

طراحی سیستم سرووی نوع یک و مشاهده گر مرتبه کامل به روش جایدهی قطب برای یک شیر سروو پیزوالکتریک فاقد انتگرال گیر

مهدیه حامدی^۱، هادی همایی^{۲*}، خیام صفری^۳

* نویسنده مسئول: hadi-h@eng.sku.ac.ir

چکیده

در این مقاله از روش رهیافت کنترل مدرن برای طراحی کنترلر و مشاهده گر استفاده شده است. عملکرد سایر کنترلرها نظیر عصبی - فازی و یا کشویی کنترل می‌تواند در ادامه این کار مورد توجه قرار گیرد و نتایج با هم مقایسه گردد. در ابتدا، برای شیر سروو یک مدل دینامیکی در نظر گرفته شده و برای آن معادلات حاکم بدست آمده و در فرم فضای حالت بیان شده است. با توجه به این که سیستم بیان شده نوع صفر و فاقد انتگرال گیر است، سیستم سروو نوع یک و مشاهده گر حالت مرتبه کامل به روش جایدهی قطب با معیار قطب های غالب، بسل و ITAE طراحی و مورد بررسی قرار گرفته است. پاسخ به ورودی پله برای سیستم طراحی شده و همچنین پاسخ به شرایط اولیه مشاهده گر، در منحنی هایی نشان داده شده و مقایسه ای بین سیستم های طراحی شده انجام گرفته است.

واژه‌های کلیدی

کنترل مدرن، محرک پیزو الکتریک، شیر کنترل، کنترلر، مشاهده گر حالت کامل - مرتبه، جایدهی قطب.

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مکانیک، دانشگاه شهرکرد

۲- استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه شهرکرد

۳- کارشناس ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه شهرکرد

۱- مقدمه

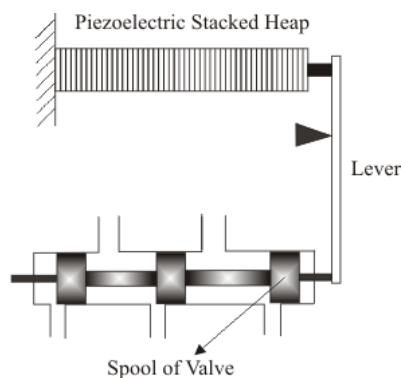
پیزوالکتریک، طراحی کنترلر برای سیستم مورد بحث به روش جایدهی قطب، تا کنون انجام نشده است.

در این مقاله با طراحی کنترلر به روش جایدهی قطب، برای یک شیر کنترل با محرک پیزوالکتریک مشاهده می-شود که با نصب یک انتگرالگیر در مسیر پیشخورد، بین مقایسه کننده خطا و دستگاه می توان به مشخصات کنترلی مطلوب دست یافت.

۲- طرز کار شیر سروو پیزوالکتریک

شکل (۱) مکانیزم حرکتی ماسوره شیر را که توسط یک اهرم کنترل می شود نشان می دهد.

با توجه به ساختمان شیر، اجزای پیزوالکتریک شیر در بالای بدنه آن و به صورت موازی با حرکت ماسوره شیر قرار داده می شود.



شکل (۱) طرز کار شیر سروو پنوماتیک پیزوالکتریک

۱-۱- مدلسازی ریاضی شیر سروو پیزوالکتریک

پنوماتیکی^۱

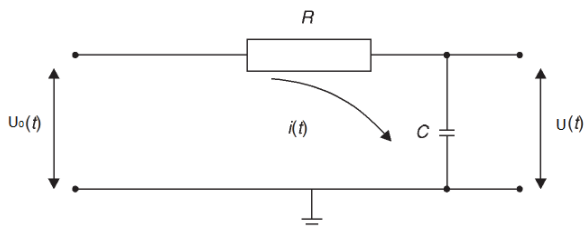
با توجه به شکل (۱) در شکل (۲) مدل دینامیکی ساده شده مکانیزم حرکت ماسوره شیر که در چندین مرجع آورده شده است که کاملترین آن در [۷] و [۸] می باشد نشان داده شده است، که در این مدل دینامیکی نوع سیال هوا می باشد، تراکم پذیری و تغییرات چگالی با فشار در نظر گرفته شده است. معادلات دینامیکی مدل از مرجع [۷] و [۸] استخراج شده است که در ادامه به آن پرداخته شده است.

