Modern Management Engineering
Volume 11, Issue 1 , spring 2025

Paper type: Research paper

Presenting a Hybrid Model Based on Fuzzy Analytic Hierarchy Process Methods and Multi-Objective Fuzzy Goal Programming for Stock Portfolio Formation

Hamidreza Rezaei[1], Abdollah Hadi-Vencheh[*2], Hosein Arman[3], Mehedad Nikbakht[4]

Received: 15/11/2024 Accepted: 09/01/2025

Extended Abstract

The issue of choosing stock portfolio has always been one of the concerns of stock market activists. Optimizing the stock portfolio can create more financial benefits for investors and bring them a safer investment. Therefore, in this research, in order to present the optimization model of the stock portfolio by considering the uncertainty, the fuzzy multi-objective ideal programming method was used. To achieve this goal, listed companies were first selected for investment. Then, 6 indicators were considered to form the portfolio, which are price-to-earnings ratio (P/E), volume, return on equity (ROE), β coefficient, return on capital, and liquidity rating. The weight of these indicators was obtained using the Fuzzy Hierarchical Analysis Process (FAHP) method. Also, the values of these indicators were extracted for the considered companies. Then, each of these indicators was considered as an ideal goal, and its desirable and undesirable values were extracted, and based on that, a fuzzy membership function was obtained for each goal. Finally, a fuzzy ideal planning model was designed. By solving this model, it was determined how much the share of each company should be in forming the portfolio. The research findings showed that from the experts' point of view, P/E ratio, β coefficient, and liquidity rank are the most important indicators for portfolio formation. In addition, the research findings showed that only two companies out of the six companies considered should participate in portfolio formation in order to maximize the overall satisfaction achieved.

Introduction

۱. Department of Management, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

۲. Department of Mathematics, Khorasgan (Isfahan) Branch, Islamic Azad University, Isfahan, Iran

۳. Department of Management, Mo. C., Islamic Azad University, Mobarakeh, Isfahan, Iran

۴. Department of Industrial Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

How to cite this paper: Hamidreza Rezaei , Abdollah Hadi-Vencheh , Hosein Arman , Mehedad Nikbakht, S.A (2025). Presenting a Hybrid Model Based on Fuzzy Analytic Hierarchy Process Methods and Multi-Objective Fuzzy Goal Programming for Stock Portfolio Formation *Modern Management Engineering, 11*(1). [In Persian]

Investment in the stock exchange has attracted the attention of many investors. Constructing a portfolio in this market provides greater financial benefits and ensures a more secure investment for them.

Literature Review

Numerous studies have been conducted to present portfolio optimization models. This study also adopts a hybrid approach, with the main objective of determining the share of each selected company in portfolio construction.

Research Methodology

Given that the primary approach of this research is based on mathematical models, the study can be categorized as descriptive-analytical. The approach comprises two main phases. Phase one includes three steps: initially, portfolio selection indicators were extracted from the literature, including various financial ratios, profitability ratios, operational ratios, trading volume, return on assets, and others. These indicators were then presented to investors, who selected six key indicators for portfolio construction: Price-to-Earnings Ratio (P/E), Volume, Liquidity Rank, Return on Equity (ROE), Beta Coefficient (β), and Return on Capital. Finally, the weights of these indicators were determined by experts using the Fuzzy Analytic Hierarchy Process (FAHP).

Results

The results of the first phase indicated that the most important indicators according to experts were P/E ratio, β coefficient, and liquidity rank, with respective weights of 0.365, 0.221, and 0.212. Assigning weights to these indicators was essential due to the differing importance attributed to them by experts. The fuzzy version of AHP was used in this study because the experts preferred to express approximate rather than precise judgments. Therefore, to handle the uncertainty stemming from these approximate judgments, the fuzzy AHP method was employed. The second phase of the study, comprising four steps, focuses on determining the optimal share of six companies in the portfolio.

Discussion and Conclusion

The optimal companies, identified by their stock symbols (Khazin, Abad, Abada, Pelask, Kodma, and Ghargji), were selected based on investors' opinions. Initially, model requirements and assumptions were defined. The assumptions include:

- The proposed model is a multi-asset, single-period, multi-objective portfolio optimization model.
- The model includes six objectives for optimizing the portfolio.
- The weights of the objectives are different and are derived using expert judgment and the FAHP method.

Next, membership functions for the six selected indicators were developed using real-world data. Each fuzzy goal's membership function was based on the best and

worst values of its corresponding indicator, assigned degrees of membership 1 and 0, respectively. A weighted relationship was then derived to construct the membership function for each indicator across all companies. These membership functions formed the basis for designing the fuzzy objective functions of the multi-objective optimization model. Ultimately, a weighted fuzzy multi-objective optimization model was designed, through which the weight and share of each company in the portfolio were determined. The Max-Min approach was used to solve this model.

Conflict of Interest

The author (s) of this article declared no conflict of interest regarding the authorship or publication of this article.

Keywords: stock portfolio, fuzzy hierarchical analysis process, fuzzy multi-objective programming, fuzzy sets, goal programing

JEL Classification
C38, C61, G32

مهندسی مدیریت نوین
سال یازدهم، بهار ۱۴۰۴– شماره ۱

نوع مقاله: پژوهشی

ارائه یک مدل ترکیبی مبتنی بر روش‌های فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی فازی و برنامه‌ریزی آرمانی فازی چندهدفه به‌منظور تشکیل سبد سهام

حمیدرضا رضائی[۱]، عبدالله هادی وینچه[*۲]، محمدحسین آرمان[۳]، مهرداد نیکبخت[۴]

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۸/۲۵ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۱/۲۰

چکیده

مساله انتخاب سبد سهام همیشه یکی از دغدغه‌های فعالان بازار بورس و اوراق‌بهادار بوده است. بهینه‌سازی سبد سهام می‌تواند منافع مالی بیشتری را برای سرمایه‌گذاران ایجاد کرده و سرمایه‌گذاری مطمئن‌تری را برای آنان به ارمغان آورد. از همین رو در این تحقیق به‌منظور ارائه مدل بهینه‌سازی سبد سهام با درنظرگرفتن عدم قطعیت، از روش برنامه‌ریزی آرمانی چندهدفه فازی استفاده گردید. برای دستیابی به این هدف ابتدا شرکت‌های بورسی مدنظر برای سرمایه‌گذاری انتخاب گردیدند. سپس ۶ شاخص برای تشکیل پرتفوی در نظر گرفته شدند که عبارت‌اند از نسبت قیمت به بازده(P/E) ، حجم، بازده حقوق صاحبان سهام(ROE) ، ضریبβ، بازده سرمایه، و رتبه نقدشوندگی. وزن این شاخص‌ها با استفاده از روش فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی فازی(FAHP) به‌دست آمد. همچنین مقادیر این شاخص‌ها برای شرکت‌های مدنظر استخراج گردیدند. سپس هر یک از این شاخص‌ها به‌عنوان یک هدف آرمانی در نظر گرفته شد و مقادیر مطلوب و نامطلوب آن استخراج، و بر اساس آن یک تابع عضویت فازی برای هر هدف به‌دست آمد. در نهایت، یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی طراحی گردید. با حل این مدل مشخص گردید که سهم هر شرکت در تشکیل پرتفوی چقدر باید باشد. یافته‌های تحقیق نشان دادند که از دید خبرگان، شاخص‌های نسبت P/E، ضریب β، و رتبه نقدشوندگی، مهم‌ترین شاخص‌ها برای تشکیل پرتفوی هستند. به‌علاوه، یافته‌های تحقیق نشان دادند که تنها دو شرکت از بین شش شرکت مدنظر باید در تشکیل پرتفوی شرکت کنند تا رضایت کل به‌دست‌آمده ماکزیمم گردد.

کلیدواژه‌ها: سبد سهام، فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی فازی، برنامه‌ریزی چندهدفه فازی، مجموعه‌های فازی، برنامه‌ریزی آرمانی

طبقه‌بندی موضوعی: C38, C61, G32

---

۱ دانشجوی دکتری گروه مدیریت، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران
۲ استاد تمام گروه ریاضی، واحد اصفهان(خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران (نویسنده مسئول) AHadi@khuisf.ac.ir
۳ استادیار گروه مدیریت، واحد مبارکه، دانشگاه آزاد اسلامی، مبارکه، اصفهان، ایران
۴ استادیار گروه مهندسی صنایع، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

استناد: رضائی، حمیدرضا؛ هادی وینچه، عبدالله؛ آرمان، محمدحسین و نیکبخت، مهرداد. (۱۴۰۲). ارائه یک مدل ترکیبی مبتنی بر روش‌های فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی فازی و برنامه‌ریزی آرمانی فازی چندهدفه به‌منظور تشکیل سبد سهام. *مهندسی مدیریت نوین*، ۱۱(۱)

۱- مقدمه

سرمایه‌گذاری در بورس اوراق‌بهادار، به‌عنوان یکی از انواع ابزارهای مالی، همواره مورد توجه بسیاری از سرمایه‌گذاران بوده است. یکی از روش‌های سرمایه‌گذاری در بورس اوراق‌بهادار، خرید سهام عادی است. اما نوسان‌پذیری سهام همه شرکت‌های حاضر در بورس و حتی شرکت‌های حاضر در یک صنعت خاص نیز با هم برابر نیستند و سهام عادی برخی از شرکت‌ها نوسان‌پذیری بیشتری نسبت به سهام دیگر شرکت‌ها از خود نشان می‌دهند. این سبب می‌شود که خرید سهام یک شرکت با نوسان‌پذیری زیاد قیمتی ریسک زیادی را برای سرمایه‌گذار به بار آورد. در ادبیات مالی، یکی از راه‌های کاهش ریسک خرید سهام عادی، سرمایه‌گذاری در سبد سهام به‌جای خرید یک سهم عادی معرفی شده‌است. پرتفولیو[1] یا سبد سهام را می‌توان ترکیب مناسبی از اوراق‌بهادار در نظر گرفت که یک سرمایه‌گذار خریداری نموده و به‌منظور کسب بازده موردنظر خود برای مدت مشخصی نگه‌داری می‌کند.

تشکیل سبد سهام بهینه مهم‌ترین تصمیم افراد و مؤسسات سرمایه‌گذار در بورس اوراق‌بهادار است و از گذشته جزو مسائل مهم موردبحث در ادبیات مالی بوده است. انتخاب سبد یکی از چالش برانگیزترین مسائل تصمیم گیری برای یک سرمایه‌گذار است، زیرا مربوط به تصمیم گیری در مورد تخصیص سرمایه موجود به زیر مجموعه‌ای از اوراق‌بهادار در میان گزینه‌های موجود است، به‌طوری که سرمایه گذاری حاصل در یک سبد بازده مورد نظر را به‌همراه داشته‌باشد درحالی‌که کمترین ریسک ممکن را در بر داشته‌باشد (Jalota et al., 2024). ازاین‌رو در طول سال‌ها الگوهایی برای انتخاب سبد سهام ارائه‌شده که باگذشت زمان پژوهشگران آن‌ها را موردبررسی قرار داده و ایرادات هر یک را مشخص کرده‌اند و در ادامه الگوی دیگری به‌عنوان جایگزین معرفی کرده‌اند. نکته حائز اهمیت این است که نوسانات بازار بورس معمولاً غیرقابل‌پیش‌بینی بوده و ازاین‌رو انتخاب سبد بهینه نیازمند آموزش، برنامه‌ریزی و تدوین استراتژی سرمایه‌گذاری بر اساس مطلوبیت سرمایه‌گذاران بر مبنای بازده مورد انتظار آن‌ها و تعیین میزان پذیرش ریسک آن‌ها است. تشکیل سبد سهام می‌تواند در نتیجه تصمیمات نامرتبط سرمایه‌گذار یا در نتیجه برنامه‌ریزی سنجیده وی باشد (Alexander et al., 2017). تصمیم گیری در خصوص تشکیل سبد سهام عموماً مبتنی شاخصهای مالی اخذ می‌گردند زیرا عملکرد مالی یک شرکت از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر بازده سرمایه‌گذاری محسوب می‌گردد (Witkowska et al., 2021). یک مدیر سبد همچنین در تلاش است ریسک غیر سیستماتیک سرمایه‌گذاری خود را کاهش دهد که این کار را می‌تواند با تنوع بخشی به سبد سهام و تعداد زیاد سهام انجام دهد (Puerto et al., 2020).

[1] Portfolio

سرمایه‌گذاران زیادی به‌طور فعال از سبد سهام برای بهینه‌سازی سرمایه‌گذاری خود استفاده می‌کنند (Chen et al., 2023). تخصیص بهینه منابع در سرمایه‌گذاری و مدیریت سبد سهام یک امر مهم و ضروری است (Fu et al., 2013) زیرا تخصیص اشتباه تأثیر منفی بر بازگشت سرمایه دارد، درحالی‌که تخصیص صحیح منابع می‌تواند موجب شکل گیری تشکیل سبد سهامی با ریسک کم و بازده بالا می شود. به‌عبارت دیگر، سبد سهام بهینه ترکیب مناسبی از سهام را نشان‌می‌دهد که سبب می‌شود ریسک کلی سرمایه‌گذاری کاهش یابد بدون اینکه تأثیری منفی بر بازده مورد انتظار داشته‌باشد (Abolmakarem et al., 2024). مدیریت سبد سهام ارتباط دارد با تصمیم گیری درباره مسائلی همچون خرید، نگهداری، و فروش سهام بدون ریسک و دارای ریسک در طی زمان که در تطابق با ترجیحات سرمایه‌گذار نیز باشد (Deep et al., 2009). یک سبد سهام ممکن است شامل هم سهام مشابه و هم سهام متفاوت باشد. به‌عبارت دیگر، سبد سهام شامل سهام‌های مختلفی است که خصوصیات متفاوتی از ریسک و بازده دارند. در نتیجه، تجزیه و تحلیل سبد سهام درواقع تحلیلی از خصوصیات ریسک و بازده سهام‌های موجود در پرتفوی و تغییراتی است که هر سهم با سایر سهام به دلیل تعامل بین آنها و تأثیر هر یک‌بر دیگری دارد (Yurtsal et al., 2022).

