

دسترسی در سایت <http://jnrm.srbiau.ac.ir>

سال یازدهم، شماره پنجاه و ششم، مهر و آبان ۱۴۰۴

شماره شاپا: ۵۸۸۸-۲۵۸۸



پژوهش‌های نوین در ریاضی



دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات

تدریس مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی: کلیدی برای یادگیری موثر دنباله حسابی در دبیرستان

رضا حیدری قزلجه*

گروه آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، صندوق پستی ۸۸۹-۱۴۶۶۵، تهران، ایران

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۳/۰۹/۲۳ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۱۲/۱۸

چکیده

در این مطالعه، تاثیر توانایی مدل‌سازی ریاضی بر کیفیت یادگیری دنباله حسابی در دانش‌آموزان کلاس یازدهم مورد بررسی قرار می‌گیرد. روش پژوهش، نیمه‌آزمایشی با پیش‌آزمون و پس‌آزمون همراه با گروه آزمایش و گواه است. داده‌های حاصل، با نرم افزار SPSS مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. جامعه آماری، دانش‌آموزان پسر پایه یازدهم رشته ریاضی و فیزیک ناحیه ۳ شهر اصفهان است. با توجه به محدودیت‌های پژوهش، ۵۰ نفر به صورت نمونه در دسترس در نظر گرفته شدند و به طور تصادفی در دو گروه ۲۵ نفره آزمایش و گواه قرار گرفتند. ابتدا پیش‌آزمون با ۴ سوال که روایی و پایایی آن بررسی شده بود، انجام شد و سپس مبحث دنباله حسابی به گروه آزمایش به روش مدل‌سازی ریاضی در طول ۴ جلسه تدریس شد. به موازات آن به گروه گواه نیز طی ۴ جلسه همین مبحث به صورت سنتی و معلم محور تدریس گردید. در پایان از هر دو گروه، پس‌آزمون گرفته شد. در حالی که افزایش میانگین نمرات گروه گواه در پس‌آزمون نسبت به پیش‌آزمون کمتر از یک نمره بود (۰٫۹)، اما گروه آزمایش افزایش عملکرد حدود دو نمره‌ای داشتند. بنابراین نتایج این پژوهش نشان داد که توانایی مدل‌سازی ریاضی بر روی یادگیری مفهوم دنباله حسابی دانش‌آموزان تأثیر معنادار مثبت دارد.

واژه‌های کلیدی: مدل‌سازی ریاضی، تدریس ریاضی دبیرستان، دنباله حسابی.

۱- مقدمه

در مدل‌سازی ریاضی به دنبال درک و فهم صحیحی از پدیده‌های جهان واقعی هستیم. مدل، اغلب برای بازنمایی یک مسئله، پدیده و یا یک ایده مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین مدل‌سازی ریاضی برای پرداختن به ساختارهای ریاضی مانند دنباله یا تابع هم به کار می‌رود و موجب درک بهتر ارتباط‌های موجود در این ساختارها می‌شود. از طرف دیگر، دنباله حسابی یکی از موضوعات مهم ریاضیات دبیرستانی است که علاوه بر دنیای ریاضی، در حوزه‌های دیگر نیز کاربرد دارد. در این مطالعه، تاثیر توانایی مدل‌سازی ریاضی بر کیفیت یادگیری دنباله حسابی در دانش‌آموزان کلاس یازدهم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در سند برنامه درسی ملی ایران، مطالبی در زمینه مدل‌سازی ریاضیات آمده است. در این سند آمده است که وجه مهم ریاضی، توانمندسازی انسان برای توصیف دقیق موقعیت‌های پیچیده، پیش‌بینی و کنترل وضعیت‌های ممکن مادی-طبیعی، اقتصادی و اجتماعی است [۱]. بنابراین می‌توان گفت ایجاد و تقویت توانایی مدل‌سازی ریاضی به منظور یادگیری با کیفیت ریاضی و کسب توانایی حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف بسیار مهم آموزش ریاضی می‌باشد. در قسمتی از جهت‌گیری‌های کلی در سازماندهی محتوا و آموزش این حوزه، بر روی کاربرد ریاضی نیز تاکید شده است و بیان شده که فعالیت‌های آموزشی در ریاضیات مدرسه‌ای باید برخاسته از ریاضیات محیط پیرامون باشد و به دانش‌آموزان کمک کند تا مفاهیم و گزاره‌های ریاضی را در محیط پیرامونی خود مشاهده، تجزیه و تحلیل و درک کنند [۱]. فرودنتال هم معتقد است که ریاضی مدرسه‌ای باید به دنیای واقعی متصل بوده و نزدیک به دانش‌آموز و مرتبط با مسائل جامعه او باشد [۲]. هر چه توانایی افزودن مسائل دنیای واقعی در ریاضی مدرسه‌ای افزایش یابد و به عبارتی هر چه بیشتر بتوان به مدل‌سازی ریاضی پرداخت، انگیزه دانش‌آموزان برای بهتر نمودن مهارت‌های حل مسئله آنها افزایش خواهد یافت. بنابراین لازم است فرایندهای یادگیری دانش‌آموزان بیشتر مورد توجه قرار گیرد و دانش‌آموزان علاقه بیشتری به ریاضیات پیدا کنند. با تقویت فرایندهای یادگیری دانش‌آموزان، درک آنان از ریاضی به عنوان یک درس پایه‌ای و اصلی افزایش یافته و این موضوع موجب پیشرفت علمی کشور شده و تاثیر ژرفی در آینده تحصیلی دانش‌آموزان خواهد داشت [۳].

از طرف دیگر نتایج مطالعات نشان داده است که یکی از علل عدم موفقیت آموزش ریاضی این است که افراد به طور کلی از طبیعت و اهداف مدل‌هایی که زندگی آن‌ها را تحت تاثیر قرار می‌دهد، آگاهی ندارند. لذا چنانچه مدل‌سازی پدیده‌های اجتماعی همچون مدل‌سازی‌های فیزیکی به عنوان بخش مرکزی یادگیری ریاضی پذیرفته شود، فواید قابل توجهی خواهد داشت. با این کار، ارتباط واقعی بین ریاضیات مدرسه‌ای و تجربیات زندگی دانش‌آموزان ایجاد خواهد شد [۴]. با این حال، در نظام آموزشی فعلی فرصت‌هایی برای دانش‌آموزان وجود ندارد تا از آغاز تحصیلات خود اقدام به مدل‌سازی ریاضی کنند [۵].

دنباله یکی از مباحث ریاضی است که علاوه بر دنیای ریاضی در دیگر حوزه‌های علوم و صنایع کاربرد دارد. به عنوان یکی از موارد مهم کاربرد دنباله، می‌توان به آماده‌سازی دانش‌آموزان جهت یادگیری مفهوم تابع اشاره کرد که محوری‌ترین موضوع در ریاضیات متوسطه دوم است. مطالعه حاضر به دنبال بررسی تاثیر توانایی مدل‌سازی ریاضی بر کیفیت یادگیری دنباله حسابی در دانش‌آموزان پایه یازدهم ریاضی ناحیه ۳ اصفهان می‌باشد.

