فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
دوره پانزده، شماره شصت و یک، زمستان ۱۴۰۳
نوع مقاله: علمی پژوهشی
صفحات: ۶۲-۴۰

ارزش‌گذاری قرارداد آتی با نرخ سود تصادفی در بورس کالای ایران

مسلم پیمانی فروشانی[۱]
میثم امیری[۲]
علی رجبلو[۳]

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۱۲/۲۹ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۶/۲۹

چکیده

یکی از ابزارهای پرکاربرد در مدیریت ریسک و بهینه‌سازی پرتفوی سرمایه گذاری، اوراق مشتقه است. اوراق آتی یکی از مهم‌ترین نوع ابزارهای مشتقه هستند که مورد استفاده سرمایه‌گذاران، پوشش دهندگان ریسک و فعالان اقتصادی قرار می‌گیرد. در طی سال‌های اخیر با افزایش حجم معاملات این بازار، جذابیت بازار معاملات آتی برای فعالان بازار سرمایه به‌طور قابل‌توجهی افزایش یافته است. هدف این مطالعه ارزش‌گذاری قراردادهای آتی بر اساس مدل‌های نرخ سود تصادفی و مقایسه عملکرد آن‌ها با مدل ارزش‌گذاری قرارداد آتی تحت نرخ سود غیر تصادفی در بورس کالای ایران است. در این پژوهش با استفاده از مدل‌های نرخ سود تصادفی واسیچک (۱۹۷۷) و کاکس، اینگرسول و راس (۱۹۸۵) به ارزش‌گذاری قراردادهای آتی نقره و صندوق طلا در بورس کالای ایران با استفاده از داده‌های این قراردادها از ابتدای سال ۱۴۰۰ تا انتهای مرداد ماه ۱۴۰۲ می‌پردازیم. داده‌های قراردادهای آتی بر اساس زمان باقیمانده تا سررسید به دو گروه کوتاه مدت و بلند مدت تقسیم می‌شوند؛ در نتیجه بر اساس معیار RMSE و سپس آزمون تحلیل واریانس نتایج ارزش‌گذاری، مشخص شد که در ارزش‌گذاری قراردادهای کوتاه‌مدت تفاوت معناداری میان مدل‌های ارزش‌گذاری وجود ندارد درحالی‌که ارزش‌گذاری تحت مدل واسیچک قراردادهای بلندمدت و کل قراردادها عملکرد بهتری نسبت به دیگرمدل‌ها داشته است.

کلمات کلیدی

قرارداد آتی، نرخ سود تصادفی، مدل واسیچک، مدل کاکس- اینگرسول-راس، مجذور میانگین مربعات خطا

۱-دانشیار، گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. m.peymany@atu.ac.ir
۲-استادیار، گروه مالی و بانکداری، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. amiry@atu.ac.ir
۳-دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مالی و مدیریت ریسک، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول) alirajabloo1376@gmail.com

مقدمه

بازارهای مالی با توجه به نقش آن‌ها در اقتصاد و تولید کشور از اهمیت خاصی در بین سایر بازارها برخوردار می‌باشند. اما اهمیت این بازارها فقط مربوط به حجم و ارزش بالای معاملات درآن‌ها نیست؛ بلکه این بازارها، امکان تجهیز منابع مالی مورد نیاز افراد و بنگاه‌های مختلف را از قسمت‌های گوناگونی همانند مؤسسات مالی و از طریق ابزارهای مالی متنوع فراهم می‌کنند. هدف اصلی یک بازار مالی کارا و اثربخش، انتقال منابع مالی مازاد اقتصاد به سمت بخش‌های واقعی و مولد چرخه اقتصادی است که با کمبود بودجه مالی مواجه می‌باشند(خسروی، مهرجو و محسنی، ۱۳۹۲). عدم اطمینان و ریسک از فعالیت‌های اقتصادی قابل تفکیک نیست. برخی کالاها همچون کالاهای کشاورزی، قیمت به‌شدت ناپایداری دارند که ناشی از عوامل مؤثر بر عرضه و تقاضای آن‌هاست. مدیران و مهندسین مالی برای حل این مشکل و ایجاد اطمینان برای فعالان بازار ابزارهای نوین بسیار زیادی ابداع کرده‌اند که روزبه‌روز هم بر تنوع این ابزارها افزوده می‌شود. یکی از انواع این ابزارها، ابزارهای مالی مشتقه است (معصومی نیا، ۱۳۸۵) " قرارداد آتی" یکی از مهم‌ترین ابزارهای مشتقه است. قرارداد آتی قراردادی است که طبق آن فروشنده متعهد می‌گردد در تاریخ معین، مقدار مشخصی از دارایی خاص را به قیمتی که اکنون تعیین می‌کنند، بفروشد و در مقابل طرف دیگر قرارداد متعهد می‌شود آن دارایی را با آن خصوصیات خریداری کند، این نوع از اوراق مشتقه شبیه پیمان آتی است؛ اما قرارداد آتی شکل استانداردشده و رسمی پیمان آتی است و به همین دلیل هم در بازارهای رسمی و سازمان‌یافتهٔ بورس معامله می‌شود و سود یا زیان طرفین قرارداد آتی به‌صورت روزانه محاسبه و تسویه می‌شود.(هال[1]، ۲۰۲۱). ارزش‌گذاری قراردادهای آتی یکی از مباحث چالش برانگیز در حوزه ریاضیات مالی است که تاکنون محققان زیادی در این زمینه تلاش کرده‌اند. از آنجا که ارزش‌گذاری، فرآیندی است که دائما در حال تکرار است به همین جهت از آن به عنوان فرآیندی پیوسته یاد می‌شود. مدل ارزش‌گذاری مرسوم قراردادهای آتی با اشکالاتی همچون فرض عدم وجود هزینه‌های معاملاتی و ثبات در نرخ سود بدون ریسک همراه است.

نرخ سود بدون ریسک ثابت[2]، یکی از مفروضات مهم، در مدل مرسوم ارزش‌گذاری قرارداد آتی است. این درحالی است که مطالعات اخیر نشان دادند که قیمت‌گذاری قراردادهای آتی بلندمدت با فرض ثبات در نرخ سود همخوانی چندانی با قیمت‌های واقعی بازار ندارد. با هدف رفع این محدودیت، تعدادی از پژوهشگران با فرض اینکه نرخ سود بدون ریسک از یک فرآیند تصادفی پیروی می‌کند، به مدل‌های نزدیک‌تر با واقعیات بازار دست یافتند. مدل‌های واسیچک[3](۱۹۷۷) و کاکس، اینگرسول و

راس [۴](۱۹۸۵) از جمله مدل‌های نرخ سود تصادفی هستند که از آنها برای قیمت‌گذاری قرارداد آتی استفاده شده است. در این مطالعه به دنبال آن هستیم که از مدل‌های نرخ سود تصادفی [۵]برای قیمت‌گذاری اوراق آتی استفاده کرده و عملکرد هرکدام از آنها را با مدل قیمت‌گذاری تحت نرخ سود غیرتصادفی مقایسه کنیم.

قراردادهای آتی با توجه به ویژگی‌های خاص خود، امکان مدیریت ریسک و بهره‌مندی از اهرم مالی را برای سرمایه‌گذاران و فعالان اقتصادی فراهم می‌کند. همانطورکه می‌دانیم یکی از روش‌های کسب سود در بازارهای نزولی، فروش استقراضی دارایی است. از آنجا که در بازار سرمایه ایران، فروش استقراضی با محدودیت‌هایی مواجه است بنابراین سرمایه‌گذاران می‌توانند با استفاده از اتخاذ موقعیت فروش بر روی این اوراق در بازارهای نزولی نیز کسب سود کنند. علاوه بر موارد یاد شده، هزینه‌های معاملاتی پایین قراردادهای آتی و رشد روز افزون ارزش معاملات بازارقراردادهای آتی بورس کالای ایران و استقبال سرمایه‌گذاران با مراتب مختلف ریسک‌گریزی از این اوراق، اهمیت بررسی و ارزش‌گذاری اوراق آتی را دوچندان می‌کند. علی رغم این موضوع به دلیل افزایش ارزش و حجم معاملات این قراردادها در سالیان اخیر در بورس کالای ایران، تحقیقاتی که در حوزه قیمت‌گذاری اوراق آتی براساس داده‌های واقعی صورت گرفته باشد بسیار محدود است. در همین راستا پژوهش حاضر به دنبال بررسی و مقایسه عملکرد روش‌های مختلف ارزش‌گذاری اوراق آتی در بورس کالای ایران است.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

یکی از سوالات مهم مطرح شده در حوزه مالی، نحوه ارزش‌گذاری قرارداد آتی است. در این پژوهش به دنبال بررسی ارزش‌گذاری این قرادادها از طریق مدل‌های نرخ سود تصادفی هستیم. اگر قیمت یک قرارداد آتی را F_t در نظر بگیریم، با فرض اینکه دارایی پایه[۶] آن یک دارایی سرمایه‌ایی است که هیچ‌گونه بازده نقدی[۷] از آن حاصل نمی‌شود S_t، زمان‌باقی مانده تا سررسید[۸] قرارداد T و نرخ سود بدون ریسک[۹] r باشد، رابطه قیمت‌گذاری قرارداد آتی به صورت زیر خواهد بود.

$$F_t = S_t e^{r(T-t)}$$ رابطه (۱)

فرض ثبات در نرخ سود بدون ریسک یکی از مفروضات حیاتی و مهم در مدل ارزش‌گذاری مرسوم قراردادهای آتی است که به آن انتقادات زیادی وارد شده است. به همین منظور برخی از پژوهشگران از مدل‌های تعادلی نرخ سود بدون ریسک استفاده کرده‌اند.

