فصلنامه علمي پژوهشي



مهندسی مکانیک جامدات

www.jsme.ir

تحلیل شروع سیلان در مخازن کروی جداره ضخیم FG تحت بارگذاری همزمان فشاری و گرادیان دمایی

منصور عسگری'، علی پرویزی'^{،*}، شهریار علیکرمی" * نویسنده مسئول: aliparvizi@ut.ac.ir

چکیدہ	واژههای کلیدی
در این مقاله، تحلیل شروع سیلان در مخازن کروی جداره ضخیم FG تحت تاثیر بارگذاری	شـروع سـيلان، كـره جـداره ضـخيم FG،
همزمان فشار داخلی و گرادیان دمایی ارائه شده است. طراحی مخازن جداره ضخیم کروی تحت	بار گــذاری همزمــان، بار گــذاری فشــاری و
فشار، به عنوان محفظه نگه دارنده سیالات تحت بارهای حرارتی با گرادیانهای دمایی بالا نیازمند	گرادیان دمایی
به راهکاری جدید است. تحت فشار داخلی زیاد و دمای بالا، مخزن در بخشی از ضخامت خود	
وارد محدوده پلاستیک میشود؛ لذا، برای طراحی مخزن بررسی فشار و گرادیان دمایی که موجب	
شروع سیلان میشود نیاز است. مدول الاستیسیته، تنش تسلیم، ضریب هدایت گرمایی و ضریب	
انبساط حرارتی به صورت تدریجی و طبق مدل توانی و در راستای شعاعی تغییر میکنند. برای	
توصیف رفتار ماده در ناحیه پلاستیک در کره جدار ضخیم FG تحت فشار داخلی و گرادیان	
دمایی، از معیار تسلیم ترسکا استفاده شده و رفتار مواد به صورت الاستیک- پلاستیک کامل فرض	
شده است.	

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک و هوا فضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحدعلوم و تحقیقات تهران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، پردیس دانشکدههای فنی، دانشگاه تهران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک و هوا فضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحدعلوم و تحقیقات تهران

٥٠

۱ – مقدمه

طراحی مخازن جداره ضخیم کروی تحتفشار، به عنوان محفظه نگهدارنده سیالات تحت بارهای حرارتی با گرادیان های دمایی بالا با پیچیده گیهای بسیاری همراه است. استفاده از این مخازن در دماها و فشارهای بسیار بالا، بخصوص درصنايع شيميايي، هوافضا، صنايعخودرو، تاسيسات نيروگاهي اتمى، سيلندرهاي فرايند اكستروژن نياز به راهكارهاي اساسي در طراحی این مخازن دارد. یکی از این راهکارها استفاده از مواد پیشرفته با مقاومت حرارتی بالا در ساخت چنین مخازنی می باشد. مواد ^{*} FG به واسطه داشتن خصوصیات منحصر به فردی مانند نسبت مقاومت مکانیکی به وزن بالا، وزن کم سازه، مقاومت به ضربه بالا، مستهلک کننده ضربه، مقاومت بالا در برابر گرادیان شدید دما، مقاومت در برابر تنش هایپسماند،بسیار موثر هستند[۱]. با توجه به بررسی های انجام شده، مطالعات محدودی در زمینه تحلیل مخازن کروی FGتحت بارگذاری همزمان فشاری و گرادیان دمایی انجام شده است. مندلسون^[Y] به تحليل تنش الاستوپلاستيک و ترموالاستوپلاستیک در کره جدار ضخیم و سیلندر استوانهای دو سرباز پرداخت. وي به بيان تفصيلي روابط حاكم بر تنش-كرنش الاستيك و يلاستيك اجسام اشاره كرد است. بولي ًو وينر^٧[٣] به تحليل تنشهاي ترموالاستيک ترموالاستويلاستيك مخازن كروى پرداختند و براى هر كدام روابطی را ارائه دادند. والی^[۴] به بررسی اجمالی در ارتباط با تحلیل تنش مخازن جداره ضخیم استوانهای و کروی، تحت