شیرهای کنترل کوچک به منظور کنترل جریان سیال در سیستم های پنوماتیک و هیدرو لیک به کار می روند. با استفاده از یک شیر کنترل می توان با نیروی کوچکی که برای جابجایی اسپول نیاز است و هدایت سیال به یک سیلندر و پیستون، نیروی بزرگی را برای اهداف صنعتی تولید و کنترل کرد. در سال های اخیر استفاده از عملگرهای پیزوالکتریک به عنوان یک تبدیل کننده جدید رو به افزایش گذاشته است به طوری که این عملگرها می توانند به کمک یک بخش متحرک ارتعاش کریستال های پیزوالکتریک را به شکل حرکت یا توان تبدیل کنند [۱] و [۲]. این عملگرها می توانند به تفکیک پذیری و انتقال جابجایی های اجسام با سرعت بالا و همچنین بسیاری مشخصه های موردعلاقه مانند زمان پاسخ کوتاه، توان خروجی بالا، اندازه کوچک و کنترل پذیری خوب دست یابند [۳]. بیشتر عملگرهای پیزوالکتریک یک درجه آزادی هستند. این بدان معنی است که عملگرها یک حرکت خطی یک جهته یا یک حرکت دورانی تولید می کنند. فقط تعداد کمی از عملگرهای چند درجه آزادی وجود دارند که می توانند به راحتی در تمامی جهت ها عمل کنند [۴]. بیشتر عملگرهای پیزوالکتریک یک درجه آزادی هستند. این بدان معنی است که این عملگرها یک حرکت خطی یک جهته یا یک حرکت دورانی تولید می کنند. فقط تعداد کمی از عملگرهای چند درجه آزادی می توانند به راحتی در تمامی جهت ها عمل کنند [۵]. برای کنترل یک سیستم پنوماتیک، به کمک شیر کنترل تناسبی لازم است که پاسخ شیر به سیگنال ورودی خیلی سریع باشد. برای شیرهای برقی با محرک سلونئید، با طراحی یک کنترلر داخلی برای ولو این مورد برآورده می شود [۶]. زنگ و همکاران در سال ۲۰۱۲ با شبیه سازی یک شیر پنوماتیکی با محرک پیزوالکتریک نشان دادند که سرعت این شیر نسبت به یک شیر با محرک الکترومغناطیس شش تا ده برابر بیشتر است [۷]. علی رغم تحقیقات گسترده در زمینه محرک های

$$\begin{aligned} (M_1 \frac{a}{b} + M_2 \frac{b}{a} + \frac{I}{ab}) \ddot{x} + [\mu_2 \frac{b}{a} + \mu_1 \frac{a}{b}] \dot{x} \\ + K_1 \frac{a}{b} x = (K_1 d_{33} n) u \end{aligned} \quad (5)$$

با توجه به شکل (۳) مدار الکتریکی پیزو الکتریک، یک مدار RC می باشد. معادله دیفرانسیل یک مدار RC به صورت زیر بیان می شود که در آن اختلاف پتانسیل بین اجزای پیزو الکتریک و ولتاژ ورودی می باشد:

$$(RC) \dot{u} + u = u_0$$



شکل (۳) مدار الکتریکی پیزو الکتریک

۳- بیان معادلات در فضای حالت

با تعریف متغیرهای حالت به صورت $X_1 = x$ و $X_2 = \dot{x}$ و $X_3 = u$ خواهیم داشت:

$$X_1 = x ; \dot{X}_1 = X_2$$

$$X_2 = \dot{x} ; \dot{X}_2 = \ddot{x} = -\frac{Z}{E} X_1 - \frac{H}{E} X_2 + \frac{K}{E} X_3$$

