

همزمان سازی سیستم های آشوبی نامعین با استفاده از سطح لغزشی PID غیر خطی مرتبه کسری

نام و نام خانوادگی محمد رسولی^{۱*}، آصف زارع^۲، حسن یعقوبی^۳ و نرگس شفاعی بجزستانی^۴

چکیده

در این تحقیق روشی برای همزمان سازی مقاوم سیستم های مرتبه کسری آشوبناک ارائه شده است. سیستم های مورد بررسی در این مقاله دارای تاخیر زمانی نامعلوم، اغتشاش و عدم قطعیت با کران نامعلوم می باشند. وجود تاخیر زمانی پیچیدگی مسئله کنترل را افزایش داده و مجهول بودن آن پیچیدگی پایدار سازی را افزایش می دهد. کران های عدم قطعیت و اغتشاش بعنوان مجهول وارد سیستم کنترل شده و کنترل کننده تطبیقی حاصله از تخمین کران های عدم قطعیت و اغتشاش بهره می برد. برای این منظور ابتدا یک سطح لغزش مبتنی بر تناسبی انتگرال گیر مشتقگیر غیرخطی مرتبه کسری ارائه شده، سپس یک مکانیزم تطبیقی مقاوم جهت همزمان سازی سیستم پایه و پیرو ارائه شده است. با انتخاب تابع لیاپانوف مناسب ضمن اثبات پایداری مکانیزم پیشنهادی و تضمین همگرایی خطای همزمان سازی به سمت صفر، قواعد بروزرسانی جهت تخمین کران اغتشاش، کران عدم قطعیت و تاخیرهای زمانی سیستم استخراج شده است. رهیافت پیشنهادی بمنظور همزمان سازی سیستم مرتبه کسری جنسیوتوسی با پارامترهای متغییر با زمان اعمال شده است که نتایج شبیه سازی عملکرد مناسب رهیافت ارائه شده را بیان می کند.

دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۴/۱۸

پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۵/۳۰

کلمات کلیدی: سیستم آشوبی مرتبه کسری - همزمان سازی - کنترلر لغزشی- تطبیقی مقاوم

بیولوژیکی [۳] مواد ویسکوالاستیک [۴]، سیستم عرضه و تقاضای انرژی [۵]، سیستم مولد چرخه هسته ای [۶]، نظریه دینام [۷]، سیستم چند عاملی [۸]، یک سیستم اتوماسیون صنعتی [۹] و مدل ایمنی HIV می باشند [۱۰] بصورت غیرخطی توصیف شده است. اخیراً، مطالعه آشوب، همزمان سازی آشوب و کنترل سیستم های مرتبه کسری به دلیل کاربردهای آنها در ارتباطات امن، پردازش سیگنال، رمزگذاری-رمزگشایی و مدارهای الکترونیکی شروع به جلب توجه بیشتر کرده است [۷، ۱۱، ۱۲] رویکردهای متفاوتی توسط محققان برای تحقق کنترل و همزمان سازی در سیستم های

۱- مقدمه

۱- حسابان کسری یکی از موضوعاتی که اخیراً توجه بسیاری از دانشمندان را خود جلب کرده است. سیستم های مرتبه کسری به این صورت است که درجات آزادی بیشتری در مدل گنجانده شده است. علاوه بر این، نشان داده شده است که حساب کسری می تواند به عنوان یک ابزار ریاضی مهم برای مدل سازی دقیق سیستم های عملی استفاده شود. برخی از این سیستم ها که با استفاده از معادلات دیفرانسیل کسری توصیف می شوند مانند علوم پزشکی [۱]، علوم جانورشناسی [۲]، سیستم های

۳. استادیار، دانشکده مهندسی برق، واحد گناباد، دانشگاه آزاد اسلامی، گناباد،

ایران

۴. دانشکده مهندسی برق، واحد گناباد، دانشگاه آزاد اسلامی، گناباد، ایران

۱* پست الکترونیک نویسنده مسئول : mohamad.rasouli@iau.ac.ir

دانشکده مهارت و کارآفرینی، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

۲. دانشیار، دانشکده مهندسی برق، واحد گناباد، دانشگاه آزاد اسلامی، گناباد،

ایران

دارای عدم قطعیت، اغتشاش و تاخیر زمانی نامشخص معرفی شده است. در بخش بعد اثبات پایداری آن بررسی شده است. سپس مکانیزم پیشنهادی پیروی سیستم با پارامترهای متغیر با زمان اعمال شده است و در نهایت شبیه سازی عددی ارائه شده است

۲- تعاریف ، قضایا و لم ها در حسابان کسری

در این بخش تعاریف و لم های مورد استفاده برای همزمان سازی سیستم آشوبی مرتبه کسری دارای عدم قطعیت ، اغتشاش و تاخیر زمانی ناشناخته بیان می شود.

فرض کنید سیستم غیرخطی مرتبه کسری بصورت زیر تعریف شود [۲۹]:

$$D_t^q x(t) = f(x(t - \tau), t) \quad (1)$$

که در آن $f = [(f_1, f_2, \dots, f_n)]^T \in C(0,1)$ میباشد.

خطای همزمانسازی بصورت زیر تعریف می شود:

$$e = x(t) - y(t) \rightarrow 0 \quad i=1,2,3,\dots,n \quad (2)$$

که در آن $x(t)$ بردار حالت سیستم پایه و $y(t)$ بردار حالت سیستم پیرو میباشد.

لم ۱: برای هر مقدار حقیقی α_i و $\sigma \in (0, 1)$ روابط زیر برقرار است [۳۰]:

$$\begin{aligned} (|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|)^\sigma &\leq |a_1|^\sigma + |a_2|^\sigma + \dots + |a_n|^\sigma \\ (|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|)^2 &\geq |a_1|^2 + |a_2|^2 + \dots + |a_n|^2 \end{aligned} \quad (3)$$

قضیه ۱: فرض کنید $x=0$ نقطه تعادل سیستم مرتبه کسری (۱) است، که در آن $q \in (0, 1)$ و $f(x, t)$ شرط لیپ شیتز را برآورده می کند. اگر معادلات زیر برای تابع لیاپانف $v(t, x(t))$ و توابع کلاس k δ_i برقرار باشد [۳۱, ۳۲]:

$$\delta_1(\|x\|) \leq v(t, x(t)) \leq \delta_2(\|x\|) \quad (4)$$

$$D_t^q v(t, x(t)) \leq -\delta_3(\|x\|) \quad (5)$$

آنگاه سیستم ۱ پایدار به مفهوم میتاز-فلر است.

لم ۲: با فرض اینکه $x(t) \in R^n$ مشتق اول پیوسته داشته باشد، آنگاه [۳۳]:

$$D_t^q \left(\frac{1}{2} x^T(t) Q x(t) \right) \leq x^T Q D_t^q x(t) \quad (6)$$

مرتبه کسری پیشنهاد شده است مانند کنترل بازخورد [۱۳, ۱۴] ، تکنیک کنترل غیرخطی [۱۵] ، کنترل مبتنی بر مشاهده، [۱۶] همگام سازی فاز [۱۷] ، همگام سازی تکانشی [۱۸] ، همگام سازی چند مقیاسی [۱۹, ۲۰] ، تکنیک کنترل حالت لغزشی [۲۱-۲۳] ، کنترل مقاوم در برابر خطا [۲۴] و غیره. همزمان سازی سیستم های آشوبی موضوعی است که مورد توجه دانشمندان قرار گرفته است بطوریکه تا کنون بیش از ۳۵۰/۰۰۰ پژوهش در گوگل اسکولار به ثبت رسیده است. پژوهش های زیادی در این حوزه برای سیستم مرتبه صحیح [۲۵] و کسری [۲۶] انجام شده است. تا کنون روش های کنترلی متعددی برای منظور پیشنهاد شده است. بسیاری از طرح های همزمان سازی موجود برای سیستم دینامیکی قطعی مرتبه کسری در دسترس هستند. در تمام روشهای همزمانسازی، زمان لازم برای همزمان سازی لزوما با کران مشخصی نیست.

