

## Research Paper

# Evaluation of Grade 3, Logarithmic and Exponential Production Functions in Different Irrigation Scenarios for Winter Wheat and Barley

Amir Mahyar Khoshsirat<sup>1</sup>, Mohsen Najarchi<sup>2\*</sup>, Reza Jafarinia<sup>3</sup>, Shahroo Mokhtari<sup>4</sup>

1. Ph.D. Student, Department of Water Science Engineering, Islamic Azad University of Arak Branch, Arak, Iran

2. Associate Prof., Department of Water Science Engineering, Islamic Azad University of Arak Branch, Arak, Iran

3. Assistant Prof., Department of Water Science Engineering, Islamic Azad University of Arak Branch, Arak, Iran

4. Assistant Prof., Department of Water Science Engineering, Islamic Azad University of Arak Branch, Arak, Iran

Received: 2021/05/14

Revised: 2021/07/02

Accepted: 2021/09/25

Use your device to scan and read the article online



DOI:

10.30495/wej.2023.28053.2316

### Keywords:

Evaluation statistics, F-test, Deficit Irrigation, Production function equations

### Abstract

**Introduction:** Water-crop production functions indicate an increase or a decrease in harvest for the plant's consumed water (evaporation-respiration). To assess production functions of wheat and barley products, linear and second-order methods are used in numerous researches. On the other hand, since the mentioned relationships for some products may not have an acceptable correlation, third-order, logarithmic, and polynomial functions are used in various deficit irrigation treatments of 50, 60, 70, 80, and 90 percent.

**Methods:** Farm data were evaluated and validated with resulted data from discussed equations. In order to study the proposed functions, statistical indices such as root mean square error (RMSE), normalized root mean square error (NRMSE), mean absolute error (MAE), Wilmott index (d), and F-test were used via measurement data in every scenario.

**Findings:** All statistic values of both winter wheat and barley were in permissible range, indicating properness and acceptance of the equations. All functions were acceptable at a significance level of 5 percent for both products. According to the results of studying irrigation depth in terms of winter wheat and barley yield, it can be argued that third-order functions provide more accurate prediction in comparison with logarithmic and polynomial functions in both winter wheat and barley crops, and therefore, third-order function is prioritized over other functions.

**Citation:** Khoshsirat A.M, Najarchi M, Jafarinia R, Mokhtari SH. Evaluation of Grade, Logarithmic and Exponential Production Functions in Different Irrigation Scenarios for Winter Wheat and Barley. Water Resources Engineering Journal. 2023; 15(55): 75-90.

**\*Corresponding author:** Mohsen Najarchi

**Address:** Department of Water Science Engineering, Islamic Azad University of Arak Branch, Arak, Iran

**Tell:** +989188621836

**Email:** m-najarchi@iau-arak.ac.ir

## Extended Abstract

### Introduction

The production function is a physical concept that simply shows the relationship between production inputs and outputs. This function indicates the maximum amount of products obtained from combining different production inputs. In this definition, both the production level and inputs are stated physically.

Defining the exact form of this function mostly depends on production conditions. Nevertheless, most agricultural engineers use the selected form of function as the criterion for statistical justification.

To analyze the advantages of irrigation in agriculture, first, the amount of product increase resulted from dewatering is evaluated quantitatively; in other words, the relationship between irrigation and the amount of product is examined. Such relationships, which are explained in mathematical formulas or curves, are called the crop-water production function. Consider a plant that is not constrained in terms of fertilizer and plant food with no diseases; this plant reacts in accordance with the watering level; as irrigation level raises, so does the production level. Experiences suggest that different amounts of product can be obtained for various irrigation levels, which can be investigated in terms of crop-water production functions. Overall, two methods have been proposed to assess irrigation-yield production function. The first method shows the irrigation-yield relationship quantitatively based on theoretical and experimental models. In the second method, production functions are examined in different quantitative and qualitative irrigation levels based on farm observations using statistical analyses. Most studies in the second method examine the linear relationship between irrigation and yield. Estimation of production function based on statistical method is preferred over theoretical and experimental methods since it determines the direct relationship between irrigation and yield. This approach is based on various assumptions.

### Materials and Methods

In this research, the measurement data of the year 2018-19 for a farm in Dehloran plain located in Doiraj irrigation and drainage network is used for both wheat and barley crops. Also, deficit irrigation is applied to the farm by adjusting input irrigation depth by 50, 60, 70, 80, and 90 percent of the required amount of water. To obtain different deficit irrigation scenarios, evaporation and respiration relative values ( $ET_a/ET_m$ ) were achieved using (Vayos and Prewitt, 1983) equation, the relative yield was measured in terms of kilogram per hectare for the entire growing period, and the production function curve was plotted for different irrigation scenarios of 50, 60, 70, 80, and 90 percent for deficit irrigation. Aggregate data resulted from this research was depicted in a yield (Y)-irrigation (AW) coordinate system and a curve is fitted from obtained points. Using production data, a third-order function, logarithmic function, and a polynomial function were obtained by excel software. In new equations, AW data were placed in the equation and after solving the equations in various irrigation regimes, new product yield data were obtained.

In the validation phase, the farm data were checked against data resulted from discussed equations. For evaluation, assessment statistic indices such as linear regression fitting between simulated and observed data were used and they were compared with 1:1-line, coefficient of determination ( $R^2$ ), root mean square error (RMSE), normalized root mean square error (NRMSE), efficiency factor (EF), and Wilmott index (d).

### Findings

After obtaining the production functions, statistic indices for assessment were determined. Each production function was examined individually and based on obtained results, they were ranked first to third. According to F-test analysis, in which the absolute value of F-statistic must be lower than the absolute value of critical point, results from farm data and production functions were acceptable at a significance level of 5 percent. Overall, by considering the final ranks of different production functions in predicting the irrigation and yield of

winter wheat and barley, it can be stated that the third-order function can be introduced as the most proper function in regional conditions.

### Discussion

With the lowest mean statistic indices of root mean square error (RMSE=6.387), normalized root mean square error (NRMES=12.029), mean absolute error (MAE=4.267), and highest Wilmott index (d=0.963) for the third-order function of winter wheat product and lowest statistic indices of root mean square error (RMSE=1.622), normalized root mean square error (NRMES=3.903), mean absolute error (MAE=1.099), and highest Wilmott index (d=0.990), for third-order barley product, it is shown that third-order function provides a more accurate prediction as compared with logarithmic and polynomial functions.

After performing F-test, all examined functions could be used at a significance level of 5 percent. According to the rankings of functions based on the F-test, third-order function, logarithmic function, and polynomial function, respectively, showed an acceptable performance.

### Conclusion

In ranking functions using F-test, third-order function, logarithmic function, and polynomial function, respectively, showed acceptable performance. The third-order function had higher coefficients and output results compared to the second-order function and was able to assess and interpret most of the output data. Therefore, this function is preferred over the second-order function.

It suggested that further studies be conducted for other major plants in the area so that proper guidance is prepared for yield of different products in a farming period. Moreover, in other farms under cultivation and for the specific crop in that region, the production functions can be examined by considering other production inputs and in this field of study, comprehensive use planning can be achieved in other plains with high cultivating capacity.

### Ethical Considerations compliance with ethical guidelines

The cooperation of the participants in the present study was voluntary and accompanied by their consent.

### Funding

No funding.

### Authors' contributions

Design and conceptualization: Mohsen Najarchi

Methodology and data analysis: Amir Mahyar Khoshsiraf, Mohsen Najarchi

Supervision and final writing: Mohsen Najarchi, Amir Mahyar Khoshsiraf

### Conflicts of interest

The authors declared no conflict of interest.

## مقاله پژوهشی

## ارزیابی توابع تولید درجه ۳، لگاریتمی و تابع نمایی در رژیم‌های مختلف آبی برای گندم زمستانه و جو

امیر مهیار خوش‌سیرت<sup>۱</sup>، محسن نجارچی<sup>۲\*</sup>، رضا جعفری‌نیا<sup>۳</sup>، شهره مختاری<sup>۴</sup>

۱. دانشجوی دکتری تخصصی رشته علوم و مهندسی آب - آبیاری و زهکشی، دانشکده کشاورزی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک، اراک، ایران

۲. دانشیار گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک، اراک، ایران

۳. استادیار گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک، اراک، ایران

۴. استادیار گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک، اراک، ایران

## چکیده

**مقدمه:** توابع تولید نسبت به آب نشان‌دهنده افزایش یا کاهش مقدار محصول به ازاء آب مصرفی (تبخیر- تعرق) گیاه می‌باشد. برای ارزیابی توابع تولید گندم و جو، روش‌های خطی و درجه ۲ در تحقیقات بسیاری استفاده شده است. از طرفی با توجه به اینکه در بعضی از محصولات کشاورزی ممکن است روابط ذکر شده از همبستگی قابل قبولی برخوردار نباشند لذا در سناریوهای مختلف آبیاری ۵۰، ۶۰، ۷۰، ۸۰ و ۹۰ درصد کم‌آبیاری، از روش‌های درجه ۳، لگاریتمی و نمایی استفاده شده است.

**روش:** در این تحقیق داده‌های مزرعه‌ای با داده‌های حاصل از معادلات مورد بحث، مورد ارزیابی و اعتبارسنجی قرار گرفتند. به منظور ارزیابی توابع پیشنهادی، با استفاده از داده‌های اندازه‌گیری در تمام سناریوهای فوق از نمایه‌های آماری ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)، مجذور میانگین مربعات خطای نرمال شده (NRMES)، میانگین خطای مطلق (MAE) و شاخص ویلموت (d) و همچنین آزمون F در تمام سناریوهای آبیاری استفاده گردید.

**یافته‌ها:** یافته‌های پژوهش نشان داد مقادیر تمامی آماره‌های ارزیابی برای هر دو محصول گندم زمستانه و جو در محدوده مجاز بوده که نشان از مناسب بودن و قابل قبول بودن معادلات می‌باشند. تمامی توابع برای هر دو محصول با سطح معنی‌دار ۵ درصد قابل قبول و معنی‌دار بودند.

