



## شبیه‌سازی و کنترل ارتعاشات چرخشی تیرک سمپاش با یک مدل سیستم تعلیق جدید

رضا ابراهیمی<sup>۱</sup>، مصطفی غیور<sup>۲\*</sup>

\* نویسنده مسئول: ghayour@cc.iut.ac.ir

### واژه‌های کلیدی

تیرک سمپاش، ارتعاشات، تنظیم کننده خطی مرتبه دوم.

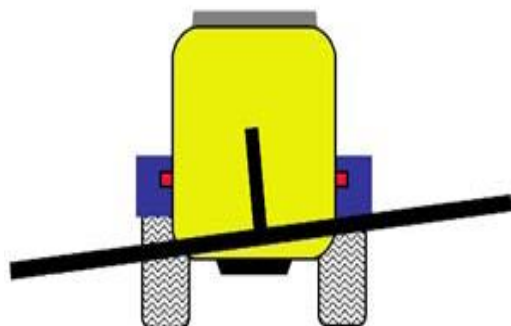
### چکیده

سمپاش‌ها وسایل مهمی در کشاورزی هستند که معمولاً به وسیله تراکتور در مزرعه حرکت داده می‌شوند. سمپاش‌ها باید در شرایط مختلفی که در مزرعه با آن مواجه می‌شوند، نرخ ثابتی از مواد شیمیایی را توزیع کنند. ارتعاشات ناخواسته تیرک سمپاش، باعث کاهش عمر آن و توزیع غیر یکنواخت مواد شیمیایی پاشیده شده در زمین می‌شود. بنابراین در این مطالعه، یک مدل سیستم تعلیق برای ارتعاشات چرخشی تیرک سمپاش با استفاده از المان‌های فنر و میراگر افقی و قائم ارائه شده است. سپس فضای حالت سیستم دینامیکی استخراج شده است. در این فضای حالت، چرخش مطلق قاب متصل شده به تراکتور حول محور افقی (غلت طولی تراکتور) ورودی است و چرخش مطلق تیرک سمپاش حول محور افقی خروجی است. همچنین ماتریس بهره بهینه برای فضای حالت سیستم، با استفاده از تنظیم کننده خطی مرتبه دوم (LQR) طراحی شده است. نهایتاً پاسخ تیرک سمپاش به ورودی‌های ضربه، پله، شیب و نویز سفید محاسبه و با پاسخ ضربه، پله، شیب و نویز سفید سیستم بدون کنترلر مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که کنترلر طراحی شده به طور قابل ملاحظه‌ای ارتعاشات چرخشی تیرک سمپاش را کاهش داده و عملکرد سمپاش را بهبود می‌بخشد.

۱- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

۲- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران.

بر عناصر ذکر شده، از عملگرهای هیدرولیکی یا الکتریکی نیز استفاده می‌شود که با توجه به اندازه‌گیری حالت سیستم، نیروی دلخواه را به سیستم اعمال می‌کنند [۲].



شکل (۱) سمپاش پشت تراکتوری و انحراف چرخشی آن

در تحقیقات اولیه انجام شده روی حرکت تیرک سمپاش - های پشت تراکتوری، عمدتاً ارتعاشات قائم تیرک در نظر گرفته شده‌اند. شبیه‌سازی این ارتعاشات قائم و نتیجتاً اثر آنها روی توزیع سم نیز با روش‌های مختلفی بررسی شده است برخی از این روش‌ها مبتنی بر نتایج آزمایش و برخی دیگر بر تقریب‌های مدل‌سازی از جمله آنالیز مودال و مدل‌سازی اجزاء محدود از تیرک سمپاش استوار هستند [۳، ۴].

عبدالرحمان و همکاران [۵] برای نشان دادن رفتار دینامیکی تیرک سمپاش، یک مدل اجزاء محدود از آن ایجاد کردند و ده فرکانس طبیعی اول را به کمک این مدل محاسبه کردند. در ادامه یک سیستم تعلیق با ضریب انتقال ۰/۵ برای ارتعاشات قائم سمپاش طوری طراحی شد که فرکانس طبیعی آن نزدیک هیچ کدام از ده فرکانس طبیعی اول سازه سمپاش نباشد.

هارمس [۶] نیز یک مدل دینامیکی غیرخطی را از تیرک سمپاش ارائه کرد. با استفاده از این مدل، حرکت تیرک سمپاش به ازای پارامترهای مختلف شبیه‌سازی شد و نتایج حاصل با نتایج به دست آمده از آزمایش‌های مزرعه‌ای ارزیابی شد.