⁴Functionally Graded
 ⁵Mendelson
 ⁶Boley
 ⁷Weiner
 ⁸Whalley

اثر دما و فشار در حالت الاستيكوالاست و يلاستيك يرداخت. برای هر کدام، روابطی بر پایهی فشار تسلیم ارائه و کمترین فشار داخلی لازم برای شکست الاستیک و فشار وارد بر ديوارهها ارائه كردند. كوير [[٥] حل دقيق رفتاركره جدار ضخيم با ماده الاستيك -پلاستيك كامل كه تح اثر گراديان دما قرار گرفته، ارائه کرد. حل تقریبی که در آن از کرنشهای الاستیک صرف نظر شده نیز بررسی گردیده و نشان داده شده که حل تقریبی در گرادیان دمایی بینهایت با حل دقیق یکسان خواهد بود. درینگتون' و جانسون'[۶] شروع اولین لایه یلاستیک برای نسبتهای مختلف دما- فشار و نسبت شعاع هایی یک کره جدار ضخیم را بررسی کردند. در این مقاله نشان داده شد که با تغییر این نسبت ها، امکان ایجاد اولین لایه پلاستیک مخزن در هر شعاعی وجود دارد. تانیگاوا^{۱۱}[۷] مروری جامع بر تحلیل.های ترموالاستیک صورت گرفته بر روی مواد FG انجام داد. و روابط مورد استفاده در طراحی ترموالاستیک مواد FG را دسته بندی کرده است. اباتا^۳و نودا^۱ [۸] تاثیر نسبت کسر حجمی اجزاء در ماده FG را روی تنشهای حرارتی درکره و پوسته استوانهای دوار بررسی کردند. هدف آنها رسیدن به درک عمیقی از ترکیب تنشها بود تا بتوانند کره و استوانههای توخالی ساخته شده از مواد FG، با بیشترین راندمان را طراحی کنند. آنها همچنین در رابطه با اندازه شعاع داخلي و بازه حرارتي مناسب بحث و بررسی کرده و در کار خود از تنشهای حرارتی پایدار^{۱۵}

- ¹⁰Derrington
- ¹¹Johnson
- ¹²Tanigawa
- ¹³Obata
- ¹⁴Noda
- ¹⁵Steady-State

⁹Cowper

استفاده کر دند. تو تو نیچو ^{۱۶} و اُزتر ک^{۱۷} [۹] تحلیل دقیق مخازن تحت فشار استوانهای و کروی FG را ارائه کردند. آنها استوانه را در حالت کرنش صفحهای با توزیع توانی مدول الاستیسیته در راستای شعاعی بررسی کردند. ردریگوئز^{۱۸} و همکاران[۱۰] میکروساختا رو رفتار مکانیکی یکنوع خاص FG از جنس AlA359/SiCp را مورد مطالعه قرار داد. وی با تهیه چند نمونه و انجام تست کشش و ضربه بر روی آنها، مقاديري براي مدول الاستيسيته، تنش سيلان و سختي اين ماده خاص ارائه نمود. یرویزی و همکاران [۱۱] تنش و کرنش الاستوپلاستیک مخازن جداره ضخیم کروی و استوانهای را تحت فشار داخلی و گرادیان دمایی با استفاده از مدل توانی برای مواد تابعی مدرج AlA359/SiCp در نظر گرفتند. آنها یک مدل ریاضی برای پیش بینی تسلیم از طریق ضخامت برای استوانه ساخته شده از ماده تابعی مدرج AlA359/SiCp ارائه کردند. نایبی و انصاری [۱۲] با در نظر گرفتن کار سختی، مخازن کروی جداره ضخیم FGرا تحت فشار داخلی و خارجی و توزیع دمای متفاوت تحلیل نمودند و ترکیبهای مختلف فشار داخلی و گرادیان دمایی برای شروع تسلیم را بررسي كردند.