**نتیجه‌گیری:** با توجه به نتایج این تحقیق در پیش‌بینی عمق آب آبیاری نسبت به عملکرد گندم زمستانه و جو، می‌توان گفت توابع درجه ۳ پیش‌بینی دقیق‌تری نسبت به توابع لگاریتمی و نمایی در هر دو محصول گندم زمستانه و جو در منطقه نمونه مورد مطالعه دارد و در نهایت تابع درجه ۳ نسبت به سایر توابع در اولویت پیشنهاد قرار می‌گیرد.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۲۴

تاریخ داوری: ۱۴۰۰/۰۴/۱۱

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۰۳

از دستگاه خود برای اسکن و خواندن مقاله به صورت آنلاین استفاده کنید



DOI:

10.30495/wej.2023.28053.2316

## واژه‌های کلیدی:

آزمون F، آماره‌های ارزیابی، تابع تولید آب، کم آبیاری

\* نویسنده مسئول: محسن نجارچی

نشانی: گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اراک، اراک، ایران

تلفن: ۰۹۱۸۸۶۲۱۸۳۶

پست الکترونیکی: m-najarchi@iau-arak.ac.ir

## مقدمه

تابع تولید یک مفهوم کاملاً فیزیکی است و به‌طور ساده رابطه بین ستاده و نهاده‌های تولید را نشان می‌دهد. این تابع بیانگر حداکثر محصولی است که از ترکیبات مختلف نهاده‌های تولید به‌دست می‌آید. در این تعریف هم مقدار محصول و هم مقادیر نهاده‌ها به‌صورت فیزیکی بیان می‌شود. تعیین فرم دقیق این تابع تا حدود زیادی بستگی به شرایط تولید دارد. با این وجود غالباً مهندسان کشاورزی علاوه بر استفاده از تجربیات مشابه، ملاک انتخاب فرم تابع را بر مبنای توجیه آماری آن قرار می‌دهند.

برای آن که منافع حاصل از آبیاری را در زراعت تحلیل شود ابتدا افزایش محصولی که در اثر آبیاری حاصل گردیده به صورت کمی ارزیابی می‌شود؛ به عبارت دیگر رابطه بین مقدار آبی که به زراعت داده می‌شود و مقدار محصول تولیدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. چنین رابطه‌هایی که معمولاً با فرمول‌های ریاضی و یا منحنی تولید توصیف می‌شوند توابع تولید نسبت به آب نامیده می‌شوند. اگر گیاهی داشته باشیم که از نظر کود و مواد غذایی در محدودیت نباشد و آفت و بیماری نیز نداشته باشد چنانچه شرایط آب و هوایی مساعد باشد این گیاه نسبت به آبیاری یا مقدار آبی که به زمین داده می‌شود از خود عکس‌العمل نشان می‌دهد و در اثر آبیاری محصول آن افزایش می‌یابد تجربه نشان داده است که به ازای مقادیر مختلف آبی که به زمین داده می‌شود مقادیر متفاوت محصول برداشت می‌شود که می‌توان به عنوان تیپ کلی منحنی‌های توابع تولید نسبت به آب مورد بررسی قرار داد (۱). به طور کلی دو روش برای برآورد تابع تولید آب به عملکرد ذکر شده است. روش اول بر اساس مدل‌های نظری و تجربی، رابطه آب-عملکرد را به صورت کمی نشان می‌دهد. در روش دوم توابع تولید در اثر مقادیر مختلف کمی و کیفی آب بر عملکرد گیاهان، ناشی از مشاهدات مزرع‌های و با استفاده از تحلیل آماری برآورد می‌گردند. بیشتر مطالعات در روش دوم نیز به برآورد رابطه خطی آب به عملکرد پرداخته شده است. برآورد توابع تولید بر اساس روش آماری به دلیل تعیین رابطه مستقیم آب به عملکرد بر روش‌های نظری و تجربی ترجیح داده می‌شوند که بر پایه فرضیات متعددی استوارند.

در حوزه دانش کم آبیاری و توابع تولید مطالعات بسیاری صورت گرفته است. کیانی (۱۳۸۴)، در مطالعه‌ای در منطقه آق‌قلا اقدام به ارزیابی چهار نوع تابع تولید آب-شوری، شامل خطی ساده (Simple Linear)، لگاریتمی (Cobb-Douglas)، درجه دوم (Quadratic) و متعالی (Transcendental) نمود. نتایج نشان داد که در شرایط توام شوری و خشکی، تابع متعالی عملکرد گندم را بهتر از توابع دیگر پیش بینی می‌کند (۲). در مطالعه‌ای توسط نخجوانی مقدم و قهرمان (۱۳۸۴)، به منظور تعیین توابع تولید گندم زمستانه (رقم C73.5) از آب، آزمایشی در منطقه مشهد در قالب طرح بلوک‌های تصادفی بر اساس آبیاری در تمامی مراحل رشد گیاه، بر اساس قطع آب در مراحل شش‌گانه فصل رشد و بر اساس کم آبیاری ۲۰ و ۶۰ درصد در طول فصل رشد اجرا شد. سپس اقدام به مقایسه توابع تولید گندم زمستانه بر اساس سناریوهای تعیین شده در سه مدل رابطه عملکرد به آب با رابطه جنسن، نیریزی- ریدزوسکی و رابطه بسط فائو گردید (۳). در منطقه مشهد

حق‌وردی و همکاران (۱۳۹۰)، پژوهشی با هدف اشتقاق توابع تولید برای گندم بهاره در منطقه مشهد با استفاده از روش روبه پاسخ که بیانی پیشرفته از علم طراحی آزمایش‌هاست، انجام شده است. در این پژوهش نیز توانایی روش روبه پاسخ در کاوش فضای آزمایشگری با توانایی روش‌های داده کاوی در مدلسازی سامانه‌های پیچیده غیرخطی با چند متغیر مورد بررسی قرار گرفت و اقدام به ارائه تابع تولید شوری-آب-محصول برای گندم بهاره با استفاده از روش روبه پاسخ گردید (۴).

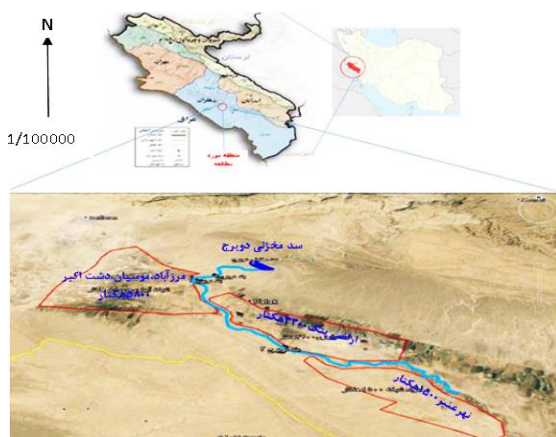
تروت (۲۰۱۲)، برای ۴ محصول ذرت، آفتابگردان، لوبیا و گندم زمستانه در ۶ سطح کم آبیاری (آبیاری کامل تا ۴۰ درصد از مقدار آبیاری کامل) در تابع درجه ۲ عملکرد محصولات نسبت کارایی مصرف آب و همچنین عملکرد محصول نسبت به تبخیر-تعرق را با استفاده از داده‌های مزرعه‌ای مورد مطالعه قرار داده است (۵). عرب‌زاده کفاش و بریم-نژاد (۱۳۹۲)، به منظور محاسبه بهره‌وری عوامل تولید گندم با ارائه پرسشنامه به تولید کنندگان گندم در مشهد و چناران و جمع‌آوری اطلاعات از جهاد کشاورزی اقدام به برآورد تابع تولید از فرم تابع کاب داکلاس با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی (OLS) توسط نرم افزار (Eviews) اقدام نموده و برای برآورد بهره‌وری از روش بهره‌وری نهایی MP استفاده کردند (۶). تافته و همکاران (۲۰۱۳)، در تحقیقی با هدف ارزیابی دو نوع فاکتور پاسخ‌دهی عملکرد در توابع تولید محصول برای گندم زمستانه در منطقه اسماعیل‌آباد قزوین، اقدام به ارزیابی ۹ تابع تولید خطی با استفاده از آماره‌های RMSE، NRMSE و d نموده است (۷).

قبائی سوق و همکاران در ۱۳۹۵، در پژوهشی از دو مدل تک لایه و دو لایه توازن آب-خاک جهت مدل سازی توابع عملکرد گندم و جو دیم در سطح استان گلستان استفاده نمودند (۸). پیش‌بهار و همکاران (۱۳۹۵)، در مطالعه‌ای در استان کردستان از روش تابع تولید غیر مستقیم با استفاده از فرم تابعی ترانسلوگ (Translog) برای محصول گندم دیم و فرم تابعی سیستم عرضه تقریباً ایده‌آل برای محصول گندم آبی بمنظور محاسبه کاهش مقدار محصول گندم آبی و دیم در اثر محدودیت آب موجود، استفاده نمودند (۹). پیری و همکاران (۱۳۹۵)، جهت بررسی اثرات متقابل سطوح مختلف کم آبیاری و شوری بر عملکرد و اجزاء عملکرد سورگوم علوفه‌ای و برای تعیین عمق بهینه آبیاری، تابع تولید آب، شوری و عملکرد، با تعیین تابع تولید آب و شوری در سیستم آبیاری قطره‌ای زیرسطحی مطالعه‌ای در مشهد صورت دادند (۱۰). شین و همکاران (۲۰۱۶) در مطالعه‌ای توابع تولید عملکرد روغن آفتابگردان را در شرایط استفاده از آب شور و کم آبیاری بررسی کردند. مدل‌های مختلف شامل خطی، منحنی، درجه دوم و متعالی برای شبیه‌سازی عملکرد متعالی نسبت به سایر مدل‌ها برای شبیه‌سازی و پیش‌بینی عملکرد روغن آفتابگردان در شرایط استفاده از آب شور، عملکرد مناسب‌تری داشتند (۱۱). محمودزاده وزیری (۲۰۱۶)، در مروری بر روش‌های ریاضی موجود برای توابع تولید آب و با اشاره به نقاط قوت و ضعف

فرم دقیق این تابع تا حدود زیادی بستگی به شرایط تولید دارد. به طور کلی روند بررسی منابع در زمینه توابع تولید آب-عملکرد یا آب-شوری از توابع خطی به سمت توابع غیرخطی گرایش دارد. با بررسی مطالعات صورت گرفته عمدتاً توابع تولید آب بصورت خطی و درجه ۲ بوده است که گاهی در بعضی از دوره‌های رشد تطبیق خوبی بین عملکرد در آب مصرفی مشاهده نمی‌شود. لذا در این تحقیق با توجه به داده‌های اندازه‌گیری شده در مزارع شبکه آبیاری مورد مطالعه و کنترل تمام پارامترهای تاثیرگذار در رابطه بین آب مصرفی و تولید محصول تاثیر چگونگی آبیاری بر روی رابطه بین عملکرد و آب مصرفی روابط خطی و درجه ۲ مورد بررسی قرار گرفتند. علاوه بر توابع فوق روش‌های دیگر توابع لگاریتمی، نمایی و درجه ۳ برای دو محصول گندم زمستانه و جو در مزارع شبکه آبیاری دهلران مورد ارزیابی و تحلیل آماری قرار گرفت.

