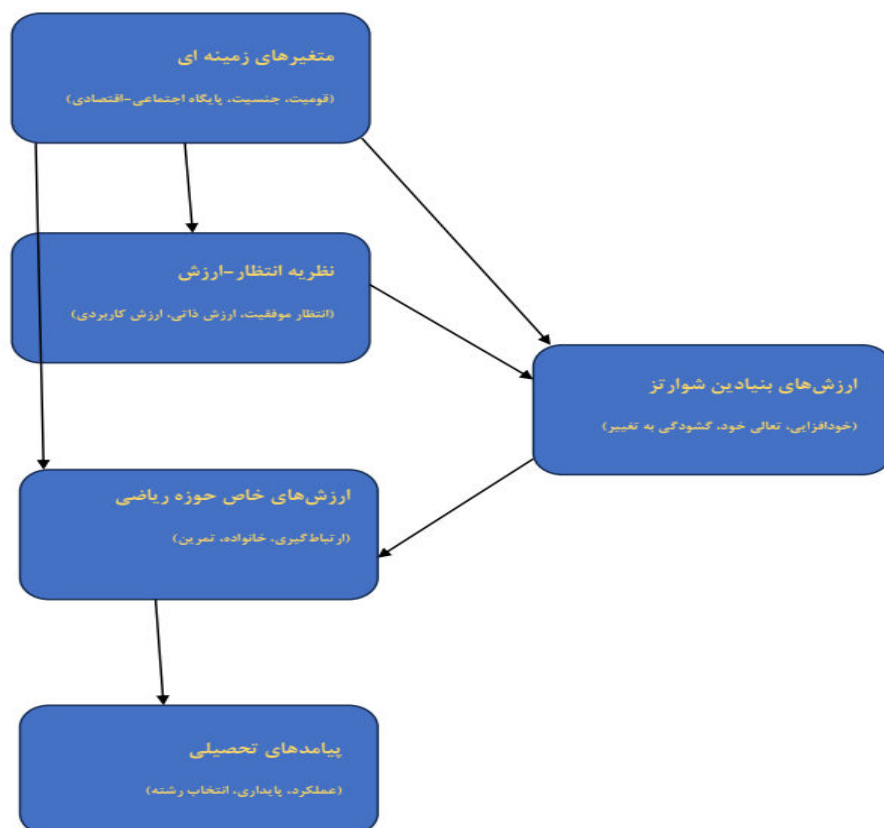
که در آن E_i انتظار موفقیت، I_i ارزش ذاتی، U_i ارزش کاربردی، و C_i هزینه درک شده است.

۱-۲- پیوند نظری و مدل مفهومی پژوهش

این پژوهش با تلفیق دو چارچوب نظری متمایز اما مکمل، به تحلیل ارزش‌های آموزشی می‌پردازد: نظریه انتظار-ارزش [۲] در سطح خرد و روان‌شناختی، و نظریه ارزش‌های بنیادین شوارتز [۳] در سطح کلان و فرهنگی-اجتماعی. از منظر این تلفیق نظری، ارزش‌های خاص حوزه ریاضی (مانند ارزش کاربردی حل مسئله) در واقع تجلی‌های حوزه‌خاص از ارزش‌های جهان‌شمول شوارتز هستند. به طور مشخص:

- خودافزایی شوارتز با ارزش‌های کاربردی و پیشرفت‌محور در نظریه انتظار-ارزش مرتبط است.
- تعالی خود شوارتز با ارزش‌های اجتماعی و عام‌المنفعه در آموزش ریاضی ارتباط دارد.
- گشودگی به تغییر شوارتز با ارزش ذاتی و کنجکاوی شناختی در ریاضیات مطابقت دارد.

مدل مفهومی این پژوهش (شکل ۱) بر این اساس طراحی شده که ارزش‌های بنیادین شوارتز به عنوان متغیرهای زمینه‌ای فرهنگی-اجتماعی، از طریق مکانیسم‌های روان‌شناختی نظریه انتظار-ارزش (مانند انتظار موفقیت و ارزش ذاتی)، بر ارزش‌های خاص حوزه ریاضی و در نهایت بر عملکرد و انتخاب‌های تحصیلی تأثیر می‌گذارند. در این مدل، متغیرهای جمعیت‌شناختی (مانند قومیت) به عنوان تعدیل‌گر این روابط در نظر گرفته شده‌اند.