$$X_3 = u ; \dot{X}_3 = \dot{u} = -\frac{1}{RC} X_3 + \frac{1}{RC} u_0$$

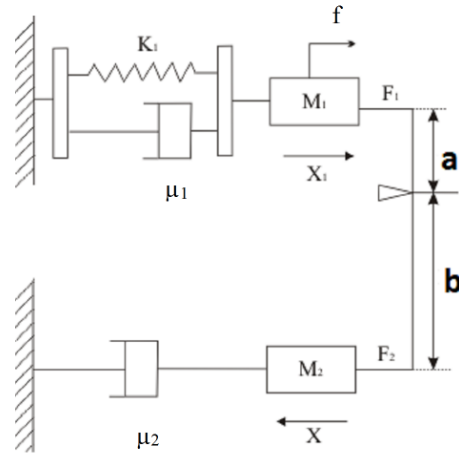
در نتیجه فرم ماتریسی فضای حالت به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{Z}{E} & -\frac{H}{E} & \frac{K}{E} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{RC} \end{bmatrix} U_0$$

$$y = X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$$

با توجه به شکل (۲) و با استفاده از قانون دوم نیوتن می توان معادلات دیفرانسیلی حرکت را بدست آورد.



شکل (۲) مدل دینامیکی حرکت ماسوره شیر [V]

معادلات حاکم بر این سیستم به صورت زیر هستند:

$$M_1 \ddot{x}_1 + \mu_1 \dot{x}_1 + K_1 x_1 = f - F_1 \quad (1)$$

$$M_2 \ddot{x} + \mu_2 \dot{x} = F_2 \quad (2)$$

$$F_1 a - F_2 b - I \ddot{\theta} = 0 \quad (3)$$

که در آن M_1 جرم معادل اجزا پیزوالکتریک، M_2 جرم معادل ماسوره شیر، k_1 ضریب سختی اجزا پیزوالکتریک، μ_1 و μ_2 ضرایب میرایی، I اینرسی حرکتی اهرم، F_1 و F_2 نیروهای ورودی به اهرم و خروجی از اهرم، f نیروی ایجاد شده توسط اجزا پیزوالکتریک می باشد [۹]. نیروی تولید شده در عملگر پیزوالکتریک را می توان به صورت رابطه زیر مدل کرد.

$$F_0 = d_{33} n k_1 U \quad (4)$$

که در آن d_{33} ضریب شارژ پیزوالکتریک، n تعداد لایه های آن، U ولتاژ اعمالی و k_1 ضریب سختی می باشد.

با فرض جابجائی زاویه ای کوچک اهرم صلب رابط و با استفاده از معادلات (۱) و (۲) معادله دیفرانسیل شیر سروو بر حسب جابجایی ماسوره (x) و ولتاژ ورودی (u) به صورت زیر بیان می شود:

۴- طراحی کنترلر

۴-۱- طراحی سیستم سرووی نوع یک [۱۰]:

اگر معادلات سیستم به صورت زیر در نظر گرفته شده باشد:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \quad (6)$$

فرض کنیم که ورودی به شکل زیر باشد:

$$u = -Kx + k_1 r \quad (7)$$

که در آن r ورودی مرجع می باشد که در اینجا یک تابع پله است و

$K = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]$ و همچنین برای خروجی داشته باشیم $y = x_1$. اگر ورودی مرجع در زمان $t = 0$ در نظر گرفته شود، برای $t > 0$ ، با جایگذاری رابطه (۷) در رابطه (۶) خواهیم داشت:

$$\dot{x} = Ax + Bu = (A - BK)x + Bk_1 r \quad (8)$$

برای طراحی سیستم سرووی نوع ۱ به طوری که قطب ها در مکان های مطلوب قرار گیرند مراحل زیر را انجام داده:

شرایط مطلوب و موردانتظار برای طراحی عبارت است از: درصد فراجهش^۱ = ۱۰، زمان نشست^۲ = ۰/۱۵.