## ۱- مقدمه

سمپاش‌ها وسائلی هستند که از آنها برای پخش مواد شیمیایی، به منظور از بین بردن انواع مختلف حشرات، عوامل بیماری‌زای گیاهی و دفع علف‌های هرز استفاده می‌شود. یک سمپاش از یک مخزن سم، همزن، پمپ، فشارسنج، تیرک سمپاش یا بوم که نازل‌ها روی آن نصب شده‌اند و نهایتاً شاسی تشکیل شده است. تیرک سمپاش در سمپاش‌های پشت تراکتوری لوله افقی طولی است که نازل‌ها در فواصل معینی روی آن و به سمت پایین قرار می‌گیرند. تیرک نیز از طریق مفصل‌هایی به شاسی اصلی که به بدنه تراکتور متصل است وصل می‌شود. یکنواختی پاشش سم در مزرعه به نوع نازل‌ها، فشار مایع و حرکات ناخواسته ایجاد شده در تیرک سمپاش بستگی دارد [۱].

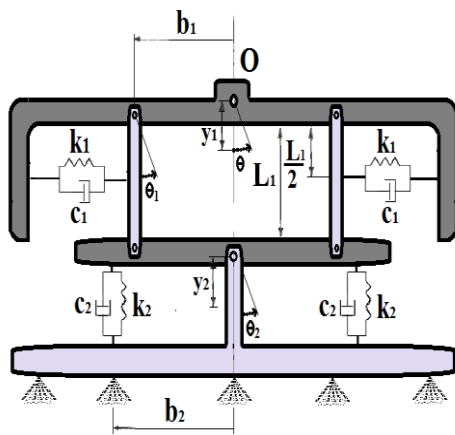
حرکت تراکتور بر روی یک سطح خاک ناهموار منجر به ایجاد ارتعاشات چرخشی ناخواسته در تیرک سمپاش می‌شود که در شکل (۱) نشان داده شده است. این ارتعاشات ناخواسته، علاوه بر کاهش عمر قطعات سمپاش، منجر به توزیع غیر یکنواخت و افزایش مصرف سم در مزرعه و نهایتاً کاهش بازدهی محصول می‌شود. برای کم کردن این ارتعاشات ناخواسته معمولاً تیرک سمپاش توسط یک سیستم تعلیق شامل عناصر جرم، فنر و میراگر به بدنه سمپاش متصل می‌شود. با تنظیم پارامترهای این سیستم تعلیق، رفتار تیرک سمپاش و نهایتاً توزیع سم می‌تواند تحت تاثیر قرار گیرد.

بر این اساس مطالعات زیادی در زمینه مدل‌سازی، شبیه‌سازی و بررسی رفتار دینامیکی تیرک سمپاش‌ها به وسیله انواع مختلفی از سیستم‌های تعلیق فعال و غیرفعال، انجام شده است. در سیستم‌های تعلیق غیرفعال فقط از عناصر فنر، دمپر و جرم استفاده می‌شود اما در سیستم تعلیق فعال، علاوه

حالت کنترل‌پذیر ارائه شده و با فرض شرایط اولیه صفر و ورودی دلخواه، رفتار سیستم را به طور کامل می‌توان مشخص کرد. در ادامه یک تنظیم‌کننده بهینه LQR برای سیستم طراحی شد که تا کنون در مطالعات قبلی به کار گرفته نشده است و نهایتاً پاسخ خروجی که همان جابجایی زاویه‌ای تیرک سمپاش است نسبت به ورودی ضربه، پله، شیب و نویز سفید محاسبه و با حالت بدون کنترلر مقایسه شده است.

## ۲- مدل سازی سیستم تعلیق

مدل دینامیکی ارائه شده برای سیستم تعلیق سمپاش پشت تراکتوری در شکل (۲) نشان داده شده است. این مدل شامل قاب متصل شده به تراکتور (در نقطه O)، یک پاندول با دو بازوی موازی، تیرک، دو فنر و میراگر افقی و دو فنر و میراگر قائم است. قسمت‌های اصلی این سیستم تعلیق مانند پاندول، قاب، بازوها و تیرک سمپاش صلب فرض شده‌اند تا در معادلات حرکت، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای ظاهر نشود. مقادیر عددی پارامترهای استفاده شده در مدل‌سازی سیستم تعلیق سمپاش در پیوست داده شده است.