شکل ۱: مدل مفهومی پژوهش: تلفیق نظریه شوارتز و نظریه انتظار-ارزش در حوزه آموزش ریاضی

۳-۱- پیشینه پژوهشی و اهداف

مطالعات پیشین عمدتاً از روش‌های آماری سنتی مانند ANOVA و آزمون t استفاده کرده‌اند که اگرچه مفید هستند، اما قادر به کشف ساختارهای پنهان و روابط پیچیده بین متغیرها نمی‌باشند [۶]. این شکاف روش‌شناختی نیازمند به‌کارگیری رویکردهای پیشرفته‌تر آماری است.

این مطالعه با سه هدف اصلی طراحی شده است:

۱. بررسی ساختار عاملی ارزش‌های آموزشی ریاضی با استفاده از تحلیل عاملی تأییدی.
۲. شناسایی پروفایل طبیعی دانش‌آموزان بر اساس الگوهای ارزشی با استفاده از تحلیل خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی.
۳. تحلیل روابط بین متغیرهای جمعیت‌شناختی (به ویژه قومیت) و ارزش‌های آموزشی با استفاده از رگرسیون چندگانه.

نکات برجسته مقاله:

- تلفیق چارچوب‌های نظری انتظار-ارزش و نظریه شوارتز برای تحلیل ارزش‌های آموزشی در حوزه ریاضی
- به‌کارگیری همزمان تحلیل عاملی تأییدی، خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی و رگرسیون چندگانه در یک مطالعه
- شناسایی چهار پروفایل طبیعی دانش‌آموزی بر اساس الگوهای ارزشی با استفاده از روش Ward
- تحلیل نقش قومیت به عنوان متغیر پیش‌بین در ارزش‌های آموزشی ریاضی با کدگذاری متغیر مصنوعی
- ارائه مدل مفهومی یکپارچه برای تبیین تأثیر ارزش‌های فرهنگی-اجتماعی بر ارزش‌های خاص حوزه ریاضی

۲- روش‌شناسی

۲-۱- روش نمونه‌گیری

در این مطالعه، داده‌های ۵۶۶ دانش‌آموز مقطع متوسطه (N=566) مورد تحلیل قرار گرفت. حجم نمونه با استفاده از فرمول کوکران برای جامعه نامحدود محاسبه شد:

$$n_0 = \frac{z_{1-\alpha/2}^2 \times p(1-p)}{d^2} = \frac{(1.96)^2 \times 0.5(1-0.5)}{(0.05)^2} = 384.16 \quad (2)$$

که در آن $p = 0.5$ (برای بیشینه کردن واریانس)، $d = 0.05$ (دقت مطلوب)، و $\alpha = 0.05$ (سطح اطمینان ۹۵٪) است. با در نظر گرفتن نرخ ریزش احتمالی، حجم نهایی نمونه ۵۶۶ نفر در نظر گرفته شد. روش نمونه‌گیری به صورت در دسترس بود. داده‌های مفقود (کمتر از ۱٪) با روش حذف موردی مدیریت شدند.

۲-۲- ابزار گردآوری داده‌ها

پرسشنامه محقق‌ساخته‌ای متشکل از ۱۴ گویه بر اساس مقیاس لیکرت ۱۰-نقطه‌ای طراحی شد. پایایی پرسشنامه با استفاده از آلفای کرونباخ محاسبه شد:

پایایی برای هر یک از خرده‌مقیاس‌ها نیز در بخش نتایج گزارش شده است.

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum \sigma_{item}^2}{\sigma_{total}^2} \right) = 0.89 \quad (3)$$

۲-۳- روش تحلیل داده‌ها

تمامی تحلیل‌ها با استفاده از نرم‌افزارهای SPSS نسخه ۲۶ و AMOS نسخه ۲۴ انجام شد.

۲-۳-۱- تحلیل عاملی تأییدی (CFA)

مدل عاملی با استفاده از روش بیشینه‌سازی راست‌نمایی با تصحیح مقاوم برای مقابله با عدم نرمال بودن چندمتغیره برازش داده شد. شاخص‌های برازش شامل χ^2 ، CFI، TLI، RMSEA و SRMR محاسبه و گزارش شدند. پایایی ترکیبی و واریانس استخراج شده برای هر عامل محاسبه شد.