در استراتژی‌های سرمایه‌گذاری سبد سهام، توضیح متغیر بودن ذاتی شرایط بازار دشوار است (Wang & Aste, 2023). تجزیه و تحلیل و انتخاب سبد سهام به مجموعه روش‌هایی اشاره می‌کند که به سرمایه گذارن کمک می‌کند انتخابی آگاهانه از مجموعه‌ای از سهام‌ها داشته‌باشند که این انتخاب می‌تواند با کمک مدل‌های ریاضی برای درنظر گرفتن محدودیت‌ها، ترجیحات، و عدم قطعیت‌های شرایط واقعی باشد (Liesiö et al., 2021). یکی از مهم‌ترین رویکردهایی که انقلابی در تشکیل سبد سهام ایجاد کرد رویکرد بهینه‌سازی مبتنی بر میانگین–واریانس سبد سهام است که توسط مارکوویتز[1] ارائه گردید (Akbay et al., 2020). مدل بهینه‌سازی مارکویتز مبتنی بر انتخاب یک پرتفوی از بین تمام پرتفوهای ممکن است به‌گونه‌ای که برای میزان مشخصی از بازده، ریسک کمتری را به سرمایه‌گذار تحمیل کند (Amiri et al., 2021). به‌عبارت دیگر، هدف اصلی سرمایه‌گذار یافتن تخصیص بهینه از وجوه موجود برای سرمایه‌گذاری در میان مجموعه‌ای از دارایی‌ها برای به‌دست آوردن حداکثر بازده ممکن با هزینه حداقل ریسک احتمالی است (Mandal et al., 2024)

مدل مارکویتز علیرغم محبوبیت زیاد آن، دارای محدودیت‌های زیادی نیز است (Abolmakarem et al., 2024). به‌عنوان‌مثال، مدل مارکویتز مبتنی بر عملکرد گذشته سهام‌ها به تشکیل پرتفوی می‌پردازد درحالی‌که عملکرد آتی بازارهای سهام باید مهم‌ترین عامل در تشکیل یک پرتفوی در نظر گرفته شود. به همین دلیل، محققین زیادی از روش‌های متنوع و جدیدی برای پیش‌بینی در تشکیل سبد سهام بهره

[1] Markowitz

برده‌اند (Behera et al., 2023). همچنین مدل مارکویتز مبتنی بر مدل بهینه‌سازی با یک هدف است که می‌تواند مینیمم کردن ریسک یا ماکزیمم کردن بازدهی باشد. اما محققین مختلفی با اشاره بر اینکه یک سرمایه‌گذار ممکن است اهداف متنوعی را دنبال کنند، به توسعه مدل‌های بهینه‌سازی پرداختند تا این مشکل را رفع کنند. به‌عنوان‌مثال، ما و همکاران (X. Ma et al., 2021) در تحقیق خود به‌منظور انتخاب سبد سهام بهینه با درنظرگرفتن ریسک دارایی، پنج هدف بهینه‌سازی شامل میانگین[۱]، واریانس[۲]، چولگی[۳]، کشیدگی[۴] و آنتروپی بازده[۵] را به‌طور هم‌زمان بررسی نمودند. آنها سپس یک الگوریتم تکاملی راهنمای نقطه مرجع دستیار[۶] برای رسیدن به این پرتفوی پنج هدفه پیشنهاد دادند.

در برخی از تحقیقات به‌منظور تشکیل سبد سهام از منطق فازی[۷] استفاده‌شده است. دلیل این استفاده این است که مفاهیم فازی یک ابزار قدرتمند برای توصیف مقادیر نادقیق و تقریبی داده‌ها است. در حقیقت ابهام نه‌تنها در بازارهای مالی بلکه در رفتار و تصمیمات مدیران مالی نیز دخیل است. به‌عنوان‌مثال (Zhou & Li, 2021) به این دلیل که شرایط بازار مالی آینده را نمی‌توان تنها با داده‌های تاریخی به‌طور مؤثر تشخیص داد، بازده را با متغیرهای فازی توصیف نمودند و یک مساله مدیریت پرتفوی چند دوره‌ای[۸] را در شرایط فازی بررسی کردند. ما و همکاران (X. Ma et al., 2021) نیز برای مدل‌سازی بازدهی- ریسک دارایی‌ها با هدف برآورد دقیق‌تری از بازده دارایی مخاطره‌آمیز از متغیر اعداد فازی به‌جای متغیر تصادفی استفاده نمودند. همچنین ژو و همکاران (Zhou et al., 2018) در مقاله خود مساله انتخاب سبد سهام را بر اساس نگرش‌های متفاوت محافظه‌کارانه-خنثی-تهاجمی مورد مطالعه قرار دادند. زارع و همکاران (Zare Mehrjerdi et al., 2013) در تحقیق دیگری مبنای انتخاب سبد سهام را مدل میانگین-واریانس-چولگی در نظر گرفتند و به‌منظور تطبیق هر چه بیشتر مدل با دنیای واقعی، بازده‌های سهام را به‌صورت متغیرهای فازی فرض نمودند.

بهینه‌سازی پرتفولیو با تخصیص دوره‌ای وجوه محدود برای سرمایه‌گذاری در انواع دارایی‌های بالقوه به‌منظور ارضای اشتهای سرمایه‌گذاران برای اهداف ریسک و بازده مرتبط است (Cui et al., 2024) . گاهی سرمایه‌گذاران باتوجه‌به تجربیات، شناخت، و علایق خود، شرکت‌هایی را برای سرمایه‌گذاری انتخاب کرده و شاخص‌هایی را برای تخصیص سرمایه خود بین این شرکت‌ها در نظر می‌گیرند. آنها سپس با استفاده از رویکردهای مختلف تحقیق در عملیات همچون تکنیک‌های تصمیم گیری چند شاخصه (Lakshmi & Kumara, 2024) و تحلیل پوششی داده‌ها (Khanjani Shiraz et al.,

[1] Mean
[2] Variance
[3] Skewness
[4] Kurtosis
[5] Return Entropy
[6] Assistant Reference Point Guided Evolutionary Algorithm (ARPGEA)
[7] Fuzzy Logic
[8] Multi-period Portfolio

2020) به رتبه بندی شرکت‌ها براساس شاخصهای مدنظر می‌پردازند. بنابراین، تحقیقات اخیر پیشرفت قابل توجهی در رتبه‌بندی سهام برای انتخاب سهام با رتبه برتر برای تشکیل پرتفولیو داشته‌اند (Y. Ma et al., 2024). اما این تکنیک‌ها فقط به رتبه بندی سهام می‌پردازند و تعیین نمی‌کنند چه درصدی از پرتفولیو باید از هر سهم تشکیل شده باشد. برای رفع این مشکل، برخی محققین از تکنیک‌های بهینه سازی استفاده کرده‌اند (Ricca & Scozzari, 2024). اما رویکرد این محققین نیز عمدتاً بر بهینه سازی دو شاخص ریسک و بازده پرتفولیو بوده است، حال آنکه ممکن است برای یک سرمایه‌گذار شاخصهای متعدد دیگری نیز مهم باشند که باید در نظر گرفته شوند. به‌علاوه، مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی میانگین–واریانس نسبت به عدم قطعیت در تخمین‌های ریسک–بازده حساس هستند، که ممکن است منجر به عملکرد ضعیف در تشکیل پرتفولیو شود(Lorenzo & Arroyo, 2023).

به‌علاوه، در تخصیص سرمایه بین شرکت‌های مختلف ابهاماتی وجود دارد که از آن جمله می‌توان به دقیق نبودن مقادیر شاخصهای مالی برای شرکت‌ها، روشی برای تقریب تقریبی این شاخص‌ها، نحوه تعیین وزن و اهمیت شاخص‌ها، چگونگی در نظر گرفتن اوزان این شاخص‌ها در تشکیل پرتفوی، و همچنین تعیین میزان سرمایه‌گذاری بهینه در هر یک از شرکت‌های مدنظر اشاره کرد. بررسی این موضوع می‌تواند به آسیب شناسی رویکردهای مختلفی بپردازد که برای تشکیل سبد سهام استفاده می شوند و همچنین می‌تواند به محققین کمک نماید تا در تشکیل سبد سهام مدنظر خود، از نقاط ضعف رویکردهای موجود اجتناب کنند. با توجه به این توضیحات، می‌توان اهداف اساسی این تحقیق را بدین گونه ارائه کرد: تعیین وزن شاخصهای مدنظر سرمایه گذاران برای تشکیل پرتفوی، ارائه رویکردی برای استخراج مقادیر شاخص‌ها برای پرتفوی طراحی شده به‌صورت اعداد فازی، ارائه رویکردی برای ادغام اوزان شاخص‌ها در مدل بهینه‌سازی فازی برای تعیین میزان بهینه سرمایه‌گذاری در هر شرکت.

ضرورت انجام این تحقیق را می‌توان از چند جنبه مورد بررسی قرار داد. برخی تحقیقات از جمله مدل مارکویتز از مدل‌های کلاسیک بهینه سازی برای تشکیل پرتفوی استفاده کرده‌اند که مقادیر قطعی را برای پارامترها در نظر می‌گیرند که لزوماً با واقعیت تطابق ندارد. به همین دلیل، ضرورت انجام تحقیقی که پارامترهای مالی را به‌صورت مقادیر تقریبی بتواند در نظر بگیرد دارای اهمیت می‌باشد. همچنین، در پاسخ به رویدادهای نامطمئن بی‌سابقه در دهه گذشته، باید رویکردی در مدل‌های بهینه سازی پرتفولیو در نظر گرفته شود که بتواند با ابهاماتی همچون ابهام در قیمت و ابهام در میزان نوسانات مواجه شود (Lv et al., 2023). برای رفع این مسائل، می‌توان از مفاهیم فازی استفاده‌کرد (Borovička, 2020). علاوه بر این، در یک فضای اقتصادی غیرقابل‌پیش‌بینی، پیش‌بینی بازده و ریسک‌های آتی مرتبط با دارایی‌های مالی خاص تنها بر اساس داده‌های قبلی غیرممکن است. در این خصوص نیز نظریه مجموعه‌های فازی می‌تواند با عدم قطعیت و ابهام رایج در بازارهای سهام مقابله کند (El Kharrim, 2023). به‌عنوان مثال، نرخ بازده دارایی‌های ریسک معمولاً به‌عنوان متغیرهای

تصادفی یا متغیرهای فازی تعریف می‌شوند (Xu & Li, 2024). همچنین از آنجا که بازار سهام معمولاً نوسان زیاد دارد و نمی‌توان بازده دارایی‌ها را به‌طور دقیق پیش‌بینی کرد، می‌توان از نظریه مجموعه‌های فازی برای تعیین مقدار تقریبی بازده دارایی‌ها استفاده‌کرد (Yadav et al., 2023). برخی محققین نیز مانند کومار و میش را (kumar & Mishra, 2024) از مدل‌های بهینه سازی چند هدفه فازی برای تشکیل پرتفولیو استفاده کردند زیرا در مدل بهینه سازی آنها هم پارامترها و هم اهداف دارای مقادیر نامعین و دارای ابهام بودند. اما ایرادی که بر مدل‌های بهینه سازی فازی موجود وارد است این است که این مدل‌ها عموماً براساس اعداد فازی از پیش تعیین‌شده طراحی می‌گردند و لذا ممکن است با مقادیر واقعی آنها تطابق نداشته‌باشند.

به‌علاوه، وزن شاخصهای مورد نظر در تشکیل پرتفولیو متفاوت است که معمولاً این تفاوت در مدل های بهینه سازی فازی موجود در نظر گرفته نمی‌شود. این نیز دلیل دیگری برای انجام تحقیقی است که اهمیت شاخصهای تشکیل پرتفوی را در مدل‌های بهینه سازی فازی در نظر بگیرد. همچنین باید در نظر داشت که عدم قطعیت یکی از عوامل کلیدی در مدل انتخاب سبد سهام است، زیرا سرمایه‌گذاران معمولاً با داده‌های نامشخص و مبهم روبه‌رو هستند. ازاین‌رو اکثر مدل‌های موجود انتخاب سبد سهام بر اساس نظریه احتمال شکل می‌گیرند. بااین‌حال، بازدهی یک دارایی، کاملاً تصادفی نیست و به‌احتمال زیاد تحت‌تأثیر تغییرات سیاسی، وضعیت اقتصادی کشور، سودآوری شرکت مربوطه و عوامل دیگر قرار می‌گیرد (X. Ma et al., 2021). از سوی دیگر حتی در تشکیل سبد سهام نیز ممکن است متغیرها و شرایط مختلفی نقش ایفا کنند که برای پاسخ به هرکدام نوع خاصی از مجموعه‌های فازی کاربرد داشته باشد. این اهمیت انجام تحقیقی را نشان‌می‌دهد که بتواند از مجموعه‌های مختلف فازی برای پاسخ گویی به ابهامات متفاوت بهره بگیرد.

همچنین باید در نظر داشت استخراج مقادیر شاخص‌ها برای یک پرتفوی که بر اساس مقادیر شاخص‌ها برای شرکت‌های مختلف تخمین زده می‌شود، نیز به عوامل مختلفی از جمله وزن هر شرکت در تشکیل پرتفوی بستگی دارد؛ بنابراین، طراحی مدل بهینه‌سازی فازی که میزان بهینه سرمایه‌گذاری در هر شرکت را به‌گونه‌ای تعیین کند تا نظر سرمایه‌گذاران در خصوص اهمیت شاخص‌های مدنظرشان اعمال گردد، یکی از ضروریاتی است که در این تحقیق دنبال می‌شود؛ بنابراین، باتوجه‌به توضیحات داده شده، یک سؤال اصلی طرح می‌شود که این تحقیق قصد دارد به آن پاسخ دهد: چگونه می‌توان یک مدل بهینه‌سازی فازی ارائه کرد که اولاً وزن و اهمیت شاخص‌های مدنظر خبرگان در آن اعمال شود، و ثانیاً توابع عضویت اهداف فازی آن مبتنی بر داده‌های موجود استخراج گردند؟

هدف این تحقیق ارائه یک مدل بهینه‌سازی فازی برای تشکیل سبد سهام مبتنی بر شرکت‌های بورسی منتخب در بازار بورس و اوراق‌بهادار تهران است. باتوجه‌به اینکه مدل ارائه‌شده مبتنی بر داده های تقریبی است، لذا در این تحقیق برای مدل‌سازی عدم قطعیت ناشی از این مدل، از روش برنامه

ریزی چندهدفه فازی استفاده گردید. برای این منظور، در این تحقیق ابتدا شرکت‌های بورسی مدنظر برای سرمایه‌گذاری انتخاب می‌شوند. مدل بهینه‌سازی این تحقیق شامل ۶ هدف فازی است که هر هدف یکی از شاخص‌های مدنظر سرمایه‌گذاران را بهینه می‌کند. این ۶ هدف عبارت‌اند از نسبت قیمت به بازده (P/E)، حجم، بازده حقوق صاحبان سهام (ROE)، ضریب β، بازده سرمایه، و رتبه نقدشوندگی. وزن این شاخص‌ها از دید سرمایه‌گذاران برابر نیست. برای استخراج نظر خبرگان در خصوص اوزان شاخص‌ها در این تحقیق از روش فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی فازی (FAHP)[1] استفاده می‌گردد و در مدل برنامه‌ریزی چندهدفه طراحی شده به‌عنوان وزن هر هدف اعمال می‌گردد. به‌عبارت‌دیگر، مدل بهینه‌سازی ارائه‌شده در این تحقیق، یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه است که هر هدف بهینه‌سازی یک شاخص را دنبال می‌کند به‌گونه‌ای که هر یک از این شاخص‌ها به‌عنوان یک هدف آرمانی در نظر گرفته شده و مقادیر مطلوب و نامطلوب آن استخراج، و بر اساس آن یک تابع عضویت فازی برای هر هدف به‌دست می‌آمد. در نهایت، یک مدل برنامه‌ریزی چندهدفه فازی موزون طراحی می‌گردد تا با حل آن، وزن هر یک از سهام در تشکیل پرتفوی مشخص گردد.

۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

روش‌های تشکیل پرتفولیو: یکی از مسائل مهم و پایه‌ای در سرمایه‌گذاری، مدیریت صحیح فرآیند سرمایه‌گذاری است که به بهینه‌سازی سبد سرمایه یا پرتفوی معروف است (امیری و همکاران، ۱۴۰۰). دو معیار مهم که سرمایه گذاران باید قبل از سرمایه‌گذاری در نظر داشته‌باشند عبارت‌اند از ۱) سرمایه‌گذاری آنها بیشترین بازده ممکن را به‌تبع خود داشته‌باشد، و ۲) بازده به‌دست‌آمده پایدار باشد، یعنی ریسک سرمایه‌گذاری آنها تا حد امکان کم باشد (Farid et al., 2021). برای دستیابی به این اهداف، تشکیل پرتفوی و تخصیص منابع به هر یک از سهام‌های مدنظر رویکردی است با درنظرگرفتن زمان و اهداف سرمایه‌گذاری و لحاظ کردن میزان ریسک می‌تواند مفید باشد (Koratamaddi et al., 2021). بنابراین، در تشکیل پرتفوی، دستیابی به اطلاعات صحیح همچون پیش بینی بازده سهام نقش بسیار مهمی دارد که سبب شده‌است محققین مختلفی به جستجوی متغیرها و شاخص‌هایی بپردازند که بتواند بازده سهام را توضیح دهد (Farid et al., 2021).

رویکردهای مختلفی برای تشکیل پرتفوی در ادبیات داده‌شده‌اند که یکی از آنها به‌کارگیری روش-های تصمیم گیری چند شاخصه (MADM)[2] است که مقایسه و اولویت بندی سبدهای سهام را بر اساس شاخصهای متنوع ممکن می‌کند (Barbati et al., 2023). رویکرد دیگر، بهینه‌سازی[3] پرتفوی

[1] Fuzzy Analytic Hierarchy Process
[2] Multi-Attribute Decision-Making
[3] Optimization

است که یکی از زمینه‌های پرکاربرد در مدیریت سرمایه‌گذاری و مهندسی مالی بوده و توجه بسیاری از پژوهشگران و سرمایه‌گذاران را به خود جلب نموده‌است. تئوری مدرن پرتفوی که توسط مارکویتز در سال ۱۹۵۲ ارائه گردید در اصل، آغازگر مدل بهینه‌سازی میانگین–واریانس بوده است (Didekhani & Hojatiostani, 2017). در حقیقت تا قبل از مقاله مارکویتز در سال ۱۹۵۲ رابطه سهام در یک سبد موردتوجه جدی قرار نمی‌گرفت و سهام مختلف به‌صورت مستقل بررسی می‌شدند. مارکویتز با ارائه مدل میانگین–واریانس نشان داد با تشکیل سبدی از دارایی‌های مالی این امکان وجود دارد که در یک سطح معینی از بازده، ریسک را کاهش داد (Markowitz, 1999). پس‌ازآن محققین زیادی از پژوهش مارکویتز الهام گرفتند، به‌نحوی‌که پیرامون رابطه بین ریسک و بازده مدل‌های مختلفی ارائه گردید. البته روش‌های گوناگونی جهت دستیابی به ترکیب بهینه سرمایه‌گذاری در اوراق‌بهادار ارائه‌شده است. از آن جمله می‌توان به روش‌های رگرسیون ساده و چند متغیره[۱]، برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی[۲]، برنامه‌ریزی آرمانی[۳]، الگوریتم کلونی مصنوعی زنبورعسل[۴]، الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچگان[۵]، الگوریتم خفاش[۶]، الگوریتم ژنتیک[۷]، سیستم‌های عصبی مصنوعی[۸]، روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره[۹] و تحلیل پوششی داده‌ها[۱۰] اشاره نمود. بهینه سازی پورتفولیو را می توان یک استراتژی مدیریت فعال دانست که هدف آن به حداکثر رساندن بازده و کنترل ریسک در محدوده های منطقی است (Sun et al., 2024).

تشکیل پرتفوی بر اساس مدل‌های بهینه‌سازی فازی: باتوجه‌به اینکه برخی پارامترهای مورداستفاده در تشکیل پرتفوی به‌صورت داده‌های نادقیق هستند، محققین برای طراحی مدل‌های بهینه‌سازی از مفاهیم فازی برای مدل کردن این پارامترها استفاده کرده‌اند. به‌عنوان‌مثال، رودریگز و همکاران یک مدل انتخاب پرتفوی را که ترکیبی از ویژگی‌های توزیع مختلف بازده در فرایند تصمیم‌گیری است، با درنظرگرفتن ترجیحات سرمایه‌گذاران که به‌عنوان عدم قطعیت‌های غیر آماری آن‌ها با استفاده از نظریه فازی مدل شده‌اند، پیشنهاد کردند. آن‌ها از ۲۰ سهام شاخص S&P500[۱۱] از ژانویه ۲۰۱۳ تا دسامبر ۲۰۱۷ استفاده نمودند و دریافتند عملکرد پرتفوهای به‌دست‌آمده از روش فوق از پرتفوهای میانگین واریانس بهتر است. تسور و همکاران (Tsaur et al., 2021) با دریافت این شکاف تحقیقاتی که

[1] Simple and Multivariate Regression
[2] Linear and Nonlinear Programming
[3] goal programming
[4] Artificial Bee Colony Algorithm
[5] Ant Colony Optimization
[6] Bat Algorithm
[7] Genetic Algorithm
[8] Artificial Nervous Systems
[9] Multi-Criteria Decision Making
[10] Data Envelopment Analysis
[11] Standard & Poor's 500 Index

محققان، سرمایه‌گذاری مازاد بر اساس نرخ بازده تضمین‌شده برای برخی اوراق‌بهادار را در نظر نمی‌گیرند یک تابع بازگشت فازی جدید که در آن برخی از اوراق‌بهادار برای سرمایه‌گذاری مازاد بر اساس نرخ بازدهی تضمین‌شده انتخاب می‌شود را برای بهبود میانگین و واریانس احتمالی معرفی کردند و این کار منجر به اصلاح مدل پرتفوی فازی شد. بر این اساس، برای تعیین اوراق‌بهادار خاص برای سرمایه‌گذاری اضافی در عملکرد بازده فازی، می‌توان پرتفوی کارآمد برای هر نرخ بازده تضمینی مدنظر در سطوح مختلف ریسک سرمایه‌گذاری به‌دست‌آورد. دی و همکاران (De et al., 2018). یک روش برنامه‌نویسی هدف فازی با استفاده از اپراتور ترکیبی فازی و ورنر پیشنهاد کردند که ترکیبی از اپراتور حداقل و همچنین میانگین حسابی برای ایجاد مرز کارا بود. آن‌ها با درنظرگرفتن سه معیار بازده، ریسک، و نقدینگی موردنظر، راه‌حل‌های کارآمدی برای مقادیر مختلف پارامتر جبران معیارها در محیط تصمیم‌گیری ارائه نمودند. آنها همچنین برای اندازه‌گیری ریسک از انحراف نیمه مطلق و از توابع خطی قطعی برای توصیف معیارهای بازگشت فازی و نقدینگی فازی استفاده کردند.

لازم به ذکر است اگرچه اکثر تحقیقات مورداستفاده برای تشکیل سبد سهام بر اساس پارامترهای مبهم از مفاهیم فازی نوع-۱ برای تشکیل سبد سهام استفاده کرده‌اند، اما برخی از پژوهشگران از مفاهیم دیگر فازی همچون فازی مردد[1] و فازی شهودی[2] برای این منظور بهره برده‌اند. به‌عنوان‌مثال، ژو و شو (Zhou & Xu, 2019). نیز مدل سبد سهام زبانی مردد با تمایل ریسک متغیر را جهت کاربرد در محاسبه نسبت سرمایه‌گذاری بررسی کردند. همچنین گوپا و همکاران (Gupta et al., 2019) در تحقیق خود بهینه‌سازی سبد سهام فازی شهودی را هدف اصلی تحقیق معرفی نمودند. دنگ و پان (Deng & Pan, 2018) نیز به تحقیق و مقایسه سبد سهام چندمنظوره بر اساس بهینه‌سازی فازی شهودی پرداختند. برخی محققین همچون وانگ و همکاران (H. Wang et al., 2024) نیز مباحث احتمالی و فازی را در مدل‌های بهینه سازی خطی با هم ادغام کرده و بر آن اساس به تشکیل پرتفوی پرداخته‌اند. حل مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری: برخی مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی بسیار بزرگ می‌شوند به‌گونه‌ای که با روش‌های کلاسیک حل مدل‌های بهینه‌سازی قابل‌حل نیستند. برای حل این مدل‌ها می‌توان از روش‌های فرا ابتکاری استفاده‌کرد که هرچند دستیابی به جواب بهینه را تضمین نمی‌کنند، اما جوابی خوب را در زمانی منطقی حاصل می‌کنند. از معروف‌ترین روش‌های فرا ابتکاری که برای حل مسائل بهینه‌سازی پرتفوی استفاده شده‌است، الگوریتم ژنتیک است. به‌عنوان‌مثال، ژو و لی (Zhou & Li, 2021) در مطالعه خود یک مساله مدیریت پرتفوی چند دوره‌ای را در شرایط فازی بررسی کردند. آن‌ها با درک این موضوع که تکنیک‌های فازی برای مدل‌سازی مالی زمانی عملکرد مطلوبی را نشان‌می‌دهد که شرایط بازار مالی آینده را نتوان تنها با داده‌های تاریخی

[1] Hesitant Fuzzy
[2] Intuitive Fuzzy

به‌طور مؤثر تشخیص داد، بازده را با متغیرهای فازی توصیف کردند و دو محدودیت واقع‌بینانه هزینه‌های معامله[1] و رویدادهای ورشکستگی[2] را در فرمول‌بندی مدل‌شان در یک برنامه بهینه‌سازی چند دوره‌ای میانگین و نیمه آنتروپی[3] در نظر گرفتند. برنامه تدوین‌شده به‌عنوان یک برنامه‌نویسی غیرخطی عدد صحیح با معرفی یک عامل ریسک گریزی بازنویسی شده و راه‌حل نهایی برنامه با استفاده از الگوریتم ژنتیک به‌دست‌آمده است. همچنین برای نشان دادن نتایج محاسباتی، یک مثال عددی با داده‌های موجود در سهام واقعی ارائه کردند که مفهوم مدل‌سازی اصلی و کارایی روش حل الگوریتم ژنتیک را نشان می‌داد.

لی و همکاران (Li et al., 2020) در مقاله خود به‌عنوان یک برنامه کاربردی، مدل حداکثرسازی چندمنظوره فازی را برای مسئله انتخاب پرتفوی در نظر گرفته و یک الگوریتم شبیه‌سازی عددی مبتنی بر انتگرال[4] برای تقریب مقادیر مورد انتظار واریانس و چولگی اعداد فازی پیشنهاد دادند. آن‌ها برای حل این مدل بهینه‌سازی، یک الگوریتم ژنتیک را با الگوریتم شبیه‌سازی عددی مبتنی بر انتگرال ادغام نمودند. ناظم‌پور و نائب بکائی(Nayebpur & Nazem Bokaei, 2017) مطالعه‌ای با هدف ارائه یک تکنیک جدید برای انتخاب پرتفوی با استفاده از الگوریتم ژنتیک و ارزیابی مصنوعی فازی۵ انجام دادند. روش پیشنهادی آن‌ها مسئله را در دو مرحله حل می‌کند. در مرحله اول، با استفاده از الگوریتم ژنتیک و ارزیابی مصنوعی فازی، وزن معیارها محاسبه می‌شود. در مرحله دوم، با استفاده از الگوریتم ژنتیک و ارزیابی مصنوعی فازی، پرتفوی اولویت‌بندی می‌شوند. آن‌ها از الگوریتم ژنتیک چندمنظوره برای تعیین بازده و ریسک در مرز کارا استفاده نمودند و از رویکرد تصمیم‌گیری مبتنی بر ارزیابی مصنوعی فازی، بهترین پرتفوی را از میان راه‌حل‌های به‌دست‌آمده توسط الگوریتم ژنتیک چندمنظوره انتخاب کردند. گئو و همکاران (Guo et al., 2016) نیز در مقاله خود مسئله انتخاب پرتفوی چند دوره‌ای با هزینه معامله V شکل[6] را در نظر گرفتند. در مطالعات سنتی، افق سرمایه‌گذاری دارایی‌ها یکسان فرض می‌شود ولی در این مقاله شرایط عملی و پیچیده‌ای که در آن دارایی‌ها دارای افق سرمایه‌گذاری متفاوتی بودند مفروض گردیده‌اند. در این مقاله یک مدل میانگین واریانس با هدف حداکثر سازی بازده پایانی تحت محدودیت ریسک کلی سرمایه‌گذاری تدوین‌شده است. همچنین یک الگوریتم ژنتیک مبتنی بر شبیه‌سازی فازی[7] طراحی‌شده که درنهایت موجب کارایی و استحکام الگوریتم پیشنهادی ارائه‌شده می‌گردد و می‌تواند برای کمک به سرمایه‌گذاران منطقی در یافتن استراتژی بهینه سرمایه‌گذاری در شرایط پیچیده بازار مالی مورداستفاده قرار گیرد.

---

[1] Transaction Costs
[2] Bankruptcy Events
[3] Semi-Entropy
[4] Numerical Integral-based Simulation Algorithm (NISA)
[5] Fuzzy Synthetic Evaluation (FSE)
[6] V-Shaped
[7] Fuzzy Simulation Based Genetic Algorithm (FSGA)

بهینه‌سازی تجمع ذرات روش دیگری از الگوریتم‌های فرا ابتکاری است که کاربرد زیادی در حل مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی داشته است. لیو و ژانگ (Liu & Zhang, 2021) در مقاله خود به مسئله انتخاب پرتفوی چند دوره‌ای در یک محیط فازی پرداخته‌اند که در آن تأثیر نگرش‌های نامتقارن متغیر زمان سرمایه‌گذاران نسبت به زیان‌ها و سودها بر انتخاب سبد سهام در نظر گرفته‌شده‌اند. آن‌ها یک الگوریتم بهینه‌سازی تجمع ذرات بهبودیافته برای حل مدل پیشنهادی طراحی کردند. ژانگ و همکاران (Zhang et al., 2019) در مقاله خود برای بحث کمی، از اثرات و عدم قطعیت تغییرات عملکرد در هر سهم و ارائه راه‌حل قابل‌اطمینان‌تر برای انتخاب پرتفوی، تجزیه‌وتحلیل حساسیت مدل پرتفوی چندمنظوره با واریانس فازی[1] را ارائه نمودند. سپس، بر اساس تکنیک شبیه‌سازی فازی، مدل را با یک سری متغیرهای فازی توزیع‌شده متفاوت سازگار کردند و از الگوریتم بهینه‌سازی تجمع ذرات جهت شبیه‌سازی عددی استفاده نمودند. آن‌ها نتیجه گرفتند که مدل پرتفوی چندمنظوره با واریانس فازی بر اساس روش تجزیه‌وتحلیل حساسیت به‌طور مؤثرتر حساسیت سهام مستقل را نسبت به بازده تغییرات، شناسایی و تحلیل کمی می‌کند که این موضوع می‌تواند میزان پایداری بازده را مشخص کند. وانگ و همکاران (Wang et al., 2017) در مطالعه خود مسئله انتخاب پرتفوی را در شرایطی که بازده اوراق به‌عنوان متغیرهای تصادفی فازی توصیف می‌شود بررسی کردند. در این مقاله متغیرهای تصادفی فازی جهت برآورد بازده آینده اوراق از ترکیب داده‌های تاریخی با دانش شخصی متخصص مورداستفاده قرار گرفته است. بر این اساس باتوجه‌به نگرش‌های مختلف به ریسک، دو مدل انتخاب پرتفوی ایجاد نمودند. آن‌ها یک الگوریتم بهینه‌سازی تجمع ذرات مبتنی بر شبیه‌سازی تصادفی فازی را برای جستجوی بهینه‌های تقریبی توسعه دادند.