در طی چند دهه اخیر پژوهشگران برای مدل‌سازی نرخ‌های سود از روش‌های نوین مثل معادلات

دیفرانسیل تصادفی استفاده کردند. در این روش فرض براین است که نرخ سود و تغییرات آن از فرایندهای تصادفی پیروی می‌کنند. فرض دیگری که دراین رویکرد مدل‌سازی وجود دارد آن که نرخ سود بدون ریسک به گونه‌ای تعیین شود که هیچگونه فرصت آربیتراژی را متصور نباشیم (ملک محمدی، ۱۳۹۹). به طور کلی، معادله دیفرانسیل تصادفی نرخ سود بدون ریسک در کوتاه‌مدت به صورت زیر است:

$$dr = u(r,t)dt + w(r,t)dZ \qquad \text{رابطه (۲)}$$

در رابطه فوق dZ فرایند وینر[۱۰]، $u(r,t)$ نرخ رانش[۱۱] و $w(r,t)$ نرخ نوسان‌پذیری[۱۲] فرآیند می‌باشد. این مدل، یک مدل زمان-همگن[۱۳] است به عبارت دیگر در این مدل، زمان هیچ‌گونه تاثیری در پارامترها نداشته و تنها تابعی از نرخ سود هستند(مانک[۱۴]،۲۰۱۱) . پژوهشگران بسیاری بر روی مدل تصادفی نرخ سود بدون ریسک کار کرده‌اند و مدل‌های خاص مختلفی به نام آن‌ها ثبت شده است. شکل کلی مدل‌های نرخ سود تصادفی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$dr = k(\theta - r_t)dt + \sigma r^{\gamma} dZ_t \qquad \text{رابطه (۳)}$$

این رابطه طیف گسترده‌ای از فرآیند نرخ سود بدون ریسک را شامل‌می‌شود. عبارت$k(\theta - r_t)$ بخش رانش مدل است که طبق فرایند اورنشتاین-اولنبک[۱۵] از خاصیت بازگشت به میانگین[۱۶] بلند مدت خود یعنی θ پیروی می‌کند. k سرعت‌بازگشت به میانگین است. r_t نرخ سودبدون ریسک کوتاه مدت و dZ_tفرآیند وینر استاندارد است. γ حساسیت یا کشش نرخ سود به نوسانات را با توجه به سطح نرخ سود را بیان کند(پیمانی و هوشنگی،۱۳۹۶). به طورکلی خاصیت بازگشت به میانگین فرض می‌کند که نرخ سود از یک سطحی فراتر نمی‌تواند بالاتر و یا پایین‌تربیاید و پس از مدتی دوباره به روند بلند مدت خودش نزدیک می‌شود. با این‌وجود قسمت نوسانات مدل موجب می‌شود که نرخ سودکوتاه مدت از سطح‌بلندمدت خود انحراف پیدا کند (مانک،۲۰۱۱). رابطه (۳) رامی‌توان این‌گونه نیزبازنویسی کرد:

$$dr_t = (\alpha + \beta r_t)dt + \sigma r^{\gamma} dZ_t \qquad \text{رابطه (۴)}$$

دراین‌رابطه $\alpha = k\theta$ و $\beta = -k$ است. درادامه‌برخی‌ازمدل‌های‌نرخ‌سودتصادفی‌که‌دراین پژوهش مورد بحث قرار گرفته‌اند را بررسی و نحوه ارزش‌گذاری اوراق آتی را براساس این مدل‌ها بیان‌می‌کنیم.

۱) مدل واسیچک: واسیچک (۱۹۷۷) مدلی از نرخ سود بدون ریسک را ارائه کرد و نقص مدل‌های قبلی ازجمله مدل مرتون که فرض می‌کرد نرخ رانش فرایند نرخ سود، ثابت است را برطرف نمود. این نقص در مدل او موجب می‌شد زمانی که نرخ رانش مثبت(منفی) است شاهد افزایش(کاهش) دائمی در

نرخ سود آتی باشیم ثابت در نظر گرفتن نرخ رانش مدل است(کواک، ۲۰۰۸). مدل پیشنهادی واسیچک به‌صورت زیر می‌باشد.

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma dZ_t$$ رابطه (۵)

در این رابطه مقادیر k و θ ثابت و مثبت هستند همچنین با قراردادن $\gamma = 0$ در رابطه (۴) می توان به این رابطه رسید. این دینامیک با استفاده از معیار احتمالات واقعی و از فرایند اورنشتاین-اولنبک پیروی می‌کند به این مفهوم که در این مدل شاهد خاصیت بازگشت به میانگین نرخ سود بدون ریسک هستیم یعنی زمانی که نرخ سود بدون ریسک کوتاه‌مدت r_t از میانگین نرخ بدون ریسک بلندمدت θ بزرگ‌تر باشد $(r_t > \theta)$، در این حالت نرخ رانش مدل، عددی منفی می‌شود و نرخ بدون ریسک r_t با سرعت (ضریب) k به سمت میانگین بلندمدت θ کاهش می‌یابد. زمانی که نرخ بدون ریسک کوتاه‌مدت r_t از میانگین بلندمدت θ کوچکتر باشد $(r_t < \theta)$، در این صورت نرخ رانش مدل، عددی مثبت می‌شود و نرخ بدون ریسک کوتاه‌مدت r_t با سرعت(ضریب) k به سمت میانگین بلندمدت θ حرکت می‌کند و افزایش می‌یابد. به‌طورکلی خاصیت بازگشت به میانگین فرض می‌کند که نرخ سود از یک سطحی فراتر نمی‌تواند بالاتر و یا پایین‌تر بیاید و پس از مدتی دوباره به روند بلندمدت خودش نزدیک می‌شود. با این‌وجود قسمت نوسانات مدل موجب می‌شود که نرخ سود کوتاه‌مدت از سطح بلندمدت خود انحراف پیدا کند. یکی از نواقص مدل واسیچک ثابت در نظر گرفتن نرخ نوسان پذیری سود بدون ریسک است که این امر احتمال منفی شدن نرخ سود بدون ریسک را به وجود می‌آورد(واسیچک، ۱۹۷۷؛ مانک، ۲۰۱۱).

طبق موارد ذکرشده می‌توان قیمت یک قرارداد آتی در زمان t که قیمت فعلی دارایی پایه آن S_t ، سررسید T سال و دارایی پایه آن هیچ سود نقدی پرداخت نمی‌کند، به دست آورد.

$$F_t(Vas) = S_t e^{(\frac{r\left(1-e^{-k(T-t)}\right)}{k} + C(T-t))}$$ رابطه (۶)

در این رابطه $T-t$ زمان باقی‌مانده تا سررسید قرارداد آتی را نشان می‌دهد و مقدار $C(T-t)$ از طریق رابطه زیر به دست می‌آید.

$$C(T-t) = -\frac{(k\theta + cov(s,r))((1-e^{-k(T-t)}) - k(T-t))}{k^2}$$ رابطه (۷)

$$- \frac{\sigma_2^2(4(1-e^{-k(T-t)}) - (1-e^{-2k(T-t)}) - 2k(T-t))}{4k^3}$$

در روابط فوق $cov(s,r)$، کوواریانس بین بازدهی دارایی پایه و نرخ سود بدون ریسک است. θ میانگین نرخ سود بلندمدت و k سرعت بازگشت به میانگین نرخ بلندمدت است که از طریق مدل واسیچک تخمین زده شده است.