شکل (۲) مدل سیستم تعلیق ارائه شده برای سمپاش پشت تراکتوری

تعیین معادلات دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات سیستم‌های چند درجه آزادی می‌تواند با به کار بردن قوانین نیوتن یا

اوسولیان [۷] پس از طراحی یک سیستم تعلیق با عناصر فنر و میراگر قائم برای سمپاش و مدل‌سازی ریاضی آن، از عملگرهای فعالی نیز در سیستم تعلیق استفاده نمود سپس تاثیر این سیستم کنترل فعال را بر عملکرد سمپاش مورد بررسی قرار داد. نتایج نشان داد که پاسخ فرکانسی سیستم تعلیق مورد نظر، با استفاده از عملگرهای فعال موازی با تیرک سمپاش، می‌تواند تا حد قابل ملاحظه‌ای بهبود بخشیده شود.

آنتونیس و همکاران [۸] با فرض رفتار خطی، روش‌های بهینه‌سازی را بر روی مدل ریاضی دو سیستم تعلیق اعمال کردند. سیستم تعلیق اول فقط عناصر فنر و میراگر افقی و سیستم تعلیق دوم فقط عناصر فنر و میراگر قائم را شامل می‌شود. تابع هدف و متغیرهای طراحی برای مسئله به ترتیب، مینیمم کردن انحراف استاندارد جابجایی زاویه‌ای مطلق تیرک سمپاش و تعداد میراگرها، در نظر گرفته شد. نهایتاً با مقایسه دو مدل عملکرد رضایت بخشی نسبت به مدل بهینه نشده به دست آمد.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، در سیستم‌های تعلیق ارائه شده در مطالعات بالا، از عناصر سختی و میرایی فقط به صورت افقی یا فقط به صورت قائم استفاده شده است. در چنین سیستم‌هایی عناصر فنر و میراگر تا حد ممکن باید دور از محور دوران نصب شوند تا بتوانند بیشترین گشتاور را حول محور دوران ایجاد کرده و انرژی بیشتری را جذب کنند که این خود یک عامل محدودکننده است. در حالی که در سیستم تعلیق غیرفعال که در این مطالعه برای ارتعاشات چرخشی تیرک سمپاش ارائه شده است، برای جذب انرژی بیشتر، از فنرها و میراگرها هم به صورت افقی و هم به صورت قائم استفاده شده است. سپس مدل دینامیکی سیستم به شکل تابع تبدیل و فضای حالت کنترل-پذیر استخراج گردید. به این ترتیب با استفاده از فضای

$$D_E = \frac{2}{2}c_1\left(\frac{L_1}{2}\dot{\theta}_1\right)^2 + \frac{2}{2}c_2(b_2(\dot{\theta} - \dot{\theta}_2))^2 \quad (۴)$$

با توجه به عبارت‌های بالا و جایگذاری مقادیر عددی داده شده، معادلات دیفرانسیل حرکت به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\ddot{\theta}_2 + 167.83\dot{\theta}_1 + 151.51\dot{\theta}_1 + 5359.51\theta_1 = -2.75\ddot{\theta} - 53.51\theta \quad (۵)$$

$$\ddot{\theta}_1 + 4.24\ddot{\theta}_2 + 1309.1\dot{\theta}_2 + 34928.71\theta_2 = -\ddot{\theta} + 1309.1\dot{\theta} + 34909.1\theta \quad (۶)$$

با فرض شرایط اولیه صفر و تبدیل لاپلاس گیری از معادلات بالا داریم:

$$s^2\theta_2 + (167.83s^2 + 151.51s + 5359.51)\theta_1 = (-2.75s^2 - 53.51)\theta \quad (۷)$$

$$s^2\theta_1 + (4.24s^2 + 1309.1s + 34928.71)\theta_2 = (-s^2 + 1309.1s + 34909.1)\theta \quad (۸)$$

