

مقاله پژوهشی

توازن و تنوع؛ حلقه مفقوده در طراحی مسائل کلامی جمع و تفریق در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی

سمیه نجاتی نیک^۱ | زهرا رحیمی*^۲ | کبری بهاء‌لو هوره^۳ | مریم صالح‌نژاد^۴

چکیده:

مطالعه حاضر با هدف تحلیل مسائل کلامی جمع و تفریق اعداد طبیعی در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی ایران و ارزیابی میزان تنوع و جامعیت آن‌ها انجام شده است. پژوهش از نوع کاربردی و با رویکرد تحلیل محتوای کمی صورت گرفت. چارچوب چهارده‌گانه رایلی و همکاران مبنای تحلیل داده‌ها قرار گرفت و تمامی کتاب‌های درسی ریاضی پایه اول تا ششم دوره ابتدایی بررسی شد. نتایج نشان داد از میان ۱۱۵ مسئله کلامی مرتبط با جمع و تفریق اعداد طبیعی، بیشترین فراوانی به دسته «تغییر» اختصاص دارد. پس از آن دسته‌های «ترکیب» و «مقایسه» با فاصله قابل توجه در مراتب بعدی قرار گرفتند، در حالی که سایر انواع مسائل تقریباً نادیده گرفته شده‌اند. این الگو در تمامی پایه‌ها تقریباً یکسان است، به جز پایه ششم که هیچ مسئله کلامی مربوط به جمع و تفریق اعداد طبیعی در آن وجود ندارد و تمرکز مسائل صرفاً بر جمع و تفریق اعداد کسری بوده است. این یافته‌ها بیانگر فقدان توازن و تنوع طراحی مسائل کلامی در کتاب‌های ریاضی ابتدایی است؛ کمبودی که می‌تواند مانع غنی‌سازی مفهوم جمع و تفریق در ذهن دانش‌آموزان شود و رشد مهارت‌های حل مسئله را محدود سازد.

کلیدواژه‌ها: اعداد و عملیات، اعداد طبیعی، جمع و تفریق، حل مسئله، مسائل کلامی، مسائل نمادی.

^۱ دانش‌آموخته کارشناسی ارشد آموزش و پرورش دبستان، دانشکده روانشناسی و علوم تربیتی، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران، somayehnejati597@gmail.com
^۲ استادیار گروه آموزش و پرورش، دانشکده روانشناسی و علوم تربیتی، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران، za.rahimi@atu.ac.ir
^۳ دانش‌آموخته دکتری برنامه ریزی درسی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران، bahalu@gmail.com
^۴ استادیار گروه علوم پایه و علوم کامپیوتر، واحد تهران غرب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران، salehnejadmaryam@gmail.com

نویسنده مسئول:

* زهرا رحیمی، استادیار گروه آموزش و پرورش، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران، za.rahimi@atu.ac.ir

موضوع اصلی:

مسئله کلامی جمع و تفریق در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت: ۷ مهرماه ۱۴۰۴

تاریخ بازنگری:

تاریخ پذیرش:

نکات برجسته مقاله:

- تحلیل کمی و جامع مسائل کلامی جمع و تفریق در کتاب‌های درسی ریاضی همه پایه‌های ابتدایی ایران با چارچوب یکسان.
- آشکارسازی عدم توازن محسوس در توزیع انواع مسائل کلامی (غلبه مسائل از نوع «تغییر» و کمبود مسائل از نوع «ترکیب» و «مقایسه» در تمامی پایه‌های بررسی شده).
- مقایسه نتایج با پژوهش‌های بین‌المللی (ترکیه، آمریکا، بلژیک، مالزی و ...) برای نشان دادن گستردگی جهانی مشکل عدم توازن و تنوع در انواع مسائل کلامی و تأکید بر ضرورت تنوع‌بخشی متوازن در طراحی محتوای آموزشی.

۱- مقدمه

ریاضی به منزله یکی از علوم پایه که پیوند گسترده‌ای با حوزه‌های گوناگون دانش مانند اقتصاد، فناوری‌های نوین، علوم اجتماعی و آمار، علوم زیستی و فیزیکی دارد، مورد توجه نظام‌های آموزشی بوده است [۱]. از این رو همواره جزئی جدانشدنی از برنامه درسی مدارس سراسر دنیا بوده و از آن به عنوان دانشی که می‌تواند دانش‌آموزان را به شیوه‌های قدرتمند و منحصربه‌فرد توصیف، تجزیه و تحلیل و تغییر جهان اطراف مجهز سازد، یاد می‌شود. علاوه بر این، پیشرفت دانش‌آموزان در حوزه‌های دیگر برنامه درسی، اغلب وابسته به مهارت‌های ریاضی و مسلط بودن بر پایه‌های ریاضیات است [۲].

پژوهش‌های مرتبط با دشواری‌های ریاضی نشان می‌دهند که شناسایی زودهنگام و مداخلات هدفمند بر مؤلفه‌های پایه، نظیر شمارش و حساب کردن، راهکاری برای بهبود مهارت‌های ریاضی است [۳]. یادگیری محاسبات که شامل چهار عمل اصلی است، آن‌چنان مهم و اساسی است که اگر فردی در یادگیری محاسبات دچار مشکل شود، تقریباً همواره گره باز نشده‌ای در زندگی او می‌ماند و همیشه در برخورد با مسائل ریاضی دچار چالش خواهد بود [۴].

کودکان در اولین مرحله یادگیری ریاضیات پس از آشنایی با اعداد، با مفهوم دو عمل جمع و تفریق از علم حساب و مسائل مربوط به آن آشنا می‌شوند [۵]. در واقع انجام عملیات ریاضی یکی از مهم‌ترین مفاهیم پایه در ریاضیات ابتدایی است و «اعداد و عملیات» در برنامه درسی اغلب کشورها جایگاهی ویژه دارد. برای مثال شورای معلمان ریاضی آمریکا [۶]، پنج استاندارد موضوعی برای ریاضیات معرفی می‌کند که اولین آن‌ها اعداد و عملیات است. این حوزه به عنوان یکی از شاخه‌های اصلی ریاضیات، می‌تواند مبنایی برای یادگیری سایر محتواهای ریاضی باشد [۷].

شروع یادگیری ریاضیات با دو عمل جمع و تفریق، بنیانی برای یادگیری ریاضیات آتی دانش‌آموزان فراهم می‌کند که فراهم‌کننده مقدمات آموزش مفاهیم ریاضی پیشرفته است [۸]. پژوهش‌های اخیر بر اهمیت درک مفهومی از اعمال پایه ریاضی مانند جمع و تفریق تأکید کرده‌اند و نشان داده‌اند که تمرکز بر روابط عددی در سال‌های ابتدایی یادگیری، تأثیری پایدار بر رشد توانایی‌های ریاضی در سال‌های بعد دارد [۹]. همچنین مطالعات انجام شده در این حوزه، نشان می‌دهند که مشکلات دانش‌آموزان در یادگیری بسیاری از مفاهیم ریاضی مانند تناسب، کسرها، نسبت و جبر ناشی از این است که آن‌ها دو عمل جمع و تفریق را در حد تسلط یاد نگرفته‌اند [۷]؛ بنابراین زمینه‌سازی برای رشد قابلیت‌های مطرح در این حوزه از طریق برنامه‌ریزی مناسب را می‌توان از وظایف عمده نظام آموزش عمومی به حساب آورد [۱۰]. همه دانش‌آموزان قادر به فراگیری چهار عمل اصلی هستند؛ ولی آنچه مهم است فهم مطالب، یافتن ارتباط میان آن‌ها در ذهن و به کارگیری آن‌هاست. دانش‌آموزان باید بدانند که چگونه به یک مسئله فکر کنند، بفهمند که مسئله چیست و تنها پس از آن شروع به فکر کردن در مورد بهترین راه برای حل آن کنند. اغلب دانش‌آموزان وقتی در موقعیت حل مسئله قرار می‌گیرند با مشکل بیشتری مواجه‌اند؛ چراکه برای حل مسائل، علاوه بر داشتن مهارت‌های مربوط به عمل جمع و تفریق باید دارای مهارت‌های زبانی و درک متنی نیز باشند [۱۱].

