Modern Management Engineering
Volume 11, Issue 3, 2025 Autumn
PP:110-130
Paper type: Research paper

Simultaneous Pricing of Complementary and Substitute Products in Bundled and Separate Sales Considering Disruption Risk

Ashkan Mohsenzadeh Ledari[1]

Received: 14/08/2024 Accepted: 26/11/2024

Abstract

Introduction: Pricing is one of the most critical factors affecting supply chain profitability. Along with product pricing, the sales method significantly impacts sales volume and can increase supply chain profitability. This research presents a model for simultaneously pricing complementary and substitute products (four products) where the seller offers products to end customers both separately and as bundles. The study compares the profits generated from each scenario to determine the optimal sales strategy under disruption risk conditions.

Literature Review: Previous research has established that bundling strategies can increase market coverage, reduce price sensitivity, and create value through product complementarity. While extensive literature exists on pricing strategies for either complementary or substitute products, few studies have examined the simultaneous pricing of both types in a unified framework. Additionally, most existing models do not account for supply disruption risks, which are increasingly relevant in today's volatile business environment. This study addresses these gaps by developing an integrated model that considers both product relationships (complementary and substitute) and sales methods (bundled and separate) while incorporating disruption risk.

Research Methodology: This study employs analytical modeling to develop a mathematical framework for pricing decisions. In the bundled sales scenario, two complementary products are offered together in a package, with each bundle serving as a substitute for the other. In the separate sales scenario, each product is sold individually. The demand function for each product is modeled as a linear function of its own price and the prices of other products, capturing both complementary and substitute relationships. Disruption risk is incorporated by assuming that only a percentage of orders can be fulfilled when disruption occurs. The model is validated through numerical examples, and sensitivity analyses are conducted on key parameters to derive managerial insights.

---

1 Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, Mazandaran University of Science and Technology, Babol, Iran. Ashkanmo87@mazust.ac.ir

How to cite this article: Mohsenzadeh Ledari, A. (2025). Simultaneous Pricing of Complementary and Substitute Products in Bundled and Separate Sales Considering Disruption Risk. Modern Management Engineering, 11(3),110-130. [In Persian]

Results The mathematical analysis: and numerical examples demonstrate that bundled sales lead to higher supply chain profits compared to separate sales. This profit increase occurs because bundling allows for price reductions that stimulate higher demand volumes. Specifically, when complementary products are bundled, customers perceive greater value, leading to increased willingness to pay for the bundle compared to purchasing products separately. The sensitivity analysis reveals that as the complementarity between products increases, the advantage of bundling becomes more pronounced. Conversely, as the substitutability between products increases, the profit differential between bundling and separate sales diminishes. Furthermore, when disruption risk increases, the relative advantage of bundling decreases, as the higher volumes associated with bundling strategies expose the supply chain to greater potential losses from unfulfilled orders.

Discussion and Conclusion: This study contributes to the pricing literature by providing an integrated framework for simultaneously pricing complementary and substitute products under different sales strategies while considering disruption risk. The findings suggest that managers should adopt bundling strategies for complementary products, particularly when disruption risks are low and the degree of complementarity is high. As disruption risks increase, managers should carefully evaluate the trade-off between the higher volumes achieved through bundling and the increased exposure to disruption-related losses. The limitations of this study include the assumption of linear demand functions and deterministic disruption impacts. Future research could explore more complex demand relationships and stochastic disruption models to enhance the applicability of the findings to real-world scenarios.

Keywords: Supply Chain, Pricing, Complementary Products, Substitute Products, Bundled Sales, Separate Sales, Disruption Risk.
JEL Classification: C61, D40, L11, M31

مهندسی مدیریت نوین
سال یازدهم، شماره سوم، پاییز ۱۴۰۴
تعداد صفحات: ۱۱۰-۱۳۰.
نوع مقاله: پژوهشی

قیمت‌گذاری کالای مکمل و جایگزین به صورت همزمان در حالت فروش بسته‌ای و فروش جداگانه با در نظر گرفتن ریسک انقطاع

اشکان محسن‌زاده لداری[۱]

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۵/۲۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۹/۰۵

چکیده

هدف :ارائه مدلی برای قیمت‌گذاری کالای جایگزین و مکمل (چهار کالا) به صورت همزمان که فروشنده کالاها را به دو صورت جداگانه و به صورت بسته‌ای به مشتری نهایی عرضه می‌کند و مقایسه سود حاصل از فروش هر یک از سناریوها با یکدیگر.

روش‌شناسی پژوهش :این پژوهش با استفاده از مدل‌سازی ریاضی انجام شده است. در فروش بسته‌ای، دو کالای مکمل با هم در یک بسته عرضه می‌گردند که هر کدام از این بسته‌ها جایگزین یکدیگر می‌باشند، ولی در فروش جداگانه هر کالا به صورت مستقل به فروش می‌رسد. تابع تقاضا برای هر یک از کالاها تابعی خطی از قیمت خود کالا و کالاهای دیگر در نظر گرفته شده است. برای تقاضا امکان بروز ریسک انقطاع نیز لحاظ شده است، به این صورت که در صورت بروز ریسک انقطاع، تنها درصدی از میزان سفارش قابل برآورده‌سازی می‌باشد. برای نشان دادن اعتبار مدل از مثال عددی استفاده شده و تحلیل حساسیت روی پارامترهای مهم مسئله انجام شده است.

یافته‌ها :نتایج حاصل از تحلیل مدل ریاضی و مثال‌های عددی نشان می‌دهد که در فروش بسته‌ای به دلیل کاهش قیمت و افزایش میزان تقاضا، میزان سود زنجیره تأمین افزایش پیدا می‌کند. تحلیل حساسیت نشان می‌دهد که با افزایش میزان مکمل بودن کالاها، مزیت استفاده از استراتژی فروش بسته‌ای بیشتر می‌شود، در حالی که با افزایش ریسک انقطاع، این مزیت کاهش می‌یابد.

کلیدواژه‌ها :زنجیره تأمین، قیمت‌گذاری، کالای مکمل، کالای جایگزین، فروش بسته‌ای، فروش جداگانه، ریسک انقطاع .

طبقه‌بندی موضوعی :C61, D40, L11, M31

---

[۱] .استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه علم و فناوری مازندران، بابل، ایران.
Ashkanmo87@mazust.ac.ir

نحوه استناد به مقاله :محسن‌زاده لداری، ا. (۱۴۰۴). قیمت‌گذاری کالای مکمل و جایگزین به صورت همزمان در حالت فروش بسته‌ای و فروش جداگانه با در نظر گرفتن ریسک انقطاع. مهندسی مدیریت نوین، ۱۱(۳)،۱۱۰-۱۳۰.