برخی محققین از سایر الگوریتم‌های فرا ابتکاری برای حل مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی استفاده کردند. به‌عنوان‌مثال، لی و همکاران (Li et al., 2020) در پژوهش خود بهینه‌سازی سبد پویای چندمنظوره فازی طراحی و در ایجاد مدل، از واریانس و ارزش در معرض خطر به‌عنوان معیارهای اندازه‌گیری ریسک همراه با بازده مورد انتظار استفاده نمودند. آنها همچنین یک الگوریتم تکاملی پویای چندمنظوره به‌عنوان راه‌حل احتمالی مدل پیشنهادی طراحی نمودند. جیانگ و همکاران (Jiang et al., 2021) در مقاله خود به مسئله انتخاب پرتفوی چند مجموعه‌ای- چندمنظوره مبتنی بر نظریه اعتبار پرداختند. در این مقاله، مدل میانگین-واریانس چندمنظوره اعتباری برای مسئله انتخاب سبد سهام چند دوره‌ای تدوین‌شده که در آن بازده با میانگین اعتباری و ریسک با واریانس اعتباری اندازه‌گیری شده‌است. آنها برای حل مدل پیشنهادی، یک الگوریتم خفاش چندمنظوره بهبودیافته طراحی کردند که در آن سه استراتژی جدید، یعنی استراتژی انتخاب بهترین راه‌حل، استراتژی ایجاد راه‌حل ممکن و استراتژی یادگیری رقابتی، برای افزایش همگرایی پیشنهاد شدند. آنها همچنین کارایی الگوریتم خفاش را برای

[1] Sensitivity Analysis Fuzzy VaR Multi-Objective Portfolio Model (SA-VaR-FMOPSM)

حل مساله طراحی شده با کارایی هفت الگوریتم دیگر شامل بهینه‌سازی تجمع ذرات چندمنظوره، کلونی زنبورهای مصنوعی چندمنظوره، الگوریتم کرم شب‌تاب چندمنظوره[1]، تکامل دیفرانسیل چندمنظوره[2]، خفاش چندمنظوره، الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی غالب[3] و الگوریتم تکاملی قدرت پارتو ۲[4] مقایسه کردند. دنگ و همکاران (Deng et al., 2021) نیز یک الگوریتم ترکیبی مبتنی بر الگوریتم زنبور عسل برای حل مدل پیشنهادی پرتفوی چندمنظوره فازی ارائه دادند. در مدل آنها از آنجا که عدم قطعیت تصادفی و فازی اغلب در یک محیط واقعی ترکیب می‌شوند، بازده اوراق‌بهادار به‌عنوان اعداد تصادفی فازی در نظر گرفته شده‌است.

تشکیل پرتفوی بر اساس مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها: برخی تحقیقات از روش تحلیل پوششی داده‌ها که یک روش بهینه‌سازی است برای تشکیل پرتفوی استفاده کرده‌اند. به‌عنوان‌مثال، شیائو و همکاران (Xiao et al., 2020) رویکردی را ارائه نمودند که هم می‌تواند مرز تحلیل پوششی داده‌ها را بهبود بخشد و هم یک معیار قابل تکرار برای سرمایه‌گذاران پیشنهاد کند. نتایج تجربی این تحقیق نشان داده که مدل بهبودیافته نه‌تنها راهی سریع‌تری برای ارزیابی وجوه سرمایه‌گذاری در مقایسه با مدل تنوع بخشیده تحلیل پوششی داده‌ها ارائه می‌دهد، بلکه این نقص مدل سنتی که کارایی سبد سهام فازی را بیش از حد برآورد می‌کند را نیز برطرف می‌کند. خانجانی و همکاران (Khanjani Shiraz et al., 2020) بخشی از مسائل انتخاب پرتفوی را در نظر گرفتند که در آن بازده‌های سرمایه‌گذاری در اوراق‌بهادار، متغیرهای تصادفی فازی بوده و یک مدل تحلیل پوششی داده‌ها برای انتخاب سبد سهام با معیارهای خطر نزولی مرتبط با ارزش در معرض خطر[5] و ارزش شرطی در معرض خطر ارائه کردند. هر دو معیار مذکور برای تعریف امکان، ضرورت و معیارهای اعتبار استفاده شده که به‌عنوان برنامه‌نویسی غیرخطی تصادفی با متغیرهای تصادفی فازی تدوین‌شده‌اند. مهلاوات و همکاران (Mehlawat et al., 2018) مسئله انتخاب سبد سهام را از دیدگاه ترکیب اطلاعات بیشتر در مورد غیرعادی بودن بازده دارایی با درنظرگرفتن چارچوب میانگین واریانس، چولگی و کشیدگی مطالعه نمودند. آن‌ها از معیارهای گردش دارایی[6]، سود هر سهم[7]، رشد درآمد هر سهم[8]، نسبت اهرم[9]، نسبت قیمت / درآمد[10] و ضریب بتا[11] در قالب اعداد فازی استفاده نمودند و از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها برای ایجاد یک معیار سود

[1] Multiobjective Firefly Algorithm
[2] Multiobjective Differential Evolution
[3] Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)
[4] Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2 (SPEA2)
[5] Value-at-Risk (V@R)
[6] Asset Turnover
[7] Earnings Per Share (eps)
[8] Earnings Per Share Growth Rate
[9] Leverage Ratio
[10] Price/Earnings Ratio (P/E)
[11] Beta value (β)

از نمرات بهره‌وری هر سهم بهره بردند. آن‌ها از تأثیرات حاشیه‌ای دارایی‌ها بر لحظات بالاتر سبد سهام برای تدوین یک مدل برنامه‌ریزی خطی چندهدفه فازی استفاده نمودند.

شکاف تحقیقاتی: رویکردهای متفاوتی برای تشکیل پرتفوی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. اما هر یک از این رویکردهای برای منظور خاصی استفاده‌شده‌اند و در نتیجه ممکن است پاسخ‌گوی برخی شرایط دیگر نباشند. به‌عنوان مثال، برخی محققین همچون دنگ و همکاران (Deng & Chen, 2022) و لاکشمی و کومارا (Lakshmi & Kumara, 2024). از تکنیک‌های تصمیم‌گیری همچون AHP و TOPSIS برای رتبه بندی سهام استفاده کردند. اما این تکنیک‌ها صرفاً شرکت‌های دارای اولویت برای تشکیل پرتفوی را مشخص می‌کنند، اما بیان نمی‌کنند که هر شرکت به چه میزان باید در تشکیل پرتفوی سهم داشته‌باشد. برخی محققین دیگر همچون شیائو و همکاران (Xiao et al., 2020)، خانجانی و همکاران (Khanjani Shiraz et al., 2020)، و مهلاوات و همکاران (Mehlawat et al., 2018) از روش تحلیل پوششی داده‌ها برای رتبه بندی شرکت‌ها در تشکیل پرتفوی استفاده کردند. ایرادی که بر این تحقیقات وارد است این است که تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها برای رتبه بندی شرکت‌ها استفاده می‌شود، اما مشخص نمی‌کند که هر شرکت چه سهمی باید در تشکیل پرتفوی داشته باشد.

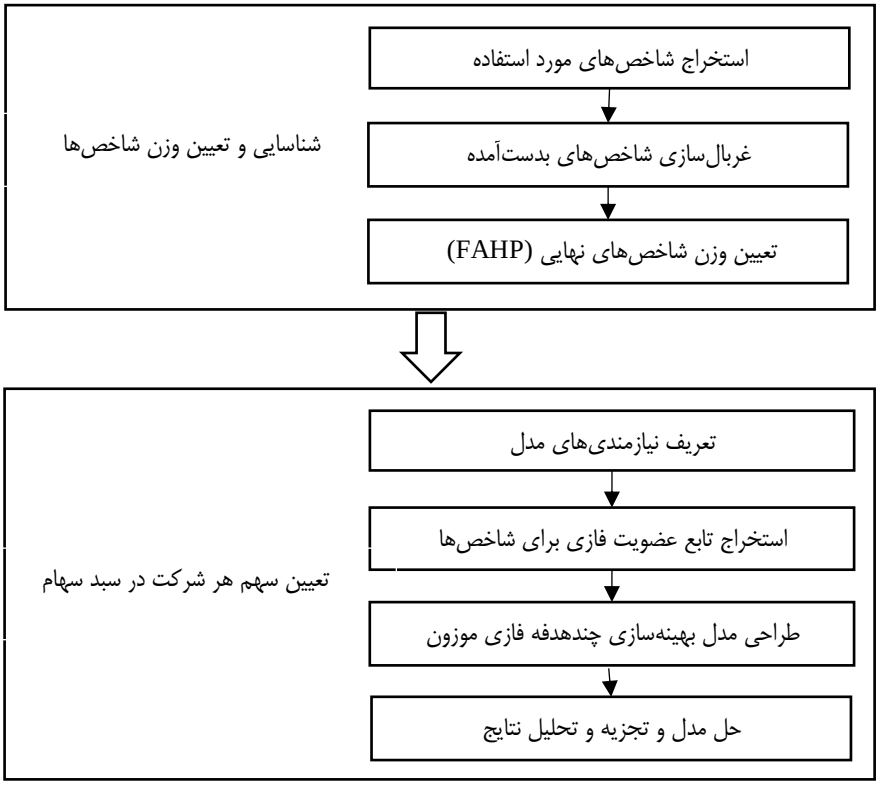
به‌منظور تعیین سهم هر شرکت در تشکیل سبد سهام، برخی محققین از مدل‌های بهینه سازی استفاده کرده‌اند. اما برای این تحقیقات نیز ایراداتی وارد است. به‌عنوان مثال، مدلی که توسط مارکوویتز ارائه گردید و محققینی همچون ریکا و اسکوزاری (Ricca & Scozzari, 2024) که کار او را ادامه دادند، مبتنی بر دو شاخص ریسک و بازده هستند، درحالی‌که در واقعیت ممکن است سرمایه گذاران شاخصهای مختلف دیگری را برای تشکیل سبد سهام در نظر بگیرند. به‌علاوه، مدل بهینه سازی مارکویتز فقط یک تابع هدف را در نظر می‌گیرد، یعنی یا به‌دنبال ماکزیمم کردن بازده با ثابت نگه‌داشتن میزان ریسک است، و یا به‌دنبال مینیمم کردن ریسک با ثابت نگه‌داشتن مقدار بازده است. این در حالی است که اولاً تعیین میزان ثابت بازده یا ریسک خود می‌تواند چالشی در این مدل باشد، و ثانیاً هم بازده و هم ریسک هر دو می‌توانند هدف‌های مجزایی برای یک سرمایه‌گذار باشند که قصد دارد آنها را بهینه کند، و نه اینکه یکی را ثابت در نظر بگیرد. برخی تحقیقات به ارائه مدل‌های بهینه سازی چند هدفه روی آورده‌اند تا بدین وسیله اهداف متفاوت را در نظر بگیرند. اما این تحقیقات نیز اکثراً وزن و اهمیت شاخص‌ها را در مدل بهینه سازی در نظر نمی‌گیرند، درحالی‌که این شاخص‌ها از نظر سرمایه‌گذار اهمیت های متفاوتی دارند که باید در تشکیل سبد سهم اعمال گردند.

مدل‌های بهینه سازی برای تشکیل پرتفوی اغلب مبتنی بر داده‌های دقیق برای شاخص‌ها هستند، درحالی‌که مقدار بسیاری از این شاخص‌ها نادقیق هستند. برای رفع این ایراد، برخی محققین همچون

بورووویکا (Borovička, 2020) مدل‌های بهینه سازی فازی را برای تشکیل سبد سهم ارائه کردند. اما مدل‌های بهینه سازی فازی موجود عموماً مبتنی بر اعداد فازی از پیش تعیین‌شده هستند که لزوماً با دنیای واقعی تطابق ندارند. بنابراین، باید در تشکیل سبد سهام از رویکردی برای استخراج مقادیر شاخص ها به‌صورت اعداد فازی استفاده شود که مبتنی بر داده‌های واقعی بوده و تطابق بیشتری با واقعیت داشته‌باشد.

۳- روش‌شناسی پژوهش

هدف اصلی از انجام این پژوهش، تعیین سهم هر یک از شرکت‌های منتخب در بورس اوراق‌بهادار تهران در تشکیل سبد سهام است. باتوجه‌به این‌که رویکرد اصلی این تحقیق مبتنی بر مدل‌های ریاضی است، لذا می‌توان این تحقیق را در زمره توصیفی – تحلیلی در نظر گرفت. مراحل انجام این تحقیق شامل ۲ فاز اصلی است. فاز اول دارای ۳ گام است که در آن ابتدا شاخص‌های مورد استفاده برای تشکیل سبد سهام از ادبیات تحقیق استخراج می‌گردند. سپس این شاخص‌ها در معرض سرمایه‌گذارن قرار گرفته و مهم‌ترین آنها شناسایی می‌گیرند. در نهایت، وزن این شاخص‌ها از نظر خبرگان با استفاده از روش FAHP به‌دست می‌آیند. فاز دوم این تحقیق دارای ۴ گام است که در آن ابتدا نیازمندی‌های مدل شناسایی شده و مفروضات تحقیق تعریف می‌گردند. سپس، توابع عضویت برای هر یک از شاخصهای مورد استفاده در سبد سهام با استفاده از داده‌های واقعی استخراج می‌گردند. در نهایت، یک مدل بهینه سازی فازی موزون طراحی می‌گردد که خروجی آن تعیین میزان سهم هر شرکت در تشکیل سبد سهام می‌باشد. فازبندی و گام‌های تحقیق در شکل (۱) نشان داده‌شده‌است.