مسائل جمع و تفریق از لحاظ بیان، به دو دسته کلی مسائل کلامی و مسائل نمادی تقسیم می‌شوند. مسائل نمادی، مسائلی هستند که به وسیله اعداد و نمادهای ریاضی بیان می‌شوند. اما مسائل کلامی، موقعیتی از دنیای واقعی را توصیف می‌کنند [۱۲] که در آن‌ها مقدار قابل توجهی از اطلاعات، به جای نمادگذاری‌های ریاضی، به صورت متن ارائه شده است [۱۳]. بر این اساس مسائل کلامی جمع و تفریق، متشکل از عبارات کلامی (متنی) برای بیان موقعیتی است که متناظر با عمل جمع یا تفریق است. بازنویسی و ساده‌سازی زبانی مسائل کلامی، درک دانش‌آموزان از موقعیت‌های عددی را افزایش می‌دهد [۱۴]. در حل مسائل کلامی، دانش‌آموزان ابتدا موقعیت ارائه شده در متن را در قالب یک مدل موقعیتی معنا می‌کنند، سپس آن را به یک ساختار انتزاعی یا مدل ریاضی تبدیل کرده و در نهایت این مدل را به یک پاسخ عددی بازنمایی می‌کنند؛ به همین دلیل، مسائل کلامی از نظر فرایند شناختی با مسائل نمادی صرف تفاوت دارند [۱۷-۱۵].

مطالعات نشان می‌دهند که دانش‌آموزان دوره ابتدایی در حل مسائل کلامی در مقایسه با مسائل محاسباتی در ریاضیات با مشکلات بیشتری مواجهند و به سختی می‌توانند خود را با مسائل کلامی وفق دهند، زیرا برای دست‌وپنجه نرم کردن با آن‌ها به درستی آموزش ندیده‌اند. استفاده از الگوهای ثابت تصمیم‌گیری در خصوص حل مسائل مربوط به جمع و تفریق از طرف

دانش‌آموزان می‌توانند ناشی از دلایل گوناگون از جمله عدم توجه مؤلفان یا معلمان در به‌کارگیری انواع مدل‌ها و مسائل مربوط به جمع و تفریق در کلاس درس ریاضی یا محتوای کتاب‌های درسی باشد [۱۸].

ضرورت پرداختن جامع به انواع مسائل جمع و تفریق، در ایران که برنامه و کتاب درسی، محور اساسی آموزش و یادگیری است [۱۹]، اهمیتی مضاعف دارد. چرا که محتوای برنامه و کتب درسی ریاضی، تأثیری مهم بر عملکرد دانش‌آموزان در درس ریاضی دارد و معلمان تا حدود زیادی از کتاب درسی به‌عنوان منبع تدریس استفاده می‌کنند [۲۰]؛ تا بدان جا که کتب درسی در نظام آموزشی ایران را می‌توان مظهر برنامه درسی دانست [۲۱]. لذا ضروری است که سازمان‌دهی مفاهیم در کتاب‌های درسی و از جمله در محتوای اعمال جمع و تفریق ساختاری منسجم، روشن و جامع داشته باشد.

مطالعات مختلفی با هدف بررسی فرایند آموزش اعمال جمع و تفریق در اهداف برنامه، آموزش و محتوای کتب درسی ریاضی انجام شده است؛ برای مثال در مطالعه‌ای، فرایند آموزش اعمال جمع و تفریق در اهداف برنامه و همچنین محتوای کتاب درسی ریاضی پایه اول ابتدایی در کشورهای ایران، ژاپن و آمریکا مقایسه شده است [۱۱]. پژوهش دیگری، با هدف تحلیل و بررسی توانایی طراحی تکلیف مدرسان ریاضی در خصوص دو عمل جمع و تفریق انجام شده است [۲۲]. با وجود این، هنوز کتاب‌های درسی ریاضی پایه اول تا ششم ابتدایی از منظر توجه به انواع مختلف مسائل کلامی جمع و تفریق تحلیل نشده‌اند. بدین ترتیب این پژوهش با مبنا قرار دادن چارچوب تحلیلی رایلی و همکاران [۲۳] به دنبال آن است که محتوای کتاب‌های درسی ریاضی پایه اول تا ششم را در محور مسائل کلامی جمع و تفریق اعداد طبیعی مورد تحلیل قرار دهد و با سنجش میزان توجه کتاب درسی به مدل‌های مختلف جمع و تفریق خلأها یا نقاط قوت آموزشی را در این خصوص روشن سازد.

۲- پیشینه نظری و پژوهشی

اعداد و عملیات، شمارش و محاسبات عددی، از جمله مباحث اساسی و جدایی‌ناپذیر در برنامه درسی ریاضی است [۲۴]. آموزش اعداد و عملیات، در برنامه درسی ریاضیات سراسر دنیا، امری جهانی است که مبنایی برای همه موضوعات دیگر در ریاضی ارائه می‌کند و یکی از اولین موضوعاتی است که به طور رسمی در مدارس آموزش داده می‌شود [۱۳]. هدف این حوزه از دانش ریاضی، ایجاد درک و فهم عددها، بازنمایی اعداد، روابط بین اعداد و سیستم‌های عددی، درک معنی عمل‌ها و چگونگی ارتباط آن‌ها با یکدیگر، محاسبه سریع و با مهارت و برآورد جواب با دلیل و برهان است [۶]. اعداد و عملیات بین آنها، سنگ بنای برنامه درسی ریاضی در بسیاری از کشورهاست و حل مسائل در حوزه‌های جبر، هندسه، اندازه‌گیری و آمار، اغلب به دانش دانش‌آموزان از اعداد و عملیات مرتبط است [۲۵]. این حیطه از دانش ریاضیات، بر ایجاد و توسعه درک عددی متمرکز است و منظور از درک عددی داشتن توانایی تصور ذهنی مناسب از اعداد، شناسایی موقعیت‌های مناسب، واقعی و مرتبط با اعداد مختلف و کاربرد اعداد در زندگی روزمره است [۲۶]. این حیطه همچنین بر درک مفاهیم اعمال و چگونگی ارتباط آن‌ها با هم و با مفهوم اعداد تمرکز دارد [۲۴].

جمع و تفریق به عنوان پایه‌ای برای آموزش سایر مفاهیم ریاضی، نخستین اعمالی است که در علم حساب آموزش داده می‌شود [۲۴] و از لحاظ شیوه بیان، به دو دسته کلی مسائل کلامی و مسائل نمادی تقسیم می‌شود. در مسائل کلامی از عبارات کلامی (متنی) برای بیان موقعیتی که متناظر با عمل جمع و تفریق است؛ استفاده می‌شود [۱۱] و در آن، مقدار قابل توجهی از اطلاعات به‌جای نمادهای ریاضی، به‌صورت متن ارائه شده است. قبل از حل مسائل کلامی، کودکان بایستی قادر باشند بیان کنند که در مسئله، چه چیزی خواسته شده است، چه چیزی داده شده است، راهنماهای متنی موجود را تشخیص دهند و عمل درستی را که باید انجام دهند، تعیین کنند [۱۳].