مقدمه

تنوع کالا و خدمات و همچنین عدم قطعیت موجود در تقاضای مشتریان برای کالا، شرکت‌ها را بر آن داشته است که در قالب یک زنجیره‌تامین جهت برآورده نمودن رضایت مشتری با یکدیگر همکاری نمایند. روش‌های قیمت‌گذاری کالا و خدمات همیشه یکی از مهمترین مباحث در دنیای فروش و بازاریابی بوده و هست زیرا هر بنگاه اقتصادی به دنبال افزایش میزان سود خود می‌باشد و در ضمن سناریوهای فروش برای هر بنگاه اقتصادی در بازار رقابتی بسیار حائز اهمیت است. نحوه یا روش قیمت‌گذاری کالا و خدمت، از عواملی است که حتی می‌تواند میزان موفقیت یک کسب و کار را تحت تاثیر قراردهد. یکی از پارامترهای اساسی در تعیین میزان تقاضای هر شرکت از کالا و میزان سودآوری آن قیمت کالای(خدمت) است که توسط وی ارائه می‌شود زیرا رقبایی که کالا مشابه ارائه می‌دهند از سناریوهای مختلف برای جذب مشتری استفاده می‌کنند و از آنجایی که قیمت هر کالا در جذب مشتری بسیار حائز اهمیت می‌باشد موضوع قیمت‌گذاری بسیار مهم می باشد. از همین روی، یکی از مسائل مهم هر شرکت تعیین قیمت کالا به منظور بیشینه کردن سود وی می‌باشد با توجه به محدود بودن جامعه مشتریان و همچنین تاثیر قیمت در جابه جایی تقاضا بین شرکت‌ها اهمیت ویژه‌ای دارد. کالاها معمولا جایگزین یا مکمل یکدیگر می‌باشند که کالا مکمل معمولا با یکدیگر استفاده می‌شوند و قیمت هر یک از آنها بر تقاضا دیگر کالا اثر مستقیم دارد و کالاها جایگزین معمولا به جای یکدیگر مورد استفاده قرار می گیرند و قیمت هر کالا بر تقاضا آنها بر اثر منفی دارند.

هر کسب‌وکاری ممکن است بنابر دلایل مختلفی در هر زمان از استراتژی خاص یا ترکیبی از استراتژی‌های بازاریابی و فروش استفاده کند. استراتژی فروش بسته‌ای در فروش می‌تواند به طور قابل توجهی ارزش میانگین سبد خرید مشتریان را افزایش دهد و به سودآوری بیشتر بنگاه های اقتصادی کمک زیادی کند. این روش ارائه چند کالا به صورت یک بسته با قیمت تخفیف‌دار است. این استراتژی می‌تواند به فروش کالا کم‌فروش، افزایش نرخ تبدیل و جلب رضایت مشتریان کمک کند. در زنجیره‌تامین ممکن است عوامل مختلفی رخ دهد که باعث بر هم زدن میزان سود زنجیره‌تامین شود به این صورت که

سورآوری زنجیره‌تامین را دچار اختلال کنند. مانند خرابی ماشین آلات، اعتصاب کارگران، تحریم‌ها و ... در صورت بروز ریسک انقطاع تنها درصدی از میزان سفارش قابل برآورده سازی‌است که این امر باعث می‌شود سودآوری در زنجیره‌تامین دچار اختلال شود بنابراین ریسک انقطاع در میزان سودآوری زنجیره‌تامین و حتی قیمت‌گذاری کالا تاثیر مهمی دارد. بنابراین موضوع مهم در این پژوهش سناریوهای فروش، قیمت کالای فروخته‌شده و میزان تقاضا کالاها پرداخته می‌شود. ترتیب سایر بخش‌های مقاله به این ترتیب می‌باشد که: بخش دوم به مرور مقالات مرتبط با موضوع تحقیق پرداخته شد، بخش سوم به روش تحقیق، به تعریف نمادهای مدل و مدل فروش جداگانه ، فروش بسته‌ای و تعیین قیمت‌ها می‌پردازد. مثال عددی در بخش چهارم آورده شده، در بخش پنجم نتایج حاصل و در بخش ششم پیشنهادات آتی ارائه می‌شود.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در دنیای رقابتی در زمینه فعالیت‌های اقتصادی یکی از مهمترین عوامل‌تاثیر گذار در آینده هر یک از بنگاه‌های اقتصادی تعیین قیمت کالایی می‌با شد که تو سط آنها ارائه می‌گردد. هر یک از بنگاه‌های اقتصادی به دنبال سهم بیشتری از بازار می‌باشند که قیمت کالایی که ارائه می‌دهند در تعیین این سهم اهمیت زیادی دارد. در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی در مورد قیمت‌گذاری انجام شده است که در این قسمت به بررسی برخی از آنها می پردازیم:

قیمت‌گذاری یکی از موضوعاتی است که در سال‌های اخیر مورد توجه محققان قرار گرفته و مطالعات زیاد و گسترده‌ای در زمینه قیمت گذاری انجام داده‌اند.

(Kuo and Huang (2012), Cao eta l (2012), Choi (2007), Seyed Esfahani et al (2011), Tang and Yin (2007), Wu and et al (2012).)

از آنجایی که قیمت‌گذاری در تعیین میزان سود هر بنگاه تاثیر بسزایی دارد و همچنین برای تنظیم میزان تقاضا، تولید و توزیع کالا مورد استفاده قرارمی‌گیرد از اهمیت بالایی برخوردار است Soon (2011). اکثر تحقیقاتی که در زمینه قیمت‌گذاری انجام شده‌اند مربوط به کالامکمل و جایگزین می‌باشند کالا مکمل کالای هستند که با هم مورد استفاده قرار می

گیرند و تقاضای آنها بر یکدیگر تاثیر مثبت دارند. کالا جایگزین کالای هستند که به جای یکدیگر مورد استفاده قرارمی‌گیرند و تقاضا آنها بر یکدیگر تاثیر منفی دارد. مطالعات گسترده‌ای برای کالا جایگزین انجام شده‌است که عبارتند از: Karakul and Chan (2008) مساله توام تصمیمات قیمت‌گذاری و خرید را در یک زنجیره تک‌پریودی و با دو کالا جایگزین مطالعه نموده‌اند. Karakul and Chan (2010) مساله توام قیمت‌گذاری و خرید را برای زنجیره تک پریودی و با دو کالا جایگزین با تعریف تقاضا احتمالی و وابسته به قیمت بررسی نموده اند. Zhao and Wei(2012) بازی قیمت‌گذاری را در بازارای شامل دو زنجیره در رقابت و با دوکالای جایگزین در فضای فازی مطالعه نموده‌است. Chen and et al (2013) سیاست‌های قیمت گذاری را برای زنجیره‌ی کالاهای جایگزین شامل یک تولید کننده و یک خرده فروش است بررسی می‌نماید که در این زنجیره تولید کننده دو کانال برای ارائه کالا خود دارد و خرده فروش علاوه بر کالای تولید شده توسط این تولید کننده کالایی جایگزین از یک تولید کننده دیگر ارائه می‌کند. بر خلاف مطالعات گسترده در مورد کالاهای جایگزین تحقیقات کمی در مورد کالاهای مکمل انجام‌شده‌اند که عبارت است از: Yue et al (2006) به بررسی استراتژی‌های بهینه برای دو بنگاه که دو کالای مکمل را در یک بسته واحد به فروش پرداخته‌اند. Mukhopadhyay (2011) بازاری انحصاری را که شامل دو بنگاه مجزا است در نظر گرفته‌اند که این دو بنگاه دو کالای مکمل را تولید می‌کنند و در این زنجیره مساله قیمت گذاری با تعریف ساختار رهبر پیرو بررسی می‌شود و هر بنگاه اطلاعات اختصاصی از پیش‌بینی تقاضای بازار دارد و درباره چگونگی آن با عضو دیگر تصمیم گیری می‌کند. Wei and et al (2013) مساله قیمت‌گذاری را برای دو کالای مکمل در زنجیره‌ای شامل دو تولیدکننده و یک خرده فروش با تعریف ساختارهای مختلف قدرت و با استفاده از نظریه بازی ها مطالعه می‌نمایند. براساس مطالعات صورت گرفته تعداد کمی از مقالات به بررسی ریسک انقطاع پرداختند که در ادامه بررسی تعدادی از این مقالات می‌پردازیم: Mohsenzadeh Ledari and Arshadi Khamseh(۲۰۲۴) به بررسی قیمت گذاری کالا جایگزین و مکمل به صورت همزمان با در نظر گرفتن ریسک انقطاع و سبز بودن کالا پرداختند.Mohsenzadeh Ledari and et al (2019) به بررسی قیمت