۲- مفهوم مدل‌سازی

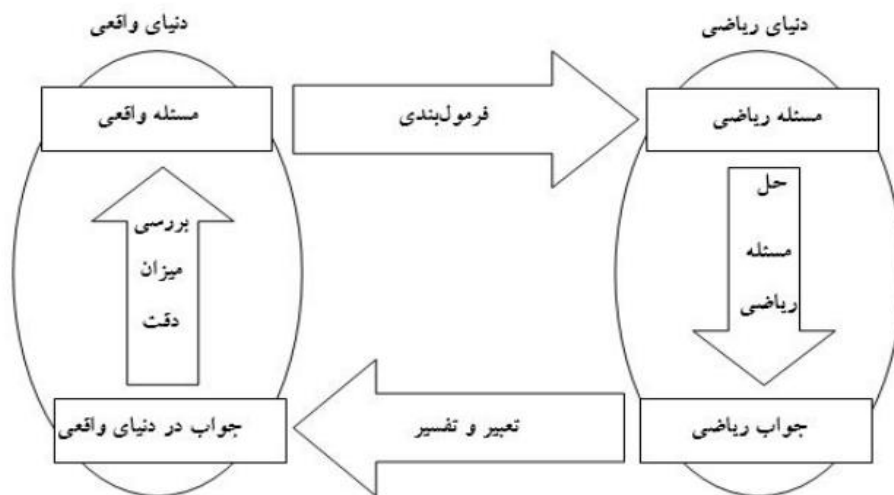
پژوهش‌های اخیر نشان داده است که تلقی افراد از مفهوم مدل‌سازی ریاضی متفاوت است [۶]. یک علت این تفاوت برداشت، آن است که پژوهشگران اهداف متفاوتی را برای فعالیت‌های مدل‌سازی دانش‌آموزان در نظر دارند. با این

حال، یک توافق همگانی بر سر کارکردن روی مسائل دنیای واقعی وجود دارد و اینکه دانش‌آموزان باید از ریاضیات در دنیای واقعی استفاده نمایند.

پیشرفت مهمی که باید در طی فرآیند یادگیری مشاهده شود این است که دانش‌آموزان به مدل‌های ریاضی از طریق موقعیت‌های زندگی واقعی یا موقعیت‌های مسئله دست پیدا کنند. دانش‌آموزان بعد از چنین توسعه‌ای قادر خواهند بود از مدل‌ها در فرآیندهای فکری ریاضی خود استفاده نمایند.

۲.۱- چرخه‌های مختلف مدل‌سازی ریاضی

به‌طور کلی مشخصه‌ها و چرخه‌های مدل‌سازی زیادی وجود دارد [۷ و ۸]. اگر چه در پژوهش‌های مختلف از چرخه‌های کم و بیش متفاوتی استفاده می‌گردد، اما مراحل اساسی که تقریباً در تمامی چرخه‌های مدل‌سازی دیده می‌شوند، یکسان است [۹]. در چرخه فرآیند مدل‌سازی که ابتدا توسط ورشافل [۱۰] و سپس کایسر و همکاران [۱۱] معرفی گردید، فرآیند مدل‌سازی با یک مسئله در دنیای واقعی شروع می‌گردد. سپس مسئله دنیای واقعی به یک مسئله ریاضی در دنیای ریاضی تبدیل می‌گردد که به آن صورت‌بندی گفته می‌شود. این مسئله در دنیای ریاضی حل شده و در ادامه، جواب به دست آمده در دنیای ریاضی، به دنیای واقعی برده می‌شود تا در بافت واقعی مسئله ارزیابی گردد که به آن تفسیر گفته می‌شود. در نهایت، جواب به دست آمده با موقعیت واقعی مسئله مقابله می‌شود تا در صورت لزوم، این چرخه مدل‌سازی تکرار شود که به آن واریسی گفته می‌شود. نمودار ۱ چرخه فرآیند مدل‌سازی را تشریح نموده است [۱۱].



نمودار ۱- چرخه مدل‌سازی (کایسر و همکاران، ۲۰۱۰)

۲.۲- انواع مسائل زمینه‌مدار

با بررسی برنامه‌های درسی، دامنه وسیعی از مسائل را تحت عنوان «مسائل زمینه‌مدار» می‌توان یافت که میزان ارتباط آن‌ها با دنیای واقعی متفاوت است. در ادامه تعدادی از رایج‌ترین آن‌ها معرفی می‌شوند.

(الف) مسائل کلامی:

مسائل کلامی در قالب کلمات بیان می‌شوند؛ کلماتی که به بخش‌هایی از دنیای واقعی برمی‌گردند. از این رو این دسته از مسائل معمولاً به عنوان کاربردهایی از ریاضیات شناخته می‌شوند. با این تعریف، ریاضی‌سازی به معنی «عریان شدن» مسئله، یعنی خارج شدن آن از قالب کلمات است. پس فرآیند حل، تشکیل شده است از: خارج

نمودن مسئله از قالب کلمات، استفاده از ریاضیات و یک تفسیر آسان؛ در حالیکه چرخه مدل‌سازی فرآیندی گسترده‌تر می‌باشد [۷]. در بهترین حالت، مسائل کلامی فعالیت‌های جالب و با ارزشی را ارائه می‌دهند که همان مراحل حل ریاضیاتی و تفسیر در چرخه مدل‌سازی هستند و انتقال میان دنیای ریاضیات و دنیای کلمات رخ می‌دهد. در بدترین حالت، این مسائل، تکالیف ریاضی را با ماهیتی غیرواقعی ارائه کرده و رویکردهای رویه‌ای برای آن‌ها عرضه می‌نمایند. به علاوه برخی معتقدند حل مسائل کلامی، دانش‌آموزان را از توجه به واقعیت محروم می‌کند و باعث ایجاد یک توقف در فهم و رسیدن به ایده‌های مدل‌سازی و ریاضی می‌شود. برقراری تعادل بین فهمیدن یک مسئله واقعی و قوانین ریاضی، کار پیچیده و سختی است؛ مسئله حل‌کن‌ها با روش‌های متفاوتی با حقایق، اثبات‌ها، قوانین و استدلال‌ها کار می‌کنند. از این نقطه نظر پیچیدگی حل مسائل کلامی، از تعامل‌های کلاسی ناشی می‌شود، نه از ساختار داخلی تکلیف مربوطه. البته به کار بستن واقعیت به طور قابل توجهی می‌تواند اثر این تفاوت‌های فردی را کاهش دهد و باعث هماهنگی شود. در آموزش مرسوم، تنها ابزارهای تأمین یک تجربه ریاضی‌سازی و مدل‌سازی برای دانش‌آموزان، مسائل کلامی هستند. هر چند این نوع مدل‌سازی، نوع مطلوب آن نیست، اما در وضعیت موجود برای ایجاد موقعیت‌های مدل‌سازی، که هم براساس دنیای واقعی باشد و هم به طور عددی معنی‌دار بودن را القاء کند، باید تغییراتی در فعالیت‌های حل مسئله ایجاد کرد:

- نوع فعالیت با هدف ایجاد تعامل بین دنیای واقعی و ریاضیات تغییر کند، به طوریکه به واقعیت نزدیک‌تر و از موقعیت‌های کلیشه‌ای ریاضی دورتر باشد.