۲) مدل کاکس، اینگرسول و راس: در مدل تک عاملی نرخ بهره که توسط کاکس، اینگرسول و راس(۱۹۸۵) ارائه شد نیز فرض می‌شود که نوسانات نرخ سود بدون ریسک از یک فرایند ریشه دوم پیروی می‌کند. به این شکل که:

$$dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma_2\sqrt{r_t}\, dZ_{2,t}$$ رابطه ۸)

در این رابطه θ میانگین بلندمدت نرخ سود، r_t سطح جاری نرخ سود، k سرعت بازگشت به سمت میانگین بلندمدت و σ نوسانات نرخ بهره است. مقادیر θ، k و σ مثبت و ثابت هستند. مدل نرخ سود تصادفی کاکس-اینگرسول-راس تحت عنوان CIR شناخته می‌شود. نرخ سود بدون ریسک در مدل CIR همانند مدل واسیچک خاصیت بازگشت به سطح نرخ سود بدون ریسک بلندمدت θ را دارد اما میان این دو مدل تفاوت‌هایی نیز وجود دارد. یکی از آن‌ها تفاوت در جزء نوسانات است. به این صورت که در مدل CIR نوسانات نرخ سود بدون ریسک ثابت نیست؛ بلکه تابعی صعودی از نرخ سود بدون ریسک است. این ویژگی از طریق اضافه کردن ریشه دوم نرخ سود به نرخ نوسان پذیری مدل صورت گرفته است و با این کار، مهم‌ترین نقیصه مدل واسیچک که همان منفی شدن نرخ سود بدون ریسک بود، رفع شد(کاکس، اینگرسول و راس، ۱۹۸۵؛ مانک، ۲۰۱۱). بر اساس روش راماسوامی و ساندارسان[۱۷] (۱۹۸۵) ارزش یک قرارداد آتی در زمان t که قیمت فعلی دارایی پایه آن S_t و دارایی پایه آن سود نقدی پرداخت نمی‌کند تحت نرخ سودتصادفی CIR به صورت زیر خواهد بود.

$$F_t(CIR) = S_t\, a(T-t)e^{(b(T-t)r)}$$ رابطه ۹)

در رابطه فوق $T-t$ زمان باقی‌مانده تا سررسید قرارداد و مقادیر a و b به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$a(T-t) = \left(\frac{2\gamma e^{\left((\gamma+k)\frac{(T-t)}{2}\right)}}{2\gamma+(\gamma+k)(e^{\gamma(T-t)}-1)}\right)^{\frac{2k\theta}{\sigma_2^2}}$$ رابطه ۱۰)

$$b(T-t) = \left(\frac{2\left(e^{\gamma(T-t)}-1\right)}{2\gamma+(\gamma+k)\left(e^{\gamma(T-t)}-1\right)}\right)$$ رابطه ۱۱)

در روابط فوق مقدار γ نیز برابر است با

$$\gamma = \sqrt{|(k^2 - \sigma_2^2)|} > 0 \qquad \text{رابطه ۱۲)}$$

در روابط بالا θ میانگین نرخ سود بلند مدت و k سرعت بازگشت به میانگین تخمین زده شده به وسیله مدل CIR است. a و β از طریق $a = k\theta$ و $\beta = -k$ به دست می‌آیند. σ نوسانات نرخ سود بدون ریسک در مدل CIR است.

پیشینه پژوهش

مشاهدات قراردادهای قیمت‌گذاری شده قبلی نشان می‌دهد که وقتی قیمت‌های آتی با توجه رابطه قیمت‌آتی معمولی قیمت‌گذاری می‌شوند، چنین قیمت‌گذاری نادرستی معمولاً کمتر از قیمت واقعی است یعنی قراردادهای آتی با تنزیل نسبت به قیمت به‌دست‌آمده از رابطه معامله می‌شود این قیمت‌گذاری نادرست توسط فیگلوسکی[۱۸] (۱۹۸۴) به‌عنوان یک پدیده موقتی[۱۹] توصیف می‌شود که این عدم تعادل موقت را به عدم آگاهی از عملکرد این بازارها به‌ویژه همگرایی قیمت به‌دست‌آمده به قیمت بازار نسبت می‌دهد. مودست و ساندارسان[۲۰] (۱۹۸۳) استدلال می‌کنند که آربیتراژگران که موقعیت فروش روی شاخص اتخاذ می‌کنند به ندرت درآمدی به‌اندازه فروش استقراضی[۲۱] به دست می‌آورند و اینکه قبل از اینکه آربیتراژگران [۲۲]معاملات را آغاز کنند قیمت واقعی قرارداد آتی باید تنزیل کافی را نسبت به قیمت تئوریک داشته باشد. همان‌طور که فیگلوسکی(۱۹۸۴) اشاره کرد این ممکن است علت اینکه چرا این تنزیل پایدار و ثابت است را نشان دهد اما اینکه چرا در وهله اول یک تنزیل ایجاد شد را توضیح نمی‌دهد.اگر قیمت‌واقعی آتی بالاتر از قیمت تئوری باشد آربیتراژگر خود شاخص را خریداری می‌کند و قرارداد آتی آن را می‌فروشد تا زمانی که تعادل حاصل شود. کورنل[۲۳] (۱۹۸۵) نتیجه می‌گیرد که با بلوغ بازار، قیمت‌های‌آتی واقعی و قیمت پیش‌بینی‌شده از طریق مدل در حالت بازار کارا به یکدیگر همگرا می‌شوند. بات و کاکیچی[۲۴] (۱۹۹۰) نه‌تنها از بین رفتن تدریجی این تنزیل قبلی را تایید می‌کنند بلکه به وجود یک صرف [۲۵]نیز اشاره می‌کنند. بات و کاکیچی با استفاده از استفاده از مقادیر پایانی شاخصS&P و دو قرارداد آتی با نزدیک‌ترین سررسید برای سال‌های ۱۹۸۷-۱۹۸۲ نشان می‌دهند که:۱) درصد قیمت‌گذاری اشتباه کم اما مثبت است؛ ۲) در سررسیدهای طولانی درصد خطای مطلق بزرگ‌تر است؛ ۳) قیمت‌های آتی بازار نسبت به قیمت‌های به‌دست‌آمده از مدل کارآمدتر هستند؛ ۴) قراردادهای معامله‌شده به صرف نسبت به قراردادهای معامله‌شده با تنزیل بیشتر است؛ قیمت‌گذاری نادرست به جای تصادفی بودن، بیشتر بازمان تا سررسید قرارداد و بازده نقدی مرتبط است. کورنل و رینگانوم[۲۶] (۱۹۸۱) و التون، گروبر و رنتزلر[۲۷] (۱۹۸۴) نشان می‌دهند که اثر نرخ‌های بهره تصادفی ازنظر اقتصادی برای معاملات آتی ارزهای خارجی و اوراق قرضه مهم است با

این‌حال فرنچ (۱۹۸۳) نشان می‌دهد که این اثر برای معاملات آتی نقره و مس قابل‌توجه است. شرودر[۲۸] (۱۹۸۹)، کورتازار وشوارتز (۲۰۰۳) مدل سه‌عاملی را ایجاد کردند که شامل نرخ‌های سود تصادفی می‌شود. آن‌ها نشان دادند که به‌ویژه برای قراردادهای آتی بلندمدت، ماهیت تصادفی نرخ‌های بهره می‌تواند تأثیر قابل‌توجهی بر قیمت‌های آتی داشته باشد. کانامورا[۲۹] (۲۰۰۸) در پژوهش خود روش ارزش‌گذاری قراردادهای آتی کالا را مورد بررسی قرارداد و با مبنا قراردادن ثمرات رفاهی[۳۰] یک مدل قیمت‌گذاری استخراج کرد. تفاوت این مطالعه با مطالعات مشابه این است که در این مطالعه بازارها به‌صورت رقابتی و کارا در نظر گرفته نشده‌اند و احتمال اینکه بازار غیرکارا باشد نیز وجود دارد. در این پژوهش، فرض می‌شود غیرکارا بودن بازارها در ثمرات رفاهی خود را نشان می‌دهد. دیت[۳۱] و همکاران (۲۰۱۳) تایید کردند که عملکرد مدل‌های تک عاملی نسبتا ضعیف است و درنتیجه یک مدل رژیم سوئیچینگ چندعاملی برای قیمت قرارداد آتی معرفی کردند. چن[۳۲] و همکاران (۲۰۲۱) یک مدل سه عاملی جدید برای قیمت‌گذاری قراردادهای آتی کالایی ارائه کردند که در این مدل علاوه بر ثمرات‌رفاهی نوسانات نیز تصادفی هستند و نتایج آن‌ها نشان داد که مدل سه عاملی آن‌ها بهتر از مدل دوعاملی شوارتز (۱۹۹۷) باقیمت‌های بازار مطابقت دارد.