۲- بررسی تحلیل همگام سازی زمان از پیش تعریف شده برای دو سیستم آشوبناک با ابعاد مختلف است. که می تواند همزمانی دو سیستم آشافته با ابعاد مختلف را در زمان از پیش تعریف شده با استفاده از کنترل تطبیقی تحقق بخشد [۲۷]. تکنیک کنترل تطبیقی حالت لغزشی ترمینال سریع غیر منفرد برای همگام سازی بین دو سیستم مختلف آشافته با پارامترها و اختلالات ناشناخته بررسی شده است [۲۸].

در این مقاله، مساله همزمانسازی سیستمهای مختلف پارامترهای کاملا ناشناخته مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا، خطای همزمانسازی بین سیستم پایه و پیرو تعریف می شود. سپس، قوانین تطبیقی مناسب برای مقابله با پارامترهای ناشناخته سیستمها استخراج می شوند و قانون کنترلی و قواعد بروزرسانی به نحوی طراحی شده است که محقق شدن شرط دستیابی را تضمین می کند. در ادامه مکانیزمی جهت همزمانسازی سیستم های مرتبه کسری

که Q و $q \in (0, 1)$ ماتریس مثبت معین است.

$$\begin{aligned} \|\Delta f(x(t), t)\| &\leq \beta_1 \omega_1(x) \\ \|\Delta g(y(t), t)\| &\leq \beta_2 \omega_2(y) \\ \|d_1(t)\| &\leq \rho_1 \\ \|d_2(t)\| &\leq \rho_2 \\ \underline{\tau}_1 &\leq \tau_1 \leq \bar{\tau}_1 \\ \underline{\tau}_2 &\leq \tau_2 \leq \bar{\tau}_2 \end{aligned} \quad (10)$$

۳- دینامیک سیستم مرتبه کسری

در این بخش همزمان سازی سیستم آشوبی مرتبه کسری در حضور اغتشاش، عدم قطعیت و تاخیر زمانی نامشخص ارائه شده است. در فرآیند طراحی این موضوع عملگر اشباع روی سیگنال کنترل به منظور سهولت در پیاده سازی لحاظ شده است. نتایج شبیه سازی عملکرد خوب و قابل قبول را نوید می دهد.

رویکرد کنترل حالت لغزشی را برای سیستم آشوب مرتبه کسری ارائه شده است و براساس آن همزمان سازی سیستم مرتبه کسری بررسی شده است. سیستم پایه مرتبه کسری زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} D^q x_i = x_{i+1}, \\ 1 \leq i \leq n-1 \\ D^q x_n = \sigma_0^T x + f(x(t - \tau_1), t) \\ + \Delta f(x(t), t) + d_1(t) \end{cases} \quad (7)$$

سیستم پیرو مرتبه کسری بصورت زیر میباشد:

$$\begin{cases} D^q y_i = y_{i+1}, \\ 1 \leq i \leq n-1 \\ D^q y_n = \sigma_0^T y + g(y(t - \tau_2), t) \\ + \Delta g(y(t), t) + d_2(t) + u(t) \end{cases} \quad (8)$$

که در آن $0 < q < 1$ میباشد.

دینامیک خطا مرتبه کسری بین سیستم پایه (۷) و پیرو (۸) بصورت رابطه (۹) میباشد:

$$\begin{cases} D^q e_i = e_{i+1}, \\ 1 \leq i \leq n-1 \\ D^q e_n = \sigma_0^T e + g(y(t - \tau_2)) \\ - f(x(t - \tau_1)) \\ + \Delta g(y(t), t) - \Delta f(x(t), t) \\ + d_2(t) - d_1(t) + u(t) \end{cases} \quad (9)$$

لم های پایداری Mittag-Leffler نوع مرتبه کسری و لم های پایداری مجانبی برای سیستم (۸) پیشنهاد و

اثبات خواهند شد که مبنای نظری برای نشان دادن کارایی کنترل کننده های پیشنهادی را فراهم میکند.

فرض ۱: اعوجاجهای خارجی نامعین $d_1(t)$ و $d_2(t)$ عدم قطعیتهای غیرخطی کراندار نامعین $\Delta f(x(t), t)$ و $\Delta g(x(t), t)$ موجود در سیستم های پایه و پیرو (۷) و (۸) شرایط زیر را برآورده میکنند:

به طوریکه $\|\cdot\|$ بیان گر نرم l_1 است و $\beta_2 \cdot \beta_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_1$ مقادیر ثابت مثبت حقیقی مشخص و $\omega_2(\cdot) \cdot \omega_1(\cdot)$ به طور کلی توابعی مشخص هستند.

تعریف ۱: اگر تابع $f(x, t)$ در t بصورت تکه ای پیوسته باشد و شرایط لیپ شیتز^۱ را برآورده کند آنگاه [۳۳]:

$$\|f(t, x) - f(t, \hat{x})\| \leq \gamma_f \|x - \hat{x}\| \quad \forall x, \hat{x} \in R^n \quad (11)$$

سپس $f(x, t)$ در x لپشیتز است و ثابت مثبت γ_f ، ثابت لیپ شیتز نامیده می شود.

فرض ۲: تاخیرهای زمانی نامشخص که با توابع غیر خطی $f(x(t - \tau_1), t)$ ، $g(y(t - \tau_2), t) \in R$

معرفی شده است و به فرم های کلی (۷) و (۸) در سیستم های آشوبی پایه و پیرو نمایش داده شده است، به ازای هر $x(t), y(t) \in R$ ، و با توجه به (۱۴) شرایط لپشیتز زیر را برآورده می کنند

$$\begin{aligned} |f(x(t - \tau_1)) - f(x(t - \hat{\tau}_1))| \\ \leq m_1 \|x(t - \tau_1) \\ - x(t - \hat{\tau}_1)\| \\ \leq l_1 |t - \tau_1 \\ - (t - \hat{\tau}_1)| \\ = l_1 |\tau_1 - \hat{\tau}_1| \\ = l_1 |\bar{\tau}_1|. \end{aligned} \quad (12)$$

¹ Lipschitz

$$\begin{aligned}
& |g(y(t - \tau_2)) - g(y(t - \hat{\tau}_2))| \\
& \leq m_2 \|y(t - \tau_2) - y(t - \hat{\tau}_2)\| \\
& \leq l_2 |(t - \tau_2) - (t - \hat{\tau}_2)| \\
& = l_2 |\tau_2 - \hat{\tau}_2| \\
& = l_2 |\tilde{\tau}_2|.
\end{aligned}$$

به طوریکه $\tau_1, \tau_2 \in R$ ، بیان گر تاخیر های زمانی نامشخص، $\hat{\tau}_1, \hat{\tau}_2 \in R$ تخمین تاخیر های زمانی نامشخص، m_1, m_2 و l_1, l_2 ثابت هایی مثبت و نامشخص هستند.