با استفاده از روابط زیر با داشتن درصد فراجهش و زمان نشست (T_s) مطلوب طراحی، مقادیر k_1 و ω_n بدست می آید.

$$\zeta = \frac{-\ln(\%OS / 100)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(\%OS / 100))^2}} \quad (9)$$

$$\omega_n = \frac{3}{\zeta T_s}$$

با استفاده از مقادیر k_1 و ω_n ، مکان قطب های سیستم مشخص می شود. سپس با استفاده از فرمول آکرمن که به صورت زیر می باشد، بهره ماتریس K را بدست آورده:

$$K = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1][BAB \ \dots \ A^{n-1}B]^{-1}\phi(A) \quad (10)$$

که در آن $\phi(A)$ معادله مشخصه قطب های مطلوب سیستم می باشد. سپس ماتریس $A-BK$ را محاسبه کرده و رابطه (۱۵) را بدست آورده. با داشتن معادله سیستم پاسخ پله برای سیستم سرووی نوع ۱ رسم شده است.

۴-۲- طراحی مشاهده گر^۳ حالت مرتبه کامل [۱۰]:

اگر رتبه ماتریس مشاهده پذیر با درجه تابع تبدیل سیستم یکسان باشد، سیستم موردنظر به صورت کامل مشاهده پذیر است. پس می توان مشاهده گر حالت مرتبه کامل برای سیستم طراحی کرد. قطب های مطلوب را معمولاً ۲ تا ۵ برابر قطب های مطلوب کنترلر در نظر می گیرند. با داشتن این قطب ها و استفاده از فرمول آکرمن ماتریس بهره مشاهده گر حالت K_e را از رابطه زیر بدست آورده:

$$K_e = \phi(A)[CAC \ \dots \ A^{n-1}C]^T [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]^T \quad (11)$$

که در آن $\phi(A)$ چند جمله ای مشخصه مطلوب مشاهده گر حالت است. سپس تابع تبدیل مشاهده گر حالت را بدست آورده و منحنی های پاسخ به شرایط اولیه رسم می شود.

۵- محاسبات و نتایج:

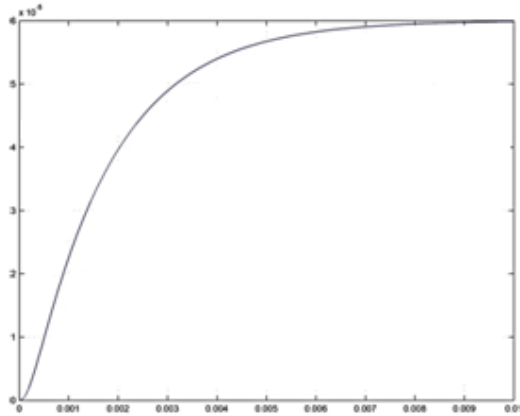
روش های دیگری نظیر آنالیز مودال و شبکه های مصنوعی برای شناسایی مدل های دینامیکی سیستم ها و شناسایی مقادیر پارامترها وجود دارد ولی چون موضوع این مقاله طراحی کنترلر بوده به این روش ها پرداخته نشده است و تنها مقادیری که در مراجع بوده مورد استفاده قرار گرفته است.

³ observer

¹ Overshoot

² Settling time

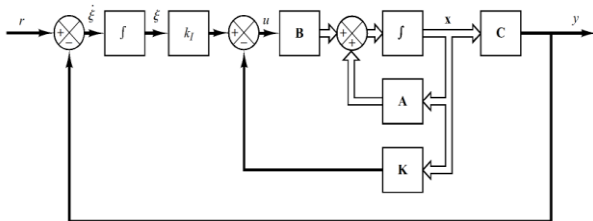
بنابراین سیستم، نوع صفر است. پاسخ پله این سیستم به صورت نمودار شکل ۴ می باشد. مشاهده می شود که پاسخ سیستم به ورودی پله واحد برابر با 6×10^{-5} است. یعنی سیستم دارای خطای دائمی 0.99994 می باشد.



شکل (۴) پاسخ پله سیستم قبل از طراحی کنترلر

بنابراین طراحی انتگرال گیر، ضروری است.

نمودار بلوکی طراحی سیستم سرووی نوع ۱، برای این سیستم به صورت شکل (۵) می باشد:



شکل (۵) نمودار بلوکی سیستم

برای طراحی سیستم سرووی نوع ۱، یک انتگرال گیر در مسیر پیشخورد، بین مقایسه کننده خطا و دستگاه قرار می گیرد. با فرض اینکه تمام متغیرهای حالت را می توان فید بک کرد، طراحی انتگرال گیر در صورتی امکان پذیر است که رتبه ماتریس زیر، کامل باشد:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix}$$

با تشکیل ماتریس فوق، مشاهده می شود که رتبه آن برابر ۴ است. بنابراین طراحی انتگرال گیر امکان پذیر است.