در مطالعات داخلی صورت گرفته نیز موسوی، (۱۳۹۱) در پژوهشی به قیمت‌گذاری قرارداد آتی سکه طلا در بورس کالا ایران پرداخت و با استفاده از مدل‌های تک عاملی، دو و سه عاملی آن‌ها را ارزش‌گذاری کرد. و این نتایج را به دست آورد: ۱)بازدهی‌های قیمت نقدی سکه بهار آزادی از خاصیت بازگشت به میانگین پیروی می‌کند. ۲) مدل ارزش‌گذاری سه عاملی نسبت به مدل تک عاملی و مدل دوعاملی از دو مدل دیگر عملکرد بهتری ارائه می‌کند. ۳) این سه مدل برای ارزش‌گذاری قراردادهای کوتاه‌مدت عملکرد بهتری نسبت به سررسیدهای طولانی‌تر ارائه نمودند. ۴) بازده قراردادهای آتی سکه بهار آزادی مورد معامله در بورس کالا ایران از خاصیت بازگشت به میانگین برخوردار است و بنابراین به‌خوبی می‌توان از تحلیل تکنیکال برای پیش‌بینی قیمت‌های آتی استفاد کرد. خبیری(۱۳۹۵) در پژوهش خود چند هدف را دنبال می‌کرد از جمله اینکه،۱)آیا معاملات آتی موجب بی ثباتی قیمت آتی کالا می‌شود؟ ۲) نقش محرک‌های بازار آتی ارز، بخش واقعی اقتصاد و بازار پول در ایجاد نوسانات در بازار آتی کالا چگونه است؟ ۳) ارتباط بین قیمت آتی و قیمت نقدی به چه شکل است و آیا بازار آتی کالا کشف قیمت را به درستی انجام می‌دهد؟ نتایج نشان دادند که تکانه‌های مربوط به بازار کالا و تکانه‌های تولید ناخالص‌جهانی بیشترین درصد را در توضیح نوسانات قیمت‌های آتی شاخص کل قیمت جهانی کالا دارند و نیز اگرچه همگرایی بین قیمت نقدی و قیمت قرارداد آتی در اکثر مواقع رخ می‌دهد

اما بازار آتی بسیاری از کالاها کارا و کامل نیست. مهمان‌دوست(۱۳۹۵) در پژوهش خود با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی‌شده به بررسی پویایی قیمت نفت پرداخت و قراردادهای آتی نفت را قیمت‌گذاری کرد و به‌طور خاص مدل‌های گوناگون دوعاملی برای قیمت نفت پیشنهاد کرد و درواقع خالص تقاضا، ثمرات‌رفاهی و نرخ بهره را به عنوان عوامل اضافی برای قیمت‌گذاری قراردادهای آتی در نظر گرفت. نتایج پژوهش به این صورت بود که رابطه قیمت قرارداد آتی تحت مدل قیمت نقدی و تقاضای خالص نشان داد که هرچقدر ضریب همبستگی بالاتر باشد، ارزش قرارداد آتی نیز بیشتر می‌شود و هراندازه که زمان تا سررسید بیشتر باشد تأثیر ضریب همبستگی افزایش می‌یابد. رابطه قیمت قرارداد آتی تحت مدل قیمت نقدی دارایی پایه و نرخ سود نشان داد که هر چه نرخ سود بالاتر باشد قیمت قرارداد آتی بیشتر و اثر نرخ بهره بر اوراق آتی زمانی که ثمرات رفاهی کم می‌شود، افزایش می‌یابد. پیمانی و هوشنگی (۱۳۹۶) در پژوهشی به مقایسه عملکرد مدل‌های تعادلی نرخ سود کوتاه‌مدت اوراق اسناد خزانه‌اسلامی پرداختند و دریافتند که مدلCKLS و مدل برنان-شوارتز عملکرد بهتری در برازش نرخ سود کوتاه‌مدت دارد. همچنین آن‌ها به این نتیجه رسیدند که نرخ سود اوراق خزانه اسلامی در ایران از خاصیت بازگشت به میانگین برخوردار است. نیسی، صفائی و نعمت الهی (۱۳۹۷) در تحقیق خود یک روش برای قیمت‌گذاری اختیارفروش آمریکایی با نرخ بهره‌تصادفی CIR ارائه کردند. درنهایت نتایج عددی حاصل از آن را با نتایج حاصل از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو را با یکدیگر مقایسه کردند. طرح‌های بیان‌شده در این تحقیق را برای مدل‌هایی همچون مدل دارایی پایه تصادفی تحت رژیم سوئیچینگ می‌توان‌مدل‌سازی‌کرد. دراین‌پژوهش‌محدودیت نرخ بهره بدون‌ریسک ثابت از بین‌می‌رود.

همان‌طور که مشاهده شد، تحقیقاتی که در حوزه ارزش‌گذاری اوراق آتی تحت نرخ سود تصادفی صورت گرفته، یا بر روی داده‌های غیرواقعی کار شده و یا از داده‌هایی غیر از داده‌های بورس کالای ایران استفاده‌شده است؛ بنابراین ما در این تحقیق قصد داریم برای مقایسه عملکرد مدل‌های ارزش‌گذاری اوراق آتی تحت نرخ سود تصادفی از داده‌های واقعی بورس کالای ایران استفاده کنیم.

روش‌شناسی پژوهش

در مدل‌های ارزش‌گذاری قرارداد آتی به روش نرخ سود تصادفی ابتدا لازم است که پارامترهای α، β و σ مربوط به هریک از مدل‌ها تخمین زده شود.در این پژوهش پارامترهای مدل‌های نرخ سود تصادفی با استفاده از روش حداقل مربعات معمولی برآورد می‌شود بدین منظور با استفاده از نرخ بازده تا سرسید اوراق اسناد خزانه اسلامی سری زمانی نرخ‌های سود بدون ریسک تشکیل می‌گردد. در گام اول برای تخمین پارامتر مدل‌های نرخ سود تصادفی ضروری است که فرم زمان پیوسته هر یک از

مدل‌ها به حالت زمان گسسته تبدیل شوند چرا که مدل زمان گسسته اجازه می‌دهد واریانس تغییرات نرخ سود بدون ریسک، مستقیما به سطح نرخ سود بستگی داشته باشد (پیمانی و هوشنگی،۱۳۹۶)؛ ازآن‌جا که طی اجرای این فرآیند یک خطای جزئی به وجود می‌آید که می‌توان با کوچک در نظر گرفتن بازه زمانی dt، مقدار خطای ایجاد شده را به حداقل رساند. فرآیند گسسته کردن مدل‌های نرخ سود تصادفی بر اساس روش چان و همکاران[۳۳] (۱۹۹۲) و نومن[۳۴] (۱۹۹۷) به‌صورت زیر انجام می‌گیرد(پیمانی و هوشنگی، ۱۳۹۶).

مدل نرخ سود تصادفی واسیچک را به صورت زیرمی‌توان به حالت زمان گسسته تبدیل کرد.

$$r_{t+1} - r_t = \alpha + \beta r_t + \sigma \varepsilon_{t+1}$$ رابطه ۱۳)

پارامترهای α و β این مدل را می‌توان از طریق حداقل کردن تابع هدف OLS محاسبه نمود.

$$(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = argmin \sum_{i=1}^{N-1} (r_{t+1} - r_t - \alpha - \beta r_t)^2$$ رابطه ۱۴)

فرایند گسسته سازی مدل نرخ سود تصادفی کاکس- اینگرسول-راس را نیز می‌توان به روش زیر به انجام داد.

$$r_{t+1} - r_t = \alpha + \beta r_t + \sigma \sqrt{r_t}\ \varepsilon_{t+1}$$ رابطه ۱۵)

که برای سادگی انجام رگرسیون رابطه فوق را به‌صورت زیر تغییر می‌دهیم.

$$\frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{r_t}} = \frac{\alpha}{\sqrt{r_t}} + \beta \sqrt{r_t} + \sigma \varepsilon_{t+1}$$ رابطه ۱۶)

پارامترهای این رابطه یعنی α و β را می‌توان از طریق مینیمم کردن تابع هدفOLS برآورد کرد.

$$(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = argmin \sum_{i=1}^{N-1} (\frac{r_{t+1} - r_t}{\sqrt{r_t}} - \frac{\alpha}{\sqrt{r_t}} - \beta \sqrt{r_t})^2$$ رابطه ۱۷)

پنج فرض اساسی برای روش حداقل مربعات معمولی وجود دارد. این مفروضات شامل نرمال بودن توزیع جملات خطا، صفر بودن میانگین جملات خطا، ثابت بودن واریانس جملات خط، صفر بودن کوواریانس‌میان‌جملات‌خطاوعدم‌همبستگی‌میان‌متغیرمستقل وجملات خطا می‌باشد (بروکس، ۲۰۱۹). در این پژوهش تخمین پارامترها از طریق روش OLS با فرض برقراری این فروض انجام می‌شود.

$$E[\varepsilon_{t+1}] = 0 \quad و \quad E[\varepsilon^2{}_{t+1}] = \sigma^2$$ رابطه ۱۸)

مهم‌ترین هدف این پژوهش، مقایسه عملکرد مدل‌های مختلف ارزش‌گذاری قرارداد آتی است. پس از ارزش‌گذاری، برای مقایسه عملکرد هرکدام از این مدل‌ها و محاسبه میزان خطای پیش‌بینی آن‌ها قیمت‌های به‌دست‌آمده از مدل‌های قیمت‌گذاری با قیمت‌های واقعی قرارداد آتی در بورس کالای ایران

مقایسه می‌شوند. یکی از روش‌های آماری که از آن برای مقایسه دقت در پیش‌بینی مدل‌ها استفاده می‌شود، خطای جذر میانگین‌مربعات یا RMSE است. به بیان‌دیگر این روش، مقدار خطای یک مدل پیش‌بینی‌کننده را نسبت به مقادیر واقعی آن موردسنجش قرار می‌دهد. ازآنجا که در این روش مقادیر مثبت و منفی نمی‌توانند یکدیگر را خنثی کنند و همچنین برای خطاهای بزرگ‌تر جریمه بالاتری منظور می‌شود؛ به همین دلیل روش مناسبی برای مقایسه مدل‌های پیش‌بینی کننده است(آذر و کریمی، ۱۳۸۸). معیار RMSE که در این پژوهش استفاده شده است به‌صورت زیر است.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{\sum_{j=1}^{n} V_j} \sum_{j=1}^{n} V_j \left(\frac{C_j{}^{model\ price} - C_j\ market\ price}{C_j{}^{market\ price}}\right)^2} \qquad \text{رابطه ۱۹)}$$

در این رابطه $C_j{}^{market\ price}$ قیمت بازاری اوراق آتی در مشاهده j ام، $C_j{}^{model\ price}$قیمت به‌دست‌آمده از مدل ارزش‌گذاری برای مشاهده j ام، V_j حجم معاملات مشاهده j ام و n نیز تعداد کل مشاهدات است.