FG مدلسازی ماده

برای بیان تغییرات خواص فیزیکی و مکانیکی مواد از روش مدل توانی جهت محاسبه مدول الاستیسیته، ضریب انبساط حرارتی، ضریب هدایت گرمایی و تنش تسلیم استفاده شده است[11]:

¹⁶Tutuncu

- $E = E_0 r^{n_1}$
- $\alpha = \alpha_0 r^{n_2} \tag{1}$

 $K = K_0 r^{n_3}$

 $\sigma_y = \sigma_{y_0} r^{n_4}$

۳- معادلات مورد استفاده در تحلیل کره جداره
 ۳- ضخیم FG

۳-۱- معادله تعادل

در دستگاه مختصات کروی، تنش ها با $\sigma_{\varphi} = \sigma_{\varphi} \quad o_{\pi}$ و کرنش ها را با $\sigma_{\varphi} = e_{\varphi} \quad i$ نشان داده می شود. با د نظر گرفتن این فرضیات، معادله تعادل به شکل زیر به دست می-آید[۳]:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \tag{(Y)}$$

۳-۲- روابط کاربردی بین تنش- کرنش

روابط بین تنش و کرنش با توجه به شرایط بار گذاری مخزن و تقارن در هندسه مخزن که کرنش ها و تنش های برش و تغییر مکان های مماسی برابر صفر هستند به شکل رابطه (۳) خلاصه می شوند [۲]:

$$\varepsilon_{r} = \frac{1}{E(r)} [\sigma_{r} - 2\nu\sigma_{\theta}] + \alpha(r).\Delta T(r)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{1}{E(r)} [-\nu\sigma_{r} + (1-\nu)\sigma_{\theta}]$$

$$+ \alpha(r).\Delta T(r)$$
(*)

۳-۳- روابط سازگاری

$$\frac{d\varepsilon_{\theta}}{dr} + \frac{\varepsilon_{\theta} - \varepsilon_r}{r} = 0 \tag{(f)}$$

¹⁷Oztork

¹⁸Rodri'guez-Castro

۳-۴- شرایط مرزی

با توجه به اینکه مخازن کروی جدار ضخیم معمولا تحت شرایط فشار p و دمای کاری بالاT قرار دارند، شرایط مرزی مکانیکی و حرارتی در سطح داخلی و خارجی کره بصورت زیر برقرار است:

$$\sigma_r(a) = -p_a \& \sigma_r(b) = -p_b$$

$$T_{(a)} = T_a \& T_{(b)} = T_b$$
(Δ)

شکل(۱)و (۲) نمایی شماتیک از یک کره FGرا تحت شرایط بارگذاری و هندسه مناسب نشان میدهد.



شکل(۱) مدل هندسی کره جدار ضخیم FG



شکل(۲) نمایی شماتیک از یک کره FG تحت شرایط بار گذاری

FG معیار سیلان در کره جدار ضخیم

FG برای بررسی شرایط آغاز سیلان در کره جدار ضخیم از معیار ترسکا برای شروع سیلان کره استفاده میشود. سیلان

هنگامی شروع می شود که حداکثر تنش معادل برابر با تنش سیلان ماده شود، در نتیجه معیار سیلان با رابطه(۶) مشخص می شود، در این رابطه σ₁ و σ₃ به ترتیب حداکثر و حداقل تنش های اصلی در کرهی جداره ضخیم می باشند.

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_y \tag{9}$$

۴- تحلیل کره FGتحت اثر فشار داخلی و گرادیان دمایی

جهت تحلیل ترموالاستوپلاستیک کره جدار ضخیم FG تحت فشار داخلی p و گرادیان دمایی ΔT ابتدا باید معادله توزیع دما را محاسبه کرد.