۲-۳-۲- تحلیل خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی

خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی با استفاده از الگوریتم Ward و معیار فاصله اقلیدسی بر روی داده‌های استاندارد شده انجام شد. تعداد خوشه‌های بهینه با بررسی نمودار دندروگرام و محاسبه شاخص سیلوئت تعیین گردید.

۲-۳-۳- رگرسیون چندگانه

پیش از اجرای رگرسیون، فرضیات آن شامل نرمال بودن باقیمانده‌ها (با استفاده از نمودار Q-Q و آزمون کولموگروف-اسمیرنوف)، عدم همخطی چندگانه (با محاسبه عامل تورم واریانس) و همگنی واریانس باقیمانده‌ها (با استفاده از آزمون بروش-پاگان) بررسی

شد. متغیر قومیت به صورت دو نقطه ای کدگذاری شد. علاوه بر ضرایب رگرسیون، مقادیر R^2 و R^2 تعدیل شده نیز گزارش شد.

۳- یافته ها

۳-۱- تحلیل عاملی تاییدی (CFA)

نتایج تحلیل عاملی تاییدی نشان داد که مدل سه‌عاملی برازش مطلوبی با داده‌ها دارد (جدول ۱).

جدول ۱: شاخص‌های برازش مدل تحلیل عاملی تاییدی

شاخص برازش	مقدار	معیار مطلوب	نتیجه
χ^2 (df)	(۷۴)۲۱۵/۳۴	-	-
P_Value	$< ۰/۰۰۱$	$> ۰/۰۵$	قابل قبول
χ^2 / df	۲/۹۱	< ۳	قابل قبول
CFI	۰/۹۳	$> ۰/۹$	خوب
TLI	۰/۹۱	$> ۰/۹$	خوب
$RMSEA(90\%CI)$	$۰/۰۶(۰/۰۶, ۰/۰۷)$	$< ۰/۸$	خوب
SRMR	۰/۰۵	$< ۰/۸$	خوب

بارهای عاملی استاندارد شده، پایایی ترکیبی (CR) و واریانس استخراج شده (AVE) برای هر عامل در جدول ۲ گزارش شده است. تمامی بارهای عاملی از نظر آماری معنادار بودند ($p < 0.001$). مقادیر CR برای همه عوامل بالای ۰/۷ و مقادیر AVE نیز نزدیک یا بالای ۰/۵ بودند که نشان‌دهنده پایایی همگرا و روایی قابل قبول مدل است.

جدول ۲: بارهای عاملی استاندارد شده، CR، AVE

گوینه	عامل ۱: ارتباط گیری	عامل ۲: خانواده	عامل ۳: تمرین
گوینه ۱	۰/۷۵		
گوینه ۲	۰/۸۲		
گوینه ۳	۰/۶۸		
گوینه ۴	۰/۷۹		
گوینه ۵		۰/۷۱	
گوینه ۶		۰/۸۵	
گوینه ۷		۰/۷۷	
گوینه ۸		۰/۷۳	
گوینه ۹			۰/۸
گوینه ۱۰			۰/۷۶
گوینه ۱۱			۰/۶۹
گوینه ۱۲			۰/۸۲
آلفای کرونباخ	۰/۸۵	۰/۸۸	۰/۸۱
CR	۰/۸۶	۰/۸۹	۰/۸۳
AVE	۰/۵۵	۰/۶۲	۰/۵

۳-۲- تحلیل خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی

تحلیل خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی چهار خوشه متمایز را شناسایی کرد. میانگین شاخص سیلوئت ۰.۲۱ بود که وجود ساختار خوشه‌ای ضعیف تا متوسط را تأیید می‌کند. اندازه خوشه‌ها به ترتیب: خوشه ۱ ($n = 145$)، خوشه ۲ ($n = 187$)، خوشه ۳ ($n = 132$) و خوشه ۴ ($n = 102$) بود.