پژوهشگران آموزش ریاضی دسته‌بندی‌های مختلفی برای مسائل کلامی ارائه کرده‌اند. یکی از این تقسیم‌بندی‌ها مسائل را در سه دسته مسائل کلامی حساب، مسائل کلامی جبر و مسائل کلامی هندسه طبقه‌بندی کرده است [۲۷]. در دسته‌بندی دیگری، مسائل کلامی، شامل مسائل کلامی استاندارد و مسائل کلامی تفسیری است [۲۸]. کارپنتر و موزر در تلاش برای این دسته‌بندی به چهار بخش کلی پیوستن/افزودن، جدا کردن، جزئی از کل و مقایسه اشاره کرده‌اند [۲۹]. مدلی که در این مطالعه مبنای



تحلیل قرار گرفته است، متعلق به رایلی و همکاران [۲۳] است که دسته‌بندی چهارده‌گانه‌ای برای مسائل کلامی جمع و تفریق ارائه می‌کند. این دسته‌بندی به طور مفصل در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱: انواع مسائل کلامی جمع و تفریق [۲۳]

نوع	جهت	مجهول	نمونه
مسائل تغییر	افزایش	نتیجه تغییر	مریم ۵ مهره دارد. فاطمه ۳ مهره به او می‌دهد. حالا مریم چند مهره دارد؟
	کاهش	نتیجه تغییر	مریم ۸ مهره دارد، ۳ مهره خود را به فاطمه می‌دهد. حالا مریم چند مهره دارد؟
	افزایش	مقدار تغییر	مریم ۵ مهره داشت، فاطمه تعدادی مهره به او داد. حالا مریم ۸ مهره دارد. فاطمه چند مهره به او داده است؟
	کاهش	مقدار تغییر	مریم ۸ مهره داشت. فاطمه تعدادی مهره از او گرفت. حالا مریم ۵ مهره دارد. فاطمه چند مهره از او گرفته است؟
	افزایش	مقدار اولیه	مریم تعدادی مهره داشت. فاطمه به او ۳ مهره داد. حالا مریم ۸ مهره دارد. مریم چند مهره داشته است؟
	کاهش	مقدار اولیه	مریم تعدادی مهره داشت. فاطمه از او ۳ مهره گرفت. حالا مریم ۵ مهره دارد مریم چند مهره داشته است؟
مسائل ترکیب	بیشتر	مجموع	مریم ۸ مهره و فاطمه ۵ مهره دارند. آن‌ها روی هم چند مهره دارند؟
		زیر مجموع	مریم و فاطمه روی هم ۱۳ مهره دارند. مریم ۸ مهره دارد. فاطمه چند مهره دارد؟
	کمتر	اختلاف	مریم ۸ و فاطمه ۵ مهره دارد. مریم چند مهره بیشتر از فاطمه دارد؟
	بیشتر	اختلاف	مریم ۸ مهره و فاطمه ۵ مهره دارد. فاطمه چند مهره کمتر از مریم دارد؟
مسائل مقایسه	بیشتر	مقایسه	مریم ۵ مهره دارد. فاطمه ۳ مهره بیشتر از او دارد. فاطمه چند مهره دارد؟
		مقایسه	مریم ۸ مهره دارد. فاطمه ۳ مهره کمتر از او دارد. فاطمه چند مهره دارد؟
	بیشتر	ارجاع به فرد اول	مریم ۸ مهره دارد. اگر مریم ۳ مهره بیشتر از فاطمه داشته باشد؛ فاطمه چند مهره دارد؟
	کمتر	ارجاع به فرد اول	مریم ۵ مهره دارد. اگر مریم ۳ مهره کمتر از فاطمه داشته باشد؛ فاطمه چند مهره دارد؟

مطالعات مختلفی در خصوص دو عمل جمع و تفریق صورت گرفته است. برخی مطالعات در بستر طرح مسئله به مطالعه جمع و تفریق در دوره ابتدایی پرداخته‌اند. برای نمونه در پژوهشی، درک دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از اعمال جمع، تفریق و ضرب با استفاده از تکلیف طرح مسئله بررسی شده است. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که اکثر دانش‌آموزان جمع، تفریق و ضرب را به صورت رویه‌ای درک کرده‌اند. محققین این مطالعه معتقدند که مباحث و تمرین‌های موجود در کتب درسی ریاضی دوره ابتدایی ایران، از وسعت و عمق کافی برخوردار نیست [۳۰].

در پژوهش دیگری، توانایی طرح مسئله کلامی دانش‌آموزان، در خصوص دو عمل جمع و تفریق و میزان ارتباط آن با محتوای کتاب درسی ریاضی پایه سوم ابتدایی بررسی شده است. این مطالعه نشان می‌دهد که مسائل کلامی طرح‌شده در این پایه از تنوع کافی برخوردار نیست و فقط شامل ۵ نوع از ۱۴ نوع مسائل کلامی جمع و تفریق در مدل رایلی و همکاران [۲۳] است. به علاوه، دانش‌آموزان در طرح مسائل کلامی جمع و تفریق، خود را در قالب‌های از پیش تعیین‌شده که توسط محتوای کتاب درسی تعیین شده است؛ محصور می‌کنند و در طرح مسائل به شیوه واگرا تفکر نمی‌کنند [۳۱]. مطالعه دیگری، توانایی طراحی تکلیف مدرسان استانی کتاب‌های جدیدالتألیف ریاضی دوره ابتدایی را بر اساس موقعیت‌های طرح مسئله در خصوص دو عمل جمع و تفریق بررسی کرده است. یافته‌های این مطالعه از ارتباط تنگاتنگ بین مسائل طرح‌شده در محتوای کتاب درسی ریاضی و توانایی طرح مسئله مدرسان در خصوص مفاهیم مختلف از جمله دو عمل جمع و تفریق خبر می‌دهد [۲۲].

دسته دوم مطالعات در این زمینه، به تحلیل محتوای کتاب درسی اختصاص یافته است. برای مثال ایزدی و همکاران با بررسی و مقایسه فرایند آموزش اعمال جمع و تفریق در کتاب‌های درسی ریاضی پایه اول ابتدایی در سه کشور ایران، آمریکا و ژاپن به این نتیجه رسیده‌اند که محتوای کتاب جدید ریاضی اول ابتدایی در ایران، با وجود اینکه اهداف برنامه درسی بر «مفهوم‌سازی مناسب» متمرکز است، بیشتر بر توسعه دانش رویه‌ای در یادگیری دانش‌آموزان تأکید دارد [۱۱]. محسن‌پور و بطویی آوزمان

هم با ورود به این حوزه، مطالعات صورت گرفته در حوزه مسائل کلامی ریاضی را بررسی کرده‌اند. نتایج این مطالعه حاکی از آن است که اغلب پژوهش‌های صورت گرفته، در زمینه چالش‌های دانش‌آموزان در حل مسئله، تأثیر روش‌های تدریس نوین، نقش عوامل شناختی- فراشناختی- عاطفی در حل مسائل کلامی ریاضی و عوامل عصب‌شناختی و دو زبانی بودن دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی است [۳۲]. مطالعه حق‌وردی نیز ویژگی‌های مسائل کلامی ریاضی دوره راهنمایی و راهکارهای تسهیل فرایند حل آن‌ها را بررسی کرده و ریشه اصلی مشکلات دانش‌آموزان را در بازنمایی و فهم ناقص مسائل کلامی، دشواری متن و وجود زمینه‌های نا آشنا در این نوع مسائل می‌داند [۱۲].

از دیگر مطالعات داخلی صورت گرفته که با جنبه‌هایی از مطالعه حاضر مرتبط است، پژوهشی است که یافتیان و اسد نژاد در زمینه مسائل کلامی انجام داده‌اند. این پژوهش با هدف بررسی و مقایسه عملکرد دانش‌آموزان دختر و پسر پایه چهارم در حل مسائل کلامی ریاضی انجام شده است. در این مطالعه بیان شده است که شمار اندک مسائل کلامی ارائه شده در کتاب‌های درسی ریاضی پایه‌های اول تا چهارم ابتدایی و در نتیجه آموزش ناکافی در این زمینه از عوامل منفی مؤثر در مشکلات دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی است [۳۳].

تجزیه و تحلیل مسائل کلامی جمع و تفریق در مطالعات خارجی نیز از مدت‌ها قبل مورد توجه محققان بوده است. برای مثال پژوهشی در بلژیک، با تجزیه و تحلیل مسائل کلامی جمع و تفریق در کتاب‌های درسی پایه اول این کشور، گزارش می‌کند که دامنه مسائل ارائه شده در این کتاب‌ها متنوع نبوده و به‌طور کلی محدود به ساده‌ترین انواع آن‌هاست. این امر ممکن است مانع شکل‌گیری مفهومی غنی از جمع و تفریق در ذهن دانش‌آموزان باشد [۳۴]. در ترکیه هم، دو پژوهش مجزا به تحلیل کتاب‌های درسی و بررسی مسائل کلامی جمع و تفریق پرداخته و هر دو بر این باورند که کتاب‌های درسی ترکیه به اندازه کافی به انواع مسائل جمع و تفریق توجه نکرده‌اند و این موضوع، عدم موفقیت دانش‌آموزان را در پی داشته است [۳۵، ۳۶]. مطالعه مشابهی در مالزی هم نشان می‌دهد که در متون ریاضیات مورد استفاده در پایه‌های اول، دوم و سوم این کشور، توزیع سیستماتیک انجام نشده و در برخی دسته‌ها به‌صورت حداقلی و در برخی دیگر به‌شکل حداکثری مورد توجه واقع شده است [۳۷].