تحقیقات گذشته نشان دادند استفاده از مدل‌های نرخ سود تصادفی درارزش‌گذاری قراردادهای آتی برای سررسیدهای کوتاه مدت، نتایج چندان متفاوتی با مدل ارزش‌گذاری با نرخ سود ثابت ندارد. به علاوه افزایش زمان باقی مانده تا سررسید، مدل‌های ارزش‌گذاری قرارداد آتی تحت نرخ سود تصادفی عملکرد بهتری نسبت به مدل نرخ سود ثابت دارند. بدین منظور داده‌های مورد بررسی در این پژوهش براساس زمان باقیمانده تا سررسید، به دو دسته کوتاه‌مدت و بلندمدت تقسیم می‌شوند و خطای هر گروه را بطور جداگانه محاسبه می‌کنیم.. براساس میانگین روزهای باقیمانده تا سررسید قراردادهای آتی مورد استفاده در این تحقیق، قراردادهایی که حداقل ۶۰ روز تا سررسید آن‌ها باقی مانده باشد را در گروه قراردادهای بلند مدت و مابقی در گروه قراردادهای کوتاه مدت قرار میدهیم.

افزون بر این به منظور بررسی بهتر و دقیق‌تر هرکدام از مدل‌های ارزش‌گذاری قراردادهای آتی در پیش‌بینی قیمت تسویه قراردادهای آتی از یک روش رگرسیونی نیز استفاده می‌شود. در این روش از طریق قیمت‌های به‌دست‌آمده از مدل و نیز قیمت اوراق آتی موجود در بازار، رابطه رگرسیونی به شکل زیر تشکیل می‌دهیم.

$$C_j{}^{market\ price} = \alpha + \beta C_j{}^{model\ price} + \varepsilon_t \qquad \text{رابطه ۲۰)}$$

در این رابطه $C_j{}^{market\ price}$ قیمت بازاری آتی مشاهده j ام، $C_j{}^{model\ price}$ قیمت آتی به‌دست‌آمده از هر مدل برای مشاهده jام است. ε_t جز اخلال رگرسیون است. مقادیر α و β را نیز

می‌توان از طریق حداقل سازی تابع هدف OLS تخمین زد.

$$(\hat{\alpha},\hat{\beta}) = argmin \sum_{j=1}^{n} (C_j^{market\ price} - \alpha - \beta C_j^{model\ price})^2 \qquad \text{رابطه ۲۱)}$$

در این روش هرچقدر مقدار β به عدد یک نزدیک‌تر باشد و همچنین از منظر آماری این فرض معنادار باشد، دقت پیش‌بینی آن مدل بهتر و بالاتر خواهد بود.

یافته های پژوهش

برای اجرای آزمون‌های این پژوهش باید ابتدا داده‌های روزانه قراردادهای آتی جمع‌آوری شوند. پس از افت معاملات آتی بورس کالا در سال ۹۷ این بازار در سال‌های اخیر مجددا رشد معاملات چشم‌گیری داشته است؛ به همین دلیل قلمرو زمانی تحقیق پیشرو از ابتدای سال ۱۴۰۰ تا پایان مرداد ماه سال ۱۴۰۲ در نظر گرفته شده است و از قراردادهای آتی که در این دوره زمانی معامله شده‌اند استفاده شده است. تعداد کل داده‌های مورداستفاده در این پژوهش ۳۵۵۹ است. بر روی این داده‌ها دو شرط اعمال می‌شوند؛ اول اینکه هر قرارداد حداقل باید ۳۰ روز معاملاتی داشته باشد. دوم برای ارزش‌گذاری قرارداد آتی برای هرروز معاملاتی باید حداقل ۵ روز تا سررسید آن باقی‌مانده باشد. چراکه ممکن است روزهای نزدیک به سررسید، معاملاتی باقیمت پرت صورت گیرند که از قابلیت اتکای لازم برخوردار نباشند. پس از اجرای فیلتر تعداد ۲۶۵۷ داده قیمت تسویه بازاری اوراق آتی مربوط به دو قرارداد صندوق طلا لوتوس و نقره هم‌زمان دو شرط فوق را دارا می‌باشند. در این تحقیق قراردادهای آتی موردبررسی در دو گروه قراردادهای بلندمدت و کوتاه‌مدت قرار می‌گیرند. بر اساس میانگین روزهای باقی‌مانده تا سررسید، قراردادهای بررسی‌شده در این تحقیق، قراردادهایی که حداقل ۶۰ روز تا سررسید آن‌ها باقی‌مانده باشد در گروه قراردادهای بلندمدت و مابقی را در گروه قراردادهای کوتاه‌مدت قرار می‌دهیم. طبق این تقسیم‌بندی، تعداد ۱۶۹۴ داده روزانه قیمتی در گروه قراردادهای بلندمدت و تعداد ۹۶۳ داده روزانه در گروه قراردادهای کوتاه‌مدت قرار می‌گیرند.

برای قیمت‌گذاری اوراق آتی تحت نرخ سود تصادفی ابتدا باید پارامترهای هر یک از مدل‌های نرخ سود تصادفی بر اساس سری زمانی نرخ سود بدون ریسک تخمین زده شوند. سری زمانی نرخ سود بدون ریسک ازطریق محاسبه نرخ بازده تا سررسیدروزانه‌اوراق‌اسنادخزانه‌اسلامی‌استخراج و به بازدهی سالانه تبدیل می‌گردد. نرخ بازده سالانه اسناد خزانه اسلامی از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$r_t = \left(\frac{1000{,}000}{p}\right)^{\frac{365}{t}} - 1 \qquad \text{رابطه ۲۲)}$$

در این رابطه، r_t نرخ بازده تا سررسید (گسسته)، p قیمت پایانی اسناد خزانه اسلامی و t

نشان‌دهنده تعداد روزهای باقی‌مانده تا سررسید اوراق است. ازآن‌جاکه معمولاً در هرروز معاملاتی چندین اوراق اسناد خزانه اسلامی مورد معامله قرارمی‌گیرند به همین جهت از میانگین نرخ بازدهی آن‌ها به عنوان نرخ سود سالانه درآن روز معاملاتی استفاده می‌شود. از مهرماه سال ۱۳۹۴ که اولین اوراق اسناد خزانه اسلامی در فرابورس ایران معامله‌شده‌اند تا پایان مرداد ماه ۱۴۰۲ تعداد ۱۰۸ اسناد خزانه اسلامی (اخزا) منتشرشده است. تعداد ۳۶۵۹۷ داده قیمتی روزانه مربوط به کلیه اسناد خزانه منتشرشده وجود دارد. البته تمامی این داده‌ها قابل‌استفاده نیست؛ چراکه ممکن است وجود یک داده غیرعادی، بر میانگین نرخ بازده آن روز تأثیر قابل‌توجهی بگذارد. بنابراین این داده‌ها نیز تحت دو شرط فیلتر می‌شوند. شرط اول این است که حداقل ۳۰ روز تا سررسید اخزا باقی‌مانده باشد؛ دوم اینکه تنها داده‌هایی مورداستفاده قرار می‌گیرند که در فاصله ۳ برابر انحراف معیار از میانگین کل باشند. این دو شرط باعث می‌شود که داده‌های پرت مربوط به نرخ بازده حذف شوند. پس از اعمال این شروط، تعداد داده‌ها به۳۵۲۴۶ مورد می‌رسد. پس از میانگین‌گیری این داده‌ها برای هرروز معاملاتی، سری زمانی نرخ سود سالانه اسناد خزانه اسلامی به دست می‌آید. در بازه زمانی بررسی‌شده، تعداد ۱۸۹۶داده روزانه به عنوان نرخ سود بدون ریسک استخراج‌شده است.