### مواد و روش‌ها

در این تحقیق از اطلاعات اندازه‌گیری شده مزرعه‌ای نمونه در دشت دهلران واقع در شبکه آبیاری و زهکشی دوبرج در سال زراعی ۹۸-۱۳۹۷ برای دو محصول گندم زمستانه و جو استفاده شد. شبکه آبیاری و زهکشی دوبرج شامل بخشی از اراضی دشت دهلران واقع در ساحل راست و چپ رودخانه دوبرج می‌باشد که در جنوب شرقی شهر دهلران واقع شده است و از موقعیت جغرافیایی ۴۷ درجه ۱۷ دقیقه ۴۷ درجه و ۲۲ دقیقه طول شرقی و ۳۲ درجه و ۳۲ دقیقه تا ۳۲ درجه و ۳۷ دقیقه عرض شمالی برخوردار می‌باشد (شکل ۱). منابع اصلی تامین آب اراضی دشت دهلران، سد مخزنی دوبرج و چاه‌های محدوده آن می‌باشند، سد مخزنی دوبرج که مطالعات و اجرای آن توسط وزارت نیرو انجام شده است با رقوم سطح آب نرمال ۲۲۶/۵ متر، دارای حجم مفید مخزن ۱۵۷/۷۱ میلیون مترمکعب می‌باشد و با تخصیص ۱۰۲ میلیون مترمکعب آن، آب مورد نیاز حدود ۸۵ درصد از کل اراضی دشت دهلران را تامین می‌نماید.



شکل ۱- شبکه آبیاری منطقه مورد مطالعه

برای اعمال کم آبیاری در سناریوهای مختلف، با استفاده از عمق آب آبیاری ورودی به مزرعه، تیمارهای کم آبیاری ۹۰، ۸۰، ۷۰، ۶۰ و ۵۰

توابع، اقدام به بررسی رابطه خطی بین تعرق و کل تولید ماده خشک رابطه دی ویت (۱۹۵۳) و رابطه جنسن (۱۹۶۸) و معادله فائو، معروف به FAO33 نموده است. در تمام این معادلات بین ET و عملکرد محصول رابطه خطی و همپوشانی مناسب وجود دارد (۱۲).

ولی‌نژاد و مهموم (۱۳۹۸)، در تحقیقی جهت تعیین تابع تولید آب-کود و کارایی مصرف آب دو رقم پنبه، مقایسه مشخصه‌های آماری توابع خطی و درجه دوم با تابع لگاریتمی صورت گرفت. نتایج نشان داد که تابع لگاریتمی در شبیه‌سازی دقیق‌تر و معادله درجه دوم به عنوان ضعیف‌ترین تابع تولید مشخص گردید (۱۳). فرح‌بخش و سرائی تبریزی (۱۳۹۸)، در پژوهشی برای تعیین میزان تبخیر-تعرق گیاه ریحان برای تعیین تابع تولید گیاه ریحان در شرایط تنش‌های هم‌زمان آبی و شوری، آزمایشی در یک مزرعه‌ی تحقیقاتی یک هکتاری در سایت پژوهشی دوشان‌تپه‌ی تهران با استفاده از میکرولاسیمتر وزنی-زهکش‌دار، اقدام به پیشنهاد تابع تولید نموده است (۱۴). ژنیل و همکاران (۲۰۱۷)، در تحقیقی با ۵ سناریوی آبیاری با استفاده از تابع خطی اقدام به بررسی پاسخ عملکرد، بهره‌وری آب و عملکردهای تولید آب فصلی برای ذرت تحت مدیریت کم آبیاری در جنوب تابوان کرده است (۱۵). جوزف موبرلی و همکاران (۲۰۱۷)، با مطالعه‌ای برای ارزیابی صحت پیش بینی مدل بودجه آب کانزاس برای استفاده از آب گیاهان و بهره‌وری سورگوم و گندم زمستانه اقدام به مقایسه مدل KSWB با توابع تولید آب محصول گندم زمستانه در کانزاس و تگزاس اقدام نمودند (۱۶). تارکالسان و همکاران (۲۰۱۸)، در مطالعه‌ای با عنوان عملکرد تولید چغندرقد آبی در آب و هوای خشک در مرکز خدمات کشاورزی USDA واقع در شمال غربی ایالات متحده آمریکا، مقدار عملکرد ساکاروز گیاه را در سناریوهای آبیاری کامل و کم آبیاری با توابع درجه ۲ و خطی ارزیابی کرده است (۱۷).

در مطالعه دهقان (۱۳۹۹)، جهت تعیین تابع تولید آب-شوری-عملکرد برای گیاه اسفناج، در گلخانه تحقیقاتی مرکز آموزش عالی کاشمر، مدل‌های مختلف توابع تولید شامل خطی ساده، کاب داگلاس، درجه دوم و متعالی را مورد برآزش قرار گرفت. براساس نتایج تحقیق تابع تولید درجه دوم به عنوان تابع تولید بهینه برای عملکرد و اجزای عملکرد گیاه اسفناج، در منطقه توصیه گردیده است (۱۸). تورس و همکاران (۲۰۱۹) در دو فصل رشد سال‌های ۲۰۱۴-۲۰۱۵ و ۲۰۱۵-۲۰۱۶ در منطقه Fazenda Liberdade، با استفاده از یک طرح بلوک کاملاً تصادفی با چهار تکرار و شش رژیم آبیاری (۰، ۲۵، ۵۰، ۷۵، ۱۰۰ و ۱۲۵ درصد) با استفاده از تابع تولید نمایی اقدام به بررسی بهره‌وری آبیاری و عملکرد تولید آب در محصول ارزن نمود. نتایج نشان داد بهره‌وری آب بین تیمارها به ترتیب تفاوت معنی داری نداشت و رژیم‌های آبیاری اتخاذ شده تاثیر قابل توجهی بر بهره‌وری آب نداشتند (۱۹).

در اکثر مطالعاتی که صورت گرفته است، معمولاً از معادلات خطی جنسن و FAO33 و درجه ۲ استفاده گردیده است که قابلیت مناسبی در ارائه نتایج داشته است. تابع تولید به فرم‌های مختلفی ممکن است ظاهر شود، به گونه‌ای که در ساده‌ترین فرم، به صورت خطی و در شکل-های پیچیده‌تر و در عین حال واقعی‌تر به صورت درجه دو و بالاتر، لگاریتمی و نیمه لگاریتمی، نمایی و مانند اینها نمایان می‌شوند. تعیین

میانگین اندازه‌گیری شده تخمین بهتری نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده به دست می‌دهد. نزدیک بودن شاخص توافق ویلموت (d) به یک بیانگر نزدیکی مقادیر شبیه‌سازی شده به مشاهده شده و در حقیقت کارکرد بهتر مدل است. مقدار  $R^2$  نسبت میان پراکنش مقادیر اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده را به دست می‌دهد. راندمان مدل‌سازی (EF) مبین بزرگی نسبی واریانس باقی‌مانده در مقایسه با واریانس داده‌های اندازه‌گیری شده است و مقدار نزدیک به صفر یا منفی، نشانگر پیش‌بینی خوب از داده‌های مشاهده‌ای می‌باشد.

همچنین برای مقایسه اشکال تابعی برآوردی و فرم تابعی نیازمند انجام آزمون‌هایی بر روی پارامترها و نتایج می‌باشد. بدین منظور برای مقایسه مدل‌هایی که نسبت به یکدیگر هم پوشانی دارند می‌توان از آزمون F با درجه آزادی n-1 و در سطح معنادر ۰/۰۵ استفاده شود. در آزمون F هرگاه قدرمطلق محاسباتی از قدرمطلق بحرانی کوچکتر شد فرض صفر ( $H_0$ ) پذیرفته شده و فرض یک ( $H_1$ ) رد می‌شود.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2} \quad (1)$$

$$NRMSE = \frac{1}{O_{avg}} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2} \times 100 \quad (2)$$

$$EF = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - S_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - O_{avg})^2} \quad (3)$$

$$d = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (S_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (|S_i - O_{avg}| + |O_i - O_{avg}|)^2} \quad (4)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n |O_i - S_i| \quad (5)$$

### نتایج

در این تحقیق تیمارهای کم آبیاری ۹۰، ۸۰، ۷۰، ۶۰ و ۵۰ درصد در مقابل تغییرات عملکرد محصول با توابع درجه ۳، لگاریتمی و نمایی در نظر گرفته شد. برای ارزیابی توابع تولید گندم زمستانه و جو، روش‌های خطی و درجه ۲ در تحقیق‌های بسیاری استفاده شده است.

لیکن در این تحقیق برای توابع تولید آب گندم و جو بعنوان تحقیق جدید از روش‌های نمایی، لگاریتمی و درجه ۳ استفاده گردید. برای تطبیق نتایج و قابل قبول بودن روابط از نمایه‌های آماری ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)، مجذور میانگین مربعات خطای نرمال شده (NRMSE)، میانگین خطای مطلق (MAE) و شاخص ویلموت (d) و همچنین آزمون F در تمام سناریوهای آبیاری استفاده گردید.