برای یک مدل آزمایشگاهی شیر پنوماتیکی و مواد پیزوالکتریک، پارامترها را به صورت زیر در نظر گرفته می-شوند [V]:

$$K_1=2.5 \times 10^7 \text{ (N/m)}, L_1=5 \text{ mm}, L_2=40 \text{ mm}, m_1=0.04 \text{ kg}, m_2=0.02 \text{ kg}, I=5.4 \times 10^{-6} \text{ (kg/m}^2\text{)}, c=3.6 \times 10^{-6} \text{ (F)}, R=50 \text{ } \Omega, d_{33}=1.5 \times 10^{-8} \text{ (m/V)}, \mu_1=1000 \text{ N/(m/s)}, \rho=7.5 \times 10^{-6} \text{ (kg/mm}^3\text{)}, n=500, \mu_2=50 \text{ N.S/m}$$

با جایگذاری عددی خواهیم داشت:

$$E = 0.192 \quad ; \quad H = 525 \quad ; \quad Z = 3.125 \times 10^6 \\ K = 187.5 \quad ; \quad RC = 1.8 \times 10^4$$

و ماتریس های حالت به صورت زیر تعریف می شوند:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1.627 \times 10^7 & -2.734 \times 10^4 & 976.6 \\ 0 & 0 & -5555.56 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 5555.56 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

ابتدا ماتریس کنترل پذیری را تشکیل داده و کنترل پذیری سیستم را بررسی می کنیم. شرط کنترل پذیری محاسبه ماتریس کامل بودنک به صورت زیر می باشد.

$$M = [B \quad AB \quad A^2B]$$

درجه ماتریس کنترل پذیری کامل و برابر با ۳ است. بنابراین سیستم کنترل پذیر کامل حالت است. در این مقاله سیستم به صورت ذاتی کنترل پذیر است و تغییر پارامترها تاثیری بر کنترل پذیری سیستم ندارد.

قطب های سیستم که مقادیر ویژه ماتریس A هستند، عبارتند از:

$$P = -1367.1875 \pm 3795.63437910499 i \quad ; \quad P = -5555.56$$

۵-۱- طراحی کنترلر به روش قطب‌های غالب

محل مطلوب قطب‌های سیستم را طوری تعیین کرده که زمان نشست ۰/۱ ثانیه و بیشترین فراجهش ۱۰ درصد باشد. با این مقادیر قطب‌های غالب سیستم $30 \pm 40.95i$ می‌گردد همچنین قطب‌های سوم و چهارم را برابر -300 فرض کرده و با استفاده از دستور آکرمن مقادیر ماتریس بهره فیدبک (K) و ثابت بهره انتگرال گیر (K_I) به صورت زیر بدست می‌آید.

$$K = [80008.43 \quad 131.47 \quad -5.8]$$

$$K_I = 42.746$$

۵-۱-۱- پاسخ سیستم طراحی شده به ورودی پله واحد

شیرهای کنترلی معمولا حول یک نقطه کاری، جریان سیال را کنترل می‌کنند و باز بسته شدن سریع معمولا در شیرهای باز- بسته on/off انجام می‌شود. برای طراحی کنترلر شیرهای کنترلی معمولا تابع ورودی که مورد توجه قرار می‌گیرد تابع پله می‌باشد و عملکرد شیر با کنترلر طراحی شده برای این ورودی معمولا مناسب می‌باشد و در اکثر مقالات، شبیه‌سازی برای ورودی پله انجام شده است. لذا در این مقاله نیز این شبیه‌سازی برای ورودی پله انجام شده است.