۳-۳- رگرسیون چندگانه

نتایج رگرسیون چندگانه (پس از اطمینان از برقراری فرضیات: $VIF < 3$ نرمال بودن تقریبی باقیمانده‌ها) نشان داد که قومیت پیش‌بین معنادار چندین ارزش آموزشی است (جدول ۳)

جدول ۳: نتایج رگرسیون چندگانه برای پیش‌بینی ارزش‌های آموزشی بر اساس قومیت

متغیر وابسته	β	SE	t	P_Value	R^2
ارتباط‌گیری	۰/۳۴۶	۰/۱۰۲	۳/۳۹	۰/۰۱	۰/۱۵
خانواده	۰/۴۹۲	۰/۹۸	۵/۰۲	<۰/۰۱	۰/۱۲
تمرین	۰/۴۳۳	۰/۹۵	۴/۵۶	<۰/۰۱	۰/۱
حل مساله	۰/۲۹۱	۰/۸۸	۳/۳۱	۰/۰۱	۰/۰۸
تعلق خاطر	۰/۲۵۳	۰/۱۰۱	۲/۵	۰/۱۲	۰/۰۷

۴- نتیجه‌گیری

۴-۱- تفسیر یافته‌ها و چارچوب نظری

یافته‌های این مطالعه از چندین جنبه حائز اهمیت است. اولاً، تأیید مدل سه‌عاملی ($CFI = 0.93, RMSEA = 0.06$) نه تنها از نظر آماری مطلوب است، بلکه از منظر چارچوب نظری تلفیقی نیز قابل تفسیر است. این سه عامل را می‌توان به عنوان تجلی‌های حوزه‌خاص ریاضی از ابعاد نظریه شوارتز [۳] در نظر گرفت:

- عامل ارتباط‌گیری با بعد تعالی خود مرتبط است، چرا که بر ارزش‌های اجتماعی و ارتباط بین‌فردی در یادگیری ریاضی تأکید دارد.
- عامل خانواده با بعد حفاظت ارتباط دارد، زیرا بر ارزش‌های سنتی، امنیت و هنجارهای خانوادگی تمرکز می‌کند.
- عامل تمرین با بعد خودافزایی مطابقت دارد، چرا که بر پیشرفت، موفقیت و کارایی در ریاضیات تأکید می‌ورزد.

این تفسیر، پیوند نظری بین نظریه انتظار-ارزش (که بر مکانیسم‌های روان‌شناختی خاص حوزه تأکید دارد) و نظریه شوارتز (که بر ارزش‌های فرهنگی-اجتماعی بنیادین تمرکز می‌کند) را تقویت می‌نماید.

ثانیاً، شناسایی چهار پروفایل متمایز دانش‌آموزی نشان می‌دهد که رویکرد یک‌اندازه-همه‌کس در آموزش ریاضیات ناکارآمد است. این یافته با نظریه پروفایل‌های یادگیری [۴] مطابقت دارد که بر تفاوت‌های فردی در ترجیحات و ارزش‌های یادگیری تأکید می‌کند.

ثالثاً، نقش معنادار قومیت در پیش‌بینی ارزش‌های آموزشی ($\beta_{\text{قومیت}} = 0.492$) همسو با نظریه سرمایه فرهنگی بوردیو [۵] است که بر تأثیر زمینه فرهنگی-اجتماعی بر ترجیحات و ارزش‌های آموزشی تأکید می‌کند. این یافته نشان می‌دهد که قومیت می‌تواند به عنوان یک پروکسی برای تفاوت‌های نظام‌مند در اجتماعی‌سازی، هنجارهای خانوادگی و دسترسی به منابع فرهنگی عمل کند.

۲-۴- مقایسه با پژوهش‌های پیشین

یافته‌های این مطالعه از جنبه‌های متعددی با پژوهش‌های پیشین همسو است. در مقایسه با مطالعه [۱] که بر ارزش‌های ارتباطی و اجتماعی در آموزش ریاضی تأکید داشت، یافته حاضر مبنی بر معناداری عامل ارتباط‌گیری این دیدگاه را تأیید می‌کند. با این حال، مطالعه حاضر با شناسایی سهم متمایز عامل خانواده، گستره مفهومی ارزش‌های آموزشی ریاضی را بسط داده است. در مقایسه با مطالعه [۶]، اگرچه الگوهای کلی ارزشی تا حدی مشابه هستند، اما وزن نسبی هر یک از عوامل (به ویژه نقش بارزتر ارزش‌های جمع‌گرایانه در نمونه ایرانی) به طور معناداری متفاوت است که بر اهمیت عوامل فرهنگی-زمینه‌ای صحنه می‌گذارد.

۳-۴- مفاهیم عملی

یافته‌های این مطالعه، نتایج عملی مهمی دارد:

۱. طراحی آموزشی تفکیک‌شده: معلمان می‌توانند بر اساس پروفایل‌های ارزشی شناسایی‌شده، مداخلات آموزشی شخصی‌شده طراحی کنند.
۲. توسعه حرفه‌ای معلمان: آموزش معلمان در زمینه درک و احترام به تنوع ارزشی و فرهنگی دانش‌آموزان.
۳. سیاست‌گذاری آموزشی: طراحی برنامه آموزشی که تنوع فرهنگی و ارزشی را در نظر می‌گیرد.