همچنین معادلات بدست آمده از این توابع با توجه به رژیم‌های آبیاری مورد نظر، در جداول شماره ۳ و ۴ آورده شده است. از این توابع جهت بدست آوردن مقادیر پیش‌بینی شده استفاده گردید. در شکل‌های ۲ و ۳ نمودار خط رگرسیون مقادیر اندازه‌گیری شده (از سطح مزرعه) و پیش‌بینی شده (توابع تولید گیاه) مقدار عملکرد محصول (تن در هکتار) با استفاده از توابع مورد بحث ارائه شده است. نتایج حاصل از ارزیابی معادلات با جایگزینی مقدار محصول بدست آمده در سال زراعی ۱۳۹۸ در تابع و بدست آوردن مقدار جدید عددی تولید و اعتبارسنجی با کمک آماره‌های ارزیابی در جداول شماره ۵ و ۶ ارائه گردیده است.

درصد آب مورد نیاز انتخاب گردید (جدول ۱ و ۲). بدین صورت که برای هر سناریو درصد عمق آب مورد نیاز از طریق میکروفلوم‌ها وارد مزرعه شده است (شکل ۳). مقدار نیاز آبی گیاه گندم زمستانه برابر ۴۱۵ میلی‌متر و نیاز آبی گیاه جو ۳۳۱/۳ میلی‌متر محاسبه گردید و مقدار کم آبیاری‌های اعمال شده به گیاه طی دوره‌های مختلف رشد به روش حاصلزبری بدست آمده است.



شکل ۲- نصب فلوم تپ ۵ در ابتدای نوار آبیاری

برای بدست آوردن سناریوهای مختلف کم آبیاری مقادیر نسبی تبخیر و تعرق ( $ET_a/ET_m$ ) با استفاده از معادله (وایوس و پرویت، ۱۹۸۳) بدست آمده، عملکرد نسبی ( $Y_a/Y_m$ ) برحسب کیلوگرم در هکتار در نهایت برای کل دوره رشد به روش حاصلزبری محاسبه گردید و در سناریوهای مختلف آبیاری ۹۰، ۸۰، ۷۰، ۶۰ و ۵۰ درصد اعمال کم آبیاری، اقدام به رسم منحنی تابع تولید شد. داده‌های تجمعی حاصل از این تحقیق را در یک دستگاه محور مختصات عملکرد (Y) به آبیاری (AW) تصویر کرده و از بین نقاط حاصل یک منحنی برازش شده است. با استفاده از داده‌های تولید، تابع درجه ۳، تابع لگاریتمی و تابع نمایی بوسیله نرم افزار اکسل بدست آورده شد. در معادلات جدید با جایگزین نمودن داده‌های AW در معادله و حل معادلات در رژیم‌های مختلف آبیاری، داده‌های جدید عملکرد محصول حاصل می‌گردد. در مرحله اعتبار سنجی، داده‌های مزرعه‌ای با داده‌های حاصل از معادلات مورد بحث، مورد ارزیابی قرار گرفتند. برای ارزیابی از چندین آماره ارزیابی شامل برازش رگرسیون خطی بین مشاهدات و داده‌های شبیه‌سازی شده و مقایسه آن با خط ۱:۱، ضریب تعیین ( $R^2$ )، ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE)، مجذور میانگین مربعات خطای نرمال شده (NRMSE)، ضریب کارایی (EF) و شاخص ویلموت (d) استفاده گردید (۲۰).

در این توابع  $S_i$  و  $O_i$  به ترتیب مقدار عملکرد یا اجزای عملکرد اندازه‌گیری شده از هر تیمار،  $O_{avg}$  متوسط عملکرد یا اجزای عملکرد محاسبه شده و n تعداد مشاهدات می‌باشند. مقدار NRMSE نسبت اختلاف میان داده‌های مشاهده‌ای و شبیه‌سازی به متوسط مشاهده‌ها را نشان می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی‌ها با توجه به شاخص NRMSE در چهار سطح طبقه‌بندی می‌شوند: عالی (NRMSE کمتر از ۱۰٪)، خوب (NRMSE بین ۱۰٪ تا ۲۰٪)، متوسط (NRMSE بین ۲۰٪ تا ۳۰٪) و ضعیف (NRMSE بزرگتر از ۳۰٪). بر طبق معیارها، مدلی مناسب است که میانگین خطای مطلق (MAE) آن کمترین مقدار را داشته باشد. مقدار EF می‌تواند منفی باشد. مقدار منفی EF نشان می‌دهد که مقادیر

جدول ۱- مقادیر رژیم‌های کم آبیاری و محصول بدست آمده برای گیاه گندم زمستانه

۹۰٪ آبیاری کامل		۸۰٪ آبیاری کامل		۷۰٪ آبیاری کامل		۶۰٪ آبیاری کامل		۵۰٪ آبیاری کامل	
Total Irri.(mm)	Total Yeild (ton/ha)	Total Irri.(mm)	Total Yeild (ton/ha)	Total Irri.(mm)	Total Yeild (ton/ha)	Total Irri.(mm)	Total Yeild (ton/ha)	Total Irri.(mm)	Total Yeild (ton/ha)
۰/۳۶	۲۳/۲۸	۰/۳۲	۲۲/۵۶	۰/۲۸	۲۱/۸۴	۰/۲۴	۲۱/۱۲	۰/۲۰	۲۰/۴۰
۱/۱۷	۲۸/۹۲	۱/۰۴	۲۷/۸۴	۰/۹۱	۲۶/۷۶	۰/۷۸	۲۵/۶۸	۰/۶۵	۲۴/۶۰
۳/۷۸	۳۴/۵۶	۳/۳۶	۳۳/۱۲	۲/۹۴	۳۱/۶۸	۲/۵۲	۳۰/۲۴	۲/۱۰	۲۸/۸۰
۹/۶۳	۴۰/۲۰	۸/۵۶	۳۸/۴۰	۷/۴۹	۳۶/۶	۶/۴۲	۳۴/۸	۵/۳۵	۳۳/۰۰
۲۴/۲۱	۴۵/۸۴	۲۱/۵۲	۴۳/۶۸	۱۸/۸۳	۴۱/۵۲	۱۶/۱۴	۳۹/۳۶	۱۳/۴۵	۳۷/۲
۴۳/۳۸	۵۱/۵۴	۳۸/۵۶	۴۹/۰۸	۳۳/۷۴	۴۶/۶۲	۲۸/۹۲	۴۴/۱۶	۲۴/۱۰	۴۱/۷
۶۷/۴۱	۵۷/۲۴	۵۹/۹۲	۵۴/۴۸	۵۲/۴۳	۵۱/۷۲	۴۴/۹۴	۴۸/۹۶	۳۷/۴۵	۴۶/۲
۸۹/۱۹	۶۲/۹۴	۷۹/۲۸	۵۹/۸۸	۶۹/۳۷	۵۶/۸۲	۵۹/۴۶	۵۳/۷۶	۴۹/۵۵	۵۰/۷۰
۱۲۲/۶۷	۶۸/۶۴	۱۰۹/۰۷	۶۵/۲۸	۹۵/۴۱	۶۱/۹۲	۸۱/۷۸	۵۸/۵۶	۶۸/۱۵	۵۵/۲۰
۱۶۱/۱۹	۷۴/۳۴	۱۴۳/۲۸	۷۰/۶۸	۱۲۵/۳۷	۶۷/۰۲	۱۰۷/۴۶	۶۳/۳۶	۸۹/۵۵	۵۹/۷۰
۲۱۰/۶۰	۸۰/۰۴	۱۸۷/۲۰	۷۶/۰۸	۱۶۳/۸۰	۷۲/۱۲	۱۴۰/۴۰	۶۸/۱۶	۱۱۷	۶۴/۲۰
۲۵۸/۴۸	۸۵/۷۴	۲۲۹/۷۶	۸۱/۴۸	۲۰۱/۰۴	۷۷/۲۲	۱۷۲/۳۲	۷۲/۹۶	۱۴۳/۶۰	۶۸/۷۰
۳۰۷/۲۶	۹۱/۵۰	۲۷۳/۱۲	۸۷/۰۰	۲۳۸/۹۸	۸۲/۵۰	۲۰۴/۸۴	۷۸/۰۰	۱۷۰/۷۰	۷۳/۵۰
۳۵۷/۱۲	۹۷/۲۶	۳۱۷/۴۴	۹۲/۵۲	۲۷۷/۷۶	۸۷/۷۸	۲۳۸/۰۸	۸۳/۰۴	۱۹۸/۴۰	۷۸/۳۰
۲۷۳/۵۰	۱۰۳/۰۲	۳۳۲	۹۸/۰۴	۲۹۰/۵۰	۹۳/۰۶	۲۴۹	۸۸/۰۸	۲۰۷/۵۰	۸۳/۱۰