- باور و نگرش‌های دانش‌آموزان به ریاضیات تغییر یابد که لازمه این مطلب آن است که ابتدا باورها و نگرش‌های معلمان تغییر کند.

- فرهنگ کلاس با هنجارهای جدید اجتماعی- ریاضی تغییر نماید.

(ب) کاربردهای استانداردها:

نمونه‌ای از اینگونه مسائل، مسئله حاضر است: «بزرگترین بسته استوانه‌ای شکل را پیدا کنید که شرایط پستی را دارا باشد». کاربردهای استاندارد به دنبال مدل مناسب هستند؛ اما این مسائل، بدون ارجاع به زمینه واقعی هم می‌توانند حل شوند؛ مثلاً مسئله بالا به راحتی می‌تواند از زمینه خود جدا شده و به یک سوال ریاضی محض در مورد بیشینه کردن حجم استوانه تحت شرایط توصیف شده تبدیل شود. پس فرآیند تبدیل کردن در اینگونه مسائل کار آسانی است و فقط زیر مجموعه‌ای از چرخه مدل‌سازی را در بر دارد.

(ج) مسائل مدل‌سازی:

«بهترین مکان برای یک سرعت‌گیر در محوطه دانشگاه کجاست؟» این مثال می‌تواند نمونه‌ای از یک مسئله مدل‌سازی باشد. در اینگونه مسائل، ابتدا یک سوال تعیین می‌شود، سپس یک مدل ریاضی تدوین می‌گردد و بعد حل و تفسیر می‌شود، نهایتاً راه‌حل اعلام شده، هم از نظر ریاضی و هم در زمینه واقعی سوال ارزیابی می‌گردد و به دنبال آن پیشنهادهایی هم مطرح می‌شود. اینگونه مسائل، یک چرخه کامل مدل‌سازی را شامل می‌شوند. مسائل مختلفی که در بالا نام برده شد را نباید به طور مستقل و در شرایط به خصوصی رتبه‌بندی کرد؛ این مسائل، اهداف مختلفی را پوشش می‌دهند. انتخاب و استفاده از مثال مناسب در هر نوع از این مسائل، یک چالش به حساب می‌آید. اما اگر هدف، انتخاب مسئله‌ای باشد که یک فرآیند کامل مدل‌سازی را شامل شود، تنها تعداد کمی از مسائل باقی می‌مانند.

۳- مبانی نظری و پیشینه تحقیق

مطالعات گذشته نشان دادند که مدل‌سازی ریاضی به طور گسترده‌ای در محیط‌های فناورانه استفاده شده و نتایج خوبی به بار آورده است [۶]. پرهیزگار و همکاران [۱۲] نشان دادند که استفاده معلمان از فعالیت‌های مدل‌سازی به منظور علاقمند نمودن دانش‌آموزان به درس ریاضی ضروری است. همچنین پژوهش قانیدی [۱۳] به این نتیجه رسید که آموزش مبتنی بر مدل‌سازی بر سطوح شایستگی مدل‌سازی ریاضی دانش‌آموزان پایه هفتم و همچنین یادگیری و ثبات یادگیری آن‌ها تاثیر معنادار مثبت دارد. همچنین امیرشاهی [۱۴] نشان داد که آموزش همراه با مدل‌سازی ریاضی، در یادگیری دانش‌آموزان در درس مثلثات تفاوت معناداری ایجاد کرده است. در تحقیق ایشان، نظرات دانش‌آموزان از طریق پرسش‌نامه جمع‌آوری شد. بیشتر آن‌ها در نظرات خود انجام این قبیل تکالیف مدل‌سازی را باعث فهم بهتر می‌دانستند. به خصوص از انجام گروهی تکالیف و ساخت ماکت راضی بودند.

رفیع‌پور [۱۵] به تحلیل محتوای مسائل کتاب حسابان سابق براساس رویکرد مدل‌سازی پرداخت. نتایج این مطالعه نشان داد که ۸۹ درصد از مسائل این کتاب بدون زمینه می‌باشد؛ به این معنی که این مسائل در دنیای ریاضی مطرح شده‌اند و در دنیای واقعی وجود ندارند. ۸ درصد مسائل دارای کاربرد استاندارد بودند که شامل مسائلی می‌شدند که در آنها ریاضیات مورد نظر مسئله در دسترس است. علاوه بر این ۳ درصد نیز در مقوله مسائل مستقل از زمینه هستند؛ یعنی همان مسائلی که هیچ نقشی در راه‌حل ندارند. در نهایت نتایج این مطالعه نشان داد که مدل‌سازی در کتاب درسی حسابان نقش کم رنگی دارد. افشین منش [۱۶]، عبدالله‌پور و رفیع‌پور [۱۷] و بهمنی [۱۸] به بررسی تأثیر مدل‌سازی ریاضی بر توانایی حل مسئله شاگردان در مقاطع مختلف تحصیلی پرداختند. نتایج این مطالعات نشان داد که مدل‌سازی به طور معنی‌داری بر روی توانایی حل مسئله دانش‌آموزان تاثیر دارد.

به علاوه، محققانی همچون کورینا هنکلن [۱۹]، لئو و لیلیدا [۲۰]، اسکالانت و آلجو [۲۱] و فرنر و گنزالس [۲۲] معتقدند که معلمان باید فضایی در کلاس درس ایجاد کنند تا دانش‌آموزان نسبت به کاربرد مسائل ریاضی در زندگی روزمره خود علاقه‌مند شوند. همچنین این دو پژوهشگر دریافتند که آموزش مسائل مدل‌سازی تأثیر مثبتی بر روی لذت، علاقه و خودکارآمدی دانش‌آموزان در هر سه دسته از مسائل ریاضی دارد. آن‌ها همچنین، با ارزیابی میزان لذت، علاقه، ارزش و خودکارآمدی دانش‌آموزان در بین سه دسته از مسائل درون-ریاضی، کلامی و مدل‌سازی دریافتند که این متغیرها تفاوت چندانی در مقایسه با هم در این سه نوع از مسائل ریاضی ندارند.