گذاری کالا جایگزین و مکمل به صورت همزمان و با در نظر گرفتن فروش بسته‌ای و فروش تکی پرداختند. Zhou and et al(2023) آنها یک زنجیره‌تامین را در نظر گرفتند که در آن یک تولیدکننده معمولی که در معرض ریسک انقطاع قرار دارد، کالای را به یک خرده فروش ارائه می‌دهد. خرده فروش همچنین می تواند انتخاب کند که کالا را از یک تولید کننده معتبر خارجی با قیمت عمده فروشی بالاتر خریداری کند. Jafari- Nodoushan and et al (2023) آنها یک مدل سه هدفه را برای طراحی یک شبکه زنجیره‌تامین پیشرو با در نظر گرفتن ریسک‌های عملیاتی و مخرب مرتبط ارائه می‌کند. چندین استراتژی تاب آوری کاهش دهنده و پیشگیرانه برای مقابله با ریسک های ذکر شده اجرا می‌شود. همچنین، قیمت‌های بهینه برای کالا و قطعات از طریق یک استراتژی قیمت‌گذاری مشترک برای افزایش سودآوری زنجیره‌تامین در بروز ریسک انقطاع تعیین می‌شود. در بررسی کار این پژوهشگران شکاف‌های علمی، عدم بررسی قیمت‌گذاری کالا جایگزین و مکمل با در نظر گرفتن ریسک انقطاع با سناریو فروش بسته‌ای و جداگانه دیده می‌شود. باتوجه به مطالب گفته شده این پژوهش قصد دارد به ارائه سناریوهای فروش در زنجیره‌تامین بپردازد بدین صورت که فروش به دو صورت فروش بصورت بسته‌ای و فروش به صورت جداگانه امکان پذیر باشد. امکان بروز ریسک انقطاع به صورت احتمالی بوده که در صورت بروز ریسک انقطاع تنها درصدی از میزان سفارش قابل برآورده سازی خواهد. تابع تقاضا در این مدل به صورت خطی می‌باشد که علاوه بر قیمت خود کالا قیمت کالا جایگزین و یا مکمل در میزان تقاضا تاثیر دارد. در فروش بسته‌ای میزان تقاضا بسته‌ای که کالا در آن فروخته می‌شود نیز به همین صورت است.

هدف و نوآوری پژوهش

براساس مطالعاتی انجام شده مشخص می‌شود در این مقاله به بررسی قیمت‌گذاری کالاهای جایگزین و مکمل به صورت همزمان به صورت فروش بسته‌ای و جداگانه با در نظر گرفتن ریسک انقطاع می‌پردازیم. لذا مدل ریاضی ارائه شده در این مقاله به بررسی کالاهای مکمل و جایگزین به صورت همزمان می‌پردازد به این ترتیب که فروشنده چهار کالا به صورت همزمان به مشتری عرضه می‌کند که این کالاها با یکدیگر جایگزین و مکمل می‌باشند. فروشنده کالاها را به دو صورت فروش جداگانه و فروش به صورت بسته

ای می‌پردازد و امکان بروز ریسک انقطاع بین سطوح زنجیره تامین وجود دارد به این صورت که در صورت بروز ریسک انقطاع تنها درصدی از میزان سفارش قابل برآورده سازی‌است. در انتها به مقایسه میزان سودآوری هر دو سناریو فروش پرداخته شده و تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای مهم مدل انجام شده تا به بررسی اثر هر یک از پارامترها پرداخته شود.

روش تحقیق

در این مقاله مدل فروش کالا مکمل و جایگزین به صورت همزمان و توسط یک فروشنده در حالت‌های مختلف ارائه شده‌است به این ترتیب که فروشنده چهار کالا به مشتری نهایی می‌فروشد که دو به دو این کالاها مکمل و جایگزین یکدیگر می‌باشند (به طور مثال چای، قهوه، قند و شکر که چای و قهوه جایگزین و قند و شکر هم جایگزین و از طرفی چای مکمل قند و شکر می‌باشد و برعکس و همچنین قهوه با قند و شکر مکمل یکدیگر می باشند و برعکس). فروشنده این کالا را تحت سناریوهای مختلف به فروش می‌رساند که این سناریوها عبارتند از فروش جداگانه هر کالا یا فروش به صورت بسته‌ای. در مدل ارائه شده امکان بروز ریسک انقطاع وجود دارد که حالتی احتمالی می‌باشد و در صورت بروز ریسک انقطاع تنها درصدی از میزان سفارش قابل برآورده سازی می‌باشد. در نتیجه میزان سفارش برآورده‌سازی شده امید ریاضی میزان سفارش در دو حالت بروز ریسک انقطاع و عدم بروز ریسک انقطاع می باشد.

پارامترها

پارامتر	توضیحات	پارامتر	توضیحات
d_i	تقاضا کالا i ام	β_{ij}	با iضریب حساسیت قیمت کالا مکمل ام نسبت به تقاضا بسته کالا jجایگزین دیگر
c_i	هزینه خرید کالا i ام	y_i	درصد برآورده سازی سفارش در صورت بروز ریسک انقطاع در حالت فروش تکی

a_i	تقاضا پایه برای کالا i ام در قیمت صفر	q_i	احتمال بروز ریسک انقطاع در حالت فروش تکی
α_i	ضریب حساسیت قیمت کالا i ام نسبت به تقاضا خود کالا	y_{ij}	درصد برآورده سازی سفارش در صورت بروز ریسک انقطاع در حالت فروش بسته ای
β_i	ضریب حساسیت قیمت کالا iام نسبت به تقاضا کالا دیگر	q_{ij}	احتمال بروز ریسک انقطاع در حالت فروش بسته ای
α_{ij}	ضریب حساسیت قیمت کالا مکمل iبا جایگزین jام نسبت به تقاضا آن بسته		