۴- محاسبه سیگنال کنترل:

اگر سیستم در حالت لغزشی باشد، شرایط زیر باید رعایت شود:

$$\begin{aligned}
& s(t) = 0, \quad D^q s(t) = 0 \\
& s^{(\hat{t})} \\
& = h(e) \cdot \begin{bmatrix} k_p e_n(t) + \\ T_I D^{-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i + \\ T_d D^{\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t) \end{bmatrix} = 0 \quad (13)
\end{aligned}$$

بنابراین مشتق مرتبه کسری صفحه لغزش در رابطه (۱۳) بصورت زیر می باشد.

$$\begin{aligned}
& D^q s(t) \\
& = k_0 k_p D^q e_n(t) \\
& + k_0 T_I D^{q-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t) \\
& + k_0 T_d D^{q+\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t) \\
& + (1 - k_0) k_p D^q (\|e(t)\| e_n(t)) \\
& + (1 - k_0) T_I D^q (\|e(t)\| D^{-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t)) \\
& + (1 - k_0) T_d D^q (\|e(t)\| D^{\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t)) \\
& = 0 \quad (14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& D^q s(t) = k_0 k_p (g(y(t - \tau_2), t) \\
& \quad + \Delta g(x(t), t) + d_2(t) \\
& - (f(x(t - \tau_1), t) + \Delta f(x(t), t) \\
& + d_1(t)) + \sigma_0^T \cdot e(t) + u(t)) \\
& + k_0 T_I D^{1-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t) \\
& + k_0 T_d D^{1+\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t) \\
& + (1 - k_0) k_p D^q (\|e(t)\| e_n(t)) \\
& + (1 - k_0) T_I D^q (\|e(t)\| D^{-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t)) \\
& + (1 - k_0) T_d D^q (\|e(t)\| D^{\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t)) \\
& = 0 \quad (15)
\end{aligned}$$

در این حالت دینامیک آخر خطای سیستم مرتبه کسری که در رابطه ی (۸) توصیف شده است را در رابطه ی (۱۴) جایگزین کرده در اینصورت خواهیم داشت:

بطوریکه $u(t)$ بصورت (۱۶) تعریف می شود:

$$\begin{aligned}
& u(t) \\
& = \frac{-1}{k_0 k_p} \left(k_0 T_I D^{q-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t) \right. \\
& + k_0 T_d D^{q+\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t) \\
& + (1 - k_0) k_p D^q (\|e(t)\| e_n(t)) \\
& + (1 - k_0) T_I D^q (\|e(t)\| D^{-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t)) \\
& + (1 - k_0) T_d D^q (\|e(t)\| D^{\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t)) \left. \right) \\
& + f(x(t - \hat{\tau}_1), t) - g(y(t - \hat{\tau}_2), t) \\
& - \sigma_0^T \cdot E(t) - bs + \bar{u}(t) \quad (16)
\end{aligned}$$

عبارت $\bar{u}(t)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{aligned}
& \bar{u}(t) = -sgn(s) [\hat{\beta}_2 \omega_2(y) + \hat{\beta}_1 \omega_1(x) \\
& \quad + \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_1] + u_{00}(t) \\
& u_{00}(t) = -\frac{b}{k_0 k_p s} \sum_{i=1}^2 [(|\hat{\rho}_i| + \bar{\rho}_i) + \\
& \quad (|\hat{\tau}_i| + \bar{\tau}_i) + (|\hat{\beta}_i| + \bar{\beta}_i) + (|\hat{\rho}_i| + \bar{\rho}_i) \\
& \quad + (|\hat{\tau}_i| + \bar{\tau}_i) + (|\hat{\beta}_i| + \bar{\beta}_i)], \quad (17)
\end{aligned}$$

رابطه ی (۱۷) شامل جملات حاصل از تخمین عدم قطعیت های سیستم می باشد که با استفاده از کنترل کننده تطبیقی که جزئیات آن در بخش بعد تشریح شده است، برورسانی می شود. لذا با توجه به رابطه (۱۰) که در آن کران عدم قطعیت تعریف شده است $\bar{\beta}_i$ ، $\bar{\rho}_i$ و $\bar{\tau}_i$ به ترتیب کران بالای عدم قطعیت، اغتشاش و تاخیر زمانی در سیستم پایه و پیرو هستند می باشند.

۵- اثبات پایداری و قواعد بروزرسانی:

در این بخش قصد داریم کنترل کننده تطبیقی مقاوم را با استفاده از سطح لغزشی مبتنی بر PID مرتبه کسری غیرخطی بگونه ای طراحی کنیم که پایداری فرایند همزمان سازی سیستم های آشوبی یاد شده توسط رهیافت کنترلی پیشنهادی، تضمین گردد.

قضیه ۲-۵: همزمان سازی سیستم های (۷) و (۸) با وجود اعتشاش های d_1 و d_2 و عدم قطعیت های ناشناخته Δf و Δg همراه با تاخیر زمانی های نامعین τ_1 و τ_2 با تعریف کنترل کننده $u(t)$ به شرح زیر تضمین می گردد:

$$u(t) = -g(y(t - \hat{\tau}_1)) + f(x(t - \hat{\tau}_2)) - \frac{1}{k_0 k_p} \left(k_0 T_l D^{q-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t) + k_0 T_d D^{q+\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t) + (1 - k_0) k_p D^q (\|e(t)\| e_n(t)) + (1 - k_0) T_l D^q (\|e(t)\| D^{-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t)) + (1 - k_0) T_d D^q (\|e(t)\| D^{\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t)) \right) - \sigma_0^T \cdot E(t) - bs - \text{sgn}(s) (\hat{\beta}_2 \omega_2(y) + \hat{\beta}_1 \omega_1(x) + \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_1) + u_{00}(t) \quad (18)$$

$$u_{00}(t) = -\frac{b}{k_0 k_p s} \sum_{i=1}^2 [(|\hat{\rho}_i| + \bar{\rho}_i)^2 + (|\hat{\tau}_i| + \bar{\tau}_i)^2 + (|\hat{\beta}_i| + \bar{\beta}_i)^2]$$

که در آن $\hat{\rho}_1$ و $\hat{\rho}_2$ تخمین کران های اعتشاشات ورودی و $\hat{\tau}_1$ و $\hat{\tau}_2$ تخمین تاخیرهای زمانی و $\hat{\beta}_1$ و $\hat{\beta}_2$ تخمین کران های عدم قطعیت در سیستم پایه و پیرو می باشند. همچنین $\bar{\rho}_i$ ، $\bar{\tau}_i$ و $\bar{\beta}_i$ به ترتیب کران بالای اغتشاش ، تاخیر زمانی و عدم قطعیت هستند. لذا بمنظور تضمین پایداری سیستم، قواعد بروزرسانی را جهت تخمین پارمترهای مذکور بصورت زیر اختیار می کنیم:

$$\begin{aligned} D^q \hat{\tau}_i &= l_i |s| \text{sgn}(\tilde{\tau}_i), \\ \hat{\tau}_i(0) &= \bar{\tau}_i \\ D^q \hat{\rho}_i &= k_0 k_p |s| \\ D^q \hat{\beta}_1 &= -k_0 k_p |s| \omega_1(x) \\ D^q \hat{\beta}_2 &= -k_0 k_p |s| \omega_2(y) \end{aligned} \quad (19)$$

در رابطه فوق l_i عدد ثابت مثبت است. همچنین $\tilde{\tau}_i$ به ترتیب خطای تخمین تاخیر زمانی می باشد. قوانین به روز رسانی برای تاخیر ها به خطای تخمین وابسته اند که در دسترس نیستند. برای رفع این مشکل می توان بصورت زیر عمل کرد:

با توجه به اینکه $0 < \underline{\tau}_i < \tau_i < \bar{\tau}_i$ است بطوریکه کران بالا و کران پایین تاخیر زمانی می باشد. از اینرو با انتخاب $\hat{\tau}_i(0) = \bar{\tau}_i$ داریم:

$$\tilde{\tau}_i(0) = \tau_i - \hat{\tau}_i(0) = \tau_i - \bar{\tau}_i < 0$$

$$\Rightarrow \text{sgn}(\tilde{\tau}_i) = -1$$

با تعریف: $v_{\tilde{\tau}_i} = \frac{1}{2} \tilde{\tau}_i^2$ و محاسبه مشتق آن:

$$\begin{aligned} D^q v_{\tilde{\tau}_i} &\leq \tilde{\tau}_i D^q \tilde{\tau}_i \\ &= \tilde{\tau}_i l_i |s| \text{sgn}(\tilde{\tau}_i) \\ &= -l_i |\tilde{\tau}_i| |s| < 0 \end{aligned} \quad (20)$$

بنابراین $v_{\tilde{\tau}_i}$ یک تابع نزولی بوده که به صفر میل می کند، لذا:

$\forall t \geq 0 : \tilde{\tau}_i < 0 \Rightarrow \text{sgn}(\tilde{\tau}_i) = -1$
به این ترتیب قوانین به روز رسانی برای تاخیر های زمانی به صورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} D^q \hat{\tau}_i &= l_i |s| \text{sgn}(\tilde{\tau}_i) = -l_i |s|, \\ \hat{\tau}_i(0) &= \bar{\tau}_i, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (21)$$