چون هدف از این سیستم تعلیق طراحی شده، کنترل ارتعاشات چرخشی تیرک است، موثرترین عامل یعنی انحراف زاویه‌ای قاب از حالت قائم ( $\theta$ ) که ناشی از غلت حول محور طولی تراکتور است، به عنوان تحریک ورودی سیستم و انحراف زاویه‌ای تیرک سمپاش نسبت به خط قائم ( $\theta_2$ ) نیز به عنوان پاسخ خروجی سیستم در نظر گرفته می‌شود بنابراین با حذف  $\theta_1$  از معادلات (۷) و (۸) تابع تبدیل را می‌توان به فرم استاندارد زیر نوشت:

$$\frac{\theta_2}{\theta} = -0.23 + \frac{380.28s^3 + 10485.44s^2 + 21300.44s + 323881.3}{s^4 + 310.08s^3 + 8560.58s^2 + 17320.83s + 263440.43} \quad (۹)$$

روش انرژی انجام شود. هنگام استفاده از روش نیوتن، الزام برای در نظر گرفتن نیروهای قیدی در نمودارهای آزاد، مشکلات جبری را برای سیستم‌های با درجات آزادی زیاد به وجود می‌آورد. از طرفی روش انرژی یک روش اسکالر است که بر مشکلات روش نیوتن فائق می‌آید و معمولاً برای به دست آوردن معادلات دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات سیستم‌های چند درجه آزادی ترجیح داده می‌شود.

با انتخاب مختصات مناسب برای توصیف حرکت سیستم و استفاده از معادله لاگرانژ، معادله‌های دیفرانسیل حرکت یک سیستم دینامیکی را بر حسب عبارت‌های انرژی می‌توان به دست آورد. معادله لاگرانژ برای مختصه تعمیم یافته  $q$  یک سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود [۹]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial U}{\partial q} + \frac{\partial D_E}{\partial \dot{q}} = Q_q \quad (۱)$$

که عبارت‌های مربوط به انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و انرژی تلف شده در میراگرهای سیستم به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} T &= T_f + T_l + T_p + T_b \\ &= \frac{1}{2}[I_f\dot{\theta}^2 + m_f(y_1\dot{\theta})^2] \\ &+ \frac{2}{2}[I_l(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta})^2 + m_l\left(\left(\frac{L_1}{2}\dot{\theta}_1\right)^2 + (b_1\dot{\theta})^2\right)] \\ &+ \frac{1}{2}[I_p\dot{\theta}^2 + m_p(L_1(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}))^2] \\ &+ \frac{1}{2}[I_b\dot{\theta}_2^2 + m_b(L_1(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}) + y_2\dot{\theta}_2)^2] \end{aligned} \quad (۲)$$

$$\begin{aligned} U &= m_f g y_1 (1 - \cos \theta) \\ &+ 2m_l g \frac{L_1}{2} (1 - \cos(\theta_1 + \theta)) \\ &+ m_p g L_1 (1 - \cos(\theta_1 + \theta)) \\ &+ m_b g [L_1 (1 - \cos(\theta_1 + \theta)) + y_2 (1 - \cos \theta_2)] \\ &+ \frac{2}{2}k_1\left(\frac{L_1}{2}\theta_1\right)^2 + \frac{2}{2}k_2(b_2(\theta - \theta_2))^2 \end{aligned} \quad (۳)$$

### ۳- به دست آوردن فضای حالت

بسیاری از سیستم‌ها را به صورت یک دستگاه از معادلات دیفرانسیل ماتریسی مرتبه اول (۱۰) می‌توان نشان داد که به مدل فضای حالت معروف است.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (10)$$

که  $u$  ورودی،  $\dot{x}$  بردار حالت و  $y$  خروجی سیستم است. ماتریس‌های  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  نیز ماتریس‌های حالت سیستم نامیده می‌شوند. در واقع با استفاده از فضای حالت، معادلات دیفرانسیل سیستم به شکل ماتریسی و بر حسب معادلات دیفرانسیل مرتبه اول بنا نهاده می‌شوند [۱۰].

مدل فضای حالت برای توصیف سیستم دینامیکی منحصر به فرد نبوده و روش منحصر به فردی برای انتخاب متغیرهای حالت وجود ندارد. در این پروژه با انتخاب متغیرهای مناسب، یک تحقق از فضای حالت به دست آورده می‌شود که شرط کنترل‌پذیری را برآورده کند و کنترل‌کننده مناسب را بتوان در ادامه برای آن طراحی نمود [۱۱]. با فرض اینکه تابع تبدیل یک سیستم به شکل کلی زیر داده شده باشد:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 s^n + b_1 s^{n-1} + \dots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (11)$$

معادله (۱۱) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \frac{Y(s)}{U(s)} &= b_0 \\ &+ \frac{(b_1 - a_1 b_0) s^{n-1} + \dots + (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) s + (b_n - a_n b_0)}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \end{aligned} \quad (12)$$