FG معادله توزيع دما در كره

انتقال حرارت در کره FGبه صورت یک بعدی و در راستای شعاعی فرض میشود و از تغییرات در جهت محیطی صرف-نظر میشود، از این رو معادله دیفرانسیل حاکم بر انتقال حرارت یک بعدی در کره برابر است با (۷):

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 K(r)\frac{dT}{dr}\right) = 0$$
(V)

با قرار دادن ضریب هدایت گرمایی $K_{(r)}$ از رابطه (۱)، در معادله انتقال حرارت یک بعدی و پس از حل معادله دیفرانسیل بر حسب متغیر *r*و استفاده از شرایط مرزی (۵)، شکل کلی معادله توزیع دما در کره FG به شکل (۸)، است: $T(r) = Q_0 (r^{-(n_3+1)} - a^{-(n_3+1)}) + T_a$

ثابتهای موجود در رابطه توزیع دما عبارتند از:

$$Q_0 = \frac{T_a - T_b}{a^{-(n_3+1)} - b^{-(n_3+1)}}$$
(9)

$$m_{1,2} = \frac{n_1 - 3 \pm \sqrt{\Delta}}{2}$$

$$\Delta = 9 - 6n_1 + n_1^2 + \frac{8n_1(1 - 2v)}{1 - v} \qquad (17)$$

$$Q_4 = (n_2 - n_3)^2 + n_1(1 + n_2 - n_3) + A_1 - Q_1 - 1$$

$$Q_5 = n_2^2 + n_1n_2 + 3A_2 - Q_1$$

جواب نهایی مجموع جواب عمومی و خصوصی میباشد. تنش شعاعی σ_r و محیطی σ_{θ} برای ناحیه کره جدار ضخیم FGتحت بارگذاری همزمان فشاری و گرادیان دمایی برابر است با:

$$\begin{split} \sigma_{r} &= C_{1} r^{m_{1}} + C_{2} r^{m_{2}} + \frac{Q_{2}}{Q_{4}} r^{A_{1}} + \frac{Q_{3}}{Q_{5}} r^{A_{2}} \\ \sigma_{\theta} &= C_{1} \left(1 + \frac{m_{1}}{2} \right) r^{m_{1}} + C_{2} \left(1 + \frac{m_{2}}{2} \right) r^{m_{2}} \\ &+ \frac{Q_{2}}{Q_{4}} \left(1 + \frac{A_{1}}{2} \right) r^{A_{1}} \\ &+ \frac{Q_{3}}{Q_{5}} (1 + \frac{A_{2}}{2}) r^{A_{2}} \end{split}$$

با اعمال شرایط مرزی (۵)، ثابتهای موجود در رابطه (۱۴)،

عبارتند از:

$$C_{1} = \frac{1}{(1 - a^{(m_{2} - m_{1})}b^{(m_{1} - m_{2})})a^{(m_{1})}} \left(-p_{a} + a^{m_{2}}Q_{6} - \frac{Q_{2}}{Q_{4}}a^{A_{1}} - \frac{Q_{3}}{Q_{5}}a^{A_{2}}\right)$$

$$C_{2} = -1 \left[$$

$$= \frac{-1}{b^{m_2}} \left[p_b$$

$$+ \frac{b^{m_1}}{(1 - a^{(m_2 - m_1)}b^{(m_1 - m_2)}) a^{(m_1)}} \left(-p_a + a^{m_2}Q_6 - \frac{Q_2}{Q_4}a^{A_1} - \frac{Q_3}{Q_5}a^{A_2} \right) + \frac{Q_2}{Q_4}b^{A_1} + \frac{Q_3}{Q_5}b^{A_2} \right]$$

$$Q_6 = 1/b^{m_2} \left(p_b + \left(\frac{Q_2}{Q_4} \right)b^{A_1} + \left(\frac{Q_3}{Q_5} \right)b^{A_2} \right)$$
(15)

$$r^{2}\frac{d^{2}\sigma_{r}}{dr^{2}} + A_{3}r\frac{d\sigma_{r}}{dr} + Q_{1}\sigma_{r}$$

$$= Q_{2}r^{A_{1}} + Q_{3}r^{A_{2}}$$
(1.)