۴-۴- محدودیت‌ها و جهت‌های آینده

محدودیت‌های این مطالعه شامل استفاده از داده‌های خود اظهاری، نمونه‌گیری در دسترس و طراحی مقطعی است. مطالعات آینده می‌توانند:

۱. از روش‌های آمیخته (کیفی-کمی) استفاده کنند.
۲. طرح‌های طولی را به کار ببرند.
۳. تعدیل‌گرها و میانجی‌های اضافی را بررسی کنند.
۴. از روش‌های پیشرفته آماری مانند تحلیل پروفایل پنهان (LPA) یا تحلیل شبکه‌ای استفاده کنند.

۵-۴- جمع‌بندی نهایی

این مطالعه نشان داد که رویکردهای چندمتغیره پیشرفته می‌توانند درک عمیق‌تری از پیچیدگی نظام ارزشی آموزشی ارائه دهند. یافته‌ها بر اهمیت توجه به تنوع فرهنگی و ارزشی در آموزش ریاضیات تأکید می‌کنند و یک چارچوب نظری-روش تلفیقی برای مطالعات آینده فراهم می‌کنند.

مراجع

- [1] Seah, W. T. (۲۰۱۹). Values in mathematics education: Its conative nature, and how it can be developed. *Journal of the Korean Society of Mathematics Education*, ۲۲(۲), ۹۹-۱۲۱.
- [2] Eccles, J. S., & Wigfield, A. (۲۰۲۰). From expectancy-value theory to situated expectancy-value theory: A developmental, social cognitive, and sociocultural perspective on motivation. *Contemporary Educational Psychology*, ۶۱, ۱۰۱۸۵۹.
- [3] Schwartz, S. H. (۲۰۱۲). An overview of the Schwartz theory of basic values. *Online Readings in Psychology and Culture*, ۲(۱), ۲۰-۱.
- [4] Tomlinson, C. A. (۲۰۰۱). How to differentiate instruction in mixed-ability classrooms. ASCD.
- [5] Bourdieu, P. (۱۹۸۶). The forms of capital. In J. Richardson (Ed.), *Handbook of theory and research for the sociology of education* (pp. ۲۵۸-۲۴۱). Greenwood.
- [6] Hill, J. L., & Hunter, J. (۲۰۲۳). Examining the mathematics education values of diverse groups of students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, ۵۴(۸), ۱۶۱۴-۱۶۳۳.

¹Department of Mathematics and Computer Science, Ur.C., Islamic Azad University, Urmia, Iran, m.rajaeisalmasi@iau.ac.ir.

Correspondence

Mehdi Rajaei Salmasi, Department of Mathematics and Computer Science, Ur.C., Islamic Azad University, Urmia, Iran, M.rajaeisalmasi@iau.ac.ir.

Received:

Revised:

Accepted:

Analysis of Mathematical Educational Values Using a Multivariate Approach: Application of Confirmatory Factor Analysis and Hierarchical Clustering

Mehdi Rajaei Salmasi, Assistant Proffesor ¹ 

Abstract

This study employed advanced multivariate statistical methods to analyze mathematical educational values among 566 high school students. Using confirmatory factor analysis (CFA), structural equation modeling (SEM), and hierarchical cluster analysis, the underlying structure of educational values and natural student profiles were investigated. The findings revealed that the three-factor model demonstrated satisfactory fit indices. Composite reliability (CR) and average variance extracted (AVE) were at acceptable levels for all factors. Hierarchical cluster analysis using Ward's method on standardized data identified four distinct profiles with unique value characteristics and demographic features, which were validated by the silhouette index. Results from multiple regression analysis (after verifying assumptions and coding ethnicity as a dummy variable) showed that ethnicity significantly predicted values related to communication, family, and practice. These findings, interpreted within the integrated framework of Expectancy-Value Theory and Schwartz's Theory, emphasize the importance of applying multivariate approaches to understand the complexity of educational value systems.

Keywords: Mathematical Educational Values, CFA, Hierarchical Clustering, Structural Equation Modeling, Expectancy-Value Theory, Schwartz's Theory.