بنابراین داریم:

$$Y(s) = b_0 U(s) + \hat{Y}(s) \quad (13)$$

که در آن:

$$\hat{Y}(s) = \frac{(b_1 - a_1 b_0) s^{n-1} + \dots + (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) s + (b_n - a_n b_0)}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} U(s) \quad (14)$$

حال معادله (۱۴) را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \frac{\hat{Y}(s)}{(b_1 - a_1 b_0) s^{n-1} + \dots + (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) s + (b_n - a_n b_0)} &= \\ \frac{U(s)}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} &\triangleq Q(s) \end{aligned} \quad (15)$$

از معادله (۱۵) نیز دو معادله زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} s^n Q(s) &= -a_1 s^{n-1} Q(s) - \dots - a_{n-1} s Q(s) \\ &- a_n Q(s) + U(s) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\hat{Y}(s) = (b_1 - a_1 b_0) s^{n-1} Q(s) + \dots + (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) s Q(s) + (b_n - a_n b_0) Q(s) \quad (17)$$

حال متغیرهای حالت را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} X_1(s) &= Q(s) \\ X_2(s) &= sQ(s) \\ &\vdots \\ X_{n-1}(s) &= s^{n-2} Q(s) \\ X_n(s) &= s^{n-1} Q(s) \end{aligned} \quad (18)$$

واضح است که:

$$\begin{aligned} sX_1(s) &= X_2(s) \\ sX_2(s) &= X_3(s) \\ &\vdots \\ sX_{n-1}(s) &= X_n(s) \end{aligned} \quad (19)$$

که با لاپلاس معکوس گرفتن از روابط بالا می‌توان آنها را به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n \end{aligned} \quad (20)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -263440.43 & -17320.83 & -8560.58 & -310.08 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [323881.3 \quad 21300.44 \quad 10485.44 \quad 380.28]$$

$$D = [-0.23]$$

#### ۴- طراحی کنترلر بهینه (LQR)

همانطور که قبلاً گفته شد هدف از طراحی کنترلر برای این سیستم تعلیق ارائه شده، کاهش ارتعاشات چرخشی تیرک سمپاش به منظور پاشش یکنواخت تر سم در مزرعه و افزایش عمر قطعات سمپاش است. در واقع با طراحی کنترلر برای پسخور حالت، می‌توان کاری کرد که قطب‌های سیستم در محل‌های خواسته شده‌ای قرار گیرند و نتیجتاً عملکرد خاصی که از خروجی سیستم مورد انتظار است، حاصل شود.

در این مطالعه برای کنترل سیستم تعلیق سمپاش از کنترلر بهینه (LQR) استفاده شده است. یک مزیت روش کنترلر بهینه این است که یک موقعیت بهینه‌ای را برای قطب‌های سیستم تعیین می‌کند طوری که علاوه بر رسیدن به خروجی مطلوب، یک شاخص عملکردی نیز حداقل شود. به عبارت دیگر راه مشخص و منسجمی را برای محاسبه ماتریس بهره به دست می‌دهد. در این کار ماتریس بهره K به گونه‌ای طراحی شده که شاخص عملکرد J زیر حداقل شود.

$$J = \int_0^{\infty} (\tilde{x}^T Q \tilde{x} + u^T R u) dt \quad (27)$$

با توجه به این که  $sX_n(s) = s^n Q(s)$ ، معادله (۱۶) را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$sX_n(s) = -a_1 X_n(s) - \dots - a_{n-1} X_2(s) - a_n X_1(s) + U(s) \quad (21)$$

یا:

$$\dot{x}_n = -a_n x_1 - a_{n-1} x_2 - \dots - a_1 x_n + u \quad (22)$$

همچنین با استفاده از معادلات (۱۳) و (۱۷) مقدار Y(s) را به دست می‌آوریم:

$$Y(s) = b_0 U(s) + (b_1 - a_1 b_0) s^{n-1} Q(s) + \dots + (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) s Q(s) + (b_n - a_n b_0) Q(s) \\ = b_0 U(s) + (b_1 - a_1 b_0) X_n(s) + \dots + (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) X_2(s) + (b_n - a_n b_0) X_1(s) \quad (23)$$

که با عکس تبدیل لاپلاس این معادله، خروجی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y = (b_n - a_n b_0) x_1 + (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) x_2 + \dots + (b_1 - a_1 b_0) x_n + b_0 u \quad (24)$$