متغیر تصمیم

متغیر تصمیم	توضیحات	متغیر تصمیم	توضیحات
p_i	قیمت فروش کالا i ام	π_T	میزان کل سود
p_{ij}	قیمت فروش کالا ij ام		

میزان تقاضا برای هر یک از کالا در حالت فروش جداگانه:

$$d_1 = a_1 - p_3.\beta_3 - p_4.\beta_4 - p_1.\alpha_1 + p_2.\beta_2 \quad (1)$$

$$d_2 = a_2 - p_2.\alpha_2 - p_3.\beta_3 - p_4.\beta_4 + p_1.\beta_1 \quad (2)$$

$$d_3 = a_3 - p_3.\alpha_3 - p_2.\beta_2 - p_1.\beta_1 + p_4.\beta_4 \quad (3)$$

$$d_4 = a_4 - p_4.\alpha_4 - p_2.\beta_2 - p_1.\beta_1 + p_3.\beta_3 \quad (4)$$

همانطور که از توابع تقاضا مشخص است تابع تقاضا نسبت به قیمت خود کالا و کالا جایگزین و مکمل حساس می‌باشد به این ترتیب که با فزایش قیمت خود کالا و کالا مکمل تقاضا کاهش و با افزایش قیمت کالا مکمل تقاضا افزایش می‌یابد.

تابع سود کل:

$$\pi_T = (q_1 y_1 + (1-q_1)).(p_1 - c_1).d_1 + (q_2 y_2 + (1-q_2))(p_2 - c_2).d_2 + (q_3 y_3 + (1-q_3))(p_3 - c_3).d_3 + (q_4 y_4 + (1-q_4))(p_4 - c_4).d_4 \quad (5)$$

برای اثبات مقعر بودن تابع هدف از ماتریس هشین استفاده می کنیم:

$$H_{\pi_T}=\begin{bmatrix} \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_1\partial p_2} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_1\partial p_3} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_1\partial p_4} \\ \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_2\partial p_1} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_2^2} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_2\partial p_3} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_2\partial p_4} \\ \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_3\partial p_1} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_3\partial p_2} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_3^2} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_3\partial p_4} \\ \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_4\partial p_1} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_4\partial p_2} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_4\partial p_3} & \frac{\partial^2\pi_T}{\partial p_4^2} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$H_{\pi_T}=\begin{bmatrix} -2(q_1y_1+1-q_1)\alpha_1 & \begin{matrix}(q_1y_1+1-q_1)\beta_2\\+(q_2y_2+1-q_2)\beta_1\end{matrix} & \begin{matrix}-(q_1y_1+1-q_1)\beta_3\\-(q_3y_3+1-q_3)\beta_1\end{matrix} & \begin{matrix}-(q_1y_1+1-q_1)\beta_4\\-(q_4y_4+1-q_4)\beta_1\end{matrix} \\ \begin{matrix}(q_1y_1+1-q_1)\beta_2\\+(q_2y_2+1-q_2)\beta_1\end{matrix} & -2(q_2y_2+1-q_2)\alpha_2 & \begin{matrix}-(q_2y_2+1-q_2)\beta_3\\-(q_3y_3+1-q_3)\beta_2\end{matrix} & \begin{matrix}-(q_2y_2+1-q_2)\beta_4\\-(q_4y_4+1-q_4)\beta_2\end{matrix} \\ \begin{matrix}-(q_1y_1+1-q_1)\beta_3\\-(q_3y_3+1-q_3)\beta_1\end{matrix} & \begin{matrix}-(q_2y_2+1-q_2)\beta_3\\-(q_3y_3+1-q_3)\beta_2\end{matrix} & -(q_3y_3+1-q_3)2\alpha_3 & \begin{matrix}(q_3y_3+1-q_3)\beta_4\\+(q_4y_4+1-q_4)\beta_3\end{matrix} \\ \begin{matrix}-(q_1y_1+1-q_1)\beta_4\\-(q_4y_4+1-q_4)\beta_1\end{matrix} & \begin{matrix}-(q_2y_2+1-q_2)\beta_4\\-(q_4y_4+1-q_4)\beta_2\end{matrix} & \begin{matrix}(q_3y_3+1-q_3)\beta_4\\+(q_4y_4+1-q_4)\beta_3\end{matrix} & -2(q_4y_4+1-q_4)\alpha_4 \end{bmatrix} \tag{7}$$

دترمینان مینور اول برابر است با: $-2(q_1y_1+1-q_1)\alpha_1$

از آنجایی که مقدار α_1 مثبت می‌باشد پس مقدار دترمینان مینور اول منفی می‌باشد.

دترمینان مینور دوم است با:

$$\begin{aligned}&4(q_1y_1+1-q_1)\alpha_1.(q_2y_2+1-q_2)\alpha_2-((q_1y_1+1-q_1)\beta_2+\\&(q_2y_2+1-q_2)\beta_1).((q_1y_1+1-q_1)\beta_2+(q_2y_2+1-q_2)\beta_1)\end{aligned} \tag{8}$$

که بعد از ساده کردن داریم

$$\begin{aligned}&4\alpha_1\alpha_2(q_1y_1+1-q_1)(q_2y_2+1-q_2)-(q_1y_1+1-q_1)^2\beta_2^2\\&-2(q_1y_1+1-q_1)(q_2y_2+1-q_2)\beta_2\beta_1-(q_2y_2+1-q_2)^2\beta_1^2\end{aligned} \tag{9}$$

که باید مقداری مثبت داشته باشد پس داریم:

$$4\alpha_1\alpha_2(q_1y_1+1-q_1)(q_2y_2+1-q_2)$$
$$-((q_1y_1+1-q_1)\beta_2+(q_2y_2+1-q_2)\beta_1)^2 \qquad (10)$$

$\alpha_1.\alpha_2 \geq \dfrac{((q_1y_1+1-q_1)\beta_2+(q_2y_2+1-q_2)\beta_1)^2}{4(q_1y_1+1-q_1)(q_2y_2+1-q_2)}$ که این عبارت باید برقرار باشد.

دترمینان مینور سوم برابر است با دترمینان ماتریس زیر:

$$H_{\pi_T}=\begin{bmatrix} -2(q_1y_1+1-q_1)\alpha_1 & (q_1y_1+1-q_1)\beta_2 +(q_2y_2+1-q_2)\beta_1 & -(q_1y_1+1-q_1)\beta_3 -(q_3y_3+1-q_3)\beta_1 \\ (q_1y_1+1-q_1)\beta_2 +(q_2y_2+1-q_2)\beta_1 & -2(q_2y_2+1-q_2)\alpha_2 & -(q_2y_2+1-q_2)\beta_3 -(q_3y_3+1-q_3)\beta_2 \\ -(q_1y_1+1-q_1)\beta_3 -(q_3y_3+1-q_3)\beta_1 & -(q_2y_2+1-q_2)\beta_3 -(q_3y_3+1-q_3)\beta_2 & -(q_3y_3+1-q_3)2\alpha_3 \end{bmatrix} \qquad (11)$$

که بعد از ساده کردن و محاسبه دترمینان مشخص می‌شود که مقداری منفی دارد.