حال به بررسی پایداری سیستم مرتبه کسری کنترل شده با در نظر گرفتن سطح لغزش مبتنی بر کنترل کننده های PID مرتبه کسری غیرخطی خواهیم پرداخت. برای سطح لغزش پیشنهاد شده در رابطه ی (۱۳) تابع لیاپانوف زیر معرفی شده است:

$$\begin{aligned}
D^q v(t) \leq s \cdot & \left[k_0 k_p \left(g(y(t - \tau_2), t) \right. \right. \\
& - g(y(t - \hat{\tau}_2), t) \\
& + \Delta g(x(t), t) \\
& + d_2(t) \\
& + f(x(t - \hat{\tau}_1), t) \\
& - f(x(t - \tau_1), t) \\
& - \Delta f(x(t), t) \\
& - d_1(t) - \frac{b}{k_0 k_p} s \\
& - \operatorname{sgn}(s) [\hat{\beta}_2 \omega_2(y) \\
& + \hat{\beta}_1 \omega_1(x) + \hat{\rho}_2 \\
& + \hat{\rho}_1] \left. \right) \\
& + s k_0 k_p u_{00}(t) \\
& + \sum_{i=1}^2 (\tilde{\beta}_i D^q \tilde{\beta}_i \\
& + \tilde{\tau}_i D^q \tilde{\tau}_i + \tilde{\rho}_i D^q \tilde{\rho}_i)
\end{aligned} \quad (25)$$

در این حالت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
D^q v(t) & \leq |s| \\
& \cdot [k_0 k_p (|g(y(t - \tau_2), t) \\
& - g(y(t - \hat{\tau}_2), t)| + |\Delta g(x(t), t)| \\
& + |f(x(t - \hat{\tau}_1), t) \\
& - f(x(t - \tau_1), t)| + |\Delta f(x(t), t)| \\
& + |d_2(t) - d_1(t)|) - b s^2 \\
& + k_0 k_p s (-\operatorname{sgn}(s) [\hat{\beta}_2 \omega_2(y) \\
& + \hat{\beta}_1 \omega_1(x) + \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_1])] \\
& - b \left(\sum_{i=1}^2 [(|\hat{\rho}_i| + \bar{\rho}_i)^2 \right. \\
& + (|\hat{\tau}_i| + \bar{\tau}_i)^2 + (|\hat{\beta}_i| + \bar{\beta}_i)^2 \\
& + (|\hat{\rho}_i| + \bar{\rho}_i)^\mu + (|\hat{\tau}_i| + \bar{\tau}_i)^\mu \\
& \left. + (|\hat{\beta}_i| + \bar{\beta}_i)^\mu \right) \\
& + \sum_{i=1}^2 (\tilde{\beta}_i D^q \tilde{\beta}_i + \tilde{\tau}_i D^q \tilde{\tau}_i \\
& + \tilde{\rho}_i D^q \tilde{\rho}_i)
\end{aligned} \quad (26)$$

با توجه به فرض های ۱ و ۲ که در روابط (۱۱) و (۱۲) ارائه شده است ، رابطه ی (۲۶) بصورت زیر بازنویسی خواهد شد:

$$\begin{aligned}
v(t) = \frac{1}{2} [& s^2(t) + \tilde{\beta}_1^2 + \tilde{\beta}_2^2 + \tilde{\tau}_1^2 \\
& + \tilde{\tau}_2^2 + \tilde{\rho}_1^2 + \tilde{\rho}_2^2]
\end{aligned} \quad (27)$$

با توجه به رابطه (۱۸) مشتق تابع لیاپانوف بصورت زیر خواهد شد

$$\begin{aligned}
\rightarrow D^q v(t) & = \frac{1}{2} D^q (s^2 + \tilde{\beta}_1^2 + \tilde{\beta}_2^2 \\
& + \tilde{\tau}_1^2 + \tilde{\tau}_2^2 + \tilde{\rho}_1^2 \\
& + \tilde{\rho}_2^2) \\
& \leq s \cdot D^q s \\
& + \sum_{i=1}^2 (\tilde{\beta}_i D^q \tilde{\beta}_i \\
& + \tilde{\tau}_i D^q \tilde{\tau}_i + \tilde{\rho}_i D^q \tilde{\rho}_i)
\end{aligned} \quad (28)$$

با اعمال رابطه ی (۲۰) در (۲۸) مشتق بالا بصورت زیر توسعه پیدا خواهد کرد:

$$\begin{aligned}
D^q v(t) & \leq s \\
& \cdot [k_0 k_p (g(y(t - \tau_2), t) + \Delta g(x(t), t) \\
& + d_2(t) \\
& - (f(x(t - \tau_1), t) + \Delta f(x(t), t) \\
& + d_1(t) + \sigma_0^T \cdot e(t) + u(t)) \\
& + k_0 T_i D^{q-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t) \\
& + k_0 T_d D^{q+\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t) \\
& + (1 - k_0) k_p D^q (\|e(t)\| e_n(t)) \\
& + (1 \\
& - k_0) T_i D^q (\|e(t)\| D^{-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t)) \\
& + (1 \\
& - k_0) T_d D^q (\|e(t)\| D^\delta \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t)) \\
& + u_{00}(t)] \\
& + \sum_{i=1}^2 (\tilde{\beta}_i D^q \tilde{\beta}_i + \tilde{\tau}_i D^q \tilde{\tau}_i + \tilde{\rho}_i D^q \tilde{\rho}_i)
\end{aligned} \quad (29)$$

در این حالت مشتق تابع لیاپانوف بصورت :

که رابطه (۲۹) برای $\tilde{\beta}_i$ و $\tilde{\rho}_i$ نیز قابل بسط می باشد. در چنین شرایطی مشتق تابع لیاپانوف بصورت زیر ساده خواهد شد:

$$\Rightarrow D^q v(t) \leq -b \left(|s|^2 + \sum_{i=1}^2 [|\tilde{\beta}_i|^2 + |\tilde{\tau}_i|^2 + |\tilde{\rho}_i|^2] \right) \leq -bv \quad (۲۹)$$

با استفاده از رابطه (۲۹) ثابت می شود S به سمت صفر میل می کند. در ادامه اثبات می شود که خطاهای همزمان سازی به سمت صفر میل می کند. برای این منظور ابتدا $\beta_i \triangleq T_d k_{2i}$ و $\alpha_i \triangleq T_l k_{1i}$

$$\Rightarrow k_p e_n(t) + T_l D^{-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i + T_d D^{\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t) = 0 \quad (۳۰)$$

پس از محاسبه مشتق مرتبه کسری λ از طرفین رابطه (۲۹) حاصل می شود:

$$k_p D^{\lambda} e_n(t) + \sum_{i=1}^n \beta_i e_i(t) + \sum_{i=1}^n \alpha_i D^{\lambda+\delta} e_i(t) = 0, \quad 0 < \lambda + \delta \leq 1 \quad (۳۱)$$

بصورت زیر تعریف شده است:

$$\Rightarrow \begin{cases} s^q E_1 = E_2 + k_2(s) \\ s^q E_2 = E_3 + k_3(s) \\ \vdots \\ s^q E_{n-1} = E_n + k_n(s) \end{cases} \Rightarrow E_i = s^{(i-1)q} E_1(s) + k_i(s) \begin{cases} D^q e_1 = e_2 \\ D^q e_2 = e_3 \\ \vdots \\ D^q e_{n-1} = e_n \end{cases}$$