کورینا هنکلن [۱۹] در مقاله خود نگاهی دقیق به این موضوع دارد که چگونه دانش‌آموزان دبیرستانی در فرانسه و آلمان با یک مسئله مدل‌سازی ریاضی برخورد می‌کنند، با چه موانعی روبه‌رو می‌شوند و چگونه تفاوت‌های موجود در فرآیندهای مدل‌سازی بین دانش‌آموزان دو کشور با تفاوت‌های موجود بین تدریس و یادگیری قابل توضیح است. لئو و لیلیدا [۲۰] دیدگاه مدل‌سازی و نظریه شوق، رفتارهای مدل‌سازی دو دانش‌آموز در حین حل یک تکلیف مدل‌سازی ریاضی را مورد بررسی قرار دادند. این دو دانش‌آموز در طول فرایند مدل‌سازی بارها نبود تناسب بین مهارت‌هایشان و چالش‌های تکلیف را تجربه نمودند. نتایج این مطالعه نشان داد که معلم، نقش مهمی در برقراری تعادل مجدد میان چالش‌ها تکلیف و مهارت‌های دانش‌آموزان دارد.

اسکالانت و آلجو [۲۱] در پژوهش خود با استفاده از یک مسئله از دنیای واقعی، دانش ریاضی و توانایی به کارگیری این دانش را برای حل مسئله مدل‌سازی که مستلزم استفاده از جبر خطی بود مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها پژوهش خود را به سه بازه زمانی مختلف و طی سال‌های ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۰ انجام دادند و در مجموع عملکرد ۳۶ دانشجو را مطالعه کردند. عملکرد آن‌ها در حل مسئله مدل‌سازی نشان داد که فقط تعداد کمی از گروه‌ها توانستند به دستگاه

چند معادله و چند مجهول برسند و هیچ یک از گروه‌ها نتوانستند دستگاه معادلات خطی را حل کنند و به جواب برسند.

فرنر و گنزالس [۲۲] در پژوهشی چگونگی آموزش معلم در خصوص به کارگیری اهداف و کاربردهای مدل‌سازی ریاضی در روش تدریس خود را بررسی نمودند. آن‌ها به کارگیری روش مدل‌سازی در آموزش را سبب کاهش اضطراب در دوره یادگیری دانش‌آموزان می‌دانند و تأکید دارند که معلمان باید فضایی در کلاس درس ایجاد کنند تا دانش‌آموزان نسبت به کاربرد مسائل ریاضی در زندگی علاقه‌مند شوند.

اندزین و همکاران معتقدند که مدل‌سازی ریاضی به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا دنباله‌های حسابی را به سناریوهای واقعی زندگی مرتبط کنند؛ مانند معماری معبد بوروبودور که به درک تعاریف و ویژگی‌های دنباله‌ها کمک می‌کند [۲۳]. جویری و همکاران هم عقیده دارند که با استفاده از بافت‌ها و زمینه‌های آشنا، دانش‌آموزان می‌توانند مسائل مرتبط را صورت‌بندی و حل کنند و درک خودشان را از دنباله‌ها و سری‌ها افزایش دهند [۲۴].

لودویک و ژو [۲۵] در پژوهشی که بر روی شایستگی مدل‌سازی دانش‌آموزان آلمانی و چینی انجام دادند، به این نتیجه رسیدند که برای دانش‌آموزان چینی، سطح دو، یک سطح مانعی است؛ یعنی دانش‌آموزان چینی در بیان ریاضی مشکل دارند و برای دانش‌آموزان آلمانی، سطح سه، یک سطح مانعی است. این مطلب نشان می‌دهد که دانش‌آموزان آلمانی در حل مسئله ریاضی مشکل دارند. لذا سطح مانعی برای دانش‌آموزان مناطق مختلف یکسان نیست. به طور کلی، در حالی که مدل‌سازی ریاضی می‌تواند درک و فهم را افزایش دهد، ممکن است برخی از دانش‌آموزان با فرآیندهای موجود در آن مشکل داشته باشند و با رویه‌های آن درگیر باشند که اگر به اندازه کافی توسط معلمان پشتیبانی نشوند، به طور بالقوه منجر به سردرگمی آنها می‌شود. این امر نیاز به اجرای دقیق تکنیک‌های مدل‌سازی در کلاس را برجسته می‌کند. ابدی و همکاران [۲۶] معتقدند که آموزش معلمان در مدل‌سازی ریاضی، آنها را برای آماده‌سازی بسته‌های یادگیری مؤثر که با تجربیات دانش‌آموزان همخوانی دارد، تجهیز می‌کند و در نتیجه آموزش دنباله‌های حسابی تقویت می‌شود.

۴- روش پژوهش

پژوهش حاضر، نیمه آزمایشی با پیش‌آزمون-پس‌آزمون و گروه گواه می‌باشد. ابزار اصلی گردآوری اطلاعات، پیش‌آزمون و پس‌آزمون محقق‌ساخته هستند که سوالات این دو آزمون بر اساس اهداف پژوهش، مبتنی بر کاربرد مدل‌سازی ریاضی و تأثیر آن بر یادگیری مفهوم دنباله حسابی در دانش‌آموزان مورد مطالعه طراحی شد. نمرات کسب شده توسط دانش‌آموزان در این آزمون‌ها معیار اصلی سنجش عملکرد و یادگیری مفهوم دنباله حسابی از جانب آنها می‌باشد.

جامعه آماری پژوهش کلیه دانش‌آموزان پسر پایه یازدهم ریاضی ناحیه ۳ اصفهان می‌باشد. بر اساس آمار به دست آمده ۲۸۰ دانش‌آموز پسر در سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲ در این مقطع در حال تحصیل بودند. در این پژوهش تعداد ۵۰ نفر از دانش‌آموزان به صورت نمونه در دسترس انتخاب شده و در دو گروه ۲۵ نفره آزمایش و گواه قرار گرفتند.

در این پژوهش جهت حصول اطمینان از روا بودن پرسشنامه، ابتدا مرور کاملی بر ادبیات موضوع صورت گرفت و تعداد ۳۰ مسئله طرح شد که در نهایت با نظر دبیران ریاضی و پژوهشگران، مسئله‌های مشابه و نیز مسئله‌هایی که به دلایلی حائز اهمیت زیادی تشخیص داده نشدند، حذف گردیدند تا ۴ مسئله برای پیش‌آزمون و ۴ مسئله

برای پس آزمون در نظر گرفته شد. بنابراین اعتبار محتوایی سوالات پیش آزمون و پس آزمون مورد تایید قرار گرفت و از اعتبار لازم برخوردارند.