دترمینان مینور چهارم برابر است با دترمینان ماتریس زیر:

$$H_{\pi_T}=\begin{bmatrix} -2(q_1y_1+1-q_1)\alpha_1 & (q_1y_1+1-q_1)\beta_2 +(q_2y_2+1-q_2)\beta_1 & -(q_1y_1+1-q_1)\beta_3 -(q_3y_3+1-q_3)\beta_1 & -(q_1y_1+1-q_1)\beta_4 -(q_4y_4+1-q_4)\beta_1 \\ (q_1y_1+1-q_1)\beta_2 +(q_2y_2+1-q_2)\beta_1 & -2(q_2y_2+1-q_2)\alpha_2 & -(q_2y_2+1-q_2)\beta_3 -(q_3y_3+1-q_3)\beta_2 & -(q_2y_2+1-q_2)\beta_4 -(q_4y_4+1-q_4)\beta_2 \\ -(q_1y_1+1-q_1)\beta_3 -(q_3y_3+1-q_3)\beta_1 & -(q_2y_2+1-q_2)\beta_3 -(q_3y_3+1-q_3)\beta_2 & -(q_3y_3+1-q_3)2\alpha_3 & (q_3y_3+1-q_3)\beta_4 +(q_4y_4+1-q_4)\beta_3 \\ -(q_1y_1+1-q_1)\beta_4 -(q_4y_4+1-q_4)\beta_1 & -(q_2y_2+1-q_2)\beta_4 -(q_4y_4+1-q_4)\beta_2 & (q_3y_3+1-q_3)\beta_4 +(q_4y_4+1-q_4)\beta_3 & -2(q_4y_4+1-q_4)\alpha_4 \end{bmatrix} \qquad (12)$$

که بعد از ساده کردن و محاسبه دترمینان مشخص می شود که مقداری مثبت دارد. در نتیجه ماتریس هشین تابع هدف با شرطی که در دترمینان مینور دوم برقرار است مقعر خواهد بود. برای بدست آوردن مقادیر بهینه هر یک از متغیرهای تصمیم از تابع هدف نسبت متغیرهای تصمیم مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم و با حل ٤معادله و ٤مجهول زیر مقدار متغیر تصمیم را بدست می‌آوریم.

$$(q_1y_1+1-q_1).(a_1-p_3\beta_3-p_4\beta_4-p_1\alpha_1+p_2\beta_2)-(q_1y_1+1-q_1).(p_1-c_1).\alpha_1+$$
$$(q_2y_2+1-q_2).(p_2-c_2).\beta_1-(q_3y_3+1-q_3).(p_3-c_3).\beta_1-(q_4y_4+1-q_4).(p_4-c_4)\beta_1=0 \qquad (13)$$

$$(q_1y_1+1-q_1).(p_1-c_1).\beta_2+(q_2y_2+1-q_2).(a_2-p_2\alpha_2-p_3\beta_3-p_4\beta_4+p_1\beta_1)-$$
$$(q_2y_2+1-q_2).(p_2-c_2).\alpha_2-(q_3y_3+1-q_3).(p_3-c_3).\beta_2-(q_4y_4+1-q_4).(p_4-c_4)\beta_2=0 \qquad (14)$$

$$-(q_1y_1+1-q_1).(p_1-c_1).\beta_3-(q_2y_2+1-q_2).(p_2-c_2).\beta_3+(q_3y_3+1-q_3).(a_3-p_3\alpha_3-p_2\beta_2-p_1\beta_1+p_4\beta_4)$$
$$-(q_3y_3+1-q_3).(p_3-c_3).\alpha_3+(q_4y_4+1-q_4).(p_4-c_4).\beta_3=0 \qquad (15)$$

$$-(q_1y_1+1-q_1).(p_1-c_1).\beta_4-(q_2y_2+1-q_2).(p_2-c_2).\beta_4+(q_3y_3+1-q_3).(p_3-c_3).\beta_4$$
$$+(q_4y_4+1-q_4).(a_4-p_4\alpha_4-p_2\beta_2-p_1\beta_1+p_3\beta_3)-(q_4.y_4+1-q_4).(p_4-c_4).\alpha_4=0 \qquad (16)$$

فروش‌به‌صورت‌بسته‌ای:

تقاضا کالا در حالت فروش بسته ای(کالا ۱و۳ در یک بسته و کالا ۲و٤ در یک بسته)

$$d_{13}=a_{13}-p_{13}.\alpha_{13}+p_{24}.\beta_{24} \qquad (17)$$

$$d_{24}=a_{24}-p_{24}.\alpha_{24}+p_{13}.\beta_{13} \qquad (18)$$

$$\pi_T=(q_{13}.y_{13}+1-q_{13})(p_{13}-c_1-c_3).d_{13}+(q_{24}.y_{24}+1-q_{24})(p_{24}-c_2-c_4).d_{24} \qquad (19)$$

برای اثبات مقعر بودن تابع هدف از ماتریس هشین استفاده می‌کنیم:

$$H_{\pi_T}=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2\pi_T}{\partial p_{13}^2} & \dfrac{\partial^2\pi_T}{\partial p_{13}\partial p_{24}} \\ \dfrac{\partial^2\pi_T}{\partial p_{24}\partial p_{13}} & \dfrac{\partial^2\pi_T}{\partial p_{24}^2} \end{bmatrix} \qquad (20)$$

$$H_{\pi_T}=\begin{bmatrix} -2\alpha_{13}(q_{13}y_{13}+1-q_{13}) & ((q_{13}y_{13}+1-q_{13})\beta_{24})+(q_{24}y_{24}+1-q_{24})\beta_{13}) \\ ((q_{13}y_{13}+1-q_{13})\beta_{24})+((q_{24}y_{24}+1-q_{24})\beta_{13} & -2((q_{24}y_{24}+1-q_{24})\alpha_{24}) \end{bmatrix} \qquad (21)$$

دترمینان مینور اول برابر است با: $-2\alpha_{13}(q_{13}.y_{13}+1-q_{13})$

از آنجایی که مقدار α_{13}مثبت می‌باشد در نتیجه مقدار دترمینان مینور اول منفی می‌باشد.