مطالعه دیگری هم با عنوان تجزیه و تحلیل مسائل کلامی جمع و تفریق در کتاب‌های درسی ریاضیات ابتدایی در کشورهای آمریکا و روسیه انجام شده است. در این مطالعه تأثیر بالقوه محیط آموزشی به‌ویژه کتاب درسی، بر دشواری نسبی انواع مسائل کلامی جمع و تفریق ارزیابی شده. نتایج نشان می‌دهد که توزیع مسائل کلامی در انواع مختلف مسئله در متون آمریکایی بسیار ناهمگن است. به‌طوری که ۷۵٪ مسائل، از نوع مسئله ساده و یک مرحله‌ای است. در کتاب‌های درسی کشور روسیه مسائل در انواع مختلف از جمله مسائل پیچیده‌تر دومرحله‌ای توزیع شده‌اند. اکثر مسائل موجود در متون آمریکایی آن‌هایی است که حل آن‌ها برای کودکان آمریکایی آسان‌تر است و کتاب‌های درسی روسیه نسبت به کتاب‌های درسی آمریکا، روش ارائه متغیرتر و توزیع شده‌تری را ارائه کرده است [۳۸].

مرور پژوهش‌هایی که درباره مسائل کلامی جمع و تفریق ریاضی انجام گرفته، حاکی از آن است که تاکنون پژوهشی اعمال جمع و تفریق ریاضی را در هر شش پایه ابتدایی در ایران، با لنزی یکسان نظیر چهارچوب جامع رایلی و همکاران [۲۳] مورد تحلیل قرار نداده است. با در نظر گرفتن نتایج این پژوهش‌ها باور بر این است که ارائه مسائل استاندارد جمع و تفریق به صورت توزیع متعادل در کتاب‌های درسی باعث بهبود مهارت‌های حل مسئله در دانش‌آموزان شده و زمینه‌ای غنی برای یادگیری مفاهیم جمع و تفریق فراهم می‌کند. لذا این مطالعه با هدف تحلیل مسائل کلامی جمع و تفریق اعداد طبیعی در کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی ایران و ارزیابی میزان تنوع و جامعیت آن‌ها انجام شده است.

۳- روش پژوهش

این مطالعه از نظر هدف، در زمره پژوهش‌های کاربردی است و در پارادایم کمی و به روش تحلیل محتوا انجام شده است. این مطالعه محتوای کتب ریاضی پایه اول تا ششم ابتدایی را در خصوص مسائل کلامی جمع و تفریق با محوریت اعداد طبیعی و

همچنین اعداد مرکب^۱ تحلیل کرده و میزان جامعیت آن را با معیار قرار دادن مدل چهارده گانه جمع و تفریق مسائل کلامی رایلی و همکاران [۲۳] مورد بررسی قرار داده است. این چارچوب به عنوان ملاکی برای داوری ارزشیابانه در خصوص محتوای کتاب‌های درسی ریاضی در محور مسائل کلامی جمع و تفریق در نظر گرفته شده است و می‌تواند برای بهبود تصمیمات لازم در برنامه‌ریزی آموزشی مورد استفاده قرار گیرد.

بدین ترتیب، جامعه آماری شامل کتاب‌های درسی ریاضی پایه اول تا ششم دوره ابتدایی چاپ ۱۴۰۳-۱۴۰۴ و نمونه، شامل تمام صفحاتی از کتاب درسی است که به جمع و تفریق اعداد طبیعی اختصاص دارد. لذا جمع و تفریق اعداد کسری، اعداد اعشاری و نیز اعداد صحیح منفی، مدنظر این مطالعه نیست.

ابزار کار، چک‌لیست برآمده از مدلی است که در جدول ۱ بدان اشاره شد. چک‌لیست استخراج شده از این مدل نخستین بار توسط ایزدی و محمد اسماعیلی [۳۱] و سپس توسط ریحانی و ایزدی [۲۲] استفاده شده است. برای تحلیل داده‌ها و مقایسه محتوای کتب درسی ریاضی دوره ابتدایی با استانداردهای مسائل کلامی جمع و تفریق ارائه شده در مدل یاد شده، از روش کمی استفاده شد. به این صورت که فراوانی به دست آمده از تحلیل کتاب‌های ریاضی پایه اول تا ششم ابتدایی به تفکیک هر پایه استخراج شده و در جدول مربوطه ثبت شده است.

بدین ترتیب تمام مسائل کلامی که می‌توان با جمع و تفریق اعداد طبیعی و اعداد مرکب حل کرد، در تحلیل وارد شد و از عبارات نمادین مانند « $۱۲ + ۲۳ = ؟$ » و عباراتی مانند «۴ بیشتر از ۱۰؟» صرف نظر شد. برای اعتبار بخشیدن به مطالعه از دو تن از معلمان باتجربه آموزش ابتدایی کمک گرفته شد و از آن‌ها خواسته شد بخش‌هایی از مسائل کلامی کتاب‌های ریاضی را تحلیل کنند. هر داور به طور مستقل تعدادی مسائل کلامی مربوط به کتاب‌های درسی را خوانده و آن‌ها را در انواع پیش فرض دسته‌بندی کرد. یک مسئله کلامی را شامل دو پیش فرض (اطلاعات داده شده) و یک سؤال تعریف کردیم. برای دسته‌بندی، یک مسئله باید دو یا چند پیش فرض و یک سؤال ارائه می‌کرد. در همه مسائل کلامی به جز چند مورد بین تحلیلگران توافق کامل وجود داشت. برای موارد استثنا، مسائل کلامی به طور جمعی بازخوانی شد و پس از توافق توسط داوران و محقق در دسته‌بندی مناسب جای‌گماری شد.

۴- یافته‌های پژوهشی

هدف از انجام این مطالعه این بود که محتوای مربوط به عمل جمع و تفریق اعداد طبیعی، در مسائل کلامی کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی بررسی شود و میزان جامعیت آن بر اساس چارچوبی که رایلی و همکاران [۲۳] ارائه کرده‌اند، مورد ارزیابی قرار گیرد. یافته‌های حاصل از این بررسی در جدول ۲ گزارش شده است.

جدول ۲: پراکندگی انواع مسائل کلامی جمع و تفریق اعداد طبیعی و مرکب در دوره ابتدایی

طبقه‌بندی	جهت	مجهول	فراوانی مسائل کلامی به تفکیک پایه‌ها						مجموع
			اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم	
تغییر	افزایش	نتیجه تغییر	۱۲	۹	۱	۱	۵	۰	۲۸
	کاهش	نتیجه تغییر	۶	۱۵	۳	۵	۰	۰	۳۹
	افزایش	مقدار تغییر	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
	کاهش	مقدار تغییر	۰	۰	۰	۰	۲	۰	۲
	افزایش	مقدار اولیه	۰	۰	۱	۰	۱	۰	۲

^۱ در راهنمای برنامه درسی حوزه یادگیری ریاضی، اعداد مرکب از جمله استانداردهای محتوایی است که در زیرمجموعه اعداد طبیعی دسته‌بندی شده است [۲۴]. لذا در این پژوهش نیز اعداد مرکب جزء اعداد طبیعی در نظر گرفته شد.