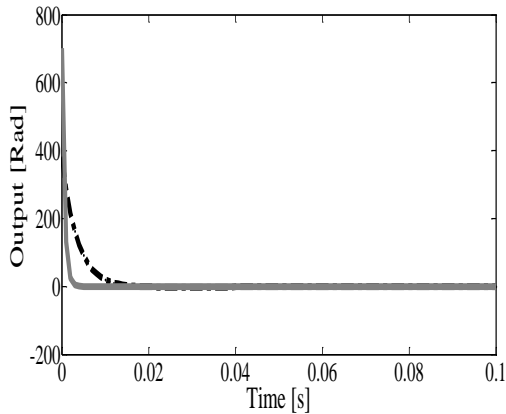
حال با توجه به موارد گفته شده، نمایش فضای حالت سیستم را می‌توان به شکل متعارف کنترل‌پذیر زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (25)$$

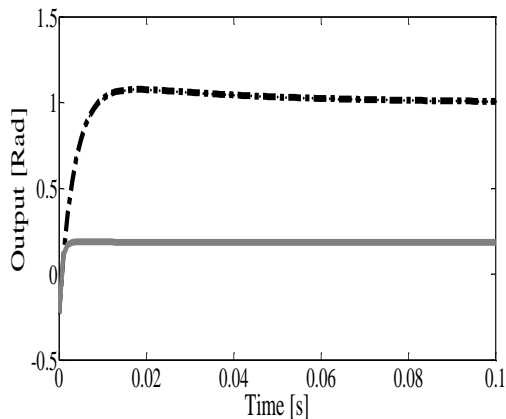
$$y = [b_n - a_n b_0 \quad b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \quad \dots \quad b_1 - a_1 b_0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} + b_0 u$$

بنابراین با توجه به معادلات (۹)، (۱۲) و (۲۵)، ماتریس‌های حالت سیستم به شکل کنترل‌پذیر، به صورت زیر ساخته می‌شوند:

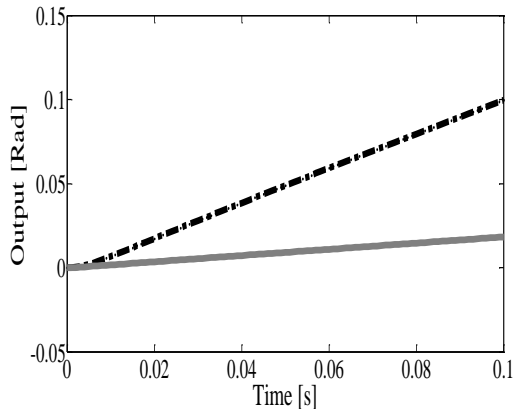
برای دو حالت بدون فیدبک و با فیدبک محاسبه شده است. لازم به ذکر است که نویز سفید، یک تابع تصادفی است و از نرم افزار MATLAB برای تولید این نوع تابع استفاده شده است. پاسخ های به دست آمده برای ورودی های بالا در شکل های (۳) تا (۶) داده شده اند.



شکل (۳) پاسخ سیستم به ورودی ضربه برای سیستم جبران شده و جبران نشده (خط چین)



شکل (۴) پاسخ سیستم به ورودی پله برای سیستم جبران شده و جبران نشده (خط چین)



شکل (۵) پاسخ سیستم به ورودی شیب برای سیستم جبران شده و جبران نشده (خط چین)

به طور کلی،  $Q$  یک ماتریس وزن مثبت معین یا نیمه معین است و  $R$  یک ماتریس وزن مثبت معین است که اهمیت نسبی خطا و مصرف انرژی را تعیین می کنند. طراح آزاد است تا مقادیر این ماتریس های وزنی را به صورت دلخواه انتخاب نماید از طرفی با توجه به اینکه خروجی لذا

$$y = Cx + Du$$

است،

$$y^T y = x^T C^T C x + u^T D^2 u + 2x^T C^T D u$$

بنابراین در اینجا ماتریس های وزنی به صورت  $Q = C^T C$  و  $R = D^2$  انتخاب شدند تا عبارت داخل انتگرال شاخص عملکردی  $J$  از لحاظ ابعادی مشابه مربع خروجی سیستم شود. در ادامه ماتریس فیدبک بهینه از معادله زیر به دست می آید [۱۱]:

$$K = R^{-1} B^T P \quad (28)$$

ماتریس  $P$  در معادله (۲۸) نیز یک ماتریس مثبت معین است که از حل معادله زیر که به معادله ریکاتی معروف است به دست می آید:

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (29)$$

مراحل فوق در نرم افزار MATLAB انجام شد و نتیجتاً ماتریس بهره  $K$  به صورت زیر به دست آمد:

$$K = [1169169.27 \quad 77586.25 \quad 37870.65 \quad 1394.50] \quad (30)$$

با توجه به فیدبک طراحی شده و با فرض اینکه  $u = Kx + r$  مقادیر ماتریس های  $B$  و  $D$  جدید مانند قبل بدون تغییر باقی می ماند ولی مقادیر  $A$  و  $C$  جدید به صورت زیر تغییر می کنند:

$$\tilde{A} = A + BK \quad (31)$$

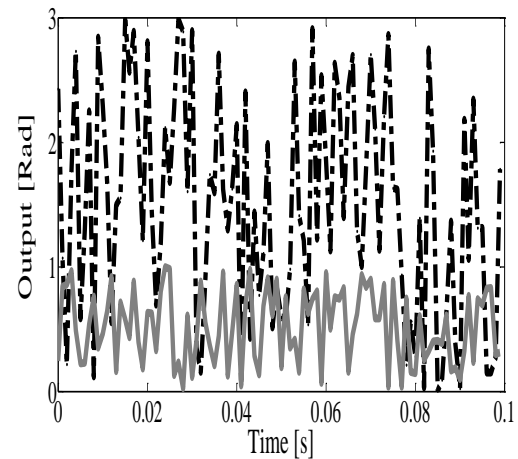
$$\tilde{C} = C + DK \quad (32)$$

با در نظر گرفتن این مقادیر جدید برای ماتریس های حالت، پاسخ سیستم به ورودی های ضربه، پله، شیب و نویز سفید

جهت بهینه‌سازی موقعیت نصب فنرها و میراگرها در سیستم تعلیق موجود یا طراحی یک سیستم کنترل فعال با عملگر-های هیدرولیکی یا الکتریکی برای ادامه کار معرفی کرد.

#### ۵- فهرست علائم

T	انرژی جنبشی سیستم (N.m)
U	انرژی پتانسیل سیستم (N.m)
$D_E$	انرژی اتلافی سیستم (N.m)
$\theta_1$	انحراف بازوهای پاندول نسبت به قاب (Rad)
$\theta_2$	انحراف تیرک نسبت به خط قائم (Rad)
$\theta$	انحراف قاب نسبت به خط قائم (Rad)
$m_1$	جرم بازوهای پاندول (kg)
$m_p$	جرم پاندول (kg)
$m_b$	جرم تیرک (kg)
$m_f$	جرم قاب (kg)
g	شتاب گرانش ( $m.s^{-2}$ )
$c_1$	ضریب استهلاک میراگرهای افقی (kN.s/m)
$c_2$	ضریب استهلاک میراگرهای قائم (kN.s/m)
$k_1$	ضریب سختی فنرهای افقی (kN/m)
$k_2$	ضریب سختی فنرهای قائم (kN/m)
$L_1$	طول بازوهای پاندول (m)
q	مختصات تعمیم یافته
$I_1$	ممان اینرسی بازوهای پاندول ( $kg.m^2$ )
$I_p$	ممان اینرسی پاندول ( $kg.m^2$ )



شکل (۶) پاسخ سیستم به ورودی نویز سفید برای سیستم جبران شده و جبران نشده (خط چین)

با توجه به شکل‌های بالا، ملاحظه می‌شود که با کنترلر بهینه طراحی شده، به ازای هر چهار ورودی ضربه، پله، شیب و نویز سفید مقدار خروجی که همان زاویه چرخش تیرک سمپاش است به طور چشمگیری کاهش پیدا کرده است. همچنین زمان پایدار شدن پاسخ نیز در ورودی پله و ضربه کمتر شده است.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه ارتعاشات چرخشی تیرک سمپاش پشت تراکتوری با ارائه یک مدل سیستم تعلیق پاندولی شامل عناصر فتری و میراگر افقی و قائم مطالعه شد. به طوری که پس از به دست آوردن معادلات دیفرانسیل با روش لاگرانژ و شکل فضای حالت، یک کنترلر بهینه برای حداقل کردن خروجی که همان ارتعاشات چرخشی تیرک بود طراحی شد. با مقایسه پاسخ سیستم اصلاح شده با سیستم بدون کنترلر با ورودی ضربه، پله، شیب و نویز سفید مشاهده شد که اولاً پاسخ سیستم تصحیح شده برای هر چهار ورودی به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است ثانیاً زمانی که پاسخ به حالت پایدار می‌رسد نیز برای ورودی ضربه و پله کاهش یافته است و این نشان دهنده کارایی بالای کنترلر طراحی شده می‌باشد. این کار را می‌توان به عنوان رویکرد پیشنهادی