$$\begin{aligned} A_1 &= n_1 + n_2 - n_3 - 1 \\ A_2 &= n_1 + n_2 \\ A_3 &= 4 - n_1 \\ Q_1 &= -2n_1(\frac{1 - 2v}{1 - v}) \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} Q_2 &= \frac{2E_0 \,\alpha_0 Q_0 \,(n_3 - n_2 + 1)}{(1 - v)} \\ Q_3 &= \frac{2E_0 \,\alpha_0 n_2 (Q_0 a^{-(n_3 + 1)} - T_a)}{(1 - v)} \\ q_3 &= \frac{2E_0 \,\alpha_0 n_2 (Q_0 a^{-(n_3 + 1)} - T_a)}{(1 - v)} \\ q_4 &= r_1 r^{m_1} + C_2 r^{m_2} \end{aligned}$$

$$\sigma_{r_p} = \frac{Q_2}{Q_4} r^{A_1} + \frac{Q_3}{Q_5} r^{A_2}$$

4-۳- شروع سیلان در کره FG

با جایگذاری تنش تسلیم از رابطه (۱)،و تنشهای شعاعی و محیطی (۱۴)در رابطه (۶) معیار سیلان به صورت زیر در می-آید:

$$\begin{pmatrix} C_1 \frac{m_1}{2} \end{pmatrix} r^{m_1} + \begin{pmatrix} C_2 \frac{m_2}{2} \end{pmatrix} r^{m_2} + \begin{pmatrix} \frac{Q_2}{Q_4} \frac{A_1}{2} \end{pmatrix} r^{A_1} + \begin{pmatrix} \frac{Q_3}{Q_5} \frac{A_2}{2} \end{pmatrix} r^{A_2} - (\sigma_{y_0}) r^{n_4} \\ = 0$$
 (19)

به طور کلی شروع سیلان می تواند از لایه داخلی، لایه میانی و n_3 ، n_2 ، n_1) ه جنس ماده (n_1 ، n_2 ، n_1) و ابعاد مخرن (a و b) دارد.

۵- بحث و بررسی نتایج

نتایج برای مخزنی از جنس AI A359/SiCp با ۳۰٪ کسر حجمی SiC در سطح داخلی و ۲۰٪ کسر حجمی SiC در سطح خارجی میباشند. شعاع داخلی و خارجی مخزن به ترتیب a = 0.1*m و b* = 0.2*m و ضریب پو*اسان ثابت و برابر a = 0.1*m و b* = 0.2*m و ضریب پو*اسان ثابت و برابر 0.3 = ۷ فرض میشود. با توجه به خواص و هندسه و دادههای بدست آمده از [11]، ثابتهای لازم و مقادیر ورودی تحلیل اعم از خواص مکانیکی و حرارتی در جدول(۱) ارائه شده است.

a (m)	b(m)	$E_0(GPa/m^{n_1})$	$\sigma_{y_0}(MPa/m^{n_4})$	$\alpha_0 (K^{-1})$
٠/١	۰/۲	۱۸/۱»۱۰	48/V*1.°	81*84*1°
K ₀ (w/m.k)	n_1	<i>n</i> ₂	n_3	n_4
144/14	$-\cdot/\lambda\lambda$	•/١٣٣	•/174	-•/AY

نتایج برای کره FGتحت بارگذاری همزمان و مجزای فشاری و گرایان دمایی به صورت نمودارهایی ارائه می شود. تنش های شعاعی، محیطی و موثر بر حسب شعاع به ترتیب در شکل های (۳) تا (۵) نمایش داده شده اند.