شکل (۱) فازبندی و گام‌های پژوهش

فاز ۱: همان‌طور که شکل (۱) نشان‌می‌دهد، فاز اول این تحقیق به شناسایی و وزنده‌ی به شاخص هایی می‌پردازد که در تشکیل سبد سهام نقش دارند. شاخصهای متعددی برای این منظور مورداستفاده قرار گرفته‌اند که می‌توانند شامل انواع نسبت‌های مالی، نسبت‌های سودآوری، نسبت‌های عملیاتی، حجم خرید، بازده دارایی‌ها، و موارد متعدد دیگری باشند. شاخصهای نهایی باید بر اساس نظر خبرگان یا سرمایه گذارانی انتخاب گردند که هدف از این تحقیق تشکیل سبد سهام برای آنها است. برای این منظور، شاخصهای مختلف به ذی نفعان تحقیق ارائه گردید و در نهایت ۶ شاخص به‌عنوان مهم‌ترین آنها برای تشکیل سبد سهام انتخاب شدند که عبارتند از نسبت قیمت به بازده (P/E)، حجم، رتبه نقدشوندگی، بازده حقوق صاحبان سهام (ROE)، ضریب β، و بازده سرمایه. باتوجه‌به اینکه از نظر خبرگان این شاخص‌ها در تشکیل سبد سهام اهمیت متفاوتی دارند، لذا در این تحقیق وزن این شاخص ها نیز با استفاده از روش FAHP به‌دست می‌آید. علت استفاده از نسخه فازی AHP در این تحقیق این است که ذی نفعان پژوهش از ابراز نظر دقیق در خصوص تعیین اهمیت نسبی شاخص‌ها پرهیز

داشتند و تمایل آنها بر ابراز نظر تقریبی بود. لذا برای مواجهه با عدم قطعیت ناشی از ابراز نظرهای تقریبی ذی‌نفعان، از نسخه فازی روش AHP در این تحقیق استفاده گردید.

نکته حائز اهمیت این است که مدل‌های متعددی برای روش FAHP ارائه گردیده‌اند که از آن جمله می‌توان به روش‌های تحلیل توسعه‌ای، روش باکلی، روش حداقل مجذورات لگاریتمی فازی، و روش برنامه‌ریزی ترجیحی فازی اشاره کرد. اما این روش‌ها دارای ایرادات متعددی هستند و حتی برخی از آنها همچون روش تحلیل توسعه‌ای ممکن است نه‌تنها وزن‌های نادرستی به گزینه‌ها تخصیص دهند، بلکه حتی رتبه‌بندی گزینه‌ها را نیز به نادرستی تعیین کنند. این ایرادات در تحقیق آرمان و همکاران (Arman et al., 2021) مرور شده‌اند. آنها همچنین روش‌های تقریبی استخراج وزن در AHP را به‌گونه‌ای برای محیطهای فازی توسعه دادند تا از ایرادات روش‌های کلاسیک FAHP اجتناب کنند. یکی از این روش‌ها که در این تحقیق از آن استفاده می‌گردد، روش میانگین هندسی فازی (FGMM)[1] نام دارد. در این روش ابتدا ترجیحات ذی نفعان برای مقایسه زوجی شاخص‌ها به‌صورت اصطلاحات زبانی اخذ می‌گردند. سپس با استفاده از جدول ۱، این ترجیحات زبانی به اعداد فازی مثلثی تبدیل می شوند.

جدول (۱) ترجیحات زبانی و اعداد فازی مثلثی معادل آنها

ترجیحات زبانی	اولویت ستون به‌ردیف	اولویت سطر به ستون
اهمیت برابر	(۱،۱،۱)	(۱،۱،۱)
برابر با نسبتاً مهم‌تر	(۱ ،۰/۵۰ ،۰/۳۳)	(۳،۲،۱)
نسبتاً مهم‌تر	(۱ ،۰/۳۳ ،۰/۲۰)	(۵،۳،۱)
از اهمیت نسبتاً مهم تا بالا	(۰/۳۳ ،۰/۲۵ ،۰/۲۰)	(۵،۴،۳)
اهمیت بالا	(۰/۳۳ ،۰/۲۰ ،۰/۱۴)	(۷،۵،۳)
اهمیت بالا تا اهمیت بسیار بالا	(۰/۲۰ ،۰/۱۷ ،۰/۱۴)	(۷،۶،۵)
اهمیت بسیار بالا	(۰/۲۰ ،۰/۱۴ ،۰/۱۱)	(۹،۷،۵)
اهمیت بسیار بالا تا کاملاً مهم	(۰/۱۴ ،۰/۱۳ ،۰/۱۲)	(۹،۸،۷)
کاملاً مهم	(۰/۱۴ ،۰/۱۱ ،۰/۱۱)	(۹،۸،۷)

برای استفاده از روش FGMM، ابتدا یک ماتریس مقایسات زوجی که با اعداد فازی مثلثی تکمیل شده‌اند، به‌صورت زیر در نظر گرفته‌می‌شود:

$$\tilde{B} = (\tilde{b}_{ij})_{n\times n} = \begin{bmatrix} (1,1,1) & (l_{12},m_{12},u_{12}) & \dots & (l_{1n},m_{1n},u_{1n}) \\ (l_{21},m_{21},u_{21}) & (1,1,1) & \dots & (l_{2n},m_{2n},u_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (l_{n1},m_{n1},u_{n1}) & (l_{n2},m_{n2},u_{n2}) & \dots & (1,1,1) \end{bmatrix} \quad \text{رابطه (۱)}$$

1. Fuzzy Geometric Mean Method

به‌طوری‌که

$$\tilde{b}_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij}) = \tilde{b}_{ji}^{-1} = (\frac{1}{u_{ji}}, \frac{1}{m_{ji}}, \frac{1}{l_{ji}}), \quad i, j = 1, \ldots, n.$$

سپس، میانگین هندسی هر سطر از ماتریس به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\tilde{M}_i = \left(\left(\prod_{j=1}^{n} l_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}, \left(\prod_{j=1}^{n} m_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}, \left(\prod_{j=1}^{n} m'_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}, \left(\prod_{j=1}^{n} u_{ij} \right)^{\frac{1}{n}} \right), \quad i = 1, \ldots, n. \qquad \text{رابطه (۲)}$$

که در آن $\tilde{M}_i$ میانگین هندسی ترجیحات فازی مثلثی در سطر i و n بعد ماتریس $\tilde{B}$ است. در ادامه $\tilde{M}_i$ به‌صورت زیر نرمال می‌شود:

$$\tilde{S}_i = \left(\frac{\left(\prod_{j=1}^{n} l_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}}{\sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{j=1}^{n} u_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}}, \frac{\left(\prod_{j=1}^{n} m_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}}{\sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{j=1}^{n} m_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}}, \frac{\left(\prod_{j=1}^{n} u_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}}{\sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{j=1}^{n} l_{ij} \right)^{\frac{1}{n}}} \right), \quad i = 1, \ldots, n. \qquad \text{رابطه (۳)}$$

که در آن $\tilde{S}_i$ وزن نسبی فازی عنصر متناظر با ردیف i است و می‌توان آن را به‌صورت تقریبی یک عدد فازی مثلثی به‌صورت $\tilde{S}_i = (l_i, m_i, u_i)$ در نظر گرفت. برای دی بازی‌سازی در این پژوهش از روش مرکز ثقل استفاده می‌شود که فرمول آن برای عدد مثلثی $\tilde{S}_i$ به‌صورت رابطه زیر است:

$$S_i = \frac{l_i + m_i + u_i}{3} \qquad \text{رابطه (٤)}$$

که Si بیانگر وزن دیفازی شده عنصر i ام است. جمع Siهای به‌دست‌آمده لزوماً برابر با ۱ نیست؛ لذا با استفاده از فرمول زیر نرمال می‌شوند تا جمع آنها برابر با ۱ شود:

$$W_i = \frac{S_i}{\sum_{t=1}^{n} S_t}, \quad i = 1, \ldots, n. \qquad \text{رابطه (۵)}$$

که Wi بیانگر وزن دقیق عنصر i ام است.

فاز ۲: فاز دوم این تحقیق به تعیین میزان سهم هر شرکت در تشکیل سبد سهام می‌پردازد. برای این منظور، در این فاز یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه فازی موزون طراحی می‌گردد که با حل آن، وزن و سهم هر شرکت در تشکیل سبد سهام مشخص می‌گردد. برای ساخت این مدل، ابتدا باید نیازمندی های مدل همچون فرضیات، متغیرهای تصمیم، پارامترها، محدودیت‌ها و توابع هدف تعیین گردند.

سپس تابع عضویت متناظر با هر هدف فازی به‌دست می‌آید. در این تحقیق، تابع عضویت هر هدف فازی بر اساس بهترین و بدترین مقدار شاخص متناظر با هر هدف استخراج می‌گردد. بنابراین، ابتدا باید مقادیر شاخص‌ها برای هر یک از شرکت‌های تحت بررسی استخراج گردند و سپس تابع عضویت هر شاخص با درنظرگرفتن بهترین و بدترین مقدار آن از بین داده‌های موجود استخراج گردد. این توابع هدف خود مبنای طراحی توابع هدف فازی مدل بهینه‌سازی چندهدفه قرار می‌گیرند. بنابراین اگر تعداد شاخص‌ها برابر با m باشد، مدل طراحی شده دارای m تابع هدف به‌صورت $Gj\ (x),\ j=1,\ \ldots,\ m$ است. برای استخراج تابع عضویت متناظر با هدف $j\ (j=1,\ \ldots,\ m)$، ابتدا بهترین و بدترین مقادیر را برای آن شاخص از بین داده‌های موجود به‌دست آورده و با درجات عضویت ۱ و ۰ نشان دهید که به‌صورت نمادین به‌صورت Z_j^1 و Z_j^0، نمایش داده می‌شوند. اگر هدف j از نوع–سود باشد (یعنی هرچه بیشتر بهتر)، مقادیر Z_j^1 و Z_j^0، به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

رابطه(٦) $Z_j^1 = \max\ a_{ij},\ i = 1,\ldots,n,\quad if\ \ j\ \ is\ \ a\ \ benefit-type\ \ goal$

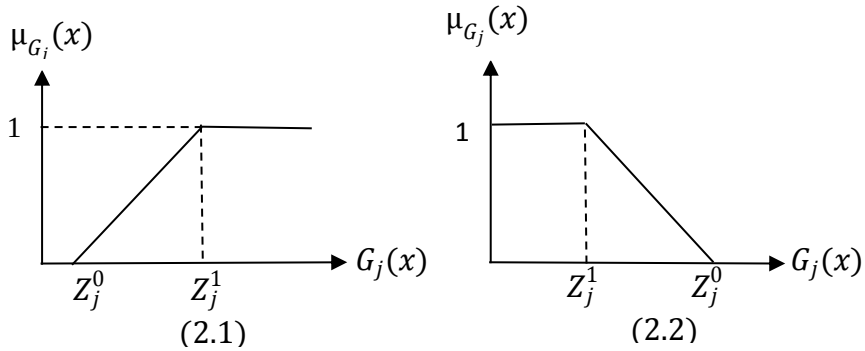
رابطه(۷) $Z_j^0 = \min\ a_{ij},\ i = 1,\ldots,n,\quad if\ \ j\ \ is\ \ a\ \ benefit-type\ \ goal$

اما اگر هدف j از نوع – زیان باشد (هرچه کمتر بهتر)، مقادیر Z_j^1 و Z_j^0، به‌صورت زیر به دست می‌آیند:

رابطه(۸) $Z_j^1 = \min\ a_{ij},\ i = 1,\ldots,n,\quad if\ \ j\ \ is\ \ a\ \ \mathrm{cost}-type\ \ goal$

رابطه (۹) $Z_j^0 = \max\ a_{ij},\ i = 1,\ldots,n,\quad if\ \ j\ \ is\ \ a\ \ \mathrm{cost}-type\ \ goal$

که n تعداد گزینه‌ها، و a_{ij} مقدار باشد گزینه i برای هدف j است. شکل ۲،۱ و ۳،۲ به‌ترتیب نشان دهنده تابع عضویت هدف j هستند اگر این هدف از نوع–سود یا از نوع–هزینه باشد.



شکل (۲) شماتیک تابع عضویت هدف j برای اهداف از نوع–سود و از نوع–زیان

اگر هدف j از نوع – سود باشد، تابع عضویت آن از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

اگر $\mu_{G_j}(x) = \begin{cases} 1 & if\ \ G_j(x) > Z_j^1 \\ \frac{G_j(x)-Z_j^0}{Z_j^1-Z_j^0} & if\ \ Z_j^0 \le G_j(x) \le Z_j^1 \\ 0 & if\ \ G_j(x) < Z_j^0 \end{cases}$ رابطه(۱۰)

هدف j از نوع – زیان باشد، تابع عضویت آن از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$\mu_{G_j}(x) = \begin{cases} 1 & if\ \ G_j(x) < Z_j^1 \\ \frac{Z_j^0-G_j(x)}{Z_j^0-Z_j^1} & if\ \ Z_j^1 \le G_j(x) \le Z_j^0 \\ 0 & if\ \ G_j(x) > Z_j^0 \end{cases}$$

رابطه(۱۱)

پس از استخراج توابع عضویت برای اهداف تحقیق، مدل بهینه‌سازی چندهدفه فازی موزون طراحی می‌گردد. این تحقیق مدل FMODM موزون را برای حل مساله پرتفولیو طراحی می‌کند؛ زیرا از نظر ذی‌نفعان وزن اهداف با هم برابر نیستند. بر اساس این توضیحات، فرم عمومی مدل FMODM موزون طراحی شده در این تحقیق به‌صورت زیر است:

$$\begin{aligned} & Optimize \quad \{w_1.\tilde{G}_1(x),\ w_2.\tilde{G}_2(x),\ \ldots,\ w_m.\tilde{G}_m(x)\} \\ & s.t. \\ & (Ax)_i \le b_i, \quad \forall i \\ & x \ge 0 \end{aligned}$$

رابطه(۱۲)

که در آن $\tilde{G}_j(x),\ j = 1, \ldots, m,$ نشان‌دهنده تابع هدف jام متناظر با هدف فازی jام، و w_j وزن هدف jام است که با استفاده از روش FAHP به‌دست‌آمده است. در این تحقیق برای حل مدل طراحی شده از رویکرد ماکزیمم–مینیمم موزون ارائه‌شده توسط لین(Lin, 2004) استفاده می‌شود. بنابراین، مدل FMODM طراحی شده فوق به مدل قطعی زیر تبدیل می‌شود:

$$\begin{aligned} & \max \quad \lambda \\ & s.t. \\ & w_j\lambda \le \mu_{G_j}(x), \quad \forall j \\ & (Ax)_i \le b_i, \quad \forall i \\ & \lambda \in [0,1], \quad x \ge 0 \end{aligned}$$

رابطه(۱۳)

که در آن λ و $\mu_{G_j}(x)$ به‌ترتیب بیانگر رضایت کل و تابع عضویت هدف j می‌باشند. سهم بهینه هر شرکت در تشکیل سبد سهام با حل این مدل به‌دست می‌آید.

۴- تجزیه‌وتحلیل داده‌ها

تجزیه‌وتحلیل نتایج این تحقیق در دو فاز مجزا ارائه می‌شوند که عبارت‌اند از تعیین وزن و اهمیت شاخص‌ها و تعیین سهم هر یک از شرکت‌ها در تشکیل سبد سهام. این دو فاز در ادامه به‌تفصیل تشریح می‌گردند.