دترمینان مینور دوم برابر است با:

$$(4\alpha_{13}(q_{13}.y_{13}+1-q_{13}).((q_{24}y_{24}+1-q_{24}).\alpha_{24}))-$$
$$(((q_{13}.y_{13}+1-q_{13}).\beta_{24})+(q_{24}y_{24}+1-q_{24}).\beta_{13}).((q_{13}y_{13}+1-q_{13}).\beta_{24})$$
$$+((q_{24}y_{24}+1-q_{24}).\beta_{13}) \quad (22)$$

که پس از ساده کردن داریم:

$$(4\alpha_{13}(q_{13}y_{13}+1-q_{13}).((q_{24}y_{24}+1-q_{24}).\alpha_{24}))-$$
$$(q_{13}y_{13}+1-q_{13})^2.\beta_{24}{}^2+2(q_{24}y_{24}+1-q_{24}).\beta_{13}).((q_{13}y_{13}+1-q_{13}).\beta_{24})$$
$$+((q_{24}y_{24}+1-q_{24})^2.\beta_{13}{}^2) \quad (23)$$

و برای اینکه این عبارت مثبت باشد باید شرط زیر برقرار باشد:

$$4\alpha_{13}.\alpha_{24}\geq\frac{((q_{13}.y_{13}+1-q_{13}).\beta_{24}+((q_{24}y_{24}+1-q_{24}).\beta_{13}))^2}{(q_{13}.y_{13}+1-q_{13}).((q_{24}y_{24}+1-q_{24})} \quad (24)$$

همانطور که از دترمینان مینورهای ماتریس هشین تابع هدف مشخص است تابع هدف با برقراری شرط فوق مقعر می‌باشد. برای بدست آوردن مقادیر بهینه هر یک از متغیرهای تصمیم از تابع هدف نسبت به هر یک از متغیرهای تصمیم مشتق گرفته و با حل دو معادله دو مجهول مقدار هر یک از متغیرهای تصمیم بدست می‌آید که برابراست با:

$$(q_{13}y_{13}+1-q_{13})(a_{13}-p_{13}\alpha_{13}+p_{24}\beta_{24})-(q_{13}y_{13}+1-q_{13})(p_{13}-c_1-c_3)\alpha_{13}$$
$$+(q_{24}y_{24}+1-q_{24})(p_{24}-c_2-c_4)\beta_{13}=0 \quad (25)$$

$$((q_{13}y_{13}+1-q_{13})(p_{13}-c_1-c_3).\beta_{24}))-(q_{24}y_{24}+1-q_{24}(\alpha_{24}-p_{24}\alpha_{24}+p_{13}\beta_{13})$$
$$-(q_{24}y_{24}+1-q_{24})(p_{24}-c_2-c_4)\alpha_{24}=0 \quad (26)$$

تقاضا کالا در حالت فروش بسته‌ای(کالا ۲و۳ در یک بسته و کالا ۱و٤ در یک بسته)

$$d_{14}=a_{14}-p_{14}.\alpha_{14}+p_{23}.\beta_{23} \quad (27)$$

$$d_{23}=a_{23}-p_{23}.\alpha_{23}+p_{14}.\beta_{14} \quad (28)$$

$$\pi_T=(q_{14}y_{14}+1-q_{14})(p_{14}-c_1-c_4).d_{14}+(q_{23}y_{23}+1-q_{23})(p_{23}-c_2-c_3).d_{23} \quad (29)$$

برای اثبات مقعر بودن تابع هدف از ماتریس هشین استفاده می‌کنیم:

$$H_{\pi_T}=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2\pi_T}{\partial p_{14}^2} & \dfrac{\partial^2\pi_T}{\partial p_{14}\partial p_{23}}\\ \dfrac{\partial^2\pi_T}{\partial p_{14}\partial p_{23}} & \dfrac{\partial^2\pi_T}{\partial p_{23}^2}\end{bmatrix} \tag{30}$$

$$H_{\pi_T}=\begin{bmatrix}-2(q_{14}y_{14}+1-q_{14})\alpha_{14} & (q_{14}y_{14}+1-q_{14})\beta_{23}+\\ & (q_{23}y_{23}+1-q_{23})\beta_{14}\\ (q_{14}y_{14}+1-q_{14})\beta_{23} & \\ +(q_{23}y_{23}+1-q_{23})\beta_{14} & -2(q_{23}y_{23}+1-q_{23})\alpha_{23}\end{bmatrix} \tag{31}$$

دترمینان مینور اول برابر است با: $-2(q_{14}y_{14}+1-q_{14})\alpha_{14}$

از آنجایی که مقدار α_{14} مثبت می‌باشد پس دترمینان مینور اول منفی می‌باشد. دترمینان مینور دوم برابر است با:

$$\begin{aligned}&4\alpha_{14}\alpha_{23}(q_{14}y_{14}+1-q_{14})^2-((q_{14}y_{14}+1-q_{14})\beta_{23}+\\&(q_{23}y_{23}+1-q_{23})\beta_{14})((q_{14}y_{14}+1-q_{14})\beta_{23}+(q_{23}y_{23}+1-q_{23})\beta_{14})\end{aligned} \tag{32}$$

که پس از ساده کردن داریم: $4\alpha_{14}.\alpha_{23}-(\beta_{23}+\beta 14)^2$ و برای اینکه این عبارت مثبت‌باشد باید شرط زیر برقرار باشد:

$$4\alpha_{14}.\alpha_{23}\geq\frac{((q_{14}y_{14}+1-q_{14})\beta_{23}+(q_{23}y_{23}+1-q_{23})\beta_{14})^2}{(q_{14}y_{14}+1-q_{14})(q_{23}y_{23}+1-q_{23})} \tag{33}$$

همانطور که از دترمینان مینورهای ماتریس هشین تابع هدف مشخص است تابع هدف با برقراری شرط فوق مقعر می‌باشد. برای بدست آوردن مقادیر بهینه هر یک از متغیرهای تصمیم از تابع هدف نسبت به هر یک از متغیرهای تصمیم مشتق گرفته و با حل دو معادله دو مجهول مقدار هر یک از متغیرهای تصمیم بدست می‌آید که برابر است با:

$$\begin{aligned}&(q_{14}y_{14}+1-q_{14})(a_{14}-p_{14}\alpha_{14}+p_{23}\beta_{23})-(q_{14}y_{14}+1-q_{14})(p_{14}-c_1-c_4)\alpha_{14}\\&+(q_{23}y_{23}+1-q_{23})(p_{23}-c_2-c_3)\beta_{14}=0\end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned}&(q_{14}y_{14}+1-q_{14})(p_{14}-c_1-c_4)\beta_{23}+(q_{23}y_{23}+1-q_{23})(a_{23}-p_{23}\alpha_{23}+p_{14}\beta_{14})\\&-(q_{23}y_{23}+1-q_{23})(p_{23}-c_2-c_3)\alpha_{23}=0\end{aligned} \tag{35}$$

مثال‌عددی

فرض کنید فروشنده چهار کالا به مشتری نهایی می فروشد که این کالا هم جایگزین و هم مکمل یکدیگر می باشند. بین ضرایب حساسیت تقاضا به قیمت باید شرایطی که گفته شده در نظر گرفته شود تا جواب بدست آمده جواب بهینه کلی باشد.