همان‌طور که پیش‌تر عنوان شد، پس از اعمال دو شرط مختلف بر روی داده‌های قرارداد آتی، تعداد ۱۹۰۲ داده روزانه مربوط به دو قرارداد آتی به دست آمد که آمار توصیفی (کمینه، بیشینه و میانگین) مربوطه در جدول ۲ قابل‌مشاهده است. اوراق آتی بررسی‌شده بر روی دو دارایی پایه منتشرشده‌اند که حداقل قیمت هرکدام از این دارایی‌های پایه در زمان قراردادهای آتی برابر ۸۰۰۰ ریال بوده است. حداکثر قیمت دارایی پایه قراردادها نیز برابر ۵۳۳،۷۰۰ ریال بوده و میانگین قیمت دارایی پایه نیز ۱۸۷،۰۹۵ ریال است. میانگین قیمت تسویه دو نماد قرارداد آتی بررسی‌شده ۲۰۳،۷۳۷ ریال بوده و این مقدار در بازه ۷۹۰۰۰ ریال و ۵۷۸،۵۰۰ ریال متغیر بوده است. علاوه براین زمان باقی‌مانده تا سررسید این اوراق، حداقل ۶ روز و حداکثر ۳۹۴ روز بوده است. همچنین میانگین تعداد روزهای باقی‌مانده تا سررسید برابر ۱۰۵ روز است.

جدول۱- آمار توصیفی مربوط به داده‌های قراردادهای آتی موجود در بازار

پارامترها	کمینه	بیشینه	میانگین
قیمت دارایی پایه (S_t) (ریال)	۸۰۰۰	۵۳۳،۷۰۰	۱۸۷،۰۹۵
قیمت تسویه (F) (ریال)	۷۹۰۰۰	۵۷۸،۵۰۰	۲۰۳،۷۳۷
زمان باقی‌مانده تا سررسید (T) (کسری از سال)	۰،۰۱۶۷	۱،۰۹	۰،۲۹۱

در گام بعدی برای قیمت‌گذاری قرارداد آتی تحت نرخ سود تصادفی، ضروری است که پارامترهای هر مدل نرخ سود تصادفی تخمین زده شوند. با استفاده از سری زمانی نرخ سود بدون ریسک تخمین پارامتر هرکدام از مدل‌های نرخ سود تصادفی با اجرای روش حداقل مربعات معمولی در محیط پایتون[۳۵] انجام می‌گیرد. نتایج برآورد این پارامترها در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲- نتایج برآورد پارامترهای مدل‌های نرخ سود تصادفی

مدل	آلفا (α)	بتا (β)	سیگما(σ)	گاما (γ)	آماره (F)	میانگین بلند مدت (μ)
واسیچک	۰,۱۵۸ (۰,۰۱۱)	-۰,۰۰۷۰۳ (۰,۰۱)	۰,۳۶۵ (۰,۰۰)	۰	۶,۶۷۳ (۰,۰۰۹۸۶)	۰,۲۲۵۱
کاکس،اینگرسول و راس	۰,۱۵۹ (۰,۰۰۸)	-۰,۰۰۷۰۶ (۰,۰۰۸)	۰,۰۷۸۵ (۰,۰۰)	۰,۵	۳,۵۷۴ (۰,۰۲۸۲)	۰,۲۲۵۱

طبق جدول (۳) و سطح معنی‌داری آماره F، مدل واسیچک و مدل کاکس، اینگرسول و راس در سطح اطمینان ۹۵ درصد معنی‌دار هستند. به‌علاوه بررسی آماره t پارامتر β نشان می‌دهد که فرض صفر بودن α و β با قاطعیت رد شده که این امر تاییدکننده خاصیت بازگشت به میانگین در نرخ بازده سالانه اوراق اسناد خزانه اسلامی است. یکی از قابلیت‌های مدل‌های نرخ سود تصادفی، استخراج میانگین‌نرخ‌سوددربلندمدت براساس رابطه $\mu = -\frac{\alpha}{\beta}$ است، که درستون آخرجدول ارائه شده است.

پس از تخمین پارامترها، می‌توان هر یک از مدل‌های قیمت‌گذاری قرارداد آتی تحت نرخ سود تصادفی را اجرا کرد. همان‌طور که عنوان شد، در این پژوهش قراردادهای آتی براساس زمان باقی‌مانده تا سررسید به دو گروه کوتاه‌مدت و بلندمدت تقسیم شده و خطای هر گروه به طور جداگانه اندازه‌گیری می‌شود. براساس داده‌های گردآوری شده وهمچنین پارامترهای تخمین زده‌شده، فرایند ارزش‌گذاری و محاسبه خطای هر مدل درمحیط پایتون‌انجام‌می‌گیرد که نتایج آن در جدول ۳ نمایش داده شده است.

جدول ۳- مقایسه میانگین مقدار خطای مدل‌های مختلف ارزش‌گذاری قرارداد آتی

نام مدل	میانگین RMSE (کوتاه‌مدت)	میانگین RMSE (بلندمدت)	میانگین RMSE (کل)
مدل ارزش‌گذاری قرارداد آتی با نرخ سود غیر تصادفی(ثابت)	۰,۱۰۵۵	۰,۱۳۲۰	۰,۱۲۵۸
مدل ارزش‌گذاری قرارداد آتی با نرخ سود تصادفی واسیچک	۰,۱۰۹۴	۰,۱۱۷۷	۰,۱۱۵۷
مدل ارزش‌گذاری قرارداد آتی با نرخ سود تصادفی CIR	۰,۱۰۴۷	۰,۱۵۹۳	۰,۱۴۷۳

ازآنجاکه نتایج معیار RMSE برای سنجش میزان خطای هر یک از مدل‌های ارزش‌گذاری نزدیک

به یکدیگر هستند، بنابراین بر روی نتایج حاصل از مدل‌های ارزش‌گذاری، آزمون ANOVA را اجرا کرده‌ایم.

جدول ۴- نتایج آزمون تحلیل واریانس (ANOVA)

گروه	آمارهF (Pvalue)
قراردادهای کوتاه‌مدت	۱,۰۳۴۱ (۰,۳۵۵)
قراردادهای بلندمدت	۳۲,۳۵۴۱ (۰,۰۰۰)
کل قراردادها	۴۲,۸۵۹۳ (۰,۰۰۰)

طبق نتایج به دست آمده مدل ارزش‌گذاری قرارداد آتی با نرخ سود تصادفی واسیچک در کل قراردادها و قراردادهای بلندمدت، خطای کمتر و مدل ارزش‌گذاری با نرخ سود تصادفی CIR در قراردادهای کوتاه‌مدت نسبت به مدل ارزش‌گذاری با نرخ سود ثابت خطای کمتری را نشان می‌دهد. در قراردادهای بلندمدت و کل قراردادها پس از مدل ارزش‌گذاری با نرخ سود واسیچک به ترتیب مدل ارزش‌گذاری با نرخ سود ثابت و مدل ارزش‌گذاری با نرخ سود CIR عملکرد بهتری دارند اما در قراردادهای کوتاه‌مدت پس از مدل نرخ سود CIR، به ترتیب مدل ارزش‌گذاری با نرخ سود ثابت و مدل ارزش‌گذاری واسیچک عملکرد بهتری با توجه به معیار RMSE دارند اما بر اساس نتایج آزمون تحلیل واریانس جدول ۴، مقادیر پراب (prob) نشان‌دهنده این است که برای قراردادهای کوتاه‌مدت تفاوت معناداری بین نتایج مدل‌های ارزش‌گذاری وجود ندارد ولی برای قراردادهای بلندمدت و کل قراردادها این تفاوت بین مدل‌ها معنادار است.

با هدف بررسی دقت هر یک از مدل‌های ارزش‌گذاری در این بخش با استفاده از روش رگرسیونی نتایج قابل‌توجهی به دست می‌آید. بدین منظور با استفاده از قیمت‌های تسویه بازاری و قیمت‌های نظری هر مدل، مجموع مربعات خطای رابطه (۲۰) را به حداقل می‌رسانیم. در این رابطه رگرسیونی، قیمت‌های بازاری قرارداد آتی به عنوان متغیر وابسته و قیمت‌های تخمین‌زده شده از طریق مدل‌های ارزش‌گذاری به عنوان متغیر مستقل در نظر گرفته می‌شوند. در این رگرسیون هر چه مقادیر β به عدد یک نزدیک‌تر باشد، قدرت تخمین و پیش‌بینی کنندگی آن مدل بالاتر و درست‌تر است. همچنین آزمون آماری t را برای پارامتر β با فرض برابر یک بودن آن، انجام می‌دهیم. مقادیر پراب (Prob) مربوطه در جداول زیر در داخل پرانتز ستون β ارائه شده است. نتایج این آزمون رگرسیونی بر روی کل قراردادها، قراردادهای بلندمدت و کوتاه‌مدت به ترتیب در جداول ۵، ۶ و ۷ ارائه شده است.