محاسبه وزن شاخص‌ها

در این فاز وزن شاخص‌های مورداستفاده به‌دست می‌آیند. در این تحقیق ۶ شاخص به‌عنوان شاخصهای نهایی برای تشکیل سبد سهام انتخاب شدند که عبارت‌اند از نسبت قیمت به بازده (P/E)، حجم، رتبه نقدشوندگی، بازده حقوق صاحبان سهام (ROE)، ضریب β، و بازده سرمایه. وزن این شاخص‌ها از نظر ذی نفعان برابر نیست و برای تعیین اوزان آنها در این تحقیق از روش FGMM استفاده می‌شود. برای این منظور، ابتدا نظر ذی نفعان در خصوص اهمیت زوجی شاخص‌ها به‌صورت متغیرهای زبانی اخذ و سپس با استفاده از جدول ۱ این نظرات کیفی به اعداد فازی مثلثی تبدیل گردیدند. نتایج حاصل در جدول ۲ نشان داده‌شده‌است. قبل از تعیین وزن شاخص‌ها، ابتدا باید پایایی این جدول مورد ارزیابی قرار گیرد. پایایی جداول مقایسات زوجی براساس نرخ ناسازگاری آنها سنجیده می‌شود. با توجه به اینکه داده‌های این جدول به‌صورت فازی هستند، ابتدا این داده‌ها با استفاده از رابطه (۴) دیفازی شدند و سپس نرخ ناسازگاری این جدول به‌دست آمد. با توجه به اینکه نرخ ناسازگاری محاسبه شده برابر با ۰٫۰۰۸ و کمتر از ۰٫۱ می‌باشد، لذا می‌توان به داده‌های این جدول اتکا کرده و وزن شاخص‌ها را با توجه به این داده‌ها به‌دست‌آورد.

جدول (۲) جدول مقایسات زوجی شاخص‌ها

شاخص‌ها	نسبت P/E	حجم	رتبه نقدشوندگی	ROE	ضریب β	بازده سرمایه
نسبت P/E	(۱،۱،۱)	(۷،۸،۹)	(۱،۲،۳)	(۳،۵،۷)	(۱،۲،۳)	(۳،۵،۷)
حجم		(۱،۱،۱)	(۰/۱۷، ۰/۲۰، ۰/۱۴)	(۰/۳۳، ۱، ۰/۲۰)	(۰/۱۷، ۰/۲۰، ۰/۱۴)	(۰/۵۰، ۱، ۰/۳۳)
رتبه نقدشوندگی			(۱،۱،۱)	(۱،۳،۵)	(۱،۱،۱)	(۱،۳،۵)
ROE				(۱،۱،۱)	(۰/۳۳، ۱، ۰/۲۰)	(۱،۱،۱)
ضریب β					(۱،۱،۱)	(۳،۴،۵)
بازده سرمایه						(۱،۱،۱)

وزن شاخص‌ها از جدول (۲) با ا ستفاده از روش FGMM به‌د ست می‌آید. برای این منظور، ابتدا میانگین هند سی اعداد هر سطر با ا ستفاده از رابطه (۲) به‌د ست می‌آید. این اعداد با ا ستفاده از رابطه (۳) نرمال و سپس با ا ستفاده از رابطه (۴) دیفازی می شوند. در نهایت، با به‌کارگیری رابطه (۵)، اعداد

دیفازی شده نرمال می شوند که خود نشان‌دهنده اوزان قطعی شاخص‌ها می‌باشند. این محاسبات در جدول (۳) داده‌شده‌اند.

جدول (۳) محاسبه وزن شاخصها با روش FGMM

شاخص‌ه ا	محاسبه میانگین هندسی با فرمول (۲)	نرمال‌سازی با فرمول (۳)	دیفازی سازی با فرمول (۴)	وزن نهایی با فرمول (۵)
نسبت P/E	(۱/۹۹۵، ۳/۰۴۷، ۳/۹۷۹)	(۰/۱۸۰، ۰/۳۷۷، ۰/۷۲۸)	۰/۴۲۸	۰/۳۶۵
حجم	(۰/۲۳۱، ۰/۲۸۹، ۰/۴۲۳)	(۰/۰۲۱، ۰/۰۳۶، ۰/۰۷۷)	۰/۰۴۵	۰/۰۳۸
رتبه نقدشوندگی	(۱/۰۸۹، ۱/۷۳۲، ۲/۳۶۵)	(۰/۰۹۹، ۰/۲۱۴، ۰/۴۳۳)	۰/۲۴۸	۰/۲۱۲
ROE	(۰/۴۲۳، ۰/۶۳۷، ۱/۰۸۹)	(۰/۰۳۸، ۰/۰۷۹، ۰/۱۹۹)	۰/۱۰۵	۰/۰۹۰
ضریب β	(۱/۰۳۸، ۱/۸۱۷، ۲/۳۶۵)	(۰/۱۱۸، ۰/۲۲۵، ۰/۴۳۳)	۰/۲۵۸	۰/۲۲۱
بازده سرمایه	(۰/۴۲۳، ۰/۵۶۷، ۰/۸۳۳)	(۰/۰۳۸، ۰/۰۷۰، ۰/۱۵۲)	۰/۰۸۷	۰/۰۷۴
جمع	(۵/۴۶۸، ۸/۰۸۹، ۱۱/۰۵۴)	---	۱/۱۷۲	۱

همان‌طور که جدول (۳) نشان‌می‌دهد مهم‌ترین شاخص‌ها از دید خبرگان، شاخصهای نسبت P/E، ضریب β، و رتبه نقدشوندگی هستند که اوزان آنها به‌ترتیب برابر با ۰/۳۶۵ و ۰/۲۲۱ و ۰/۲۱۲ می باشند.

طراحی و حل مدل بهینه‌سازی

در فاز دوم این تحقیق به طراحی یک مدل FMODM موزون پرداخته و با حل آن به تعیین میزان سهم هر شرکت در تشکیل سبد سهام می‌پردازد.

تعیین نیازمندی‌های مدل

برای طراحی مدل پیشنهادی این تحقیق، ابتدا باید نیازمندی‌های مدل همچون فرضیات، متغیرهای تصمیم، و پارامترها تعیین گردند تا بر اساس آنها بتوان محدودیت‌ها و توابع هدف مدل را طراحی کرد. در این بخش به تعریف فرضیات، پارامترها، و متغیرهای تصمیم مدل پرداخته می‌شود.

فرضیات مدل:

- مدل پیشنهادی، یک مدل بهینه‌سازی پرتفوی چند سهمی، تک دوره‌ای، و چندهدفه است؛
- مدل پیشنهادی دارای ۶ هدف به‌منظور بهینه‌سازی کردن پرتفوی است؛

– وزن اهداف به‌کاررفته در این تحقیق متفاوت و بر اساس نظر خبرگان و با روش FAHP به‌دست می آید.

متغیرهای تصمیم:

λ: رضایت کل ناشی از برآورده‌شدن تمام اهداف

F_k: مقدار بهینه تابع هدف k ام

$\mu_{G_k}(F_k)$: درجه عضویت هدف k ام

X_i: درصد سرمایه‌گذاری در سهم i ام

استخراج توابع عضویت

هدف این تحقیق تعیین میزان سهم ۶ شرکت در تشکیل یک پرتفوی است که این شرکت‌ها با نمادهای نمادهای خاذین، آباد، آبادا، پلاسک، کدما، و غگرجی مشخص‌شده‌اند. انتخاب این شرکت‌ها بر اساس نظرات ذی نفعان مربوط بوده است. این تحقیق همچنین به‌دنبال بهینه‌سازی ۶ هدف فازی است که بر اساس نظر ذی نفعان در نظر گرفته‌شده‌اند. در این بخش، تابع عضویت متناظر با هر هدف فازی بر اساس بهترین و بدترین مقدار شاخص متناظر با آن هدف به‌دست می‌آید. برای این منظور، ابتدا بهترین و بدترین مقادیر برای هر شاخص از بین داده‌های سهام شرکت‌ها را به‌دست آورده و با درجات عضویت ۱ و ۰ نشان می‌دهیم که به‌صورت نمادین به‌صورت Z_j^1 و Z_j^0 نمایش داده می‌شوند. برای استخراج این توابع عضویت، ابتدا داده‌های مربوط به مقادیر شاخص‌ها (که هر شاخص به‌صورت یک هدف فازی در نظر گرفته شده‌است) استخراج گردیدند. باتوجه‌به اینکه جنس داده‌های مرتبط با این شاخص‌ها متفاوت و ناهمگون بودند، بنابراین داده‌های این تحقیق نرمال گردیدند. برای این منظور، داده‌های مرتبط با هر شاخص بر بزرگ‌ترین مقدار آن شاخص تقسیم شدند که نتیجه آن در جدول ۴ نشان داده شده‌است.

شرکت	نماد	P/E	حجم	بازده سرمایه	ROE	ضریب β	رتبه نقدشوندگی
سایپا آذین	خاذین	۰/۳۱۰	۱	۰/۰۹۱	۰/۱۴۴	−۲/۴۶۶	۰/۱۲۹
برق آبادان	آبادا	۰/۶۲۶	۰/۰۹۴	۰/۱۸۱	۰/۲۱۶	۱	۰/۵۴۰
پلاسکوکار سایپا	پلاسک	۰/۳۳۱	۰/۱۵۰	۰/۱۳۶	۰/۲۱۶	−۱/۹۰۹	۰/۴۶۷
توریستی و رفاهی آبادگران ایران	آباد	۰/۲۹۹	۰/۰۳۵	۱	۱	−۱/۶۰۲	۰/۷۵۵
معدنی دماوند	کدما	۱	۰/۰۵۵	۰/۵۳۶	۰/۸۸۸	۰/۵۱۱	۰/۶۸۸
بیسکویت گرجی	غگرجی	۰/۸۲۴	۰/۳۷۰	۰/۰۱۹	۰/۰۲۶	۰/۳۹۸	۱

حداقل	۰/۲۲۹	۰/۰۳۵	۰/۰۱۹	۰/۰۲۶	−۲/۴۶۶	۰/۱۲۹
حداکثر	۱	۱	۱	۱	۱	۱

جدول (۴) داده‌های نرمال شده شاخصهای تحقیق برای شرکتهای تحت بررسی

حال بر اساس روابط (۱۰) و (۱۱) به استخراج توابع عضویت برای شاخصهای این تحقیق پرداخته می‌شود. توجه شود که اگر هدف موردنظر از نوع–سود باشد (یعنی هرچه بیشتر بهتر)، مقادیر Z_j^1 و Z_j^0 به‌ترتیب از روابط(۶) و (۷)، و اگر از نوع–زیان (یعنی هرچه کمتر بهتر) باشد، این مقادیر به‌ترتیب از روابط(۸) و (۹) به‌دست می‌آیند. بر اساس نظر خبرگان، شاخصهای نسبت قیمت به بازده (P/E)، حجم، بازده حقوق صاحبان سهام (ROE)، ضریب β، و بازده سرمایه شاخصهای از نوع–سود (هرچه بیشتر بهتر) در نظر گرفته می‌شوند و لذا تابع عضویت آنها با استفاده از رابطه(۱۰) به‌دست می‌آیند. اما شاخص رتبه نقدشوندگی شاخص از نوع–زیان (هرچه کمتر بهتر) در نظر گرفته‌می‌شود و لذا تابع عضویت آن از رابطه(۱۱) به‌دست می‌آید. در ادامه توابع عضویت این شاخص‌ها استخراج می‌گردند.

استخراج تابع عضویت شاخص نسبت قیمت به بازده (P/E): باتوجه‌به داده‌های جدول اگر پرتفویی از سهام موجود تشکیل می‌گردید، شاخص P/E برای این پرتفوی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$F_1: 0.310\ W_1 + 0.626\ W_2 + 0.331\ W_3 + 0.299\ W_4 + W_5 + 0.824\ W_6$$

که Wi وزن سهم i ام در تشکیل پرتفوی و F1 نسبت P/E برای پرتفوی است. کمترین و بیشترین مقدار شاخص P/E در بین سهام موجود به‌ترتیب برابر با ۰/۲۹۹ و ۱ هستند. بنابراین، مقدار F1 بین این دو عدد است. این بدان معنی است که مقادیر ۰/۲۹۹ و ۱ به‌ترتیب دارای مطلوبیت ۰ و ۱ برای F1 می‌باشند. نسبت P/E در این تحقیق باتوجه‌به نظر خبرگان از نوع–سود در نظر گرفته شد. لذا تابع عضویت آن با استفاده از رابطه (۱۰) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\mu_{G_1}(F_1) = \frac{1-F_1}{1-0.299} = \frac{1-(0.310x_1+0.626x_2+0.331x_3+0.299x_4+x_5+0.824x_6)}{1-0.299} \quad \text{رابطه(۱٤)}$$

استخراج تابع عضویت شاخص حجم: باتوجه‌به داده‌های جدول (۴)، اگر پرتفویی از سهام‌های موجود تشکیل می‌گردید، نسبت شاخص حجم برای این پرتفوی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$F_2: W_1 + 0.094\ W_2 + 0.150\ W_3 + 0.035\ W_4 + 0.055\ W_5 + 0.370\ W_6$$

که F_2 نسبت P/E برای پرتفوی است. کمترین و بیشترین مقدار شاخص حجم در بین سهام موجود به ترتیب برابر با ۰/۰۳۵ و ۱ هستند. بنابراین، مقدار F2 بین این دو عدد است. این بدان معنی است که مقادیر ۰/۰۳۵ و ۱ به‌ترتیب دارای مطلوبیت ۰ و ۱ برای F2 می‌باشند. نسبت شاخص حجم در این تحقیق باتوجه‌به نظر خبرگان از نوع–سود در نظر گرفته شد. لذا تابع عضویت آن با استفاده از رابطه (۱۰) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\mu_{G_2}(F_2) = \frac{1-F_2}{1-0.035} = \frac{1-(x_1+0.094x_2+0.150x_3+0.035x_4+0.055x_5+0.370x_6)}{1-0.035}$$

رابطه(۱۵)

استخراج تابع عضویت شاخص بازده سرمایه: باتوجه‌به داده‌های جدول (۴)، اگر پرتفویی از سهام‌های موجود تشکیل می‌گردید، شاخص بازده سرمایه برای این پرتفوی از رابطه زیر به‌دست می آید:

$$F_3: 0.091\ W_1 + 0.181\ W_2 + 0.136\ W_3 + W_4 + 0.536\ W_5 + 0.019\ W_6$$

کمترین و بیشترین مقدار بازده سرمایه در بین سهام موجود به‌ترتیب برابر با ۰/۰۱۹ و ۱ هستند. بنابراین، مقدار F5 بین این دو عدد است. این بدان معنی است که مقادیر ۰/۰۱۹ و ۱ به‌ترتیب دارای مطلوبیت ۰ و ۱ برای F_5 می‌باشند. بازده سرمایه شاخص از نوع سود است. لذا تابع عضویت آن با استفاده از رابطه (۱۰) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\mu_{G_3}(F_3) = \frac{1-F_3}{1-0.019} = \frac{1-(0.091x_1+0.181x_2+0.136x_3+x_4+0.536x_5+0.019x_6)}{1-0.019}$$

رابطه(۱۶)

استخراج تابع عضویت شاخص بازده حقوق صاحبان سهام (ROE): باتوجه‌به داده‌های جدول (۴)، اگر پرتفویی از سهام‌های موجود تشکیل می‌گردید، شاخص ROE برای این پرتفوی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$F_4: 0.144\ W_1 + 0.216\ W_2 + 0.216\ W_3 + W_4 + 0.888\ W_5 + 0.026\ W_6$$