که در آن $E_i(s) = \mathcal{L}(e_i)$ است و $k_i(s)$ تاثیر شرایط اولیه در تبدیل لاپلاس می باشد. با محاسبه تبدیل لاپلاس از معادله (۳۰)، رابطه (۳۰) بدست می آید:

$$\begin{aligned} D^q v(t) &\leq |s| \cdot [k_0 k_p (l_2 |\tau_2 - \hat{\tau}_2| + \beta_2 \omega_2(y) + l_1 |\tau_1 - \hat{\tau}_1| - \beta_1 \omega_1(x) + \rho_1 + \rho_2)] - b s^2 \\ &+ k_0 k_p s \left((-\text{sgn}(s) [\hat{\beta}_2 \omega_2(y) + \hat{\beta}_1 \omega_1(x) + \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_1]) \right) \\ &- b \left(\sum_{i=1}^2 [(|\hat{\rho}_i| + \bar{\rho}_i)^2 + (|\hat{\tau}_i| + \bar{\tau}_i)^2 + (|\hat{\beta}_i| + \bar{\beta}_i)^2] \right) \\ &+ \sum_{i=1}^2 (\tilde{\beta}_i D^q \tilde{\beta}_i + l_i \tilde{\tau}_i D^q \tilde{\tau}_i + \tilde{\rho}_i D^q \tilde{\rho}_i) \end{aligned} \quad (۲۷)$$

مشتق تابع لیاپانوف بصورت زیر خواهد شد:

$$\begin{aligned} D^q v(t) &\leq |s| [k_0 k_p (l_1 |\tilde{\tau}_1| + \tilde{\beta}_2 \omega_2(y) + l_2 |\tilde{\tau}_2| + \tilde{\beta}_1 \omega_1(x) + \hat{\rho}_2 + \hat{\rho}_1) - b s^2 \\ &- b \left(\sum_{i=1}^2 [(|\hat{\rho}_i| + \bar{\rho}_i)^2 + (|\hat{\tau}_i| + \bar{\tau}_i)^2 + (|\hat{\beta}_i| + \bar{\beta}_i)^2] \right) \\ &+ \sum_{i=1}^2 (\tilde{\beta}_i D^q \tilde{\beta}_i + \tilde{\tau}_i D^q \tilde{\tau}_i + \tilde{\rho}_i D^q \tilde{\rho}_i) \end{aligned} \quad (۲۸)$$

در این مرحله از قواعد بروزرسانی که جهت تخمین پارامترهای سیستم در (۱۹) پیشنهاد شده است را در رابطه (۲۶) اعمال می گردد. از طرف دیگر:

$$\begin{aligned} |\tilde{\tau}_i| = |\tau_i - \hat{\tau}_i| &\leq |\tau_i| + |\hat{\tau}_i| \\ &\leq |\hat{\tau}_i| + \bar{\tau}_i \\ &\Rightarrow -(|\hat{\tau}_i| + \bar{\tau}_i)^2 \\ &\leq -|\tilde{\tau}_i|^2 \end{aligned} \quad (۲۹)$$

$$k_p s^\lambda E_n(s) + \sum_{i=1}^n (\alpha_i s^{q+\lambda} E_i + \beta_i E_i) = k_0(s) \quad (33)$$

که $k_0(s)$ تاثیر کلی شرایط اولیه می باشد. با جایگزینی روابط (32) در رابطه ی (33) ، عبارت (34) حاصل می شود:

$$\begin{aligned} {}_0D_t^{q(t)} x_1(t) &= x_2(t), \\ {}_0D_t^{q(t)} x_2(t) &= x_3(t), \\ {}_0D_t^{q(t)} x_3(t) &= \\ -\beta_1 x_1(t) - \beta_2(t) \\ -\beta_3 x_3(t) + f(x(t)), \end{aligned} \quad (37)$$

$$\left[k_p s^\lambda s^{(n-1)q} + \sum_{i=1}^n (\alpha_i s^{\delta+\lambda} s^{(i-1)q} + \beta_i s^{(i-1)q}) \right] E_1(s) = k_0(s) \quad (34)$$

$$u(t) = -g(y(t - \hat{t}_1)) + f(x(t - \hat{t}_2))$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{k_0 k_p} (k_0 T_l D^{q-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t) \\ & + k_0 T_d D^{q+\delta} \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t) \\ & + (1 - k_0) k_p D^q (\|e(t)\| e_n(t)) \\ & + (1 - k_0) T_l D^q (\|e(t)\| D^{-\lambda} \sum_{i=1}^n k_{1i} e_i(t)) \\ & + (1 - k_0) T_d D^q (\|e(t)\| D^\delta \sum_{i=1}^n k_{2i} e_i(t))) \\ & - \sigma_0^T \cdot E(t) - bs \\ & - \operatorname{sgn}(s) (\hat{\beta}_2 \omega_2(y) + \hat{\beta}_1 \omega_1(x) + \hat{\rho}_2 \\ & + \hat{\rho}_1) \end{aligned} \quad (36)$$

بنابراین معادله مشخصه سیستم بصورت (35) خواهد بود

$$k_p s^{(n-1)q+\lambda} + \sum_{i=1}^n (\alpha_i s^{\delta+\lambda+(i-1)q} + \beta_i s^{(i-1)q}) = 0 \quad (35)$$

چنانچه ضرایب α_i ، β_i و k_p در سطح لغزش بگونه ای تعیین شوند که ریشه های معادله فوق دارای قسمت حقیقی منفی باشند آنگاه تمامی e_i ها به سمت صفر میل می کنند.

بنابراین شرط کافی برای همگرایی خطاهای همزمان سازی به سمت صفر آن است که معادله مشخصه (35) پایدار باشد.

که پایداری آن برای سیستم آشوبی دارای عدم قطعیت ناشناخته همراه با تاخیر زمانی نامعین مرتبه کسری و با در نظر گرفتن سطح لغزش تناسبی انتگرالی و مشتق گیر مرتبه کسری غیر خطی اثبات می شود. با توجه به اینکه در مخرج رابطه ی (22) سطح لغزش S موجود است و امکان دارد به سمت عدد کوچک و یا صفر شدن میل کند ، خطر افزایش سیگنال کنترل $u(t)$ در رابطه (18) به سمت اعداد بزرگ و یا بی نهایت محتمل می باشد. در اینصورت پیاده سازی و تحقق آن در عمل مقدور نمی باشد از اینرو بمنظور جلوگیری از این موضوع رابطه (18) بصورت زیر اصلاح می گردد:

$$-\frac{bs}{k_0 k_p (s^2 + \epsilon)} \left(\sum_{i=1}^2 [(|\hat{\rho}_i| + \bar{\rho}_i)^2 + (|\hat{t}_i| + \bar{t}_i)^2 + (|\hat{\beta}_i| + \bar{\beta}_i)^2] \right)$$

که در آن ϵ عدد مثبت کوچکی است.

۶- نتایج شبیه سازی:

سیستم پایه و پیرو با اغتشاش، عدم قطعیت، پارامتر ناشناخته و تاخیر زمانی مجهول برای سیستم مرتبه کسری جنسیوتسی را بصورت زیر در نظر بگیرید:

طوریکه $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ پارامترهای سیستم و $f(x(t)) = \beta_4 x_1^2(t)$ هستند. معادلات فوق در حضور اعوجاج های خارجی، عدم قطعیت های غیر خطی،

بر اساس رابطه (۲) ، معادلات دینامیکی خطای همزمان سازی سیستم آشوبی مرتبه کسری دارای عدم قطعیت و اغتشاش نامعین و تاخیر زمانی نامشخص به فرم زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} {}_0D_t^q e_1(t) &= e_2(t), \\ {}_0D_t^q e_2(t) &= e_3(t), \\ {}_0D_t^q e_3(t) &= -\beta_{10}e_1(t) - \beta_{20}e_2(t) \\ &\quad -\beta_{30}e_3(t) + g(y(t - \tau_2)) \\ &\quad - f(x(t - \tau_1)) \\ \Delta g^{new}(y(t), t) - \Delta f^{new}(x(t), t) \\ &\quad + d_2(t) - d_1(t) + u(t). \end{aligned} \quad (42)$$