کاهش	مقدار اولیه	۱	۰	۰	۰	۰	۰	۱
ترکیب	مجموع	۲	۵	۱۶	۳	۲	۰	۲۸
	زیر مجموع	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۳
	بیشتر	۰	۰	۴	۱	۲	۰	۷
	کمتر	۰	۰	۱	۰	۰	۰	۱
مقایسه	بیشتر	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
	کمتر	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰
	بیشتر	۰	۲	۰	۰	۰	۰	۲
	کمتر	۰	۲	۰	۰	۰	۰	۲
	مجموع	۳۲	۳۴	۲۶	۱۰	۱۳	۰	۱۱۵

همان‌طور که در جدول فوق قابل مشاهده است، در کتاب ریاضی پایه اول، ۳۲ مسئله کلامی جمع و تفریق طراحی شده که حدود ۹۰ درصد آن، از نوع تغییر و ۱۰ درصد باقی‌مانده از نوع ترکیب است. هیچ مسئله کلامی از نوع مقایسه در این پایه شناسایی نشد. در بررسی جزئی‌تر مشخص شد که از میان مسائلی که از نوع تغییر هستند، حدود ۳۷ درصد در جهت افزایش و نتیجه تغییر و تقریباً ۵۰ درصد در جهت کاهش و نتیجه تغییر بود. حدود ۳ درصد از مسائل تغییر شناسایی شده نیز در زیر دسته کاهش و مقدار اولیه قرار گرفت. حدود ۷ درصد از مسائل ترکیب از نوع مجموع و تقریباً ۳ درصد از نوع زیر مجموع است.

در کتاب درسی ریاضی پایه دوم، ۳۴ عدد مسئله کلامی به جمع و تفریق اعداد طبیعی اختصاص دارد که حدود ۷۰٪ از نوع تغییر، ۱۸ درصد از نوع ترکیب و تقریباً ۱۲ درصد، از نوع مقایسه است. بررسی دقیق‌تر نشان می‌دهد که از میان مسائل مربوط به نوع تغییر، ۲۶ درصد در جهت افزایش و نتیجه تغییر و ۴۴ درصد در جهت کاهش و نتیجه تغییر است. از میان مسائل ترکیب نیز، ۱۵ درصد در زیر دسته مجموع و ۳ درصد در زیر دسته زیرمجموع قرار گرفت. در میان مسائل مقایسه نیز ۶ درصد از نوع بیشتر و ارجاع به فرد اول و ۶ درصد دیگر نیز از نوع کمتر و ارجاع به فرد اول قرار گرفت.

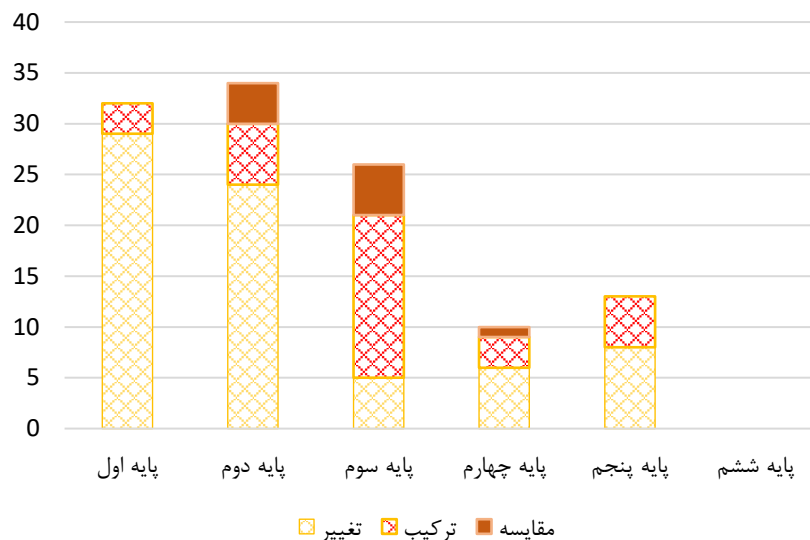
در کتاب درسی ریاضی پایه سوم، مجموعاً ۲۶ مسئله کلامی به جمع و تفریق اعداد طبیعی مرتبط است که ۲۰ درصد در دسته مسائل مربوط به تغییر، تقریباً ۶۱ درصد مربوط به ترکیب و ۱۹ درصد مربوط به مقایسه است. بررسی‌های بیشتر نشان می‌دهد که از میان ۲۰ درصد مسائل مربوط به تغییر، ۴ درصد آن در جهت افزایش و نتیجه تغییر و ۱۲ درصد در جهت کاهش و نتیجه تغییرند. همچنین ۴ درصد از مسائل در زیر دسته افزایش مقدار اولیه قرار داشتند. تمام ۶۱ درصد مسائل مربوط به دسته ترکیب در زیر دسته مجموع قرار داشتند. در مسائل کلامی مربوط به مقایسه نیز ۱۵ درصد در جهت اختلاف بیشتر و ۴ درصد دیگر در جهت اختلاف کمتر قرار گرفتند.

تجزیه و تحلیل پراکندگی انواع مسائل کلامی جمع و تفریق اعداد طبیعی در پایه چهارم ابتدایی نشان می‌دهد که در کتاب درسی ریاضی این پایه، ۱۰ مسئله کلامی وجود دارد که ۶۰ درصد مربوط به دسته تغییر، تقریباً ۳۰ درصد مربوط به ترکیب و ۱۰ درصد نیز در دسته مقایسه قرار دارد. بررسی دقیق‌تر حاکی از آن است که از میان مسائل مربوط به تغییر، ۱۰ درصد در جهت افزایش و نتیجه تغییر و ۵۰ درصد در جهت کاهش و نتیجه تغییر قرار دارند. در مسائل مربوط به ترکیب نیز، تمام مسائل موجود در زیر دسته مجموع قرار دارد. مسائل مربوط به مقایسه نیز در جهت اختلاف بیشتر طراحی شده‌اند.

تجزیه و تحلیل صورت گرفته از کتاب ریاضی پایه پنجم ابتدایی در خصوص مسائل کلامی جمع و تفریق اعداد طبیعی نشان می‌دهد که این کتاب شامل ۱۳ مسئله کلامی مرتبط با اعداد طبیعی است که تقریباً ۶۲٪ مربوط به تغییر، ۲۳٪ مربوط به ترکیب و حدود ۱۵٪ در طبقه مقایسه قرار دارد. از میان مسائلی که به دسته تغییر اختصاص دارد، ۳۸ درصد در جهت افزایش و نتیجه تغییر، ۱۵ درصد در جهت کاهش و نتیجه تغییر و تنها ۸ درصد در جهت افزایش مقدار اولیه قرار دارند. بررسی دقیق‌تر در طبقه ترکیب نیز نشان داد که ۱۵ درصد از مسائل در دسته مجموع و ۸ درصد دیگر در دسته زیر مجموع قرار دارند. تمام مسائل مربوط به مقایسه نیز در جهت اختلاف و بیشتر جای گرفتند.

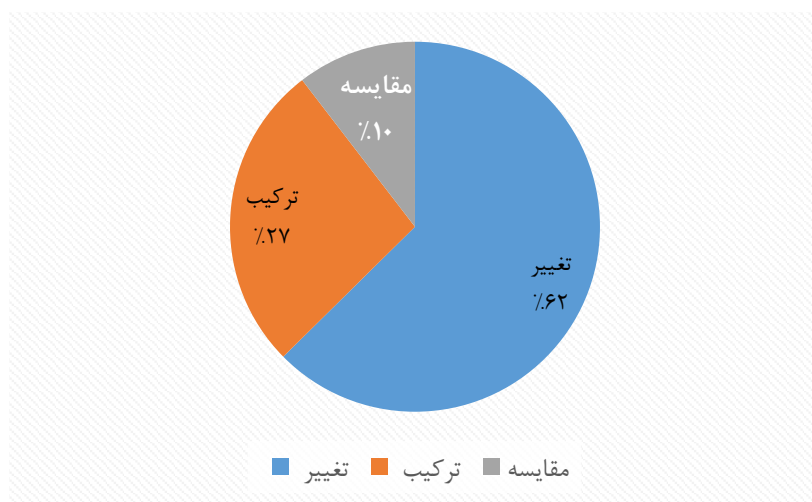
تجزیه و تحلیل صورت گرفته از کتاب درسی ریاضی پایه ششم ابتدایی نشان می‌دهد که هیچ نوع مسئله کلامی که به جمع و تفریق اعداد طبیعی اختصاص داشته باشد، در این کتاب مطرح نشده است.