کمترین و بیشترین مقدار شاخص ROE در بین سهام موجود به‌ترتیب برابر با ۰,۰۲۶ و ۱ هستند. بنابراین، مقدار F3 بین این دو عدد است. این بدان معنی است که مقادیر ۰/۰۲۶ و ۱ به‌ترتیب دارای مطلوبیت ۰ و ۱ برایF_3 می‌باشند. نسبت ROE در این تحقیق باتوجه‌به نظر خبرگان از نوع–سود در نظر گرفته شد. لذا تابع عضویت آن با استفاده از رابطه (۱۰) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\mu_{G_4}(F_4) = \frac{1-F_4}{1-0.026} = \frac{1-(0.144x_1+0.216x_2+0.216x_3+x_4+0.888x_5+0.026x_6)}{1-0.026}$$ رابطه(۱۷)

استخراج تابع عضویت شاخص ضریبβ: باتوجه‌به داده‌های جدول (۴)، اگر پرتفویی از سهام های موجود تشکیل می‌گردید، مقدار ضریب β برای این پرتفوی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$F_5: -2.466\ W_1 + W_2 -1.909\ W_3 -1.602\ W_4 + 0.511\ W_5 + 0.398\ W_6$$

کمترین و بیشترین مقدار ضریب β در بین سهام موجود به‌ترتیب برابر با ۱۱۱ و ۹۹۹ هستند. بنابراین، مقدار F_4 بین این دو عدد است. این بدان معنی است که مقادیر ۱۱۱ و ۹۹۹ به‌ترتیب دارای مطلوبیت ۰ و ۱ برای F_4 می‌باشند. نسبت P/E در این تحقیق باتوجه‌به نظر خبرگان از نوع سود در نظر گرفته شد. لذا تابع عضویت آن با استفاده از رابطه (۱۰) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\mu_{G_5}(F_5) = \frac{1-F_5}{1-(-2.466)} = \frac{1-(-2.466x_1+x_2-1.909x_3-1.602x_4+0.511x_5+0.398x_6)}{1-(-2.466)}$$

استخراج تابع عضویت شاخص رتبه نقدشوندگی: باتوجه‌به داده‌های جدول (۴)، اگر پرتفویی از سهام‌های موجود تشکیل می‌گردید، شاخص رتبه نقدشوندگی برای این پرتفوی از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

$$F_6: 0.129\ W_1 + 0.540\ W_2 + 0.467\ W_3 + 0.755\ W_4 + 0.688\ W_5 + W_6$$ رابطه (۱۸)

کمترین و بیشترین مقدار شاخص رتبه نقدشوندگی در بین سهام موجود به‌ترتیب برابر با ۰/۱۲۹ و ۱ هستند. بنابراین، مقدار F_6 بین این دو عدد است. باتوجه‌به اینکه رتبه نقدشوندگی شاخص از نوع–هزینه است، لذا مقادیر ۰/۱۲۹ و ۱ به‌ترتیب دارای مطلوبیت ۱ و ۰ برای F_6 می‌باشند و تابع عضویت آن نیز با استفاده از رابطه (۱۰) به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\mu_{G_6}(F_6) = \frac{F_6-1}{0.129-1} = \frac{(0.129x_1+0.540x_2+0.467x_3+0.755x_4+0.688x_5+x_6)-1}{0.129-1}$$

رابطه(۱۹)

طراحی مدل نهایی

این مرحله یک مدل بهینه‌سازی برای به حداکثر رساندن رضایت کلی (λ) ایجاد می‌کند. مقدار λ به درجات رضایت از شش تابع هدف به‌دست‌آمده از معادلات (۱۴) تا (۱۹) بستگی دارد. به‌عبارت دیگر، مقدار λ نمی‌تواند از درجات عضویت توابع هدف بیشتر شود. این توابع هدف دارای وزن‌های متفاوتی هستند. بنابراین، ما یک مدل بهینه‌سازی بر اساس رابطه (۱۳) طراحی می‌کنیم تا λ را به حداکثر برسانیم. این مدل به‌صورت زیر است:

$$Max\ \lambda$$
$$s.t.$$
$$0.365 \times \lambda \leq \frac{1-\ (0.310x_1 + 0.626x_2 + 0.331x_3 + 0.299x_4 + x_5 + 0.824x_6)}{1-0.299}$$
$$0.038 \times \lambda \leq \frac{1-\ (x_1 + 0.094x_2 + 0.150x_3 + 0.035x_4 + 0.055x_5 + 0.370x_6)}{1-0.035}$$
$$0.090 \times \lambda \leq \frac{1-\ (0.144x_1 + 0.216x_2 + 0.216x_3 + x_4 + 0.888x_5 + 0.026x_6)}{1-0.026}$$

$$0.221 \times \lambda \leq \frac{1 - (-2.466x_1 + x_2 - 1.909x_3 - 1.602x_4 + 0.511x_5 + 0.398x_6)}{1 - (-2.466)}$$

$$0.074 \times \lambda \leq \frac{1 - (0.091x_1 + 0.181x_2 + 0.136x_3 + x_4 + 0.536x_5 + 0.019x_6)}{1 - 0.019}$$

$$0.212 \times \lambda \leq \frac{(0.129x_1 + 0.540x_2 + 0.467x_3 + 0.755x_4 + 0.688x_5 + x_6) - 1}{0.129 - 1}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 1$$

$$x_{\mathrm{i}} \geq 0, i = 1, \dots 6.$$

این مدل می‌تواند به‌صورت یک مدل مرسوم برنامه‌ریزی خطی به‌صورت زیر بازنویسی شود:

$$Max\ \lambda$$

$$s.t.$$

$$0.365\lambda + 0.442x_1 + 0.893x_2 + 0.472x_3 + 0.427x_4 + 1.427x_5 + 1.175x_6 \leq 1.427$$

$$0.038\lambda + 1.036x_1 + 0.097x_2 + 0.155x_3 + 0.036x_4 + 0.057x_5 + 0.383x_6 \leq 1.036$$

$$0.090\lambda + 0.148x_1 + 0.222x_2 + 0.222x_3 + 1.027x_4 + 0.912x_5 + 0.027x_6 \leq 1.027$$

$$0.221\lambda - 0.711x_1 + 0.289x_2 - 0.551x_3 - 0.462x_4 + 0.147x_5 + 0.115x_6 \leq 0.289$$

$$0.074\lambda + 0.093x_1 + 0.185x_2 + 0.139x_3 + 1.019x_4 + 0.546x_5 + 0.019x_6 \leq 1.019$$

$$0.212\lambda + 0.148x_1 + 0.620x_2 + 0.536x_3 + 0.867x_4 + 0.790x_5 + 1.148x_6 \leq 1.148$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 1$$

$$x_{\mathrm{i}} \geq 0, i = 1, \dots 6.$$

مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم با حل این مدل به‌دست می‌آیند که در جدول (۵) نشان داده‌شده است. این جدول همچنین درجه رضایت شش تابع هدف را نشان‌می‌دهد که این مقادیر با جای‌گذاری مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم در معادلات (۱۴) تا (۱۹) به‌دست‌آمده‌اند.

جدول (۵) مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم

$x_1 = 0.412,$	$x_2 = 0,$	$x_3 = 0,$	$x_4 = 0.588,$	$x_5 = 0,$	$x_6 = 0$

$\mu_{G_1}(F_1) = 0.994$ $\mu_{G_2}(F_2) = 0.588$ $\mu_{G_3}(F_3) = 0.382$
$\mu_{G_4}(F_4) = 0.362$ $\mu_{G_5}(F_5) = 0.853$ $\mu_{G_6}(F_6) = 0.577$

جدول (۵) نشان‌می‌دهد که تنها دو سهم اول و چهارم با نسبت ۰/۴۱۲ و ۰/۵۸۸ باید در تشکیل پرتفوی شرکت کنند تا رضایت کل به‌دست‌آمده ماکزیمم گردد. این جدول همچنین رضایت ناشی از اهداف شش گانه را نیز به تفکیک نشان‌می‌دهد که بر اساس آن هدف اول (نسبت قیمت به بازده) با درجه رضایت ۰/۹۹۴ و هدف چهارم (بازده حقوق صاحبان سهام) با درجه رضایت ۰/۳۶۲ به‌ترتیب بیشترین و کمترین میزان برآورده‌شدن را ارضا نموده‌اند.

۵- بحث و نتیجه‌گیری

تشکیل سبد سهام مبتنی بر تعیین درصد هر یک از سهام تحت بررسی در تشکیل آن سبد است. اما تعیین درصد بهینه هر یک از سهام که در تشکیل سبد سهام نقش دارند چالشی است که زمینه تحقیقات متعددی را به خود اختصاص داده است. یکی از رویکردهای اصلی که برای این منظور بسیار مورداستفاده قرار گرفته است، استفاده از مدل‌های بهینه‌سازی است. با این وجود، گاهی پارامترهای مورداستفاده در این مدل‌ها مقادیر دقیقی نبوده و لذا نمی‌توان از مدل‌های کلاسیک بهینه‌سازی برای مواجه با عدم قطعیت ناشی از این پارامترها استفاده نمود. برای مواجهه با این چالش از رویکردهای مختلفی می‌توان استفاده‌کرد که متداول‌ترین آن به‌کارگیری مفاهیم فازی است. در این تحقیق نیز به‌دلیل مواجهه با عدم قطعیت ناشی از پارامترهای مدل، مدل بهینه‌سازی برای تشکیل پرتفوی به‌صورت یک مدل برنامه ریزی آرمانی چندهدفه فازی طراحی گردید. در این مدل ابتدا شرکت‌های بورسی مدنظر برای سرمایه‌گذاری طبق نظر ذی‌نفعان انتخاب گردیدند. سپس ۶ شاخص برای تشکیل پرتفوی در نظر گرفته شدند و وزن آنها با استفاده از روش FAHP به‌دست آمد. در مدل بهینه‌سازی ارائه‌شده، هر شاخص همچنین به‌عنوان یک هدف آرمانی فازی در نظر گرفته شد و تابع عضویت فازی آن نیز استخراج گردید. سپس، یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی موزون طراحی گردید که هدف آن ماکزیمم کردن رضایت کل است به‌گونه‌ای که مقدار رضایت کل نمی‌تواند از رضایت هر یک از اهداف فازی ارائه‌شده بیشتر باشد.

مدل ارائه شده در این تحقیق، از جنبه‌های مختلف دارای شباهت‌ها و تفاوت‌هایی با مدل‌های موجود ارائه شده می‌باشد. برخی مدل‌های موجود مبتنی بر مدل مارکوویتز بوده و برای تشکیل پرتفوی فقط به بهینه سازی شاخصهای بازده و ریسک (مدل میانگین–واریانس) می‌پردازند و سهام شامل یک سبد را در جستجوی کارایی تخصیص سرمایه در نظر می‌گیرد (Shen et al., 2022). به عنوان مثال، ریکا و اسکوزاری (Ricca & Scozzari, 2024) با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح به‌دنبال دستیابی به بازده مورد انتظار خود بودند درحالی‌که مدل آنها بدترین حالت ضرر را کنترل می کرد. اما در این تحقیق، شش شاخص در مدل بهینه سازی تشکیل پرتفوی در نظر گرفته شد که عبارتند

از نسبت P/E، حجم، ROE، ضریبβ، بازده سرمایه، و رتبه نقدشوندگی. به‌علاوه، مسئله بهینه سازی پورتفولیو نیاز به یک استراتژی سرمایه‌گذاری دارد که ترجیحات سرمایه‌گذار را در مدل در نظر بگیرد (Mandal et al., 2024). این در حالی است که اکثر مدل‌های بهینه سازی وزن و اهمیت شاخصهای را در نظر نمی‌گیرند و لذا جواب‌های آنها لزوماً با نظر خبرگان تطابق ندارد. در این تحقیق، ما با استفاده از روش FAHP وزن شاخصهای شش گانه را طبق نظر خبرگان به‌دست آورده، و این اوزان را در مدل بهینه سازی اعمال کردیم. به‌علاوه، مدل‌های بهینه سازی فازی معمولاً بر مبنای اعداد فازی از پیش تعیین‌شده شکل می‌گیرند که لزوماً با دنیای واقعی تطابق ندارد. به‌عنوان مثال، بورووِیکا (Borovička, 2020) در تحقیق خود از اعداد فازی مثلثی برای تشکیل پرتفولیو استفاده کردند. اما در این تحقیق، ما براساس داده‌های موجود تابع عضویت را برای هر یک از توابع هدف استخراج کردیم. به‌عبارت دیگر، توابع عضویت استخراج شده در این تحقیق مبتنی بر داده‌های واقعی هستند و نه توابع عضویت از پیش تعیین‌شده. برخی محققین همچون دنگ و همکاران (Deng & Chen, 2022) با استفاده از تکنیک های تصمیم گیری چند شاخصه همچون TOPSIS در محیط فازی به انتخاب سهام پرداخته‌اند. در تحقیقی دیگر، وزن شاخص‌ها با استفاده از AHP فازی به‌دست آمده و سپس با استفاده از روش TOPSIS فازی به رتبه بندی سهام پرداخته شده‌است (Lakshmi & Kumara, 2024). اما این تکنیک‌ها صرفاً برای رتبه بندی سهام استفاده می‌شوند و نمی‌توان با استفاده از آنها به تعیین وزن هر سهم در پرتفوی پرداخت. ما در تحقیق خود صرفاً از تکنیک‌های تصمیم گیری چند شاخصه برای تعیین وزن شاخص‌ها استفاده کرده‌ایم و وزن هر شرکت در سبد سهام را با استفاده از مدل بهینه سازی فازی ارائه شده در این تحقیق به‌دست آورده‌ایم.

این تحقیق با محدودیت‌هایی نیز مواجه بوده است که رفع هر کدام از آنها می‌تواند ایده‌ای برای تحقیقات آتی باشد. به‌عنوان‌مثال، مجموعه فازی مورداستفاده در این تحقیق، فازی نوع-۱ است. این در حالی است که ابهام و عدم قطعیت پارامترها در مسائل دیگر ممکن است با انواع دیگر از مجموعه های فازی همچون فازی نوع-۲ بازه ای، فازی شهودی، فازی مردد، یا فازی نوتروسوفیک تطابق بیشتری داشته‌باشد. توسعه مدل بهینه‌سازی ارائه‌شده در این تحقیق برای این مجموعه‌های فازی و تشکیل سبد سهام بر اساس این مدل‌ها می‌تواند موضوعی برای تحقیقات آتی باشد. لازم به ذکر است در برخی تحقیقات از شبکه‌های عصبی همچون یادگیری عمیق برای تعیین وزن دارایی‌های مالی مختلف استفاده شده‌است (Qiu et al., 2024). با توجه به اینکه وزن دارایی‌های مالی در این تحقیق از مدل بهینه سازی به‌دست آمده است و وزن شاخص‌ها با استفاده از روش FAHP، می‌توان پیشنهاد داد که تحقیقات آتی وزن شاخص‌ها را با استفاده از شبکه‌های عصبی به‌دست آورده و سپس این اوزان را در مدل بهینه سازی برای تشکیل پرتفوی اعمال کنند. به‌عبارت دیگر، پیشنهاد می‌گردد تحقیقات

آتی ترکیبی از مدل‌های شبکه‌های عصبی و بهینه سازی فازی را برای تشکیل پرتفوی به کار بگیرد. همچنین، سیاست رویکرد ارائه شده در این تحقیق برای تشکیل سبد سهام، مبتنی بر مشخص بودن شرکت‌های مدنظر سرمایه گذاران برای سرمایه‌گذاری بوده است. به‌عبارت دیگر، در این تحقیق، شرکت های مدنظر برای سرمایه‌گذاری مشخص بودند و هدف این تحقیق تعیین میزان سهم هر شرکت در سبد سهام بوده است. اما گاهی این شرکت‌ها از نظر سرمایه گذاران مشخص نیستند که خود می‌تواند چالشی در تشکیل سبد سهام باشد. لذا پیشنهاد می‌گردد تحقیقات آتی، ابتدا با استفاده از تکنیک‌های تصمیم گیری همچون AHP یا TOPSIS یا تکنیک‌های بهینه سازی همچون تحلیل پوششی داده ها به رتبه بندی شرکت‌های پرداخته و کاراترین آنها را غربال کنند. سپس، با استفاده از رویکرد ارائه شده در این تحقیق، به تعیین سهم هر شرکت غربال شده در سبد سهام بپردازند.