آلفای کرونباخ یک ضریب اعتبارسنجی است که میزان همبستگی مثبت اعضای یک مجموعه را با هم منعکس می‌کند و عددی بین صفر و یک است. هر چقدر این ضریب به عدد یک نزدیکتر باشد اعتبار یا پایایی ابزار مورد استفاده بیشتر خواهد بود. در این پژوهش، آلفای کرونباخ محاسبه و عدد ۰,۷۵ به دست آمد که نشان‌دهنده پایایی مناسب پیش آزمون و پس آزمون است. سؤال پژوهش در تحقیق حاضر این بود که تدریس به کمک مدل‌سازی ریاضی، تا چه میزان پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان کلاس یازدهم ریاضی در مبحث دنباله حسابی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. در این مقاله تنها نتایج حاصل از یک مسئله پیش‌آزمون و مسئله متناظر با آن در پس‌آزمون بررسی خواهد شد.

۴,۱-فرآیند اجرای پژوهش

شرکت کنندگان در پژوهش، اعم از گروه آزمایش و گروه گواه در چهار جلسه ۴۵ دقیقه‌ای شرکت داشتند. به این ترتیب که در جلسه اول برگه سوالات پیش‌آزمون که قبلاً روایی و پایایی آن مورد بررسی قرار گرفته بود، بین شرکت کنندگان هر دو گروه آزمایش و گواه پخش شد و نتایج جمع‌آوری گردید. در جلسه دوم، کاربرگ مربوط به تدریس دنباله حسابی به کمک مدل‌سازی که از قبل تهیه و تنظیم گردیده بود، در اختیار گروه آزمایش قرار گرفت تا بر اساس طراحی آموزشی صورت گرفته، تدریس به این گروه انجام شود. در طول این جلسه دانش‌آموزان گروه آزمایش با مفهوم مجموع جملات دنباله حسابی آشنا شده و فرمول‌های مربوطه را فراگرفتند. همچنین به موازات آن در گروه گواه نیز به روش معلم‌محور و سنتی، بحث مجموع جملات دنباله حسابی تدریس گردید. در جلسه سوم حل تمرین‌های کتاب درسی به کمک خود دانش‌آموزان برای گروه آزمایش و گواه به صورت جداگانه انجام شد و جمع‌بندی و رفع اشکال هم صورت گرفت. جلسه چهارم به برگزاری پس‌آزمون محقق ساخته که روایی و پایایی آن مورد بررسی قرار گرفته بود، اختصاص یافت.

۴,۲-آزمون کولموگرواف-اسمیرنوف

در این مطالعه در ابتدا پیش فرض تبعیت مشاهدات از توزیع نرمال با استفاده از آزمون کولموگرواف-اسمیرنوف مورد بررسی قرار گرفت.

جدول ۱: نتایج آزمون کولموگرواف-اسمیرنوف

گروه	تعداد	آماره آزمون	سطح معناداری
پیش آزمون گروه آزمایش	۲۵	۰/۷۲	۰/۹۶۹
پس آزمون گروه آزمایش	۲۵	۱/۴۴	۰/۵۵۱
پیش آزمون گروه گواه	۲۵	۱/۷۲	۰/۹۵۱
پس آزمون گروه گواه	۲۵	۰/۴۵	۰/۷۱۲

با توجه به جدول ۱ نرمال بودن مشاهدات با سطح معناداری بزرگتر از معیار تصمیم (۰/۰۵)، آموزش مدل‌سازی ریاضی تأیید می‌شود. بنابراین برای پاسخ به سوالات پژوهش باید از تحلیل کوواریانس یا آزمون تی دو گروه مستقل استفاده شود. هم‌چنان که در بالا ذکر شد، در مقاله حاضر تنها نتایج حاصل از یک مسئله پیش‌آزمون و یک مسئله پس‌آزمون بررسی خواهد شد.

۴,۳- نتایج دو سوال متناظر با هم در پیش آزمون و پس آزمون

سوال پیش آزمون: کارفرمایی به یک کارگر مبتدی در هفته اول ۷۵۰۰۰۰ تومان دستمزد می دهد و متعهد می شود که در صورت رضایت کاری، در پایان هر هفته ۲۵۰۰۰ تومان بر دستمزد وی اضافه کند تا دستمزد به مقدار ثابت ۲۰۰۰۰۰ تومان برسد. با فرض رضایت کاری، پس از چند هفته او به دستمزد ثابت می رسد؟ شرکت کنندگان هر دو گروه آزمایش و گواه به این سوال در پیش آزمون پاسخ دادند. با توجه به نرمال بودن توزیع مشاهدات مربوط به یادگیری مفهوم دنباله حسابی دانش آموزان در پیش آزمون، جهت مقایسه میزان یادگیری از آزمون تی- دو گروه مستقل استفاده گردید. به همین منظور در ابتدا شرط همگنی واریانس دو گروه با کمک آزمون لوین مورد بررسی قرار گرفت. نتایج آزمون لوین جهت بررسی شرط همگنی واریانس و آزمون تی- دو گروه مستقل نمرات پیش آزمون یادگیری مفهوم دنباله حسابی دو گروه در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲: نتیجه آزمون لوین و تی- دو گروه مستقل نمرات پیش آزمون دو گروه آزمایش و گواه

پیش آزمون یادگیری	آزمون لوین		آزمون تی مستقل			
	سطح معناداری	آماره آزمون	حد بالا	حد پایین	سطح معناداری	درجه آزادی
واریانس‌های همگن	۰/۰۷۳	۳/۰۱۴	۳/۳۸۳۷	-۰/۰۹۶۹۶	۰/۰۷۱	۴۸
واریانس‌های ناهمگن			۳/۲۶۳۵	۰/۰۲۳۲۷	۰/۰۴۷	۴۷/۷۹۸
						۲/۰۵۲

با توجه به جدول ۲، آماره آزمون لوین $F=۳/۰۱۴$ و مقدار سطح معناداری $p=۰/۰۷۳$ قابل مشاهده است. از آنجا که مقدار p از معیار تصمیم ($۰/۰۵$) بیشتر است، مفروضه همگنی واریانس‌های دو گروه مورد تأیید قرار گرفت. پس از تأیید مفروضه‌های نرمال بودن مشاهدات و همگنی واریانس دو گروه، همترازی میزان یادگیری مفهوم دنباله حسابی دانش آموزان دو گروه قبل از آموزش مفهوم مدل سازی ریاضی با استفاده از مشاهدات سطر اول خروجی آزمون تی- دو گروه مستقل مورد بررسی قرار گرفت. بر طبق نتایج حاصل شده در جدول ۲ آماره آزمون تی- دو گروه مستقل $t=۱/۸۱۲$ با درجه آزادی $df=۴۸$ به دست آمد و مقدار $p=۰/۰۷۱$ قابل مشاهده است. از آنجا که مقدار p ($۰/۰۷۱$) از معیار تصمیم ($۰/۰۵$) بیشتر است، در نتیجه می توان فرض برابری میانگین‌ها را پذیرفت. به عبارتی می توان گفت با اطمینان ۹۵ درصد دو گروه دانش آموزان پایه یازدهم ریاضی ناحیه ۳ اصفهان قبل از آموزش مدل سازی ریاضی از لحاظ یادگیری مفهوم دنباله حسابی همتراز هستند.