جدول ۱. داده برای حل مساله در حالت فروش جداگانه

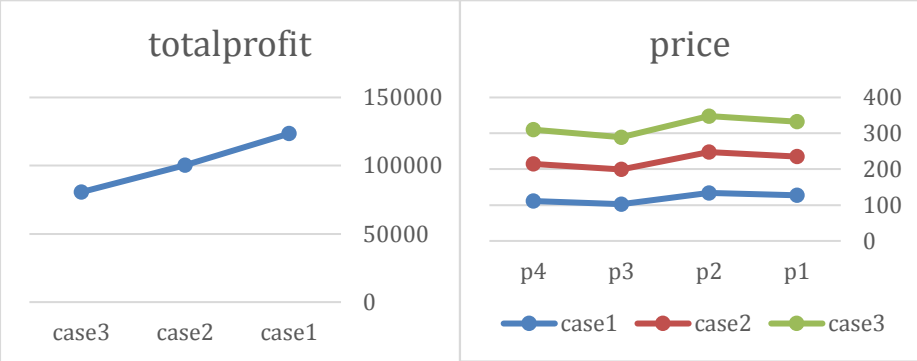
پارارمتر	حد پایین	حد وسط	حد بالا
a_1	-	1000	-
a_2	-	1000	-
a_3	-	1000	-
a_4	-	1000	-
α_1	4	4.5	5
α_2	3.8	4.3	4.8
α_3	3.6	4.1	4.6
α_4	3.3	3.8	4.3
β_1	1.6	1.9	2.2
β_2	1.5	1.8	2.1
β_3	1.4	1.7	2
β_4	1.3	1.6	1.9
c_1	-	35	-
c_2	-	37	-
c_3	-	39	-
c_4	-	41	-
q_1	-	0.2	-
q_2	-	0.3	-
q_3	-	0.25	-
q_4	-	0.35	-
y_1	-	0.8	-
y_2	-	0.7	-

y_3	-	0.75	-
y_4	-	0.85	-

$$d_1 = 1000 - 1.7p_3 - 1.6p_4 - 4.5p_1 + 1.8p_2$$
$$d_2 = 1000 - 4.3p_2 - 1.7p_3 - 1.6p_4 + 1.9p_1$$
$$d_3 = 1000 - 4.1p_3 - 1.8p_2 - 1.9p_1 + 1.6p_4$$
$$d_4 = 1000 - 3.8p_4 - 1.8p_2 - 1.9p_1 + 1.7p_3$$

مقدار هر یک از متغیرهای تصمیم و مقدار تابع هدف عبارت است از:

$p_1 = 108.651, p_2 = 113.852, p_3 = 96.684, p_4 = 103.578,$
$d1=410.54, d2=420.456, d3=392.648, d4=393.758$
$Totalprofit = 100400$



شکل ۱. اثر تغییر ضرایب حساسیت بر روی سود و قیمت فروش

همانطور که از فوق مشخص است با افزایش ضرایب حساسیت تقاضا بر اساس قیمت میزان قیمت فروش هر یک از کالاها افزایش ولی سود کل کاهش می‌یابد.

جدول ۲. داده برای حل مساله در حالت فروش بسته ای

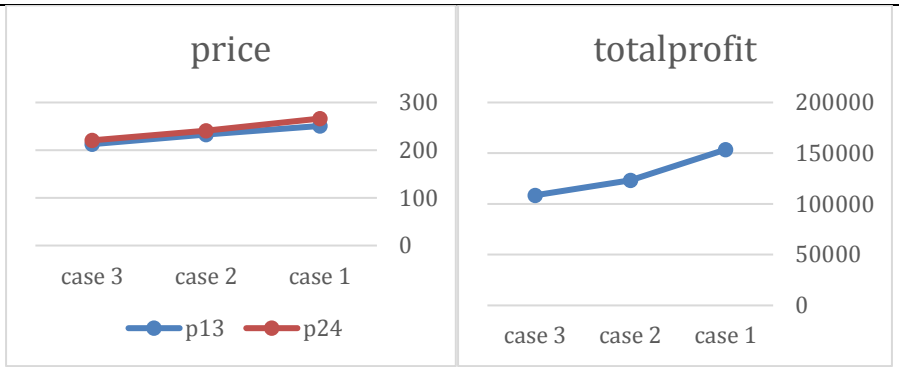
پارامتر	حد پایین	حد متوسط	حد بالا
a_{13}	-	1000	-
a_{24}	-	1000	-
a_{23}	-	1000	-
a_{14}	-	1000	-

α_{13}	4	4.5	5
α_{24}	3.8	4.3	4.8
α_{23}	3.6	4.1	4.6
α_{14}	3.3	3.8	4.3
β_{13}	1.6	1.9	2.2
β_{24}	1.5	1.8	2.1
β_{23}	1.4	1.7	2
β_{14}	1.3	1.6	1.9
c_1	-	35	-
c_2	-	37	-
c_3	-	39	-
c_4	-	41	-
q_{13}	-	0.2	-
q_{24}	-	0.25	-
y_{13}	-	0.8	-
y_{24}	-	0.85	-
q_{14}		0.3	
q_{23}		0.35	
y_{14}		0.7	
y_{23}		0.75	

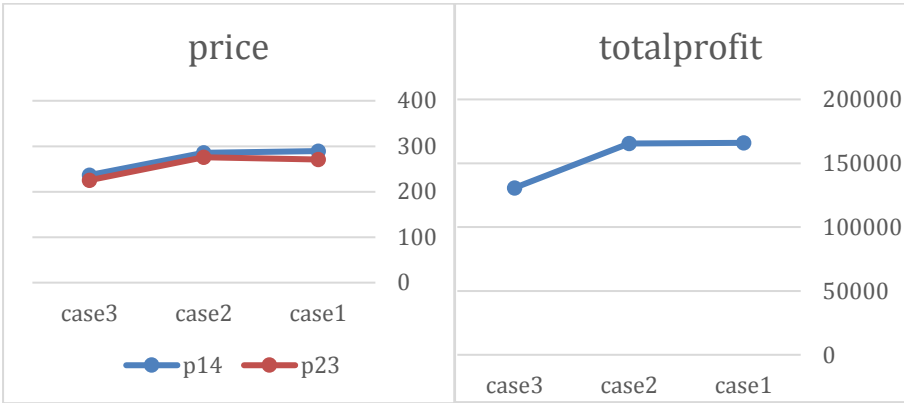
$$d_{13} = 100 - 4.5p_{13} + 1.8p_{24}$$
$$d_{24} = 100 - 4.3p_{24} + 1.9p_{13}$$
$$d_{14} = 100 - 3.8p_{14} + 1.7p_{23}$$
$$d_{23} = 100 - 4.1p_{23} + 1.6p_{14}$$

$$p_{13} = 232.85, p_{24} = 240.74, d_{13} = 398.765, d_{24} = 415.35786, totalprofit = 123440$$

$$p_{14} = 285.3345, p_{23} = 274.765, d_{14} = 419.7765, d_{23} = 431.985, totalprofit = 165560$$



شکل۲. اثر تغییر ضرایب حساسیت بر روی سود و قیمت فروش



شکل۳. اثر تغییر ضرایب حساسیت بر روی سود و قیمت فروش

همانطور که از دو شکل فوق مشخص است با افزایش ضرایب حساسیت تقاضا بر اساس قیمت میزان قیمت فروش هر یک از کالا ها افزایش ولی سود کل کاهش می یابد زیرا ریسک انقطاع سود آوری زنجیره تامین را دچار اختلال می کند که حتی با افزایش میزان قیمت ها سود کل کاهش می یابد.