به نحویکه $\beta_{10} = 1, \beta_{20} = 1.1, \beta_{30} = 0.44$ خواهد بود. همچنین:

$$\begin{aligned} \Delta f^{new}(x(t), t) &= \Delta f(x(t), t) - \Delta\beta_1(t)e_1(t) \\ &\quad - \Delta\beta_2(t)e_2(t) - \Delta\beta_3(t)e_3(t) \\ \Delta g^{new}(x(t), t) &= \Delta g(x(t), t) - \Delta\beta_1(t)e_1(t) \\ &\quad - \Delta\beta_2(t)e_2(t) - \Delta\beta_3(t)e_3(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}_0D_t^{q(t)} y_1(t) &= y_2(t), \\ {}_0D_t^{q(t)} y_2(t) &= y_3(t), \\ {}_0D_t^{q(t)} y_3(t) &= -\beta_1(t)y_1(t) \\ &\quad -\beta_2(t)y_2(t) - \beta_3(t)y_3(t) \\ &\quad +g(y(t - \tau_2)) + \Delta g(y(t), t) \\ &\quad +d_2(t) + u(t), \end{aligned} \quad (39)$$

عدم قطعیت های پارامتری و تاخیر زمان های نامشخص به فرم زیر است:

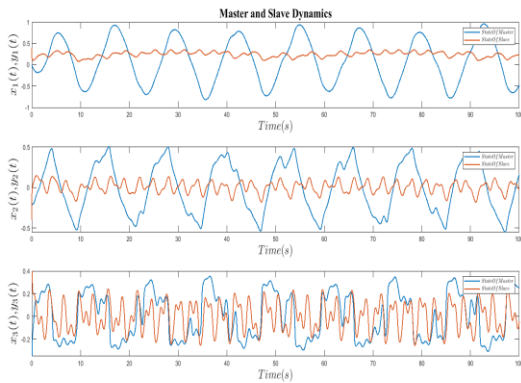
$$\begin{aligned} \beta_i(t) &= \beta_{0i} + \Delta\beta_i(t) \\ \beta_1(t) &= \beta_1 + 0.3 \sin(t) \rightarrow \beta_1(t) \\ &\quad \in [0.7 \ 1.3], \\ \beta_2(t) &= \beta_2 + 0.2 \cos(t) \rightarrow \beta_2(t) \\ &\quad \in [0.9 \ 1.3], \\ \beta_3(t) &= \beta_3 + 0.6 \cos(t) \rightarrow \beta_3(t) \\ &\quad \in [-0.16 \ 1.04]. \\ \beta_4 &= 1. \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} {}_0D_t^{q(t)} x_1(t) &= x_2(t), \\ {}_0D_t^{q(t)} x_2(t) &= x_3(t), \\ {}_0D_t^{q(t)} x_3(t) &= -\beta_1(t)x_1(t) \\ &\quad -\beta_2(t)x_2(t) - \beta_3(t)x_3(t) \\ &\quad +f(x(t - \tau_1)) \\ &\quad +\Delta f(x(t), t) + d_1(t), \end{aligned} \quad (38)$$

و $f(x(t - \tau_1)) = \beta_4 x_1^2(t - \tau_1)$ می باشد. همچنین سیستم پیرو به فرم زیر ارائه شده است: پارامتری هستند و $g(y(t - \tau_2)) = \beta_4 y_1^2(t - \tau_2)$ در فرایند شبیه سازی به فرم زیر در نظر گرفته شده اند:

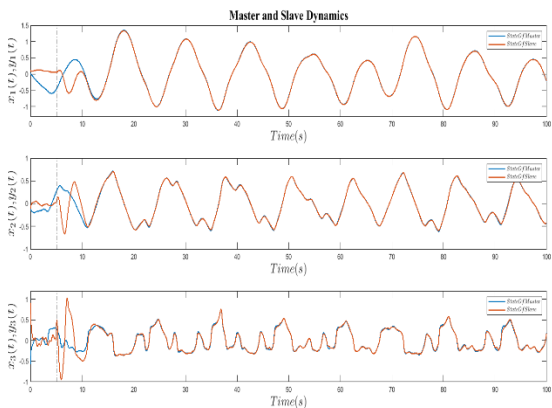
اعوجاج ها و عدم قطعیت های غیر خطی سیستم در فرایند شبیه سازی به ترتیب به فرم زیر در نظر گرفته شده اند:

$$\begin{aligned} d_1(t) &= 0.6 \sin(t) \cos(\pi t), \\ d_2(t) &= \sin(\pi t) \cos(t) \\ \Delta f(x(t), t) &= 0.65 \sin(\pi x_1(t)) \\ &\quad + 0.8 \sin(2\pi x_1(t)x_2(t)) \\ &\quad + 0.9 \sin(3\pi x_3(t)), \\ \Delta g(y(t), t) &= 0.1 \cos(y_1(t) + y_2(t)) \\ &\quad + 0.8 \sin(\pi y_3(t)), \end{aligned} \quad (41)$$

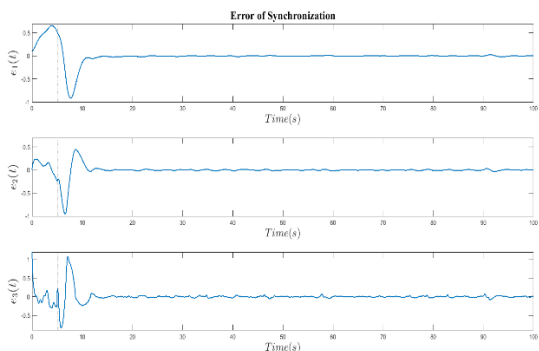


شکل ۵- رفتار حالت های سیستم پایه و پیرو جنسیوتسی بدون اعمال سیگنال کنترل

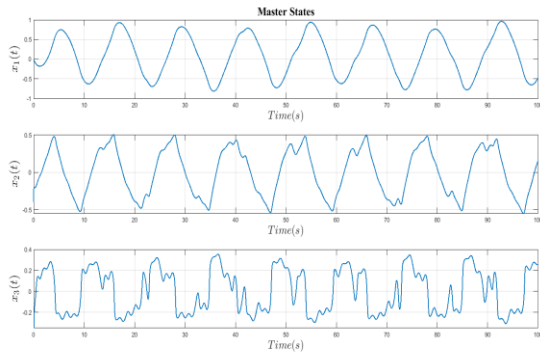
در تصویر ۴ نمودار فاز سیستم جنسیوتسی مرتبه کسری را نشان داده شده و در شکل ۵ رفتار حالت های سیستم پایه و پیرو بدون اعمال کنترل کننده و در کنار هم به تصویر کشیده شده است. همانطور که در تصاویر فوق مشخص است رفتار هر دو سیستم پایه و پیرو کاملا آشوبناک می باشد.



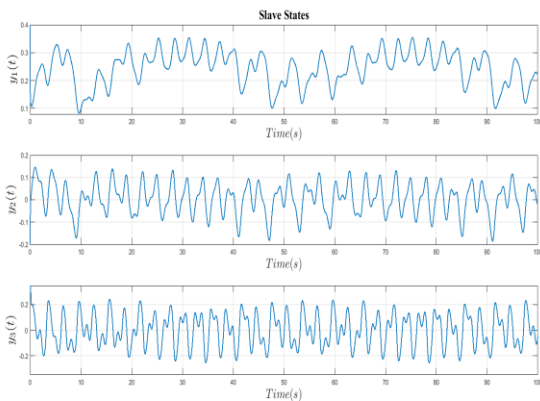
شکل ۶- همزمان سازی سیستم های آشوبی جنسیوتسی به کمک مکانیزم کنترل مود لغزشی تطبیقی پیشنهادی و اعمال سیگنال کنترلی در $t = 5s$



شکل ۷- خطای همزمان سازی سیستم پایه و پیرو با استفاده از مکانیزم کنترل مود لغزشی تطبیقی پیشنهادی.