 $(p_a = 50 MPa, p_b = 0, T_a = 500 K, T_b = 300 K)$



شکل(۴) مقایسه تنشرهای محیطی، تحت بارهای فشاری، دمایی و ترکیب فشار و دما در کره جدار ضخیمFG

$$(p_a = 50 M Pa, p_b = 0, T_a = 500 \circ K, T_b = 300 \circ K)$$





شکل(۶) مقادیر مختلف ترکیبی فشار و دمای بحرانی لازم جهت شروع سیلان از سطح داخلی مخزن کروی FG

همانطور که مشاهده میشود، با افزایش دمای بحرانی، فشار بحرانی کاهش یافته و مقادیر نمودار تقریبا دارای رفتار خطی

میباشند. همچنین میتوان با ثابت نگه داشتن یکی از پارامترهای فشار و یا دمای داخلی مخزن و با افزایش پارامترهای دیگر موجب ایجاد سیلان از داخل مخزن کروی گردید.

فهرست علائم:

a, b	معاع داخلی و خارجی مخزن کروی(m)	ů

$n_1, n_2,$	مدول	براي	توانى	مدول	ل های	شاخصر
	ضريب	ارتى،	ش حر	يب پخ	ىيتە، ضر	الاستيس

هدايت حرارتي و تنش تسليم 🛛 🕺 🕺 🗛

فشار داخلي و خارجي مخزن (MPa) فشار داخلي و خارجي مخزن

دمای سطح داخل و خارج (°K) دمای سطح داخل و خارج

تنش شعاعی، محیطی و موثر (M Pa) σ_r, σ_θ, σ_e

کرنش شعاعی و محیطی (mm)

ثابت مدول الاستيسيته در مدل تواني E₀

 $\sigma_{\!\mathcal{Y}_0}$ ثابت تنش تسليم در مدل توانی

α ₀	ثابت ضریب پخش حرارتی در مدل توانی
<i>K</i> ₀	ثابت ضريب هدايت حرارتي در مدل تواني

مراجع: [۱] ملک زاده فرد، کرامت و نظری، علی ، تحلیل ورق،ها و پوستههای هدفمند تابعی، انتشارات الماس البرز، ۱۳۹۲، کرج.

- [2] Mendelson A., Plasticity Theory and Application New York: *The Macmillan Company*, 1968.
- [3] Boley B.A., Weiner J.H., *International Journal of Thermal Stresses*, New York, Wiley, 1960

- [4] Whalley E., The Design of Pressure Vessels Subjected to Thermal Stress, Review, *International Journal of Mechanical Sciences*, 1960, pp. 379-395.
- [5] Cowper J.R., The elastopastic thick-walled sphere subjected to a radial temperature gradient, *Transaction of the ASME*, 1960
- [6] Derrington M.G., Johnson W., The onset of yield in a thick spherical shell subject to internal pressure and a uniform heat flow, *Applied Science Research Series A*, Vol. 7, 1958, pp. 408-414.
- [7] Tanigawa Y., Some basic thermoplastic problems for nonhomogeneous structural Materials, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 48, 1995, pp. 377-389.
- [8] Obata Y., Noda N., Steady thermal stresses in a hollow circular cylinder and hollow sphere of functionally gradient material, *International Journal of Thermal Stresses*, Vol. 7, No. 17, 1994, pp. 471-488.
- [9] Tutuncu N. and Ozturk M., Exact solution for stresses in functionally graded pressure vessels, *Composites: Part B (Engineering)*, Vol. 32, 2001, pp. 683-686.
- [10] Rodri'guez-Castro R., Wetherhold R.C., Kelestemur M.H., Microstructur and mechanical behavior of functionally graded Al A359/SiCp composite, *Materials Science and Engineering*, A, Vol. 323, 2002, pp. 445-456.
- [11] Parvizi A., Naghdabadi R., Arghavani J., Analysis of Al A359/SiCp Functionally Graded Cylinder Subjected to Internal Pressure and Temperature Gradient with Elastic-Plastic Deformation, *International Journal of Thermal Stresses*, Vol. 34, No. 10, 2011 1054-1070.
- [12] Nayebi A., Sadrabadi S.A., FGM Elastoplastic analysis under thermo mechanical loading, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2013.