نتایج جمع‌بندی کلی نشان می‌دهد در دوره ابتدایی، در پایه اول ۳۲ مسئله کلامی (تغییر: ۲۹، ترکیب: ۳، مقایسه: صفر)، در پایه دوم ۳۴ مسئله کلامی (تغییر: ۲۴، ترکیب: ۶، مقایسه: ۴)، در پایه سوم ۲۶ مسئله کلامی (تغییر: ۵، ترکیب: ۱۶، مقایسه: ۵)، در پایه چهارم ۱۰ مسئله کلامی (تغییر: ۶، ترکیب: ۳، مقایسه: ۱) و در پایه پنجم ۱۳ مسئله کلامی (تغییر: ۸، ترکیب: ۵، مقایسه: صفر) مربوط به جمع و تفریق اعداد طبیعی گنجانده شده است. در پایه ششم مسئله کلامی مرتبط با جمع و تفریق اعداد طبیعی مطرح نشده و بدین ترتیب در مجموع ۱۱۵ مسئله کلامی در کتاب‌های درسی ریاضی طراحی شده است. نمودار ۲ مبنایی برای مقایسه تصویری فراهم کرده است.



نمودار ۱: فراوانی مسائل کلامی جمع و تفریق به تفکیک پایه تحصیلی و نوع مسئله کلامی

همان‌طور که نمودار فوق نشان می‌دهد، بیشترین تعداد مسئله کلامی در پایه دوم ابتدایی طراحی شده است و کمترین آن در پایه ششم به چشم می‌خورد. از میان ۱۱۵ مسئله کلامی مطرح شده در دوره ابتدایی، در مجموع ۷۲ مسئله از نوع تغییر، ۳۱ مسئله از نوع ترکیب و تنها ۱۲ مسئله از نوع مقایسه است. نمودار ۲ درصد فراوانی انواع مسئله کلامی را در مجموع پایه‌های ابتدایی نشان می‌دهد.



نمودار ۲: پراکندگی انواع مسائل کلامی جمع و تفریق در کل دوره ابتدایی

بررسی‌های دقیق‌تر حاکی از آن است که از میان مسائلی که به دسته تغییر اختصاص دارد، حدود ۲۴ درصد در جهت افزایش و نتیجه تغییر، حدود ۳۴ درصد در جهت کاهش و نتیجه تغییر، کمتر از ۲ درصد در جهت کاهش مقدار تغییر و کمتر از ۳ درصد در جهت افزایش و کاهش مقدار اولیه قرار داشتند. در طبقه ترکیب نیز تقریباً ۲۴ درصد از مسائل در دسته مجموع و کمتر از ۳ درصد دیگر در دسته زیر مجموع قرار داشتند. در مسائل مربوط به مقایسه، بیشترین فراوانی در جهت اختلاف و بیشتر با حدود ۶ درصد جای گرفتند. حدود ۴ درصد دیگر به سایر مسائل مربوط به دسته مقایسه اختصاص داشت.

بدین ترتیب همانطور که جدول ۲ نشان می‌دهد کتاب‌های درسی به طرح مسائل کلامی جمع و تفریق از جنس تغییر، ترکیب و مقایسه، توجه یکسانی نداشته است. به علاوه در برخی محورها نظیر مسایل مربوط به تغییر از نوع افزایشی، با مجهول بودن مقدار تغییر و مسایل کلامی از نوع مقایسه (چه از جنس کمتر و چه از جنس بیشتر)، حتی یک مسئله در کل کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی به چشم نمی‌خورد.

۵- بحث و تفسیر یافته‌ها

پژوهش حاضر به منظور تحلیل مسائل کلامی جمع و تفریق اعداد طبیعی در کتاب‌های ریاضی پایه اول تا ششم ابتدایی انجام گرفت. مرور کتاب‌های درسی نشان می‌دهد که مسائل کلامی به صورت جمع و تفریق اعداد یک‌رقمی (در پایه اول)، اعداد دو و سه رقمی در پایه دوم و اعداد طبیعی تا ۴ رقمی (در پایه سوم) توزیع شده‌اند. در پایه چهارم و پنجم ابتدایی مسائل کلامی علاوه بر جمع و تفریق اعداد طبیعی در قالب اعداد مرکب و اعداد کسری و اعشاری نیز طراحی شده‌اند.

پس از طبقه‌بندی تمامی مسائل کلامی جمع و تفریق موجود در پایه اول تا ششم، انتظار می‌رفت توزیع نسبتاً یکنواختی از چارچوب چهارده‌گانه وایلی و همکاران دیده شود. اما در بررسی‌های صورت گرفته مشخص شد که مسائل مربوط به تغییر، بیشترین فراوانی را به خود اختصاص داده است؛ به طوری که تعداد این نوع مسائل، تقریباً دو برابر تعداد مسائل از نوع ترکیب و شش و نیم برابر مسائل از نوع مقایسه است. در تمامی پایه‌ها مسائل از نوع مقایسه با کمترین فراوانی به چشم می‌خورند و بدین ترتیب دسته تغییر با بیشترین فراوانی و دسته مقایسه با کمترین فراوانی در میان کتاب‌های درسی ریاضی توزیع شده‌اند.

بررسی دقیق‌تر نشان می‌دهد که بیشترین فراوانی در دسته تغییر، به نوع دوم (نتیجه تغییر، کاهش) و کمترین فراوانی در این دسته مربوط به نوع ششم، (مقدار اولیه، کاهش) است. همچنین برای نوع سوم، یعنی (مقدار تغییر، افزایش) مسئله‌ای وجود ندارد. در مسائل مربوط به ترکیب نیز بیشترین فراوانی مربوط به نوع اول (مجموع) و کمترین فراوانی مربوط به نوع دوم (زیر

مجموع) می‌باشد. در دسته مقایسه نیز بیشترین فراوانی به نوع اول (اختلاف، بیشتر) و کمترین فراوانی به نوع دوم (اختلاف، کمتر) اختصاص دارد. در واقع حتی یک نماینده برای نوع سوم و چهارم (بیشتر، مقایسه و کمتر، مقایسه) وجود نداشت. همچنین برای انواع ۴، ۵، از دسته تغییر و ۴ و ۵ از دسته مقایسه مسائل بسیار معدودی وجود داشت.

در مجموع به نظر می‌رسد که مسائل کلامی جمع و تفریق در کتاب‌های درسی ریاضی کشور به‌طور سازمان‌یافته توزیع نشده‌اند. جالب اینجاست که رد پای این عدم توازن، در نظام‌های مختلف آموزشی دیده شده است. پژوهش‌های جدید نشان داده‌اند به‌ویژه در کشورهای آسیایی، توزیع انواع مسائل کلامی نامتوازن است. در بسیاری از کتاب‌های درسی دوره ابتدایی، طبقه‌بندی نظام‌مند مسائل رعایت نمی‌شود و این امر درک عددی و استدلال دانش‌آموزان را محدود می‌سازد [۴۰، ۳۹]. این نتایج، با پژوهش مشابهی که تاریخیم [۴۱] و همچنین اولکان و تولوک [۳۵] نیز در کشور ترکیه انجام داده‌اند، مطابقت دارد. مطالعه استیگر و همکاران هم در تجزیه و تحلیل مسائل کلامی جمع و تفریق در کتاب‌های درسی ریاضیات ابتدایی در کشورهای آمریکا و شوروی، توزیع ناهمگن مسائل کلامی را بخصوص در آمریکا گزارش می‌کند [۳۸]. اغلب مسائل در این کشور، از نوع مسئله ساده یک مرحله‌ای هستند. تجربه مالزی نیز، مؤید همین نتیجه است و نشان می‌دهد که متون ریاضیات پایه‌های اول، دوم و سوم کشور مالزی در برخی از دسته‌ها اصلاً به این طبقه‌بندی توجه نداشته‌اند [۳۷]. ایزدی و محمد اسماعیلی [۳۱] نیز بر ناهمگونی توجه به انواع مسائل کلامی در پایه سوم ابتدایی ایران تأکید کرده‌اند.