سوال پس آزمون: کارفرمایی به یک کارگر مبتدی، در هفته اول ۷۵۰۰۰۰ تومان دستمزد میدهد و متعهد میشود که در صورت رضایت کاری در پایان هر هفته ۲۵۰۰۰ تومان بر دستمزد وی اضافه کند تا دستمزد به مقدار ثابت ۲۰۰۰۰۰ تومان برسد. با رضایت کاری، پس از این مدت در مجموع چه مقدار دستمزد پرداخت شده است؟

به منظور مقایسه میزان یادگیری مطالب مربوط به مجموع دنباله حسابی شرکت کنندگان در پس آزمون، با فرض برقراری پیش فرض‌ها، از تحلیل کوواریانس استفاده گردید. یکی از پیش فرض‌های استفاده از تحلیل کوواریانس برقراری شرط همگنی ضرایب رگرسیون می باشد. نتیجه بررسی شرط همگنی ضرایب رگرسیون در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳: تحلیل واریانس بررسی همگنی ضرایب رگرسیون میزان یادگیری در پس آزمون

شاخص آماری	مجموع مجذورات	درجه آزادی	آماره آزمون	سطح معناداری
گروه آزمایش	۳۳۱/۲۰۱	۲۴	۹۵/۷۱	۰/۰۰۱

با توجه به نتایج جدول ۳ پیش فرض شرط همگنی ضرایب رگرسیون برای انجام تحلیل کوواریانس برقرار نمی‌باشد. لذا تحلیل کوواریانس کارساز نمی‌باشد. بنابراین به‌منظور مقایسه میزان یادگیری دو گروه آزمایش و گواه از آزمون تی- دو گروه مستقل استفاده شد. ابتدا شرط همگنی واریانس دو گروه با کمک آزمون لوین بررسی می‌گردد. نتایج آزمون لوین برای بررسی شرط همگنی واریانس و آزمون تی- دو گروه مستقل نمرات پیش آزمون یادگیری دو گروه در جدول ۴ آمده است.

جدول ۴: نتیجه آزمون لوین و تی- دو گروه مستقل نمرات پس آزمون دو گروه آزمایش و گواه

پس یادگیری آزمون	آزمون لوین		آزمون تی مستقل			
	فاصله اطمینان					
	سطح معناداری	آماره آزمون	حد بالا	حد پایین	سطح معناداری	درجه آزادی
واریانس‌های همگن	۰/۱۳۱	۲/۸۳۵	۳/۶۷۱	۰/۳۰۴	۰/۰۲۴	۴۸
واریانس‌های ناهمگن			۳/۶۲۱	۰/۴۶۲	۰/۰۱۲	۴۷/۵۷۳
						۲/۵۷۳

با توجه به جدول ۴، آماره آزمون لوین $F=2/835$ و مقدار سطح معناداری $p=0/131$ قابل مشاهده است. از آنجا که مقدار p از معیار تصمیم ($0/05$) بیشتر است، مفروضه همگنی واریانس‌های دو گروه تأیید می‌شود. بعد از تأیید مفروضه‌های نرمال بودن مشاهدات و همگنی واریانس دو گروه، به بررسی همترازی میزان یادگیری مفهوم دنباله حسابی دانش‌آموزان دو گروه قبل از آموزش مفهوم مدل‌سازی ریاضی با استفاده از مشاهدات سطر اول خروجی آزمون تی- دو گروه مستقل پرداخته شد. طبق جدول ۴ آماره آزمون تی- دو گروه مستقل $t=2/257$ با درجه آزادی $df=48$ به دست آمد و مقدار $p=0/024$ قابل مشاهده است. از آنجا که مقدار p از معیار تصمیم ($0/05$) کمتر است، فرض برابری میانگین‌ها رد می‌شود. بنابراین آموزش مدل‌سازی ریاضی بر یادگیری مفهوم دنباله حسابی دانش‌آموزان پایه یازدهم ریاضی منطقه ۳ اصفهان تأثیر معناداری دارد. علاوه بر این، از آنجا که میانگین در پس آزمون بیشتر از پیش آزمون است، لذا می‌توان گفت با اطمینان ۹۵ درصد توانایی مدل‌سازی ریاضی بر روی یادگیری مفهوم دنباله حسابی دانش‌آموزان پایه یازدهم ریاضی منطقه ۳ اصفهان تأثیر معنادار مثبت دارد.

۴،۴- عملکرد شرکت کنندگان در پیش آزمون و پس آزمون

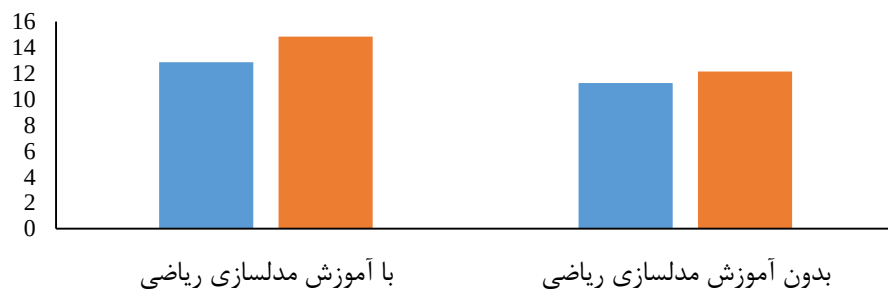
همچنان که بیان شد، در این پژوهش از کل دانش‌آموزان پسر پایه یازدهم ریاضی ناحیه ۳ اصفهان ۵۰ نفر به صورت نمونه در دسترس انتخاب شدند که به طور تصادفی ۲۵ نفرشان در گروه آزمایش و ۲۵ نفر دیگر در گروه گواه قرار گرفتند. در جدول ۵ نتایج شاخص‌های توصیفی برای نمرات گروه آزمایش و گواه در نظام ۲۰ نمره‌ای آورده شده است که به ترتیب از طریق مدل‌سازی و بدون آن مبحث «مجموع جملات دنباله حسابی» به آنها تدریس شده است.