جدول ۵- نتایج رگرسیونی برای هر مدل ارزش‌گذاری قرارداد آتی(کل قراردادها)

مدل	آلفا (α)	بتا (β)	ضریب تعیین (R2)	آماره (F)
با نرخ سود ثابت	۶،۶۷۵ (۰،۰۰)	۰،۹۷۶۴ (۰،۰۰)	۰،۹۱۶	۲۹،۰۷۰ (۰،۰۰)
با مدل نرخ سود تصادفی واسیچک	۷،۵۹۵ (۰،۰۰)	۰،۹۱۲۳ (۰،۰۰)	۰،۹۴۴	۴۴،۵۴۰ (۰،۰۰)
با مدل نرخ سود تصادفی CIR	۸،۰۲۰ (۰،۰۰)	۱،۰۱۳۷ (۰،۰۰)	۰،۹۰۰	۲۳،۸۱۰ (۰،۰۰)

جدول ۶- نتایج رگرسیونی برای هر مدل ارزش‌گذاری قرارداد آتی(قراردادهای کوتاه مدت)

مدل	آلفا (α)	بتا (β)	ضریب تعیین (R2)	آماره (F)
با نرخ سود ثابت	۱۶۱۲۰ (۰،۰۰)	۰،۸۶۸۶ (۰،۰۰)	۰،۹۳۰	۱۲،۷۶۰ (۰،۰۰)
با مدل نرخ سود تصادفی واسیچک	۱۵،۹۴۰ (۰،۰۰)	۰،۸۵۶۸ (۰،۰۰)	۰،۹۳۱	۱۲،۹۳۰ (۰،۰۰)
با مدل نرخ سود تصادفی CIR	۱۶،۱۲۰ (۰،۰۰)	۰،۸۸۶۳ (۰،۰۰)	۰،۹۲۸	۱۲،۴۴۰ (۰،۰۰)

جدول ۷- نتایج رگرسیونی برای هر مدل ارزش‌گذاری قرارداد آتی (قراردادهای بلند مدت)

مدل	آلفا (α)	بتا (β)	ضریب تعیین (R2)	آماره (F)
با نرخ سود ثابت	-۷۹۳ (۰،۶۱۳)	۱،۰۴۵۴ (۰،۰۰)	۰،۹۳۰	۲۲،۲۶۰ (۰،۰۰)
با مدل نرخ سود تصادفی واسیچک	۲،۸۲۰ (۰،۰۲۷)	۰،۹۴۰۶ (۰،۰۰)	۰،۹۵۲	۳۳،۵۳۰ (۰،۰۰)
با مدل نرخ سود تصادفی CIR	-۱،۱۷۸ (۰،۴۷۹)	۱،۱۰۹۴ (۰،۰۰)	۰،۹۲۲	۲۰،۱۰۰ (۰،۰۰)

جدول ۸- نتایج آزمون معنی‌داری شیب رگرسیونی با فرض، بتا برابر یک

مدل	بتا (β)کوتاه‌مدت	بتا (β) بلندمدت	بتا (β) کل
با نرخ سود ثابت	۰,۸۶۸۶ (۰,۰۰)	۱,۰۴۵۴ (۰,۰۰)	۰,۹۷۶۴ (۰,۰۰)
با مدل نرخ سود تصادفی واسیچک	۰,۸۵۶۸ (۰,۰۰)	۰,۹۴۰۶ (۰,۰۰)	۰,۹۱۲۳ (۰,۰۰)
با مدل نرخ سود تصادفی CIR	۰,۸۸۶۳ (۰,۰۰)	۱,۱۰۹۴ (۰,۰۰)	۱,۰۱۳۷ (۰,۰۳۸)

طبق نتایج جداول (۵)، (۶) و (۷) آماره F تمامی رگرسیون‌ها معنی‌دار بوده و همچنین مقادیر ضریب تعیین نیز نشان می‌دهد که برازش مدل واسیچک در کل قراردادها، قراردادهای کوتاه‌مدت و قراردادهای بلندمدت نسبت به دیگر مدل‌های ارزش‌گذاری بهتر بوده است. مقادیر پراب (prob) ضرایب α و β نیز نشان از این دارد که این ضرایب تفاوت معنی‌داری با صفر دارند. پس از مدل واسیچک به ترتیب مدل با نرخ سود ثابت و مدل CIR عملکرد بهتری را از خود نشان داده‌اند. به علاوه نتایج جدول ۸ نشان می‌دهد که فرض یک بودن ضریب β برای همه مدل‌های ارزش‌گذاری قرارداد آتی در سطح اطمینان ۹۵ درصد رد می‌شود اما به طور کلی براساس ضریب تعیین رگرسیون‌ها، دقت مدل واسیچک نسبت به دیگر مدل‌های ارزش‌گذاری بالاتر است.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش عملکرد و دقت مدل‌های ارزش‌گذاری قراردادهای آتی با نرخ سود تصادفی در بورس کالای ایران بررسی و نتایج آن با مدل ارزش‌گذاری قرارداد آتی با نرخ سود غیر تصادفی(نرخ سود ثابت) مقایسه گردید. پارامترها و ضرایب مربوط به هریک از مدل‌های نرخ سود تصادفی با استفاده از نرخ بازده تا سررسید اوراق اسناد خزانه اسلامی و به روش حداقل مربعات معمولی برآورد شد. پس از تخمین پارامترهای مربوط به هریک از مدل‌ها، قیمت تئوریک قراردادهای آتی برای همه مدل‌ها محاسبه گردید. پس از ارزش‌گذاری قراردادهای آتی برای سنجش میزان دقت هرکدام، با استفاده از معیار RMSE قیمت‌های به دست آمده از هر مدل با قیمت‌های معامله شده در بورس کالای ایران مقایسه و میزان انحراف هر کدام محاسبه و با بهره‌گیری از روش رگرسیونی دقت مدل‌ها مورد سنجش قرار گرفت.

نتایج و یافته‌های پژوهش نشان می‌دهند که مدل ارزش‌گذاری قرارداد آتی تحت نرخ سود تصادفی واسیچک در کل قراردادها و قراردادهای بلند مدت و مدل ارزش‌گذاری با نرخ سود تصادفی CIR در

قراردادهای کوتاه مدت نسبت به مدل نرخ سود ثابت خطای کمتر و عملکرد بهتری دارد. طبق نتایج جدول ۴ برای قراردادهای کوتاه‌مدت، تفاوت معنی‌داری میان مدل‌های ارزش‌گذاری قرارداد آتی با نرخ سود تصادفی و مدل ارزش‌گذاری با نرخ سود ثابت وجود ندارد ولی برای قراردادهای بلندمدت و کل قراردادها این تفاوت بین‌مدل‌ها معنادار است؛ به طور کلی استفاده از مدل نرخ سود تصادفی واسیچک در ارزش‌گذاری قراردادهای آتی بلندمدت و کل قراردادها موجب بهبود در نتایج ارزش‌گذاری نسبت به مدل معمولی ارزش‌گذاری با نرخ سود ثابت می‌گردد به علاوه نتایج این پژوهش نشان دادند که ارزش‌گذاری قراردادهای کوتاه‌مدت نسبت به قراردادهای بلندمدت از خطای کمتری برخوردار بوده است.

از مهم‌ترین محدودیت‌های این پژوهش می‌توان به کم بودن عمق بازار در بخش مشتقات و به خصوص مشتقات کالایی در ایران اشاره کرد که این موضوع موجب گردیده تا حجم معاملات ابزارهای مشتقه بسیار کم باشد. موضوع دیگری که می‌توان به آن اشاره کرد عدم تطابق زمانی معاملات گواهی سپرده زعفران به عنوان دارایی پایه قراردادهای آتی زعفران و خود قراردادهای آتی آن است که این موضوع باعث شد عملا بخش قابل توجهی از داده‌های پژوهش حاضر حذف شوند.

به پژوهشگران علاقمند به حوزه ارزش‌گذاری قراردادهای آتی پیشنهاد می‌گردد که در مطالعات بعدی از سایر مدل‌های نرخ سود تصادفی تک عاملی و نیز مدل‌های چند عاملی نرخ سود تصادفی برای ارزش‌گذاری قراردادهای آتی استفاده نمایند. همچنین پژوهشگران می‌توانند عملکرد مدل‌های ارزش‌گذاری قرارداد آتی که همزمان تحت ثمرات رفاهی تصادفی و نرخ سود تصادفی است را مورد بررسی قرار دهند.

منابع

۱) آذر, عادل, کریمی ,سیروس. (۱۳۸۸). پیش‌بینی بازده سهام با استفاده از نسبت‌های حسابداری با رویکرد شبکه‌های عصبی .تحقیقات مالی ,۲۰-۳., (۱)۲۸

۲) پیمانی, مسلم, هوشنگی, زهره. (۱۳۹۶).تخمین و مقایسه مدل‌های تعادلی نرخ سود کوتاه‌مدت اسناد خزانه اسلامی .مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار, ۱۱۱-۸۹ ., (۳۳)۸

۳) خبیری، علی (۱۳۹۵).مطالعه تجربی بازار قراردادهای آتی کالا.رساله دکتری.دانشگاه تهران.