بنابراین مرور مطالعات حاکی از آن است که وجود این عدم تعادل و توازن، در پرداختن به انواع مختلف مسائل کلامی در کتاب‌های درسی ریاضی، منحصر به ایران نیست. اما در هر صورت، این ناهمگونی، مانع ایجاد مفهوم غنی از جمع و تفریق در ذهن دانش‌آموزان می‌شود و توسعه مهارت‌های حل مسئله را در آنان با مشکل مواجه خواهد ساخت. یافتیان و اسدنژاد در تأیید این نگرانی، معتقدند که دانش‌آموزان عموماً در حل انواع مسائلی که در کتاب‌های درسی کمتر ارائه شده‌اند، موفقیت کم‌تری دارند. شمار اندک مسائل کلامی ارائه‌شده در کتاب‌های درسی ریاضی و در نتیجه آموزش ناکافی در این زمینه، از جمله عوامل منفی مؤثر در مشکلات دانش‌آموزان در حل مسائل کلامی است [۳۳].

جمع‌بندی نتایج این مطالعه و سایر مطالعات موجود، محققین این پژوهش را بدین باور رسانده است که مسائل و تمرین‌های موجود در کتاب درسی باید از وسعت و عمق لازم برخوردار باشند و ارائه متعادل و متوازن همه انواع مسائل در کتاب‌های درسی، هم برای دانش‌آموزان و هم معلمان مفید خواهد بود. نتایج پژوهش‌های بین‌المللی سال‌های اخیر نیز مؤید این ادعاست که ارائه متوازن انواع مسائل کلامی، بهبود معناداری در عملکرد حل مسئله دانش‌آموزان ایجاد می‌کند [۴۲]. علی‌الخصوص که استفاده از مسائل کلامی، مستعد تلفیق آموزش زبان و ریاضی در قالب علم خواندن و علم ریاضی است و موجب بهبود قابل توجه درک متنی دانش‌آموزان می‌شود، لذا به‌کارگیری دقیق‌تر چنین رویکردهایی در طراحی محتوای کتاب‌های درسی ایران، می‌تواند به افزایش توازن و کارایی آموزشی بینجامد [۴۳].

توجه به این نکته ضروری است که پرداختن به محتوای کتاب‌های درسی، هر چند گامی لازم برای ارتقاء کیفی آموزش است، اما کافی نیست. صرف در دسترس بودن منابع با کیفیت، تضمینی برای یادگیری عمیق ارائه نمی‌کند، بلکه کیفیت آموزش و توانایی معلمان در به‌کارگیری هدفمند آن‌ها و آشنایی با منطق و مبنای طراحی منابع، تعیین‌کننده‌ی نتایج آموزشی است. در واقع حتی در نظام‌های آموزشی پیشرفته نیز، اگر آشناسازی معلمان با رویکردهای نوین ناکافی باشد، تلاش‌های آموزشی به هدف غایی خود دست نخواهد یافت و ارتقای دانش حرفه‌ای معلمان در تحلیل و طراحی مسائل، به اندازه خود منابع آموزشی اهمیت دارد [۴۴].

این مطالعه تنها مسائل کلامی مربوط به جمع و تفریق را در دوره ابتدایی مورد تحلیل قرار داده است. بنابراین نتایج این مطالعه در مسائل کلامی مربوط به سایر عملیات ریاضی، نظیر ضرب و تقسیم، قابل تعمیم نیست. به‌علاوه، محققین در این پژوهش، مسایل کلامی را فقط از منظر کتاب‌های درسی مورد تحلیل قرار داده‌اند و به آنچه در کلاس درس و در واقعیت عملی جاری است، ورود نکرده‌اند. لذا تعمیم نتایج در حالت کلی با احتیاط همراه است.

منابع

- [۱] دافعی ح. اصول آموزش ریاضی در دوره ابتدایی. زنجان: نشر دانش؛ ۱۳۹۱.
- [۱۰] جعفری ثانی ح. ماهیت هدف‌ها و محتوای برنامه درسی ریاضیات در دوره ابتدایی. مجله پژوهش‌های دانشگاه تربیت معلم سبزوار. ۱۳۷۷؛ ۳: ۸۶-۶۹.
- [۱۱] ایزدی م، ریحانی ا، احمدی غ. آموزش جمع و تفریق: مطالعه مقایسه‌ای درباره اهداف برنامه و محتوای کتب درسی ریاضی پایه اول ابتدایی کشورهای ایران، ژاپن و امریکا. فصلنامه پژوهش در برنامه‌ریزی درسی. ۱۳۹۴؛ ۵۵: ۷۴-۱۹.
- [۱۲] حق‌وردی م. ویژگی‌های مسائل کلامی ریاضی دوره راهنمایی و راهکارهای تسهیل فرایندهای حل آن‌ها. دو فصل‌نامه نظریه و عمل در برنامه درسی. ۱۳۹۳؛ ۳(۲): ۴۶-۲۵.
- [۱۹] رحیمی ز، اعتدال ع، یادگارزاده غ. بررسی انطباق عمل ضرب و تقسیم در کتاب‌های درسی دوره ابتدایی با برنامه درسی حوزه یادگیری ریاضی. پژوهش‌های آموزش و یادگیری. ۱۳۹۹؛ ۱۷(۲): ۶۳-۱۵۱. <https://doi.org/10.22070/tlr.2022.14571.1110>
- [۲۰] رفیع‌پور گتایی ا. طراحی چارچوبی برای ایجاد تعادل در برنامه درسی ریاضی متوسطه در ایران [پایان‌نامه دکترا]. تهران: دانشگاه شهید بهشتی؛ ۱۳۸۹.
- [۲۱] معطی ر، غلام‌آزاد س. اعداد اعشاری و ریاضی مدرسه‌ای در ایران. مجله رشد آموزش ریاضی. ۱۳۹۷؛ ۳۱(۳): ۴-۱۱.
- [۲۲] ریحانی ا، ایزدی م. بررسی توانایی طراحی تکلیف مدرسان ریاضی در خصوص دو عمل جمع و تفریق (مبنا: موقعیت‌های طرح مسئله). پژوهش در برنامه‌ریزی درسی. ۱۳۹۹؛ ۱۲(۲): ۵۵-۲۱.
- [۲۴] ریحانی ا، رحیمی ز، ایزدی م، سیدصالحی م، کلاهدوز ف، نوروزی س، زمانی ا، بهرامی سامانی ا. آشنایی با برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای ایران. تهران: انتشارات مدرسه؛ ۱۴۰۰.
- [۲۶] رحیمی ز. برنامه درسی آموزش حساب. در: دانشنامه ایرانی برنامه درسی. ۱۴۰۱.
- [۳۰] ریحانی ا، غیبی تائیس غ، اسکندری م. بررسی درک دانش‌آموزان سال پنجم ابتدایی از اعمال جمع، تفریق و ضرب با استفاده از تکالیف طرح مسئله. نشریه علمی پژوهشی در آموزش. ۱۳۹۳؛ ۲(۲): ۱۱-۱.
- [۳۱] ایزدی م، محمداسماعیلی ف. بررسی توانایی طرح مسئله کلامی دانش‌آموزان پایه سوم ابتدایی در خصوص دو عمل جمع و تفریق و میزان ارتباط آن با محتوای کتاب درسی ریاضی پایه سوم ابتدایی. در: همایش کشوری آموزش ریاضی در ابتدایی؛ ۱۷ اسفند ۱۳۹۶؛ سمنان، ایران. سمنان: دانشگاه فرهنگیان؛ ۱۳۹۶.
- [۳۲] محسن‌پور م، بطویی آورزمان م. مرور نقادانه مطالعات صورت‌گرفته در حوزه مسائل کلامی ریاضی. مجله پژوهشی در آموزش. ۱۳۹۹؛ ۱۵(۷۵): ۲۱۲-۱۹۱.
- [33] یافتیان ن، فیروزشاهی ف. بررسی مسائل زمینه‌مدار در کتاب‌های ریاضی مقطع ابتدایی. پژوهش در آموزش ریاضی. ۱۴۰۰، ۱(۲): ۲۱-۱. [20.1001.1.27834379.1400.2.1.1.7](https://doi.org/10.27834379.1400.2.1.1.7)

[2] Ward-Penny R. Cross-curricular teaching and learning in the secondary school: Mathematics. London: Routledge; 2010.