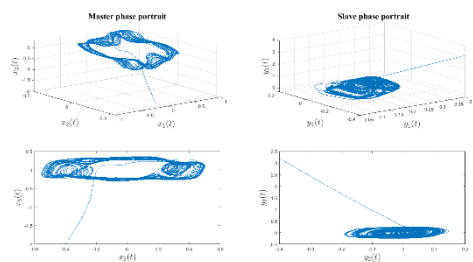


شکل ۲- رفتار آشوبناک سیستم پایه مرتبه کسری جنسیوتسی



شکل ۳- رفتار آشوبناک سیستم پیرو مرتبه کسری جنسیوتسی

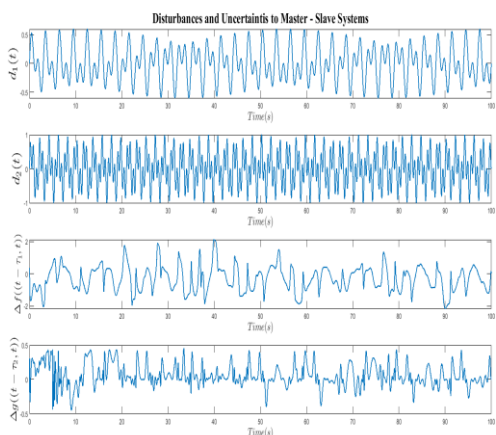
تصاویر ۲ و ۳ رفتار آشوبناک سیستم جنسیوتسی مرتبه کسری پایه و پیرو بدون اعمال کنترل کننده با پارامترهای متغییر با زمان را نمایش می دهد.



شکل ۴- رفتار آشوبگونه سیستم جنسیوتسی مرتبه کسری پایه و پیرو بدون اعمال کنترل کننده

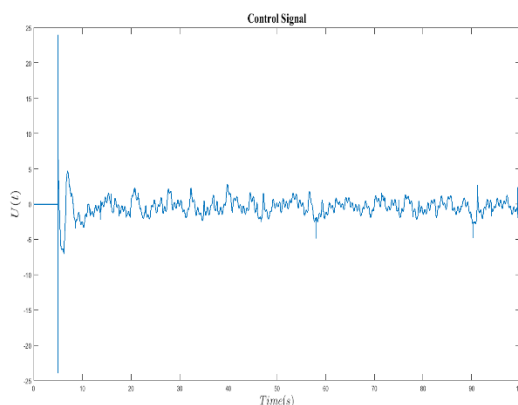
در تصویر ۶ همزمانسازی سیستم آشوبی جنسیوتسی را قبل و پس از اعمال کنترل کننده را نمایش می دهد. مکانیزم پیشنهاد شده مبتنی بر کنترل مد لغزشی تطبیقی می باشد و عملکرد آن بصورتی است که خطای همزمانسازی پس از اعمال کنترل کننده مطابق شکل ۷ با سرعت قابل قبولی به صفر می رسد.

در تصویر ۸ سیگنال کنترلی مبتنی بر مکانیزم کنترل مد لغزشی تطبیقی پیشنهادی

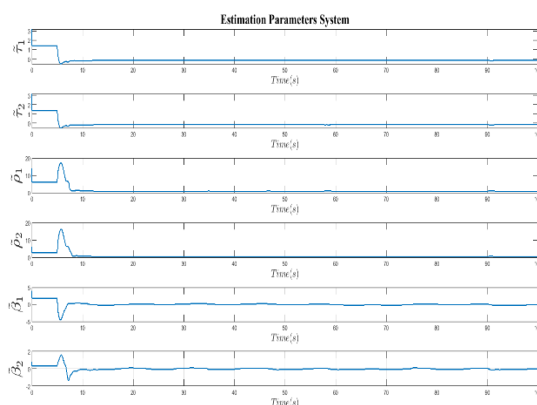


شکل ۱۰- نمایش عدم قطعیت ها و اغتشاشات موجود در سیستم های پایه و پیرو

همزمانی از مقاومت مطلوبی برخوردار است. میزان چترینگ موجود در سیگنال کنترلی پیشنهادی کم است و نشان دهنده عملکرد مطلوب کنترل کننده پیشنهادی است. همچنین، خطای تخمین پارامترهای نامشخص سیستم ها که در تصویر (۹) نمایش داده شده است بیانگر موفقیت مکانیزم کنترلی پیشنهادی در تخمین پارامترها با استفاده از قواعد بروزرسانی پیشنهادی با معادلات (۱۹) است



شکل ۸- سیگنال کنترلی مبتنی بر مکانیزم کنترل مد لغزشی تطبیقی پیشنهادی



شکل ۹- خطای تخمین پارامترهای سیستم شامل عدم قطعیت های ناشناخته، تاخیر زمانی های نامعین و اغتشاشات ناشناخته

بر این اساس، به منظور ارزیابی عملکرد استراتژی کنترل تطبیقی ارائه شده به منظور همزمان سازی مقاوم سیستم های (۳۶) شرایط اولیه سیستم های پایه و پیرو به ترتیب برابر $[0, -0.1, -0.5]$ و $[0.1, -0.1, 0.8]$ و تاخیر های زمانی $\tau_1 = 0.45s$ و $\tau_2 = 0.1s$ در نظر گرفته شده است. همچنین تاخیر زمانی سیستم پایه در لحظه $t = 50s$ به $\tau_1 = 0.3s$ و در $t = 60s$ تاخیر زمانی سیستم پیرو به $\tau_2 = 0.075s$ تغییر می کند.

در تصویر ۱۰ عدم قطعیت ها و اغتشاشات موجود در سیستم های پایه و پیرو را نشان می دهد. مکانیزم طراحی کنترل کننده فوق بگونه ای است که علیرغم وجود سیگنال های ناخواسته در تصویر ۱۰ و تحمیل آن به سیستم فوق، نویدبخش فرآیند همزمانسازی عالی سیستم پایه و پیرو می باشد.

همچنین پارامترهای k_1, k_2, k_3 و پارامتر k_0 مشابه مثال قبل در نظر گرفته شده اند. همچنین کران بالای اغتشاش برابر $\bar{\rho}_1 = \bar{\rho}_2 = 1$ ، تاخیر زمانی $\bar{\tau}_1 = 0.7$ ، $\bar{\tau}_2 = 0.5$ و کران عدم قطعیت سیستم پیرو $\bar{\beta}_1 = 2$ ، $\bar{\beta}_2 = 0.5$ هستند. بر این اساس، نتایج مختلف شبیه سازی در (۲) تا (۱۰) ارائه شده است.

بر اساس نتایج حاصل از شبیه سازی ها در تصاویر (۲) تا (۱۰)، واضح است که همزمان سازی سیستم های آشوبی جنسیوتسی نامعین با تاخیرهای زمانی نامشخص به همراه اعوجاج ها و عدم قطعیت های پارامتری سیستم با استفاده از استراتژی کنترل تطبیقی پیشنهادی منجر به همگرا شدن کلیه خطاهای همزمان سازی شده است و این از قواعد

مراجع:

- [1] K. Diethelm, "A fractional calculus based model for the simulation of an outbreak of dengue fever," (in En;en), *Nonlinear Dyn*, vol. 71, no. 4, pp. 613–619, 2013, doi: 10.1007/s11071-012-0475-2
- [2] R. Caponetto, G. Di Pasquale, S. Graziani, E. Murgano, A. Pollicino, and C. Trigona, "Green Fractional Order Elements Based on Bacterial Cellulose and Ionic Liquids," in *2020 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*, 2020. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1109/i2mtc43012.2020.9128828>
- [3] "The role of fractional calculus in modeling biological phenomena: A review," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 51, pp. 141–159, 2017, doi: 10.1016/j.cnsns.2017.04.001.
- [4] G. T. Oumbé Tékam, C. A. Kitio Kwuimy, and P. Woafu, "Analysis of tristable energy harvesting system having fractional order viscoelastic material," *Chaos*, vol. 25, no. 1, p. 13112, 2015, doi: 10.1063/1.4905276.
- [5] Mohammad Pourmahmood Aghababa, "Fractional modeling and control of a complex nonlinear energy supply-demand system," *Complexity*, vol. 20, no. 6, pp. 74–86, 2015, doi: 10.1002/cplx.21533.