$y_1$	موقعیت مرکز جرم قاب (m)	$I_b$	ممان اینرسی تیرک ( $kg.m^2$ )
$y_2$	موقعیت مرکز جرم تیرک (m)	$I_f$	ممان اینرسی قاب ( $kg.m^2$ )
$Q_q$	نیروی تعمیم یافته (N)	$b_1$	موقعیت افقی بازوهای پاندول نسبت به خط مرکزی (m)
		$b_2$	موقعیت افقی فنر و دمپر قائم نسبت به خط مرکزی (m)

## ۶- پیوست

مقادیر عددی در نظر گرفته شده برای پارامترهای به کار رفته در مدل‌سازی سیستم تعلیق سمپاش

ردیف	پارامتر	مقدار
۱	جرم بازوهای پاندول	۵
۲	جرم پاندول	۳۵
۳	جرم تیرک	۵۵
۴	جرم قاب	۶۰
۵	شتاب گرانش	۹/۸۱
۶	ضریب استهلاک میراگرهای افقی	۱۰
۷	ضریب استهلاک میراگرهای قائم	۱۵
۸	ضریب سختی فنرهای افقی	۳۵۰
۹	ضریب سختی فنرهای قائم	۴۰۰
۱۰	طول بازوهای پاندول	۰/۵
۱۱	ممان اینرسی بازوهای پاندول	۰/۱۰۴
۱۲	ممان اینرسی پاندول	۶/۵
۱۳	ممان اینرسی تیرک	۳۰
۱۴	ممان اینرسی قاب	۲۵
۱۵	موقعیت افقی بازوهای پاندول نسبت به خط مرکزی	۰/۵
۱۶	موقعیت افقی فنر و دمپر قائم نسبت به خط مرکزی	۰/۶
۱۷	موقعیت مرکز جرم تیرک	۰/۳
۱۸	موقعیت مرکز جرم قاب	۰/۲

## مراجع:

- [1] Srivastava A.K., Goering C.E., Rohrbach R.P., Engineering principles of agricultural machines, *American society of agricultural engineers*, Michigan, 1993.
- [2] Ramon H., Anthonis J., Baerdemaeker J.D., Implementation of an active horizontal suspension on a spray boom, *Transactions of the ASAE*, vol. 43, 2000, pp. 213-220.
- [3] Ramon H., Langenakens J.J., Baerdemaeker J.D., A model for measuring the effect of tire pressure and driving speed on horizontal sprayer boom movements and spray pattern, *Transactions of the ASAE*, vol. 38, 1995, pp. 65-72.
- [4] Ramon H., Baerdemaeker J.D., Spray boom motions and spray distribution: Part 1, derivation of the mathematical relation, *Journal of Agricultural Engineering Research*, vol. 66, 1997, pp. 23-29.
- [5] Abd Rahman R., Tahmasebi M., Gohari M., Design and Simulation of a Passive Vertical Suspension System for Spray Boom Structure, *Journal of Mechanics Engineering and Automation*, vol. 1, 2011, pp. 420-424.
- [6] Harms J.S., Modelling and analysis of spray boom motions, Wageningen University, 2004.
- [7] Osullivan J.A., Simulation of the Behaviour of a Spray Boom with an Active and Passive Pendulum Suspension, *Journal of Agriculture Engineering Research*, vol. 35, 1986, pp. 157-173.
- [8] Anthonis J., Audenaert J., Ramon H., Design Optimization for the Vertical Suspension of a Crop Sprayer Boom, *Biosystems Engineering*, vol. 90, 2005, pp. 153-160.
- [9] Meirovitch L., Fundamentals of vibration, McGraw-Hill, Singapore, 2001.
- [10] Chen Ch.T., Linear system theory and design, Oxford University press, New York, 1999.
- [11] Ogata K., Modern control engineering, Prentice Hall, New York, 2010.