۶- تعارض منافع

هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است.

References:

Abolmakarem, S., Abdi, F., Khalili-Damghani, K., & Didehkhani, H. (2024). Futuristic portfolio optimization problem: wavelet based long short-term memory. *Journal of Modelling in Management*, *19*(2), 523–555. https://doi.org/10.1108/JM2-09-2022-0232

Akbay, M. A., Kalayci, C. B., & Polat, O. (2020). A parallel variable neighborhood search algorithm with quadratic programming for cardinality constrained portfolio optimization. *Knowledge-Based Systems*, *198*, 105944. https://doi.org/10.1016/j.knosys.2020.105944

Alexander, G. J., Baptista, A. M., & Yan, S. (2017). Portfolio selection with mental accounts and estimation risk. *Journal of Empirical Finance*, *41*, 161–186. https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2016.07.012

Amiri, M., Vanani, I. R., Hossein, S., & Agha, R. H. (2021). Development of Fuzzy Artificial Intelligence and Multi-Objective Planning Model to Optimize the Portfolio of Investment Companies. *Journal Of Business Intelligence Management Studies*, *9*(36), 243–302. https://doi.org/10.22054/ims.2021.53443.1754

Arman, H., Hadi-Vencheh, A., Arman, A., & Moslehi, A. (2021). Revisiting the approximated weight extraction methods in fuzzy analytic hierarchy process. *International Journal of Intelligent Systems*, *36*(4), 1644–1667. https://doi.org/10.1002/int.22355

Barbati, M., Figueira, J. R., Greco, S., Ishizaka, A., & Panaro, S. (2023). A multiple criteria methodology for priority based portfolio selection. *Socio-Economic Planning Sciences*, *88*, 101595. https://doi.org/10.1016/j.seps.2023.101595

Behera, J., Pasayat, A. K., Behera, H., & Kumar, P. (2023). Prediction based mean-value-at-risk portfolio optimization using machine learning regression algorithms for multi-national stock markets. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, *120*, 105843. https://doi.org/10.1016/j.engappai.2023.105843

Borovička, A. (2020). New complex fuzzy multiple objective programming procedure for a portfolio making under uncertainty. *Applied Soft Computing*, *96*, 106607. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106607

Chen, Y., Zhao, X., & Hao, J. (2023). A novel MOPSO-SODE algorithm for solving three-objective SR-ES-TR portfolio optimization problem. *Expert Systems with Applications*, *233*, 120742. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.120742

Cui, T., Du, N., Yang, X., & Ding, S. (2024). Multi-period portfolio optimization using a deep reinforcement learning hyper-heuristic approach. *Technological Forecasting and Social Change*, *198*, 122944. https://doi.org/10.1016/j.techfore.2023.122944

De, M., Mangaraj, B. K., & Das, K. B. (2018). A fuzzy goal programming model in portfolio selection under competitive-cum-compensatory decision strategies. *Applied Soft Computing*, *73*, 635–646. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.09.006

Deep, K., Singh, K. P., Kansal, M. L., & Mohan, C. (2009). A fuzzy interactive approach for optimal portfolio management. *Opsearch*, *46*, 69–88. https://doi.org/10.1007/s12597-009-0005-2

Deng, X., & Chen, C. (2022). Novel linear programming models based on distance measure of IFSs and modified TOPSIS method for portfolio selection. *Egyptian Informatics Journal*, *23*(4), 13–31. https://doi.org/10.1016/j.eij.2022.06.002

Deng, X., He, X., & Huang, C. (2021). A new fuzzy random multi-objective portfolio model with different entropy measures using fuzzy programming based on artificial bee colony algorithm. *Engineering Computations*, *39*(2), 627–649. https://doi.org/10.1108/EC-11-2020-0654

Deng, X., & Pan, X. (2018). The research and comparison of multi-objective portfolio based on intuitionistic fuzzy optimization. *Computers & Industrial Engineering*, *124*, 411–421. https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.07.044

Didekhani, H., & Hojatiostani, S. (2017). Presenting a multi-objective planning model for stock selection considering the fuzzy value at risk, fuzzy credit theory approach. *Financial Engineering and Portfolio Management*, *32*(8), 239–268.

El Kharrim, M. (2023). Multi-period fuzzy portfolio optimization model subject to real constraints. *EURO Journal on Decision Processes*, *11*, 100041. https://doi.org/10.1016/j.ejdp.2023.100041

Farid, D., Dehghani Firizabadi, A., Andalib Ardakani, D., & Mirzaei, H. (2021). Analysis of the factors affecting the selection of the stock portfolio using the logarithmic fuzzy preference planning approach. *Farda Management Journal*, *66*.

Fu, T.-C., Chung, C.-P., & Chung, F.-L. (2013). Adopting genetic algorithms for technical analysis and portfolio management. *Computers & Mathematics with Applications*, *66*(10), 1743–1757. https://doi.org/10.1016/j.camwa.2013.08.012

Guo, S., Yu, L., Li, X., & Kar, S. (2016). Fuzzy multi-period portfolio selection with different investment horizons. *European Journal of Operational Research*, *254*(3), 1026–1035. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.04.055

Gupta, P., Mehlawat, M. K., Yadav, S., & Kumar, A. (2019). A polynomial goal programming approach for intuitionistic fuzzy portfolio optimization using entropy and higher moments. *Applied Soft Computing*, *85*, 105781. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105781

Jalota, H., Mandal, P. K., Thakur, M., & Mittal, G. (2023). A novel approach to incorporate investor's preference in fuzzy multi-objective portfolio selection problem using credibility measure. *Expert Systems with Applications*, *212*, 118583. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.118583

Jiang, M., Liu, W., Xu, W., & Chen, W. (2021). Improved multiobjective bat algorithm for the credibilistic multiperiod mean-VaR portfolio optimization problem. *Soft Computing*, *25*, 6445–6467. https://doi.org/10.1007/s00500-021-05638-z

Khanjani Shiraz, R., Tavana, M., & Fukuyama, H. (2020). A random-fuzzy portfolio selection DEA model using value-at-risk and conditional value-at-risk. *Soft Computing*, *24*, 17167–17186. https://doi.org/10.1007/s00500-020-05010-7

Koratamaddi, P., Wadhwani, K., Gupta, M., & Sanjeevi, S. G. (2021). Market sentiment-aware deep reinforcement learning approach for stock portfolio allocation. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, *24*(4), 848–859. https://doi.org/10.1016/j.jestch.2021.01.007

kumar, A., & Mishra, B. (2024). Nonlinear fuzzy chance constrained approach for multi-objective mixed fuzzy-stochastic optimization problem. *OPSEARCH*, *61*(1), 121–136. https://doi.org/10.1007/s12597-023-00699-0

Lakshmi, K. V., & Kumara, K. N. U. (2024). A novel randomized weighted fuzzy AHP by using modified normalization with the TOPSIS for optimal stock portfolio selection model integrated with an effective sensitive analysis. *Expert Systems with Applications*, *243*, 122770. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.122770

Li, Y., Wang, B., Fu, A., & Watada, J. (2020). Fuzzy portfolio optimization for time-inconsistent investors: a multi-objective dynamic approach. *Soft Computing*, *24*, 9927–9941. https://doi.org/10.1007/s00500-019-04504-3

Liesiö, J., Salo, A., Keisler, J. M., & Morton, A. (2021). Portfolio decision analysis: Recent developments and future prospects. *European Journal of Operational Research*, *293*(3), 811–825. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.12.015

Lin, C.-C. (2004). A weighted max–min model for fuzzy goal programming. *Fuzzy Sets and Systems*, *142*(3), 407–420. https://doi.org/10.1016/S0165-0114(03)00092-7

Liu, Y.-J., & Zhang, W.-G. (2021). Fuzzy multi-period portfolio selection model with time-varying loss aversion. *Journal of the Operational Research Society*, *72*(4), 935–949. https://doi.org/10.1080/01605682.2019.1705191

Lorenzo, L., & Arroyo, J. (2023). Online risk-based portfolio allocation on subsets of crypto assets applying a prototype-based clustering algorithm. *Financial Innovation*, *9*(1), 25. https://doi.org/10.1186/s40854-022-00438-2

Lv, W., Pang, T., Xia, X., & Yan, J. (2023). Dynamic portfolio choice with uncertain rare-events risk in stock and cryptocurrency markets. *Financial Innovation*, *9*(1), 73. https://doi.org/10.1186/s40854-023-00472-8

Ma, X., Chen, J., Sun, Y., & Zhu, Z. (2021). Assistant reference point guided evolutionary algorithm for many-objective fuzzy portfolio selection. *Swarm and Evolutionary Computation*, *62*, 100862. https://doi.org/10.1016/j.swevo.2021.100862

Ma, Y., Mao, R., Lin, Q., Wu, P., & Cambria, E. (2024). Quantitative stock portfolio optimization by multi-task learning risk and return. *Information Fusion*, *104*, 102165. https://doi.org//10.1016/j.inffus.2023.102165

Mandal, P. K., Thakur, M., & Mittal, G. (2024). Credibilistic portfolio optimization with higher-order moments using coherent triangular fuzzy numbers. *Applied Soft Computing*, *151*, 111155. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2023.111155

Markowitz, H. M. (1999). The early history of portfolio theory: 1600–1960. *Financial Analysts Journal*, *55*(4), 5–16. https://doi.org/10.2469/faj.v55.n4.2281

Mehlawat, M. K., Kumar, A., Yadav, S., & Chen, W. (2018). Data envelopment analysis based fuzzy multi-objective portfolio selection model involving higher moments. *Information Sciences*, *460*, 128–150. https://doi.org/10.1016/j.ins.2018.05.043

Nayebpur, H., & Nazem Bokaei, M. (2017). Portfolio selection with fuzzy synthetic evaluation and genetic algorithm. *Engineering Computations*, *34*(7), 2422–2434. https://doi.org/10.1108/EC-03-2017-0084

Puerto, J., Rodríguez-Madrena, M., & Scozzari, A. (2020). Clustering and portfolio selection problems: A unified framework. *Computers & Operations Research*, *117*, 104891. https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.104891

Qiu, Y., Liu, R., & Lee, R. S. T. (2024). The design and implementation of a deep reinforcement learning and quantum finance theory-inspired portfolio investment management system. *Expert Systems with Applications*, *238*, 122243. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.122243

Ricca, F., & Scozzari, A. (2024). Portfolio optimization through a network approach: Network assortative mixing and portfolio diversification. *European Journal of Operational Research*, *312*(2), 700–717. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.07.010

Shen, K.-Y., Lo, H.-W., & Tzeng, G.-H. (2022). Interactive portfolio optimization model based on rough fundamental analysis and rational fuzzy constraints. *Applied Soft Computing*, *125*, 109158. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2022.109158

Sun, Q., Wei, X., & Yang, X. (2024). GraphSAGE with deep reinforcement learning for financial portfolio optimization. *Expert Systems with Applications*, *238*, 122027. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.122027

Tsaur, R.-C., Chiu, C.-L., & Huang, Y.-Y. (2021). Guaranteed rate of return for excess investment in a fuzzy portfolio analysis. *International Journal of Fuzzy Systems*, *23*, 94–106. https://doi.org/10.1007/s40815-020-00990-y

Wang, B., Li, Y., & Watada, J. (2017). Multi-period portfolio selection with dynamic risk/expected-return level under fuzzy random uncertainty. *Information Sciences*, *385*, 1–18. https://doi.org/10.1016/j.ins.2016.12.033

Wang, H., Feng, Y., & Fei, L. (2024). Uncertain linear programming with cloud set constraints integrating fuzziness and randomness. *Applied Soft Computing*, *151*, 111157. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2023.111157

Wang, Y., & Aste, T. (2023). Dynamic portfolio optimization with inverse covariance clustering. *Expert Systems with Applications*, *213*, 118739. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.118739

Witkowska, D., Kompa, K., & Staszak, M. (2021). Indicators for the efficient portfolio construction. The case of Poland. *Procedia Computer Science*, *192*, 2022–2031. https://doi.org/10.1016/j.procs.2021.08.208

Xiao, H., Ren, T., & Ren, T. (2020). Estimation of fuzzy portfolio efficiency via an improved DEA approach. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, *58*(3), 478–510. https://doi.org/10.1080/03155986.2020.1734904

Xu, J., & Li, B. (2024). Multiple-factor optimistic value based model and parameter estimation for uncertain portfolio optimization. *Expert Systems with Applications*, *238*, 122059. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.122059

Yadav, S., Kumar, A., Mehlawat, M. K., Gupta, P., & Charles, V. (2023). A multi-objective sustainable financial portfolio selection approach under an intuitionistic fuzzy framework. *Information Sciences*, *646*, 119379. https://doi.org/10.1016/j.ins.2023.119379

Yurtsal, A., Karaömer, Y., & Benzer, A. İ. (2022). A Swarm Intelligence Optimization Algorithm for Cryptocurrency Portfolio Optimization. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *10*(1), 347–363. https://doi.org/10.18506/anemon.975505

Zare Mehrjerdi, Y., Shahmohammadi, M., & emami Maibodi, L. (2013). A Hybrid Intelligent Algorithm for Portfolio Selection using Fuzzy Mean-Variance-Skewness TT. *IUST*, *23*(4), 447–458.

Zhang, H., Watada, J., & Wang, B. (2019). Sensitivity-based fuzzy multi-objective portfolio model with Value-at-Risk. *IEEJ Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, *14*(11), 1639–1651. https://doi.org/10.1002/tee.22986

Zhou, J., & Li, X. (2021). Multi-period mean-semi-entropy portfolio management with transaction costs and bankruptcy control. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, *12*(1), 705–715. https://doi.org/10.1007/s12652-020-02053-4

Zhou, W., & Xu, Z. (2019). Hesitant fuzzy linguistic portfolio model with variable risk appetite and its application in the investment ratio calculation. *Applied Soft Computing*, *84*, 105719. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105719

Zhou, X., Wang, J., Yang, X., Lev, B., Tu, Y., & Wang, S. (2018). Portfolio selection under different attitudes in fuzzy environment. *Information Sciences*, *462*, 278–289. https://doi.org/10.1016/j.ins.2018.06.013

COPYRIGHTS

© 2023 by the authors. Licensee Modern Management Engineering Journal. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).