جدول ۲- مقادیر رژیم‌های کم آبیاری و محصول بدست آمده برای گیاه جو

۹۰٪ آبیاری کامل		۸۰٪ آبیاری کامل		۷۰٪ آبیاری کامل		۶۰٪ آبیاری کامل		۵۰٪ آبیاری کامل	
Total Irri.(m m)	Total Yeild (ton/h a)	Total Irri.(m m)	Total Yeild (ton/h a)	Total Irri.(m m)	Total Yeild (ton/h a)	Total Irri.(mm)	Total Yeild (ton/ha)	Total Irri.(mm)	Total Yeild (ton/h a)
۱/۸۰	۲۶/۸۸	۱/۶۰	۲۵/۵۷	۱/۴۰	۲۴/۲۵	۱/۲۰	۲۲/۹۳	۱/۰۰	۲۱/۶۲
۶/۱۲	۳۱/۳۰	۵/۴۴	۲۹/۷۰	۴/۷۶	۲۸/۱۰	۴/۰۸	۲۶/۵۱	۳/۴۰	۲۴/۹۱
۱۴/۱۳	۳۵/۷۲	۱۲/۵۶	۳۳/۸۴	۱۰/۹۹	۳۱/۹۶	۹/۴۲	۳۰/۰۸	۷/۸۵	۲۸/۲۰
۳۰/۹۶	۴۰/۱۸	۲۷/۵۲	۳۸/۰۷	۲۴/۰۸	۳۵/۹۵	۲۰/۶۴	۳۳/۸۴	۱۷/۲۰	۳۱/۷۲
۵۰/۵۸	۴۴/۶۵	۴۴/۹۶	۴۲/۳۰	۳۹/۳۴	۳۹/۹۵	۳۳/۷۲	۳۷/۶۰	۲۸/۱۰	۳۵/۲۵
۷۵/۰۶	۴۹/۱۱	۶۶/۷۲	۴۶/۵۳	۵۸/۳۸	۴۳/۹۴	۵۰/۰۴	۴۱/۳۶	۴۱/۷۰	۳۸/۷۷
۹۷/۲۹	۵۳/۵۸	۸۶/۴۸	۵۰/۷۶	۷۵/۶۷	۴۷/۹۴	۶۴/۸۶	۴۵/۱۲	۵۴/۰۵	۴۲/۳۰
۱۳۱/۴۰	۵۸/۰۴	۱۱۶/۸۰	۵۴/۹۹	۱۰۲/۲۰	۵۱/۹۳	۸۷/۶۰	۴۸/۸۸	۷۳/..	۴۵/۸۲
۱۷۰/۶۴	۶۲/۵۱	۱۵۱/۶۸	۵۹/۲۲	۱۳۲/۷۲	۵۵/۹۳	۱۱۳/۷۶	۵۲/۶۴	۹۴/۸۰	۴۹/۳۵
۲۲۰/۹۵	۶۶/۹۷	۱۹۵/۴۰	۶۳/۴۵	۱۷۱/۸۵	۵۹/۹۲	۱۴۷/۳۰	۵۶/۴۰	۱۲۲/۷۵	۵۲/۸۷
۲۶۳/۲۵	۷۱/۷۹	۲۳۴/۰۰	۶۷/۷۷	۲۰۴/۷۵	۶۴/۰۶	۱۷۵/۵۰	۶۰/۳۵	۱۴۶/۲۵	۵۶/۶۳
۲۸۹/۱۷	۷۶/۹۹	۲۵۷/۰۴	۷۲/۱۰	۲۲۴/۹۱	۶۸/۱۹۷	۱۹۲/۷۸	۶۴/۳۰	۱۶۰/۶۵	۶۰/۳۶

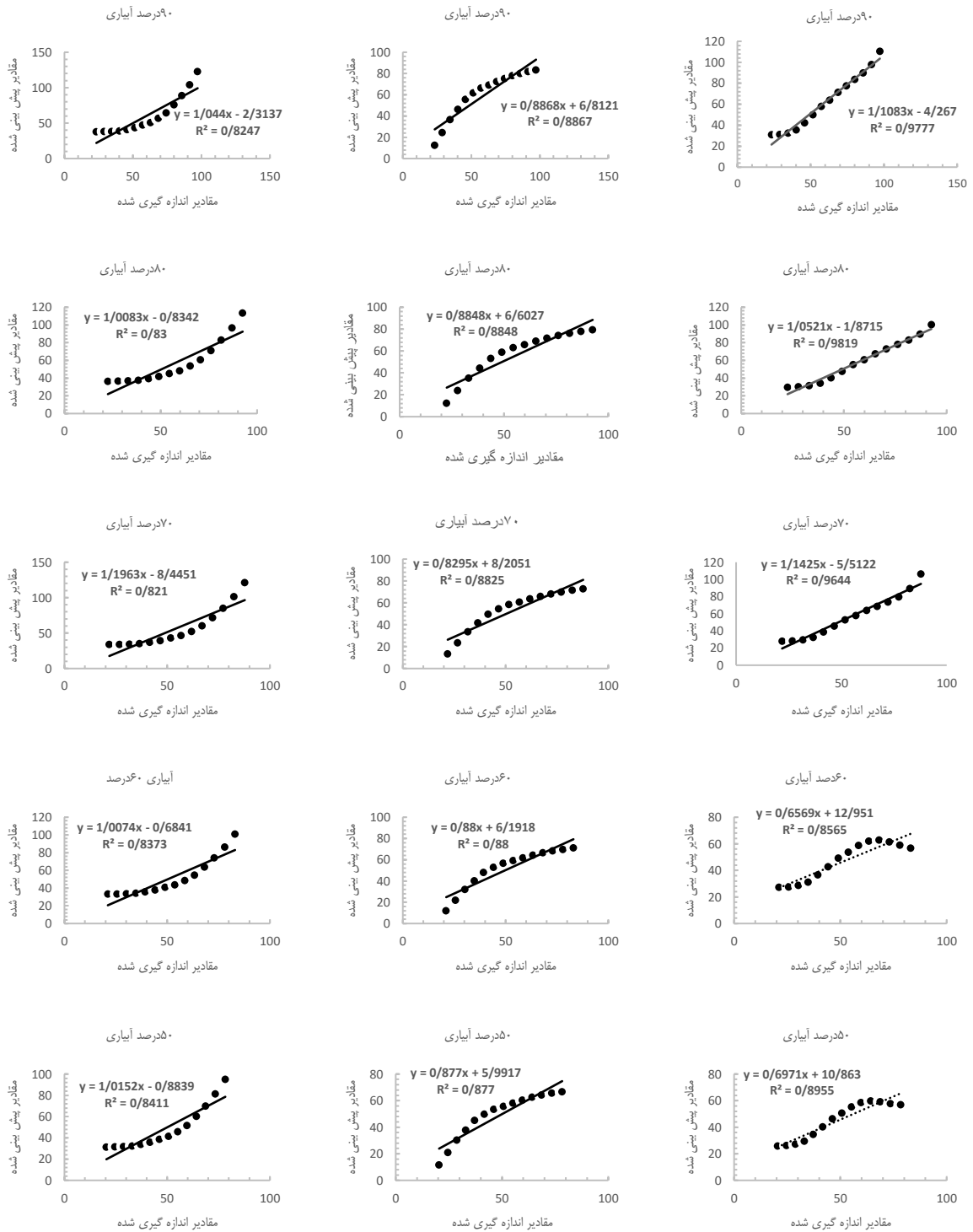


جدول ۳- شکل‌های مختلف توابع تولید گیاه گندم زمستانه

	معادله	R <sup>2</sup>	
تابع درجه ۳	رژیم آبیاری کامل ۵۰٪ آبیاری کامل	$y=1E-05x^3-0.0048x^2+0.7153x+25.736$	۰/۹۸۶
	۶۰٪ آبیاری کامل	$y=8E-06x^3-0.0036x^2+0.6418x+26.939$	۰/۹۸۵
	۷۰٪ آبیاری کامل	$y=8E-06x^3-0.0035x^2+0.6372x+27.785$	۰/۹۸۳
	۸۰٪ آبیاری کامل	$y=4E-06x^3-0.0023x^2+0.55x+29.347$	۰/۹۸۴
	۹۰٪ آبیاری کامل	$y=3E-06x^3-0.0019x^2+0.5194x+30.55$	۰/۹۸۴
تابع لگاریتمی	۵۰٪ آبیاری کامل	$y=8.0027\ln(x)+24.399$	۰/۸۷۷
	۶۰٪ آبیاری کامل	$y=8.5729\ln(x)+23.957$	۰/۸۸۰
	۷۰٪ آبیاری کامل	$y=8.5937\ln(x)+24.342$	۰/۸۹۴
	۸۰٪ آبیاری کامل	$y=9.7135\ln(x)+23.196$	۰/۸۸۵
	۹۰٪ آبیاری کامل	$y=10.284\ln(x)+22.837$	۰/۸۸۷
تابع نمایی	۵۰٪ آبیاری کامل	$y=31.29e^{0.0056x}$	۰/۷۹۸
	۶۰٪ آبیاری کامل	$y=32.905e^{0.0047x}$	۰/۷۹۲
	۷۰٪ آبیاری کامل	$y=33.724e^{0.0046x}$	۰/۷۸۲
	۸۰٪ آبیاری کامل	$y=36.128e^{0.0036x}$	۰/۷۸۲
	۹۰٪ آبیاری کامل	$y=37.738e^{0.0033x}$	۰/۷۷۷

جدول ۴- شکل‌های مختلف توابع تولید گیاه جو

	معادله	R <sup>2</sup>	
تابع درجه ۳	رژیم آبیاری کامل ۵۰٪ آبیاری کامل	$y=1E-05x^3-0.0042x^2+0.5539x+22.73$	۰/۹۹۵۶
	۶۰٪ آبیاری کامل	$y=9E-06x^3-0.0032x^2+0.4952x+24.171$	۰/۹۹۵۴
	۷۰٪ آبیاری کامل	$y=6E-06x^3-0.0025x^2+0.4533x+25.612$	۰/۹۹۵۱
	۸۰٪ آبیاری کامل	$y=4E-06x^3-0.002x^2+0.4219x+27.053$	۰/۹۹۴۹
	۹۰٪ آبیاری کامل	$y=3E-06x^3-0.0017x^2+0.3974x+28.494$	۰/۹۹۴۷
تابع لگاریتمی	۵۰٪ آبیاری کامل	$y=6.956\ln(x)+16.207$	۰/۹۰۳۷
	۶۰٪ آبیاری کامل	$y=7.4367\ln(x)+15.854$	۰/۹۰۵۴
	۷۰٪ آبیاری کامل	$y=7.9174\ln(x)+15.548$	۰/۹۰۶۹
	۸۰٪ آبیاری کامل	$y=8.0398\ln(x)+15.268$	۰/۹۰۸۲
	۹۰٪ آبیاری کامل	$y=8.8787\ln(x)+14.999$	۰/۹۰۹۴
تابع نمایی	۵۰٪ آبیاری کامل	$y=27.111e^{0.0059x}$	۰/۸۶۵
	۶۰٪ آبیاری کامل	$y=28.876e^{0.0049x}$	۰/۸۶۲۷
	۷۰٪ آبیاری کامل	$y=30.641e^{0.0042x}$	۰/۸۶۰۶
	۸۰٪ آبیاری کامل	$y=32.405e^{0.0037x}$	۰/۸۵۸۷
	۹۰٪ آبیاری کامل	$y=34.17e^{0.0033x}$	۰/۸۵۷