۴) خسروی, مهرجو ,محسنی. (۱۳۹۳). نقش بازار مالی و سرمایه‌گذاری مستقیم خارجی بر رشد اقتصادی بخش کشاورزی-رهیافت داده‌های ترکیبی پویا .فصلنامه علمی-پژوهشی تحقیقات اقتصاد کشاورزی ,۱۳۰-۱۰۳.,(۲۱)۶

۵) صفائی، مریم، نیسی، عبدالساده، و نعمت الهی، نادر. (۱۳۹۷). یک روش عددی برای حل مساله قیمت گذاری اختیارات آمریکایی تحت مدل نرخ بهره تصادفی CIR. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار (مدیریت پرتفوی)، ۹(۳۵)، ۲۵۹-۲۸۱.

۶) کارنامه حقیقی، مهدی (۱۳۹۰) قیمت‌گذاری نظری قراردادهای آتی در چارچوب مدل فرآیندهای تصادفی : موردمطالعه قرارداد آتی سکه طلا. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه اصفهان.

۷) ملک محمدی، سارا (۱۳۹۹). مقایسه عملکرد مدل‌های ارزش‌گذاری اوراق اختیار معامله در بورس اوراق بهادار تهران .پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه علامه طباطبائی.

۸) مهمان‌دوست، نسترن(۱۳۹۵). بررسی پویایی قیمت نفت و ارزیابی قراردادهای آتی نفت. پایان‌نامه کارشناسی ارشد ریاضی.دانشگاه خوارزمی.

۹) موسوی، حبیب(۱۳۹۱). بررسی روش‌های قیمت‌گذاری قراردادهای آتی سکه بهار آزادی در بورس کالای ایران.پایان‌نامه کارشناسی ارشد.دانشگاه علوم اقتصادی.

10) Figlewski, S. (1984). Hedging performance and basis risk in stock index futures. The Journal of Finance, 39(3), 657-669.

11) .2) Munk, C. (2011). Fixed income modelling. Oxford University Press

12) Acharya, V. V., Brenner, M., Engle, R. F., Lynch, A. W., & Richardson, M. (2009). Derivatives the ultimate financial innovation. Restoring financial stability: How to repair a failed system, 233, 241.

13) Azar, A., & Karimi, S. (2010). Neural Network Forecasts of Stock Return Using Accounting Ratios. Financial Research Journal, 11(28). (in

Persian)

14) Bhatt, S., & Cakici, N. (1990). Premiums on stock index futures-some evidence. The Journal of Futures Markets (1986-1998), 10(4), 367

15) Bhatt, S., & Cakici, N. (1990). Premiums on stock index futures-some evidence. The Journal of Futures Markets (1986-1998), 10(4), 367.

16) Brooks, C. (2019). Introductory econometrics for finance. Cambridge university press.

17) Chen, J., Ewald, C., Ouyang, R., Westgaard, S., & Xiao, X. (2022). Pricing commodity futures and determining risk premia in a three factor model with stochastic volatility: the case of Brent crude oil. Annals of Operations Research, 313(1), 29-46.

18) Cornell, B., & French, K. R. (1983). Taxes and the pricing of stock index futures. The Journal of Finance, 38(3), 675-694.

19) Cortazar, G. and Naranjo, L. (2006), "An N-Factor Gaussian Model of Oil Futures Prices", Journal of Futures Markets, 26, 243-268.

20) Cortazar, G., & Schwartz, E. S. (1997). Implementing a real option model for valuing an undeveloped oil field. International Transactions in Operational Research, 4(2), 125–137.

21) Cox, J. Ingersoll, J. Ross, S. (1985). "A Theory of the Term Structure of Interest

22) Date, P., Mamon, R., & Tenyakov, A. (2013). Filtering and forecasting commodity futures prices under an HMM framework. Energy Economics, 40, 1001–1013.

23) Elton, E. J., Gruber, M. J., & Rentzler, J. (1984). Intra-day tests of the efficiency of the treasury bill futures market. The Review of Economics and Statistics, 129-137.

24) Hull, J. C. (2021). Option, Futures, and Other Derivatives: Eleventh Edition . New York: Pearson.

25) Karnamehaghighi, M.(2011). Theoretical Pricing of Future Contracts in Stochastic Processes Model Framework: Case Study Gold Coin. University of Isfahan , Iran. (in Persian)

26) KH, M., M, S., & M, R. (2014). The Effect of Financial Market and FDI upon Economic Growth of Agricultural Sector: GMM

Approach. Agricultural Economics Research, 6(21), 103-130. (in Persian).

27) Khabiri, A. (2017). An Empirical Study of Commodity Futures Market. University of Tehran , Iran. (in Persian).

28) Kwok, Y. K. (2008). Mathematical models of financial derivatives. Springer.

29) Malekmohamadi, S. (2021). Performance Comparison of Option Pricing Models in Tehran Stock Exchange. Allameh Tabataba'i University, Iran. (in Persian).

30) Mehmandoost, N. (2017). The Dynamics of Oil Prices and Valuation of Oil Futures. University of kharazmi , Iran. (in Persian)

31) Modest, D. M., & Sundaresan, M. (1983). The relationship between spot and futures prices in stock index futures markets: Some preliminary evidence. The Journal of Futures Markets (pre-1986), 3(1), 15.

32) Moosavi, H. (2012). A study on the Gold coin future contracts pricing model in Iran Mercantile Exchange. University of kharazmi , Iran. (in Persian).

33) Neisy, A., Safaei, M., & Nematollahi, N. (2018). A Numerical method for solving the problem of Pricing American Options under the CIR stochastic interest rate model. Financial Engineering and Portfolio Management, 9(35), 259-281. (in Persian).

34) Peymany, M., & Hooshangi, Z. (2017). Estimation and Comparison of ShortTerm Interest Rate Equilibrium Models Using Islamic Treasury Bills. Financial Engineering and Portfolio Management, 8(33), 89-111. (in Persian)

35) Schröder, M. (1989). Computing the constant elasticity of variance option pricing formula. The Journal of Finance, 44(1), 211–219

36) Schwartz, E. S. (1997). The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. The Journal of Finance, 52(3), 923–973

یادداشت‌ها:

1. Hull
2 . Fixed Risk-free Interest Rate
3 . Vasicek
4 . Cox and Ingersoll and Ross
5 . Stochastic Interest Rate
6 . Underlying Asset
7 . Dividend Yield
8 . Time to Maturity
9 . Risk-free Interest Rate
10 . Wiener Process
11 . Drift Rate
12 . Volatility Rate
13 . Time-Homogeneous
14 . Munk
15 . Ornstein-Uhlenbeck
16. Mean Reversion
17 . Ramaswamy and Sundaresan
18 . Figlewski
19 . Temporary Phenomenon
20 . Modest and Sundaresan
21 . Short Sale
22 . Arbitrageur
23 . Cornell
24 . Bhatt and Cakici
25 . Premium
26 . Cornell and Reinganum
27 . Elton, Gruber, and Rentzler
28 . Schröder
29 . Kanamura
30 .Convenience Yield
31 . Date
32 . Chen
33 . Chan et all
34 . Nowman
35 . Python

Futures Valuation Beased on Stochastic Interest Rate in Iran Mercantile Exchange

Moslem Peymani[1]
Meysam Amiri[2]
Ali Rajabloo[3]

Receipt: 19/03/2024 **Acceptance: 19/09/2024**

Abstract

One of the widely used tools in risk management and portfolio optimization is derivatives. Future contracts are one of the most important derivative instruments that are used by investors and risk hedgers.In recent years, with the increase in the volume and value of the futures market transactions, the attractiveness of this market for economic operators has increased significantly.The purpose of this research is the valuation of the futures contract based on stochastic interest rate models and compare their performance with the valuation model under non-stochastic interest rate in Iran Mercantile Exchange.In this research, using the stochastic interest rate models of Vasicek (1977) and Cox, Ingersoll and Ross (1985), we value future contracts in the Iran Mercantile Exchange from the March 2021 to the August 2022. The data of futures contracts are divided into short-term and long-term groups based on the remaining time to maturity; As a result, based on the RMSE criterion and then the variance analysis test of the valuation results, it was found that there is no significant difference between the valuation models in the valuation of short-term contracts, while the valuation under the Vasicek model of long-term contracts and all contracts, performed better than other models.

Keywords

Futures Contract, Stochastic Interest Rate, Vasicek Model, CIR Model, RMSE

1-Assistant Professor, Department of Finance and Banking, Faculty of Management and Accounting, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. m.peymany@atu.ac.ir
2-Assistant Professor, Department of Finance and Banking, Faculty of Management and Accounting, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran. amiry@atu.ac.ir
3-Master's degree student, Department of Financial Engineering and Risk Management, Faculty of Management and Accounting, Allameh Tabatabai University, Tehran, Iran. (Corresponding Author) alirajabloo1376@gmail.com