- [6] SH Hosseinnia, RL Magin, BM Vinagre, “Chaos in fractional and integer order NSG systems,” *Signal Processing*, vol. 107, pp. 302–311, 2015, doi: 10.1016/j.sigpro.2014.06.021.
- [7] Q Li, S Liu, Y Chen, “Combination event-triggered adaptive networked synchronization communication for nonlinear uncertain fractional-order chaotic systems,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 333, pp. 521–535, 2018, doi: 10.1016/j.amc.2018.03.094.
- [8] Xiuxia Yin, Dong Yue, and Songlin Hu, “Consensus of fractional-order heterogeneous multi-agent systems,” *IET Control Theory & Applications*, vol. 7, no. 2, pp. 314–322, 2013, doi: 10.1049/iet-cta.2012.0511.
- [9] M. Ö. Efe, “Fractional Order Systems in Industrial Automation—A Survey,” *IEEE Trans. Ind. Inf.*, vol. 7, no. 4, pp. 582–591, 2011, doi: 10.1109/tii.2011.2166775.
- [10] Y. Ding, Z. Wang, and H. Ye, “Optimal Control of a Fractional-Order HIV-Immune System With Memory,” *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.*, vol. 20, no. 3, pp. 763–769, 2012, doi: 10.1109/tcst.2011.2153203.
- [11] Mouna Ben Smida, Anis Sakly, Sundarapandian Vaidyanathan, and Ahmad Taher Azar, “Control-Based Maximum Power Point Tracking for a Grid-Connected Hybrid Renewable Energy System Optimized by Particle Swarm Optimization,” in *Research Anthology on Clean Energy Management and Solutions*: IGI Global, pp. 353–384. [Online]. Available: <https://www.igi-global.com/chapter/control-based-maximum-power-point-tracking-for-a-grid-connected-hybrid-renewable-energy-system-optimized-by-particle-swarm-optimization/286475>
- [12] W Cai, P Wang, J Fan, “A variable-order fractional model of tensile and shear behaviors for sintered nano-silver paste used in high power electronics,” *Mechanics of Materials*, vol. 145, p. 103391, 2020, doi: 10.1016/j.mechmat.2020.103391.
- [13] P. B. P Muthukumar, *Feedback synchronization of the fractional order reverse butterfly-shaped chaotic system and its application to digital cryptography*, 2013. [Online]. Available: https://idp.springer.com/authorize/casa?redirect_uri=https://link.springer.com/article/10.1007/s11071-013-1032-3&casa_token=-sywiegxde0aaaaa:krtvcaerub3attgl0rjwjooprgqsko6vhxzbibofx7ud70ypebvwyxzuzwq0jmbshojx5bunb6an-q
- [14] S. Balochian, A.K. Sedigh, A. Zare, “Variable structure control of linear time invariant fractional order systems using a finite number of state feedback law,” *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 16, no. 3, pp. 1433–1442, 2011, doi: 10.1016/j.cnsns.2010.06.030.
- [15] A. E. AE Matouk, *Achieving synchronization between the fractional-order hyperchaotic Novel and Chen systems via a new nonlinear control technique*, 2014. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0893965913002954>
- [16] Chuang Li, Jingcheng Wang, Junguo Lu, and Yang Ge, “Observer-based stabilisation of a class of fractional order non-linear systems for $0 < \alpha < 2$ case,” *IET Control Theory & Applications*,

- vol. 8, no. 13, pp. 1238–1246, 2014, doi: 10.1049/iet-cta.2013.1082.
- [17] Z Odibat, “A note on phase synchronization in coupled chaotic fractional order systems,” *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, vol. 13, no. 2, pp. 779–789, 2012, doi: 10.1016/j.nonrwa.2011.08.016.
- [18] JG Liu, “A novel study on the impulsive synchronization of fractional-order chaotic systems,” *Chinese Phys. B*, vol. 22, no. 6, p. 60510, 2013, doi: 10.1088/1674-1056/22/6/060510.
- [19] P. Muthukumar, P. Balasubramaniam, and K. Ratnavelu, “Synchronization and an application of a novel fractional order King Cobra chaotic system,” *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 24, no. 3, 2014, doi: 10.1063/1.4886355.
- [20] L Pan, Z Guan, L Zhou, “CHAOS MULTISCALE-SYNCHRONIZATION BETWEEN TWO DIFFERENT FRACTIONAL-ORDER HYPERCHAOTIC SYSTEMS BASED ON FEEDBACK CONTROL,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2013, doi: 10.1142/S0218127413501460.
- [21] Mohammad Pourm Mahmood Aghababa, “Design of hierarchical terminal sliding mode control scheme for fractional-order systems,” *IET Science, Measurement & Technology*, vol. 9, no. 1, pp. 122–133, 2015, doi: 10.1049/iet-smt.2014.0039.
- [22] Z Wang, X Huang, J Lu, “Sliding mode synchronization of chaotic and hyperchaotic systems with mismatched fractional derivatives,” *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 2013, doi: 10.1177/0142331212468374.
- [23] D. Chen, R. Zhang, J. C. Sprott, H. Chen, and X. Ma, “Synchronization between integer-order chaotic systems and a class of fractional-order chaotic systems via sliding mode control,” *Chaos*, vol. 22, no. 2, 2012, doi: 10.1063/1.4721996.
- [24] Hao Shen, Xiaona Song, and Zhen Wang, “Robust fault-tolerant control of uncertain fractional-order systems against actuator faults,” *IET Control Theory & Applications*, vol. 7, no. 9, pp. 1233–1241, 2013, doi: 10.1049/iet-cta.2012.0822.
- [25] M. Rasouli, A. Zare, M. Hallaji, and R. Alizadehsani, “The Synchronization of a Class of Time-Delayed Chaotic Systems Using Sliding Mode Control Based on a Fractional-Order Nonlinear PID Sliding Surface and Its Application in Secure Communication,” *Axioms*, vol. 11, no. 12, p. 738, 2022, doi: 10.3390/axioms11120738.
- [26] A. A. Kekha Javan *et al.*, “Design of Adaptive-Robust Controller for Multi-State Synchronization of Chaotic Systems with Unknown and Time-Varying Delays and Its Application in Secure Communication,” *Sensors*, vol. 21, no. 1, p. 254, 2021, doi: 10.3390/s21010254.
- [27] El Abed Assali, “Predefined-time synchronization of chaotic systems with different dimensions and applications,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 147, p. 110988, 2021, doi: 10.1016/j.chaos.2021.110988.
- [28] N. Tino and P. Niamsup, “Finite-Time Synchronization Between Two Different Chaotic Systems

- by Adaptive Sliding Mode Control,” *Front. Appl. Math. Stat.*, vol. 7, p. 589406, 2021, doi: 10.3389/fams.2021.589406.
- [29] S. K. MP Aghababa, “Finite-time synchronization of two different chaotic systems with unknown parameters via sliding mode technique,” *Applied Mathematical Modelling*, vol. 35, no. 6, pp. 3080–3091, 2011, doi: 10.1016/j.apm.2010.12.020.
- [30] L dos Santos Coelho, DL de Andrade Bernert, “A modified ant colony optimization algorithm based on differential evolution for chaotic synchronization,” *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 6, pp. 4198–4203, 2010, doi: 10.1016/j.eswa.2009.11.002.
- [31] M. Hui, C. Wei, J. Zhang, H. Ho-Ching Iu, R. Yao, L. Bai, “Finite-time synchronization of fractional-order memristive neural networks via feedback and periodically intermittent control,” *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 116, p. 106822, 2023, doi: 10.1016/j.cnsns.2022.106822.
- [32] W. Pan, T. Li, M. Sajid, S. Ali, and L. Pu, “Parameter Identification and the Finite-Time Combination–Combination Synchronization of Fractional-Order Chaotic Systems with Different Structures under Multiple Stochastic Disturbances,” *Mathematics*, vol. 10, no. 5, p. 712, 2022, doi: 10.3390/math10050712.
- [33] J Jiang, D Cao, H Chen, “sliding mode control for a class of variable-order fractional chaotic systems,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 357, no. 15, pp. 10127–10158, 2020, doi: 10.1016/j.jfranklin.2019.11.036.