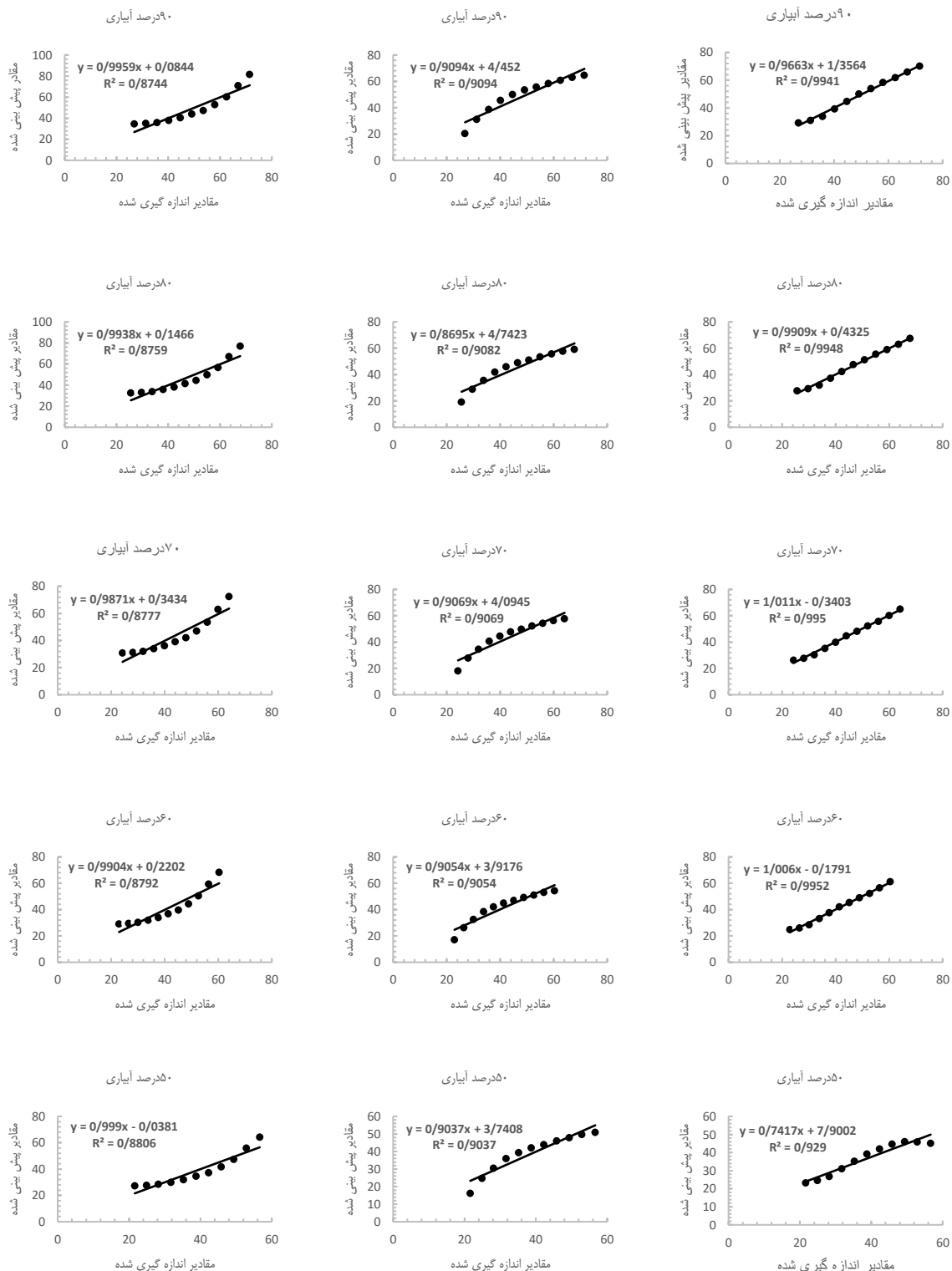


(ج)

(ب)

(الف)

شکل ۳- مقایسه مقادیر اندازه گیری شده از سطح مزرعه با مقادیر پیش‌بینی شده پارامتر عملکرد محصول (تن در هکتار) با توابع مختلف (الف: تابع درجه ۳، ب: تابع لگاریتمی، پ: تابع نمایی) برای محصول گندم زمستانه



(ج)

(ب)

(الف)

شکل ۴- مقایسه مقادیر اندازه گیری شده از سطح مزرعه با مقادیر پیش‌بینی شده پارامتر عملکرد محصول (تن در هکتار) با توابع مختلف (الف: تابع درجه ۳، ب: تابع لگاریتمی، پ: تابع نمایی) برای محصول جو

جدول ۵- نتیجه اعتبارسنجی توابع تولید گیاه گندم زمستانه به همراه رتبه‌بندی

		آماره‌های ارزیابی	۵۰٪ آبیاری کامل	۶۰٪ آبیاری کامل	۷۰٪ آبیاری کامل	۸۰٪ آبیاری کامل	۹۰٪ آبیاری کامل
تابع درجه ۳	R <sup>2</sup>		۰/۹۴۶(۱)	۰/۹۲۵(۱)	۰/۹۸۲(۱)	۰/۹۹۱(۱)	۰/۹۸۹(۱)
	d		۰/۹۳۴(۳)	۰/۹۱۳(۳)	۰/۹۸۲(۱)	۰/۹۹۴(۱)	۰/۹۸۹(۱)
	EF		۰/۸۰۴(۱)	۰/۷۴۹(۱)	۰/۹۱۹(۳)	۰/۹۷۴(۳)	۰/۹۵۱(۳)
	NRMSE		۱۶/۲۹۰(۳)	۱۸/۶۵۱(۳)	۱۰/۶۵۵(۱)	۶/۰۷۸(۱)	۸/۴۶۹(۱)
	RMSE		۷/۹۳۸(۳)	۹/۶۲۱(۳)	۵/۸۰۱(۱)	۳/۴۸۲(۱)	۵/۰۹۴(۱)
	MAE		۴/۹۴۶(۱)	۵/۸۷۵(۱)	۳/۷۰۵(۱)	۲/۷۸۳(۱)	۴/۰۲۸(۴)
تابع لگاریتمی	R <sup>2</sup>		۰/۹۳۶(۲)	۰/۹۱۵(۳)	۰/۹۳۸(۲)	۰/۹۴۱(۲)	۰/۹۴۲(۲)
	d		۰/۹۶۶(۱)	۰/۹۵۴(۲)	۰/۹۶۷(۲)	۰/۹۶۹(۲)	۰/۹۶۹(۱)
	EF		۰/۸۷۷(۳)	۰/۸۰۲(۲)	۰/۸۸۰(۲)	۰/۸۸۵(۲)	۰/۸۸۷(۲)
	NRMSE		۱۲/۹۱۷(۱)	۱۶/۵۴۰(۲)	۱۲/۸۹۳(۲)	۱۲/۸۵۳(۲)	۱۲/۸۳۶(۲)
	RMSE		۶/۲۹۴(۱)	۸/۵۳۲(۲)	۶/۶۵۱(۲)	۷/۳۶۴(۲)	۷/۷۲۰(۳)
	MAE		۵/۴۷۲(۲)	۷/۳۱۸(۳)	۵/۷۸۷(۲)	۶/۴۱۶(۲)	۶/۷۳۱(۲)
تابع نمایی	R <sup>2</sup>		۰/۹۱۷(۳)	۰/۹۱۸(۲)	۰/۹۱۵(۳)	۰/۹۱۱(۳)	۰/۹۰۸(۲)
	d		۰/۹۵۴(۲)	۰/۹۵۶(۱)	۰/۹۵۴(۳)	۰/۹۵۱(۳)	۰/۹۴۷(۳)
	EF		۰/۸۰۵(۲)	۰/۸۳۱(۳)	۰/۸۰۲(۱)	۰/۷۹۱(۱)	۰/۷۶۶(۱)
	NRMSE		۱۶/۲۶۵(۲)	۱۵/۳۱۴(۱)	۱۶/۵۴۰(۳)	۱۶/۷۰۷(۳)	۱۸/۴۴۴(۳)
	RMSE		۷/۹۲۶(۲)	۷/۸۹۹(۱)	۸/۵۳۲(۳)	۹/۹۰۸(۳)	۱۱/۰۹۳(۲)
	MAE		۶/۷۸۰(۳)	۶/۹۸۷(۲)	۷/۳۱۸(۳)	۸/۴۹۵(۳)	۹/۳۵۸(۳)