جدول ۵: شاخص‌های آمار توصیفی

گروه	آزمون	شاخص آماری	اعداد
آزمایش	پیش آزمون	میانگین	۱۲/۸۷
		انحراف استاندارد	۲/۲۵
	پس آزمون	میانگین	۱۴/۸۴
		انحراف استاندارد	۲/۱۸
گواه	پیش آزمون	میانگین	۱۱/۳۶
		انحراف استاندارد	۳/۹۱
	پس آزمون	میانگین	۱۲/۱۶
		انحراف استاندارد	۳/۰۳

همانطور که در جدول ۵ ملاحظه می‌گردد، میانگین نمرات پیش آزمون و پس آزمون در گروه آزمایش به ترتیب ۱۲/۸۷ و ۱۴/۸۴ می‌باشد. همچنین میانگین نمرات پیش آزمون و پس آزمون در گروه گواه به ترتیب ۱۱/۳۶ و ۱۲/۱۶ می‌باشد. جدول ۵ نشان می‌دهد که توانایی مدل‌سازی ریاضی دانش‌آموزان پایه یازدهم ریاضی ناحیه ۳ اصفهان در یادگیری دنباله حسابی در پس آزمون نسبت به پیش آزمون افزایش یافته است و اعضای گروه آزمایش توانسته‌اند، پیشرفت قابل توجهی را از خود نشان دهند.

نمودار ۲ هم میانگین نمرات شرکت‌کنندگان پژوهش در پیش‌آزمون و پس‌آزمون را نشان می‌دهد که در آن ستون آبی‌رنگ نشان دهنده میانگین نمرات هر گروه در پیش‌آزمون و ستون نارنجی‌رنگ بیانگر میانگین نمرات شرکت‌کنندگان هر یک از دو گروه گواه و آزمایش در پس آزمون می‌باشد.



نمودار ۲: عملکرد گروه آزمایش و گواه در پیش آزمون و پس آزمون

۵- بحث و نتیجه‌گیری:

در این پژوهش، تأثیر روش تدریس مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی بر یادگیری مبحث دنباله‌های حسابی در دانش‌آموزان پایه یازدهم ریاضی منطقه ۳ اصفهان بررسی شد. برای اطمینان از اعتبار نتایج، ابتدا مفروضه‌های آماری شامل نرمال بودن داده‌ها و همگنی واریانس‌های دو گروه آزمایش و گواه مورد بررسی قرار گرفت. نتایج آزمون تی-دو گروه مستقل نشان داد که دانش‌آموزان دو گروه قبل از مداخله آموزشی از لحاظ تسلط بر مفهوم دنباله‌های حسابی هم‌تراز بودند. این موضوع امکان مقایسه نتایج پس از مداخله آموزشی را فراهم کرد. نتایج پژوهش نشان داد که روش تدریس

مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی تأثیر آماری معناداری بر یادگیری دانش‌آموزان در مبحث دنباله‌های حسابی داشته است. میانگین نمرات پس‌آزمون گروه آزمایش به‌طور چشمگیری نسبت به پیش‌آزمون افزایش یافت، که این افزایش در سطح اطمینان ۹۵ درصد معنادار بود. این یافته نشان می‌دهد که مدل‌سازی ریاضی به‌عنوان یک راهبرد آموزشی مؤثر، می‌تواند درک دانش‌آموزان از مفاهیم ریاضی را بهبود بخشد.

یافته‌های این پژوهش با نتایج مطالعات قبلی همسو است. برای مثال، پژوهش‌های پرهیزگار و همکاران [۱۲]، اندزین و همکاران [۲۳]، جویری و همکاران [۲۴]، رفیع‌پور [۹ و ۲۷]، امیرشاهی [۱۴]، کورینا هنکلن [۱۹]، لئو و لیلیدا [۲۰] و اسکالانت و آجو [۲۱] نیز نشان داده‌اند که استفاده از مدل‌سازی ریاضی در تدریس مباحث ریاضی، از جمله دنباله‌های حسابی، تأثیر مثبت و معناداری بر یادگیری دانش‌آموزان دارد. در واقع تدریس مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی به دانش‌آموزان امکان داد تا مفاهیم انتزاعی ریاضی را از طریق مثال‌های عینی و کاربردی درک کنند. این رویکرد نه تنها مشارکت فعال دانش‌آموزان را افزایش داد، بلکه به آن‌ها کمک کرد تا ارتباط بین مفاهیم ریاضی و کاربردهای واقعی آن‌ها را بهتر درک کنند. همچنین دانش‌آموزانی که با روش مدل‌سازی آموزش دیدند، کمتر دچار خطاهای رایج مانند اشتباه در محاسبه قدر نسبت یا تشخیص نادرست جمله عمومی شدند. این موضوع نشان می‌دهد که مدل‌سازی ریاضی به کاهش بدفهمی‌ها و تقویت درک مفهومی کمک می‌کند.

با توجه به یافته‌های این پژوهش، می‌توان توصیه‌هایی را برای دست‌اندرکاران آموزش ریاضی، از جمله معلمان ریاضی ارائه کرد. معلمان می‌توانند از مدل‌سازی ریاضی به‌عنوان یک روش کارآمد در تدریس مفاهیم ریاضی مانند دنباله‌های حسابی استفاده کنند. این روش نه تنها به درک مفهومی دانش‌آموزان کمک می‌کند، بلکه مهارت‌های حل مسئله و تفکر انتقادی آن‌ها را نیز تقویت می‌کند. برای افزایش علاقه و درک دانش‌آموزان، معلمان می‌توانند از مثال‌های واقعی و کاربردی در فرآیند مدل‌سازی، مشابه آنچه در این پژوهش به کار رفت، استفاده کنند. برای مثال، می‌توان از دنباله‌های حسابی برای مدل‌سازی مسائل مالی، رشد جمعیت یا زمینه‌های ورزشی استفاده کرد. مدل‌سازی ریاضی به‌طور طبیعی فرصت مناسبی را برای کار گروهی و مشارکت دانش‌آموزان فراهم می‌کند. معلمان می‌توانند در جریان تدریس مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی، با تشویق دانش‌آموزان به کار در گروه‌های کوچک، تعامل و همکاری را بین آن‌ها افزایش دهند.

به‌طور کلی، این پژوهش نشان داد که روش تدریس مبتنی بر مدل‌سازی ریاضی می‌تواند به‌عنوان یک رویکرد مؤثر در آموزش مفاهیم ریاضی مانند دنباله‌های حسابی مورد استفاده قرار گیرد. این روش نه تنها به درک مفهومی و افزایش مهارت‌های حل مسئله دانش‌آموزان کمک می‌کند، بلکه انگیزه و مشارکت آن‌ها را نیز افزایش می‌دهد. با توجه به این یافته‌ها، توصیه می‌شود که معلمان و برنامه‌ریزان آموزشی این روش را در برنامه‌های درسی خود بگنجانند و از آن به‌عنوان یک ابزار قدرتمند برای بهبود کیفیت آموزش ریاضی استفاده کنند.