نتیجه‌گیری

قیمت گذاری یکی از مهمترین عامل در میزان سودآوری هر یک از بنگاههای اقتصادی می باشد به این صورت که تعیین قیمت هر یک از کالا در تعیین میزان سهم از بازار بسیار حائز اهمیت می‌باشد و علاوه بر آن سناریوهایی که برای فروش کالا در نظر گرفته می‌شود نیز بسیار مهم است. در این مقاله فروش کالا ها مکمل و جایگزین به صورت همزمان

توسط فروشنده بررسی شده است به این ترتیب که تقاضا برای هر یک از کالاها به قیمت خود کالا و قیمت کالا دیگر بستگی دارد. هر کسب‌وکاری ممکن است بنابر دلایل مختلفی در هر زمان از استراتژی خاص یا ترکیبی از استراتژی‌های بازاریابی و فروش استفاده کند. فروشنده می‌تواند کالاها را به صورت جداگانه و به صورت بسته‌ای به فروش برساند که در فروش بسته‌ای دو کالا مکمل در یک بسته به مشتری عرضه می‌شوند. در این مقاله بررسی احتمال بروز ریسک انقطاع بررسی شده‌است به این صورت که با بروز ریسک انقطاع درصدی از میزان سفارش برآوره می‌شود و سودآوری زنجیره‌تامین دچار اختلال می‌شود. در انتها برای نشان دادن اعتبار مدل و مقایسه حالت‌های مختلف مثال عددی ارائه شده و تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای مهم مدل انجام شده‌است. با حل مدل به این نتیجه رسیدیم که با فروش بسته‌ای به علت کاهش قیمت و افزایش تقاضا میزان سود فروشنده نسبت به حالت فروش جداگانه افزایش چشم‌گیری خواهد داشت و ترجیح فروشنده به فروش بسته‌ای می‌باشد. در نتیجه در عمل به اینصورت است که فروشنده به جای اینکه هر یک از کالاها را به صورت جداگانه به فروش برساند بهتر است به صورت فروش بسته‌ای این کار را انجام دهد که باعث افزایش سودآوری خواهدشد حتی اگر ریسک انقطاع رخ دهد میزان سودآوری افزایش می‌یابد زیرا خریدار کالا مورد نیاز خود را با تخفیف‌های بیشتری خریداری می‌کند و باعث جذابیت برای مشتری خواهدشد. در عمل این روش می‌توان برای حالتی که دچار ریسک انقطاع می‌شویم و میزان فروش کاهش پیدا می‌کند از این روش برای افزایش میزان فروش و افزایش جلب مشتری استفاده کرد.

پیشنهادات آتی

در مدل ارائه شده میزان تقاضا خطی می‌باشد، برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌گردد پژوهشگران میزان تقاضا را براساس روش‌هایی مانند وفاداری به برند، تولید کالای سبز، فروش از طریق کانال مستقیم و سنتی و... در نظر بگیرند. همچنین امکان بروز ریسک انقطاع به صورت احتمالی می‌باشد که پژوهشگران می‌توانند آن را به صورت فازی در نظر بگیرند.

منابع

Cao, P., Li, J. & H. Yan. (2012). Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand and discounted criterion .***European***

Journal of Operational Research, 217 (3). 580-588. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.09.048

Choi, T. (2007). Pre-season stocking and pricing decisions for fashion retailers with multiple information updating .***International Journal of Production Economics***, 106 (1). 146-170. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2006.05.009.

Kuo, C., & Huang , K. (2012). Dynamic pricing of limited inventories for multi-generation products. ***European Journal of Operational Research***, 217(2).394-403. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.09.020

Seyed Esfahani, M.M., Biazaran, M., & Gharakhani, M. (2011).A game theoretic approach to coordinate pricing and vertical co-op advertising in manufacturer-retailer supply chains .***European Journal of Operational Research***, 211 (2).263-273. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2010.11.014.

Tang, C., & Yin, R. (2007). Joint ordering and pricing strategies for managing substitutable products. ***Production and Operations Management***. 16 (1). 138-153. https://doi.org/10.1111/j.1937-5956.2007.tb00171.x.

Wu, C.H., Chen, C.W.,& Hsieh C.C. (2012). Competitive pricing decisions in a two-echelon supply chain with horizontal and vertical competition. ***International Journal of Production Economics***, 135 (1). 265-274.https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.07.020.

Soon, W. (2011). A review of multi-product pricing models .***Applied Mathematics and Computation***, 217 (21). 8149-8165. https://doi.org/10.1016/j.amc.2011.03.042.

Karakul. M.,& Chan. L.M.A. (2008). Analytical and managerial implications of integrating product substitutability in the joint pricing and procurement problem, ***European Journal of Operational Research***, 190(1). 179-204. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.06.026.

Karakul. M., & Chan. L.M.A. (2010). Joint pricing and procurement of substitutable products with random demands – A technical note. ***European Journal of Operational Research***, 201(1), 324-328. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.03.030.

Zhao. J.,& Wei. J. (2012). Pricing game of two substitutable products supply chains under centralized and decentralized decisions. ***Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers***. 29(7). 435-443. https://doi.org/10.1080/10170669.2012.721096.

Chen, Y., Fang, Sh.,& Wen, Ch. (2013). Pricing policies for substitutable products in a supply chain with Internet and traditional channels. ***European Journal of Operational Research***. 224 (3), 542-551.https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.09.003.

Yue, X., Mukhopadhyay, S.,& Zhu, X.(2006). A Bertrand model of pricing of complementary goods under information asymmetry, ***Journal of Business Research***,59(10–11),1182–1192. https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2005.06.005.

Mukhopadhyay, S., Yue, X.,& Zhu, X.(2011). A Stackelberg model of pricing of complementary goods under information asymmetry. ***International Journal of Production Economics***. 134 (2).424–433. https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2009.11.015.

Wei, J., Zhao, J., &Li, Y.(2013). Pricing decisions for complementary products with firms' different market powers. ***European Journal of Operational Research***224(3). 507–519. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.09.011.

Mohsenzadeh Ledari. A.,& Arshadi Khamseh. A. (2024).Optimal pricing decisions in a two echelon green/non-green resilient supply chain for substitute and complementary products considering disruption risk. ***International Journal of Industrial and Systems Engineering***. 46(3). 355-389. https://doi.org/10.1504/IJISE.2024.137959.

Mohsenzadeh Ledari. A., Arshadi Khamseh. A,& Naderi, B. (2019). Pricing for Complementary and Substitute Products Simultaneously in the Package-Sale and Separate-Sale. ***International Journal of Business Analytics.*** 6(1).77-93. DOI: 10.4018/IJBAN.2019010105.

Zhou,W., Yang,H., Dang,Y. & Niu, B.(2023). A novel mechanism in a dual-sourcing supply chain with supply disruption risk: The fraction-committed procurement contract. ***Computers & Industrial Engineering***.186. https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109712.

Jafari-Nodoushan,A., Dehghani Sadrabadi, M.H., Nili,M., Ahmad Makui ,A. & Ghousi,R.(2024). Designing a sustainable disruption-oriented supply chain under joint pricing and resiliency considerations: A case study. ***Computers & Chemical Engineering***.180(5). https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2023.108481

COPYRIGHTS

© 2023 by the authors. Licensee Modern Management Engineering Journal. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC BY 4.0) (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).