جدول ۶- نتیجه اعتبارسنجی توابع تولید گیاه جو به همراه رتبه‌بندی

		آماره‌های ارزیابی	۵۰٪ آبیاری کامل	۶۰٪ آبیاری کامل	۷۰٪ آبیاری کامل	۸۰٪ آبیاری کامل	۹۰٪ آبیاری کامل
تابع درجه ۳	R <sup>2</sup>		۰/۹۶۴(۱)	۰/۹۹۸(۱)	۰/۹۹۷(۱)	۰/۹۹۷(۱)	۰/۹۹۷(۱)
	d		۰/۹۵۳(۳)	۰/۹۹۹(۱)	۰/۹۹۹(۱)	۰/۹۹۹(۱)	۰/۹۹۸(۱)
	EF		۰/۸۵۴(۱)	۰/۹۹۵(۳)	۰/۹۹۵(۳)	۰/۹۹۵(۳)	۰/۹۹۳(۳)
	NRMSE		۱۰/۸۹۸(۳)	۲/۰۱۰(۱)	۲/۱۱۱(۱)	۲/۰۷۵(۱)	۲/۴۲۱(۱)
	RMSE		۴/۲۳۵(۳)	۰/۸۳۳(۱)	۰/۹۲۹(۱)	۰/۹۲۵(۱)	۱/۱۹۰(۱)
	MAE		۲/۵۲۴(۱)	۰/۶۰۶(۱)	۰/۶۹۴(۱)	۰/۷۱۹(۱)	۰/۹۵۳(۱)
تابع لگاریتمی	R <sup>2</sup>		۰/۹۵۱(۲)	۰/۹۵۲(۲)	۰/۹۵۲(۲)	۰/۹۵۳(۲)	۰/۹۵۴(۲)
	d		۰/۹۷۴(۱)	۰/۹۷۵(۲)	۰/۹۷۵(۲)	۰/۹۷۱(۲)	۰/۹۷۶(۲)
	EF		۰/۹۰۴(۳)	۰/۹۰۵(۲)	۰/۹۰۷(۲)	۰/۸۹۷(۲)	۰/۹۰۹(۲)
	NRMSE		۸/۸۵۲(۱)	۸/۷۹۰(۲)	۸/۷۳۵(۲)	۹/۲۲۱(۲)	۸/۶۴۳(۲)
	RMSE		۳/۴۴۰(۱)	۳/۶۴۱(۲)	۳/۸۴۳(۲)	۴/۲۹۴(۲)	۴/۴۴۶(۲)
	MAE		۲/۹۱۷(۲)	۳/۰۸۸(۲)	۳/۲۶۰(۲)	۳/۵۲۸(۲)	۳/۶۰۴(۲)
تابع نمایی	R <sup>2</sup>		۰/۹۳۸(۳)	۰/۹۳۸(۳)	۰/۹۳۷(۳)	۰/۹۳۶(۳)	۰/۹۳۵(۳)
	d		۰/۹۶۷(۲)	۰/۹۶۷(۳)	۰/۹۶۷(۳)	۰/۹۶۶(۳)	۰/۹۶۶(۳)
	EF		۰/۸۶۵(۲)	۰/۸۶۵(۱)	۰/۸۶۴(۱)	۰/۸۶۰(۱)	۰/۸۵۷(۱)
	NRMSE		۱۰/۴۹۵(۲)	۱۰/۵۰۷(۳)	۱۰/۵۶۹(۳)	۱۰/۷۳۳(۳)	۱۰/۸۳۹(۳)
	RMSE		۴/۰۷۸(۲)	۴/۳۵۳(۳)	۴/۶۵۰(۳)	۴/۹۹۸(۳)	۵/۳۲۶(۳)
	MAE		۳/۵۸۱(۳)	۳/۸۳۷(۳)	۴/۱۰۱(۳)	۴/۳۸۳(۳)	۴/۶۵۷(۳)

برای آماره‌های ارزیابی از جداول ۵ و ۶ به تفکیک محصول و سناریو آبیاری در جداول ۷ و ۸ ارائه شده است. برای محصول گندم زمستانه توابع دارای همبستگی مستقیم و برای محصول جو توابع دارای همبستگی معکوس می‌باشد و هر سه تابع بر اساس آماره‌های ارزیابی قابل قبول و اعتبارسنجی شده‌اند.

پس از به دست آوردن توابع تولید، شاخص‌های آماری برای ارزیابی تعیین شد. هر یک از توابع تولید به صورت جداگانه ارزیابی شدند و با توجه به نتیجه به دست آمده، رتبه اول تا سوم را به خود اختصاص دادند. برای مثال به مدلی که  $R^2$  بیشترین باشد رتبه یک نسبت داده شد و مدلی که دارای کمترین ضریب همبستگی باشد، رتبه سوم داده می‌شود. در نهایت حاصل جمع تمام رتبه‌های آماره‌های ارزیابی محاسبه شد و تابعی که کمترین رتبه را داشت، به عنوان بهترین تابع تولید انتخاب شده است؛ نتایج مجموع رتبه‌های اختصاص داده شده

جدول ۷- رتبه بندی معادلات تابع تولید گندم زمستانه بر اساس نتایج اعتبارسنجی

رتبه اولویت معادله		%۹۰	%۸۰	%۷۰	%۶۰	%۵۰	مجموع رتبه بندی
۱	تابع درجه ۳	۱۱	۸	۸	۱۱	۱۲	۵۰
۲	تابع لگاریتمی	۱۲	۱۲	۱۲	۱۴	۱۰	۶۰
۳	تابع نمایی	۱۴	۱۶	۱۶	۱۰	۱۴	۷۴

جدول ۸- رتبه بندی معادلات تابع تولید جو بر اساس نتایج اعتبارسنجی

رتبه اولویت معادله		%۹۰	%۸۰	%۷۰	%۶۰	%۵۰	مجموع رتبه بندی
۱	تابع درجه ۳	۸	۸	۸	۸	۱۲	۴۴
۲	تابع لگاریتمی	۱۲	۱۲	۱۲	۱۲	۱۰	۵۸
۳	تابع نمایی	۱۶	۱۶	۱۶	۱۶	۱۴	۸۶

EF و ME برای مقایسه توابع خطی و درجه ۲ با تابع لگاریتمی نشان داد که تابع لگاریتمی به ازای مقادیر مختلف آب-کود، تابع دقیق‌تری می‌باشد. دهقان و همکاران (۱۳۹۹) با آنالیز حساسیت توابع مختلف دریافتند که داده‌های عملکرد و اجزای عملکرد اسفناج در تابع درجه دوم بخوبی تبعیت می‌کند و تابع درجه دوم را در منطقه کاشمر پیشنهاد نمودند. در مطالعه کیانی و همکاران (۱۳۸۴) در منطقه آق‌قلا گرگان در پیش‌بینی تغییرات عملکرد گندم، توابع تولید متعالی و درجه دوم نسبت به توابع خطی قابلیت بهتری داشتند. در مطالعه تارکالسان (۲۰۱۸)، با ارزیابی توابع درجه ۲ و خطی، روابط خطی مثبت و معنی داری (۰/۷۸)  $(R^2 = 0.78)$  بین تبخیر-تعرق واقعی و عملکرد ریشه و قند مشاهده شد. شهیدی و همکاران (۱۳۹۸) نیز در تحقیق خود با استفاده از رگرسیون و شاخص‌های آماری و از موم F و همچنین رتبه‌بندی اقدام به مشخص نمودن تابع برتر در تحقیق خود نموده‌اند و تابع درجه ۲ را به عنوان تابع برتر تولید و ش در شرایط توام شوری و کم‌آبیاری برای پنبه در منطقه بیرجند معرفی کردند. در سایر مطالعات پژوهشگران، تابع درجه ۲ به عنوان بهترین تابع برای بررسی رابطه بین عملکرد تولید با آب یا شوری برای محصولات گندم، ذرت و پنبه پیشنهاد گردیده است.

با توجه به نتایج جداول ۷ و ۸ و با در نظر گرفتن رتبه‌های نهایی توابع تولید مختلف در پیش‌بینی آب آبیاری به عملکرد گندم زمستانه و جو، می‌توان گفت تابع درجه سوم می‌تواند به عنوان تابع برتر در شرایط منطقه معرفی گردد.

همانطور که قبلاً ذکر گردید، برای مقایسه اشکال تابعی برآوردی و فرم تابعی نیازمند انجام آزمون‌هایی بر روی پارامترها و نتایج هستیم. بدین منظور برای مقایسه مدل‌هایی که نسبت به یکدیگر هم پوشانی دارند می‌توان از آزمون F با درجه آزادی  $n-1$  و در سطح معنادار ۰/۰۵ استفاده شود (شکل ۵ و ۶). به عبارتی دیگر آزمون F بیانگر معنی‌داری کلی توابع است. در این آزمون داده‌های مزرعه‌ای سال ۹۸-۱۳۹۷ در سناریوهای مختلف آبیاری با مقدار عملکرد محصول توابع تولید مورد بحث مورد ارزیابی با آزمون F قرار گرفته و نتایج در جداول ۹ و ۱۰ برای هر دو محصول گندم زمستانه و جو ارائه گردیده است. با توجه به آنالیز آزمون F که قدر مطلق آماره F باید از قدر مطلق نقطه بحرانی کمتر باشد، نتایج داده‌های مزرعه با نتایج توابع تولید مورد بحث برای هر دو محصول با سطح معنی‌دار ۵ درصد قابل قبول و معنی‌دار بودند. نتایج مطالعه حاضر با نتایج سایر پژوهش‌های انجام شده تطابق خوبی دارد. نتایج مطالعه ولی‌نژاد (۱۳۹۸) با مشخصه‌های آماری  $R^2$ ، RMSE،

C	B	A
		F-Test Two-Samp
Variable 2	Variable 1	
46.8354	51.58286	Mean
199.9314	396.8327	Variance
14	14	Observations
13	13	df
	1.984844	F
	0.114871	P(F<=f) one-tail
	2.576927	F Critical one-tail

(ج)

C	B	A
		F-Test Two-Samp
Variable 2	Variable 1	
51.5828	51.58286	Mean
349.1965	396.8327	Variance
14	14	Observations
13	13	df
	1.136417	F
	0.410571	P(F<=f) one-tail
	2.576927	F Critical one-tail

(ب)

C	B	A
		F-Test Two-Samp
Variable 2	Variable 1	
51.58286	51.28004	Mean
396.8327	480.9882	Variance
14	14	Observations
13	13	df
	1.212068	F
	0.366977	P(F<=f) one-tail
	2.576927	F Critical one-tail

(الف)

شکل ۵- نمونه محاسبات F-test برای ۶۰ درصد آبیاری محصول گندم. الف. تابع نمایی ب. تابع لگاریتمی ج. تابع درجه ۳

C	B	A
		F-Test Two-Samp
Variable 2	Variable 1	
48.83201	49.13209	Mean
205.6169	218.9217	Variance
11	11	Observations
10	10	df
	1.064707	F
	0.461488	P(F<=f) one-tail
	2.978237	F Critical one-tail

(ج)

C	B	A
		F-Test Two-Samp
Variable 2	Variable 1	
49.13254	49.13209	Mean
199.0872	218.9217	Variance
11	11	Observations
10	10	df
	1.099628	F
	0.441789	P(F<=f) one-tail
	2.978237	F Critical one-tail

(ب)

C	B	A
		F-Test Two-Samp
Variable 2	Variable 1	
49.13209	49.01559	Mean
218.9217	248.3144	Variance
11	11	Observations
10	10	df
	1.134261	F
	0.423001	P(F<=f) one-tail
	2.978237	F Critical one-tail