فهرست منابع

- [۱]. شورای عالی آموزش و پرورش. (۱۳۹۱). *برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران*. وزارت آموزش و پرورش.
- [۲]. غلام آزاد، سهیلا. (۱۳۹۳). رد پای آموزش ریاضی واقعیت مدار در ریاضیات مدرسه ای در ایران. *نظریه و عمل در برنامه درسی*. سال دوم، شماره ۳: صص ۴۷-۷۰. <http://cstp.khu.ac.ir/article-1-2110-fa.html>
- [3]. Zbiek, R.M., Conner, A. (2006). Beyond Motivation: Exploring Mathematical Modeling as A Context for Deepening Students' Understandings of Curricular Mathematics. *Educ Stud Math* **63**, 89–112. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9002-4>
- [4]. Greer, B., Verschaffel, L., Mukhopadhyay, S. (2007). Modeling for Life: Mathematics and Children's Experience. In: Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, HW., Niss, M. (eds) *Modelling and Applications in Mathematics Education*. New ICMI Study Series, vol 10. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_7
- [5]. Anderson, J. (2009). Mathematics curriculum development and the role of problem-solving. Paper presented at the biennial conference of the Australian Curriculum Studies Association. Retrieved from ACSA website link: <https://www.researchgate.net/publication/255630930>
- [6]. Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modeling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>.
- [7]. Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modeling problems? Examples are Sugarloaf and the DISUM project. In C. Haines, P. Galbraith, S. Blum, & W. Khan (Eds.), *Mathematical modeling (ICIMA 12). Education, engineering, and economics* (pp. 222-231). Chichester. Harwood Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- [8]. Ferri, R.B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38: 86-95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- [۹]. رفیع پور، ابوالفضل. (۱۳۹۳). مدل سازی و کاربردها: گزارش یک پژوهش. *دوفصلنامه نظریه و عمل در برنامه درسی*، ۲(۳): صص ۹۳-۱۱۶. <http://cstp.khu.ac.ir/article-1-2112-fa.html>
- [10]. Verschaffel, L. (2002). Taking the Modeling Perspective Seriously at the Elementary School Level: Promises and Pitfalls. In A. D. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 64-80. Norwich, England: University of East Anglia.
- [11]. Kaiser, G., Schwarz, B., Tiedemann, S. (2010). Future Teachers' Professional Knowledge on Modeling. In: Lesh, R., Galbraith, P., Haines, C., Hurford, A. (eds) *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. Springer, Boston, MA. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1_37.
- [۱۲]. پرهیزگار، زکیه؛ جباری نوقابی، مهدی؛ و علم الهدایی، سیدحسن. (۱۳۹۹). تاثیر آموزش مسائل مدل سازی ریاضی بر تجربه های شوق دانش آموزان. *نوآوری های آموزشی*، ۱۹(۷۳)، ۱۴۶-۱۲۷. SID. <https://sid.ir/paper/75614/fa>

[۱۳]. قانّدی. (۱۳۹۷). تأثیر آموزش از طریق مدل‌سازی ریاضی بر ارتقای سطوح شایستگی مدل‌سازی ریاضی دانش‌آموزان پایه هفتم شهرستان قشم در سال تحصیلی ۱۳۹۶-۹۷. پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد آموزش ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بندرعباس

[۱۴]. امیرشاهی، مرضیه سادات. (۱۳۹۲). تأثیر مدل‌سازی ریاضی بر یادگیری مثلثات. پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد آموزش ریاضی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

[۱۵]. رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۱). تحلیل محتوای مسائل کتاب حسابان بر اساس رویکرد مدل‌سازی، فصل‌نامه مطالعات برنامه درسی/ایران، سال ششم، شماره ۴۲: صص ۱۵۰-۱۳۵. <https://www.magiran.com/p1092149>

[۱۶]. افشین منش، میلاد. (۱۳۹۱). بررسی تأثیر تدریس مبتنی بر رسم شکل بر مدل‌سازی جبری مسائل کلامی در دانش‌آموزان پسر سال دوم راهنمایی مدارس تهران. پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی.

[۱۷]. عبداله‌پور، کاظم و رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۶). پدیدارشناسی چرخه مدل‌سازی دانش‌آموزان پایه نهم در حل یک مسئله اصیل. فناوری آموزش، ۱۱(۲): ۱۶۰-۱۴۹. <https://doi.org/10.22061/tej.2017.634>

[۱۸]. بهمنی، فرزاد. (۱۳۹۱). تأثیر مدل‌سازی ریاضی بر توانایی حل مسئله شاگردان در مقاطع مختلف تحصیلی. پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد آموزش ریاضی، دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر، دانشگاه شهید چمران اهواز.

[19]. Hanklen, C. (2020). Mathematical modeling in Germany and France: A comparison of students' modeling processes. *Educational Studies in Mathematics*, 103, 209-229. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09931-5>

[20]. Liu, M., Liljedahl, P. (2019). Chapter 12: Flow and Modelling. In: Chamberlin, S.A., Sriraman, B. (eds) *Affect in Mathematical Modeling* (pp. 273-295). Advances in Mathematics Education. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-04432-9_17

[21]. Escalante, C., & Alejo, V. (2013). The development of mathematical concept knowledge and of the ability to use this concept to create a model. In G. A. Stallman, G. Kaiser, W. Bloom, & J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modeling: Connecting to research and practice* (pp. 517-526). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_44

[22]. Furner, J. M., & Gonzalez-DeHass, A. (2011). How do Students' Mastery and Performance Goals Relate to Math Anxiety? *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 7(4), 227-242. <https://doi.org/10.12973/ejmste/75209>

[23]. Andzin, N.S., Sari, P.Y.P., Widodo, R.C., Sukowati, D.I., Indriastuti, S., & Nursyahidah, F. (2024). Arithmetic Sequences and Series Learning Using Realistic Mathematics Education Assisted by Augmented Reality. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 18(1):139-148. <https://doi.org/10.22342/jpm.v18i1.pp139-148>

[24]. Jupri, A., Usdiyana, D., & Sispiyati, R. (2022). Introducing an arithmetic sequence using realistic mathematics education principles. *Nucleation and Atmospheric Aerosols*, <https://doi.org/10.1063/5.0107765>

[25]. Ludwig, M., Xu, B. (2010). A Comparative Study of Modelling Competencies Among Chinese and German Students. *J Math Didakt* 31: 77-97. <https://doi.org/10.1007/s13138-010-0005-z>

[26]. Abadi, A., Savitri, D., Artiono, R., & Rahmawati, R. (2024). Training for high school teachers to develop learning modules based on mathematical modeling in Magetan, East Java. *Community Empowerment*, <https://doi: 10.31603/ce.10784>

[۲۷]. رفیع‌پور، ابوالفضل. (۱۳۹۴). ظرفیت‌های بالقوه و موانع استفاده از رویکرد کاربرد مدل‌سازی در آموزش ریاضی دانشگاهی. *دوفصلنامه مطالعات برنامه درسی آموزش عالی*، دوره ۶، شماره ۱۲: صص ۱۸۸-۱۷۳.