[3] Dowker A. Early identification and intervention for students with mathematics difficulties. Journal of Learning Disabilities. 2005;38(4):324-32. <https://doi.org/10.1177/00222194050380040801>

[4] Butterworth B. Developmental dyscalculia. In: Campbell JID, editor. Handbook of mathematical cognition. New York (NY): Psychology Press; 2005. p. 455-67.

[5] Erdoğan EÖ. A comparison of curricula related to the teaching of addition and subtraction concepts. Procedia – Social and Behavioral Sciences. 2010;2(2):5247-52. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.854>

- [6] National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Principles and standards for school mathematics: E-standards version 1.0. Reston (VA): NCTM; 2000.
- [7] Sun XH, Xin YP, Huang R. A complementary survey on the current state of teaching and learning of whole number arithmetic and connections to later mathematical content. *ZDM – Mathematics Education*. 2019;51(1):1–12. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01041-z>
- [8] Ma L. Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. New York (NY): Routledge Taylor & Francis Group; 2010.
- [9] Nunes T, Bryant P, Watson A. Children's understanding of arithmetic: Learning to add and subtract. Oxford: Oxford University Press; 2021.
- [13] Verschaffel L. Solving subtractions adaptively by means of indirect addition: Influence of task, subject, and instructional factors. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*. 2009;8(2):1–30.
- [14] Douglas M. More effective ways to solve word problems. *Contemporary Journal of Mathematics Education*. 2025;19(1):12–28.
- [15] Kintsch W, Greeno JG. Understanding and solving word problems. *Psychological Review*. 1985;92(1):109–29.
- [16] Cummins DD, Kintsch W, Reusser K, Weimer R. The role of understanding in solving word problems. *Cognition and Instruction*. 1988;5(3):225–73.
- [17] Nathan MJ, Koedinger KR. An investigation of teachers' beliefs of students' algebra development. *Cognition and Instruction*. 2000;18(2):207–34.
- [18] Selter C, Prediger S, Nührenbörger M, Hußmann S. Taking away and determining the difference—a longitudinal perspective on two models of subtraction and the inverse relation to addition. *Educational Studies in Mathematics*. 2012;79(3):389–408. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9305-6>
- [23] Riley MS, Greeno JG, Heller JL. Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In: Ginsburg HP, editor. *The development of mathematical thinking*. New York (NY): Academic Press; 1983. p. 153–96.
- [25] Griffin S. Fostering the development of whole-number sense: Teaching mathematics in the primary grades. In: Donovan MS, Bransford JD, editors. *How students learn: History, mathematics, and science in the classroom*. Washington (DC): National Academies Press; 2005. p. 257–308.
- [27] Wong WK, Hsu SC, Wu SH, Lee CW, Hsu WL. LIM-G: Learner-initiating instruction model based on cognitive knowledge for geometry word problem comprehension. *Computers & Education*. 2007;48(4):582–601.
- [28] Greer B, Verschaffel L, Mukhopadhyay S. Modeling for life: Mathematics and children's experience. In: *Modelling and applications in mathematics education*. 2007. p. 89–98.
- [29] Carpenter TP, Moser JM. The development of addition and subtraction problem-solving skills. In: Carpenter TP, Moser JM, Romberg TA, editors. *Addition and subtraction: A cognitive perspective*. Hillsdale (NJ): Lawrence Erlbaum Associates, Inc.; 1983. p. 9–24.
- [34] De Corte E, Verschaffel L, Janssens V, Joillet L. Teaching problems in the first grade: A confrontation of educational practice with results of recent research. Paper presented at: Fifth International Congress on Mathematical Education; 1984 Aug; Adelaide, Australia.
- [35] Olkun S, Toluk Z. Textbooks, word problems, and student success on addition and subtraction. *International Journal of Mathematics Teaching and Learning*. 2002. Available from: <https://doi.org/10.1501/0003635>
- [36] SARIBAŞ Ş, AKTAŞ ARNAS YA. Preschool children's verbal problem solving skills and the types of verbal problems that teachers present to children. *PEGEM EGITIM VE OGRETIM DERGISI*. 2016;6(4).
- [37] Singh P. An analysis of word problems in school mathematics texts: Operations of addition and subtraction. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*. 2006;29(1):41–61. Available from: <https://www.recsam.edu.my/>
- [38] Stigler JW, Fuson KC. An analysis of addition and subtraction word problems in American and Soviet elementary mathematics textbooks. *Cognition and Instruction*. 1986;3(3):153–71. https://doi.org/10.1207/S1532690XC10303_1

- [39] Zhang D, Wang T, Li X. Diversity of arithmetic word problems in Chinese primary mathematics textbooks: A content analysis based on cognitive demand. *International Journal of Science and Mathematics Education*. 2020;18(5):955–74. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09987-2>
- [40] Lo JJ, Silverman J, Hwang S. Analyzing addition and subtraction word problems across curricula: Cognitive complexity and linguistic structure. *ZDM – Mathematics Education*. 2023;55(3):413–30. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01488-3>
- [41] Tarim K. Problem solving levels of elementary school students on mathematical word problems and the distribution of these problems in textbooks. *Çukurova University Faculty of Education Journal*. 2017;46(2):639–48. <https://doi.org/10.14812/cuefd.306025>
- [42] Vessonen H, Niemi P, Koski M. The effectiveness of mathematical word problem-solving interventions: A meta-analysis. *Journal of Experimental Education*. 2025;93(1):67–91.
- [43] Orosco MJ, Swanson CJ, Miller K. Integrating reading and math instruction to improve comprehension of mathematical word problems. *Journal of Educational Psychology*. 2024;116(4):725–42. <https://doi.org/10.1037/edu0000831>
- [44] Kaneshige N, Abe S, Maleki E, Teye E. Enhancing elementary school English education: A case study on ICT-based teacher training. *Osaka Shoin Women's University*; 2025. p. 9–13.

¹M.A. in Elementary Education, Faculty of Psychology and Education, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran
somayehnejati597@gmail.com.

²Assistant Professor, Faculty of Psychology and Education, Department of Education, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran,
za.rahimi@atu.ac.ir.

³Ph.D. in Curriculum Studies, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran,
bahalu@gmail.com.

⁴Assistant Professor, Department of Basic Sciences and Computer Science, Tehran West Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, salehnejadmaryam@gmail.com

Correspondence

Zahra Rahimi, Assistant Professor, Department of Education, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran.
za.rahimi@atu.ac.ir.

Received: 4 Oct 2025

Revised:

Accepted:

Balance and Variety; The Missing Link in Designing Addition and Subtraction Word Problems in Iranian Elementary Mathematics Textbooks

Somayeh Nejati Nik ¹  | Zahra Rahimi*²  | Kobra Bahalu

Horeh ³  | Maryam Salehnejad⁴ 

Abstract

This study aimed to analyze addition and subtraction word problems involving natural numbers in Iranian elementary mathematics textbooks and to evaluate their diversity and comprehensiveness. Employing an applied research design, we conducted a quantitative content analysis based on the fourteen-category framework of Riley et al. (1983). All mathematics textbooks for Grades 1 through 6 published in the 2023–2024 academic year were examined. Findings revealed that, among the 115 word problems identified, the majority belonged to the “Change” category. The “Combine” and “Compare” categories appeared much less frequently, while the remaining types of addition and subtraction problems received minimal attention. This distribution was consistent across all grades except Grade 6, where no natural number addition or subtraction problems were included, as the design of word problems in this grade focused exclusively on fractions. Such imbalance suggests that the current approach fails to enrich students’ conceptual understanding of addition and subtraction and may hinder the development of their problem-solving skills.

Keywords: Numbers and Operations, Natural Numbers, Addition and Subtraction, Problem Solving, Word Problems, Symbolic Problem.