(الف)

شکل ۶- نمونه محاسبات F-test برای ۹۰ درصد آبیاری محصول جو. الف. تابع نمایی ب. تابع لگاریتمی ج. تابع درجه ۳

جدول ۹- نتایج آزمون F با داده‌های مزرعه برای محصول گندم زمستانه

فرضیات:	فرضیه $H_0: Y_{ij} = Y_{ji}$		فرضیه $H_1: Y_{ij} \neq Y_{ji}$	
	قدر مطلق آماره F	تابع لگاریتمی	قدر مطلق آماره F	تابع درجه ۳
قدر مطلق نقطه بحرانی: ۲/۵۷۶				
رژیم‌های آبیاری				
۵۰٪ آبیاری	۱/۲۲۵	۱/۱۴۰	۱/۸۴۲	۱/۸۴۲
۶۰٪ آبیاری	۱/۲۱۲	۱/۱۳۶	۱/۹۸۴	۱/۹۸۴
۷۰٪ آبیاری	۱/۷۴۳	۱/۲۸۲	۱/۳۵۳	۱/۳۵۳
۸۰٪ آبیاری	۱/۲۲۵	۱/۱۳۰	۱/۱۲۷	۱/۱۲۷
۹۰٪ آبیاری	۱/۳۲۱	۱/۱۲۷	۱/۲۵۶	۱/۲۵۶

تفاوت معنی دار در سطح ۵ درصد. ماخذ: یافته‌های تحقیق

جدول ۱۰- نتایج آزمون F با داده‌های مزرعه برای محصول جو

فرضیات:	فرضیه $H_0: Y_{ij} = Y_{ji}$		فرضیه $H_1: Y_{ij} \neq Y_{ji}$	
	قدر مطلق آماره F	تابع لگاریتمی	قدر مطلق آماره F	تابع درجه ۳
قدر مطلق نقطه بحرانی: ۲/۹۷۸				
رژیم‌های آبیاری				
۵۰٪ آبیاری	۱/۱۳۳	۱/۱۰۶	۱/۶۸۸	۱/۶۸۸
۶۰٪ آبیاری	۱/۱۱۶	۱/۱۰۴	۱/۰۱۷	۱/۰۱۷
۷۰٪ آبیاری	۱/۱۱۰	۱/۱۰۲	۱/۰۲۷	۱/۰۲۷
۸۰٪ آبیاری	۱/۱۲۷	۱/۲۰۱	۱/۰۱۳	۱/۰۱۳
۹۰٪ آبیاری	۱/۱۳۴	۱/۰۹۹	۱/۰۶۵	۱/۰۶۵

تفاوت معنی دار در سطح ۵ درصد. ماخذ: یافته‌های تحقیق

بوده و سپس به تدریج کاهش پیدا می‌کند این بدان معنی است که کارایی آب در کم آبیاری‌ها بسیار زیادت‌تر است. ۲. با افزایش مقدار آبیاری سرانجام منحنی به یک نقطه اوج می‌رسد و از آن به بعد اگر باز هم به

### بحث و نتیجه‌گیری

با بررسی نمودارهای تابع تولید حاصل از معادلات جداول ۳ و ۴، در آن چند ویژگی قابل مشاهده است. ۱. شیب این منحنی‌ها در ابتدا زیاد

خروجی را می‌باشد و استفاده از این تابع نسبت به درجه ۲ توصیه می‌گردد.

### پیشنهادها

پیشنهاد می‌گردد مطالعات تکمیلی دیگری برای سایر گیاهان اصلی منطقه از جمله، کلزا آبی، چغندر پائیزه، باقلا سبز، سیب‌زمینی و ذرت دانه‌ای، هندوانه، سورگم علوفه‌ای، گوجه و پیاز انجام شود تا بتوان راهنمای مناسبی جهت برآورد عملکرد محصولات مختلف در یک تناوب زراعی تهیه کرد.

همچنین در سایر دشت‌های زیر پوشش کشت با توجه به محصول خاص آن منطقه، طبق این تحقیق می‌توان به بررسی و ارزیابی معادلات توابع تولید آن محصول با در نظر گرفتن سایر نهاده‌های تولیدی اقدام نمود و می‌توان در این زمینه مطالعاتی از یک طرح آمایش جامع در سایر دشت‌های مختلف با توانایی کشاورزی بالا، برخوردار بود.

### ملاحظات اخلاقی پیروی از اصول اخلاق پژوهش

همکاری مشارکت‌کنندگان در تحقیق حاضر به صورت داوطلبانه و با رضایت آنان بوده است.

### حامی مالی

هزینه تحقیق حاضر توسط نویسندگان مقاله تامین شده است.

### مشارکت نویسندگان

طراحی و ایده‌پردازی: محسن نجارچی  
روش‌شناسی و تحلیل داده‌ها: امیر مهیار خوش سیرت، محسن نجارچی  
نظارت و نگارش نهایی: محسن نجارچی، امیر مهیار خوش سیرت

### تعارض منافع

بنابر اظهار نویسندگان، مقاله حاضر فاقد هرگونه تعارض منافع بوده است.

### References

1. Alizadeh, A. Irrigation System Design (Surface Irrigation System Design). Vol. 1. Iran: Imam Reza University: 2007. pp: 35-64
2. Kiani, A. R., Mirlatifi, M., Homaei, M., Cheraghi, A. M. 2006. Determination of the Best Water-Salinity Function for wheat Production in North of Gorgan. Journal of Agricultural Engineering Research. 6(25).
3. Nakhjavani Moghaddam, M. M., Ghahraman, B. 2005. Comparison of Water Production Functions for Winter Wheat in Mashhad Region. Journal of Hydrology and Soil Science. 9(3): 27-39.
4. Haghverdi, A. 2013. Application of Phase I Response Surface Methodology in Agricultural Studies: Optimization of Water and Salinity Stresses for Spring Wheat. Journal of Water and Soil. 26(6): 1384-1394
5. Trout, T.J. 2012. Water production functions for central plains crops. Proceedings of the 24th Annual Central Plains Irrigation Conference. Colby,

- Kansas: Kansas State University. [http://dx.doi.org/10.13031/2013.35820]
6. Arabzadeh Kaffash, P., Maryamnejad, V. 2013. Calculating the productivity of wheat production factors using the Cobb-Douglas production function. The 8th National Congress on Agr. Machinery Eng. (Biosystem) & Mechanization of Iran.
  7. Tafteh, A., Babazadeh, H., EbrahimiPak N.A., Kaveh, F. 2013. Evaluation and Improvement of Crop Production Functions for Simulation Winter Wheat Yields with Two Types of Yield Response Factors. *Journal of Agricultural Science*. 5(3): 111-122. [doi:10.5539/jas.v5n3p111]
  8. Ghabaei Sough, M., Zare Abyaneh, H., Mosaedi, A. 2017. Determination of rainfed Wheat and Barley Yield Functions With the Agricultural Reference Index for Drought (ARID) in Golestan Province. *Iranian Journal of Irrigation and Drainage*. 11(1): 21-34
  9. Pishbahar, E., Kohnepooshi, S. E., Hosseinzad, J. 2016. Estimation of Indirect Production Function and Investigation of Budget Restriction Existence in the Production of Irrigated and Dry-Land Wheat in Kurdistan Province. *Journal of Agricultural Economics Research*. 8(31): 37-56
  10. Piri, H., Ansari, H., Parsa, M. 2017. Evaluation of Forage Sorghum Yield Quality and Quantity at Different Levels of Salinity and Irrigation Water under Subsurface Drip Irrigation System. *Journal of Water Research in Agriculture*. 30(4): 467-482
  11. Xin, H., Peiling, Y., Shumei, R. 2016. Quantitative response of oil sunflower yield to evapotranspiration and soil salinity with saline water irrigation. *International Journal of Agricultural and Biological Engineering*. 9(2): 63-73.
  12. Mahmoudzadeh Vaziri M. 2016. Crop Water Production Functions—A Review of Available Mathematical Method. *Journal of Agricultural Science*. 8(4). [doi:10.5539/jas.v8n4p76]
  13. Valinejhad, F. 2019. Determining the Best Water-Fertilizer Production Function and water use Efficiency of two Cotton Cultivars in Gorgan. *Iranian Water Research Journal*. 13(1): 1-8
  14. Farahbakhsh, M., Sarai Tabrizi, M., Babazadeh, H. 2019. Investigating the Basil Production Functions under Simultaneous Water and Salinity Stress Condition. *Journal of Water and Soil Resources Conservation*. 8(4): 103-117
  15. Geneille, E. 2017. Yield response, water productivity, and seasonal water production functions for maize under deficit irrigation water management in southern Taiwan. *Plant Production Science*. 20(4): 353-365. [https://doi.org/10.1080/1343943X.2017.136561]
  16. Joseph, T.M., Robert, M.A., Xiaomao, L. 2017. Crop Water Production Functions of Grain Sorghum and Winter Wheat in Kansas and Texas. *Journal of Contemporary Water Research & Education*. 162(1): 42-60. [https://doi.org/10.1111/j.1936-704X.2017.03259.x]
  17. Tarkalson, D., King, B., Bjerneberg, D. 2018. Yield production functions of irrigated sugar beets in an arid climate. *Agricultural Water Management*. 200: 1-9. [https://doi.org/10.1016/j.agwat.2018.01.003]
  18. Dehghan, H., Mokari, M., Abedinpour, M. 2020. Determination of Water-Salinity-Yield Production Function for Spinach Plant. *Journal of Water Research in Agriculture (Soil and Water Sci.)*. 34(1): 80-91
  19. Torres, R.R., Robaina, A.D., Peiter, M.X. 2019. Water productivity and production function in irrigated millet crop. *AGRONOMY*. 40(6): 2837-2850. [DOI:10.5433/1679-0359.2019v40n6 Supl2p2837]
  20. Abedinpour, M. *Agricultural Water Management*. 1<sup>st</sup> ed. Iran. Isfahan University Jahad Publication. 2019. pp: 81-86