اکنون که ماتریس بهره فیدبک (K) و ثابت بهره انتگرال گیر (K_I) تعیین شده اند، پاسخ پله سیستم از معادله زیر به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK_I \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \zeta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

خروجی سیستم برابر است با:

$$y = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ \zeta \end{bmatrix} + [0] r$$

با تعریف ماتریس‌های زیر، پاسخ سیستم به ورودی پله واحد به صورت شکل (۶) به دست می‌آید:

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C} = [C \quad 0]; \hat{D} = [0]$$

$$\hat{K} = \text{acker}(\hat{A}, \hat{B}, J)$$

$$J = [-30 + 40.95i \quad -30 - 40.95i \quad -300 \quad -300]$$

$$AA = [A - B \times K \quad B \times K_I; -C \quad 0];$$

$$BB = [0; 0; 0; 1];$$

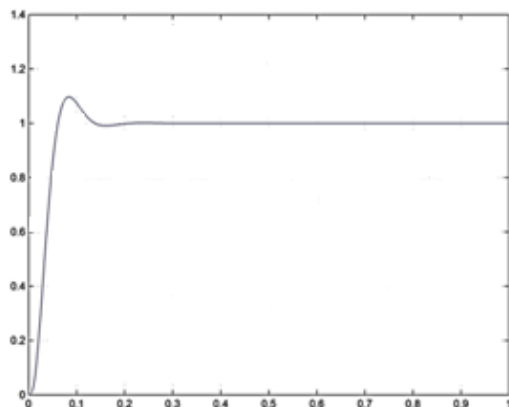
$$CC = [C \quad 0];$$

$$DD = [0];$$

$$t = 0: 0.01: 1;$$

$$[x, y, t] = \text{step}(AA, BB, CC, DD, 1, t);$$

$$x_1 = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \times y^T;$$



شکل (۶) پاسخ سیستم طراحی شده با معیار قطب‌های غالب به ورودی پله واحد

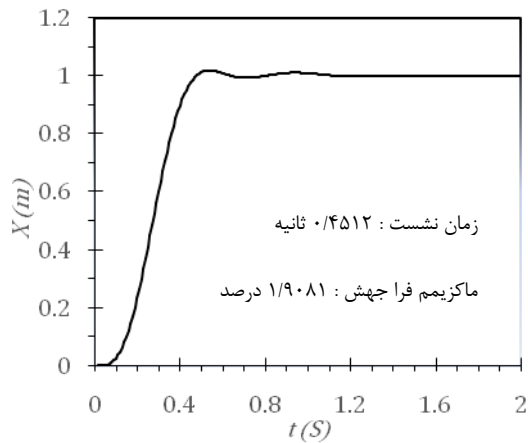
مشاهده می‌شود که پاسخ سیستم بسیار سریع است و خطای حالت ماندگار صفر است.

۵-۲- طراحی کنترلر با معیار بسل:

قطب‌های تابع انتقال بسل برای یک سیستم مرتبه چهار به ازای $w_n = 1 \text{ rad/s}$ عبارتند از [۸]:

$$(S + 0.6573 \pm 0.8302i)(S + 0.9047 \pm 0.2711i)$$

در این حالت پاسخ سیستم به ورودی پله واحد به صورت شکل (۹) به دست می آید. با توجه به شکل (۹) مشاهده می شود که پاسخ سیستم نسبت به حالت های قبل کندتر است. مشاهده می شود که پاسخ سیستم کند است.



شکل (۸) پاسخ پله سیستم طراحی شده با معیار ITAE

۴-۵- طراحی مشاهده گر حالت :

در روش جایدهی قطب، فرض می شود که تمام متغیرهای حالت برای فید بک مهیا هستند. ولی در عمل تمام متغیرهای حالت، برای فیدبک در دسترس نیستند. وظیفه مشاهده گر این است که با گرفتن بردار ورودی و متغیر خروجی (که با سنسور اندازه گرفته می شود، یک n کدر به عنوان سنسور استفاده شده است. هر چند سنسورهای دیگری نظیر سنسورهای پنیوالکتریک، پتانسیومتر و ... نیز می تواند استفاده شود).

متغیرهای حالت را تخمین می زند، به همین دلیل مشاهده گر طراحی شده است.

ابتدا شرط مشاهده پذیری، برای سیستم بررسی شده است. ماتریس مشاهده پذیری (O) به صورت زیر تعریف می شود. شرط مشاهده پذیری آن است که رتبه ۱ ماتریس مشاهده پذیری کامل باشد.

$$O = [C \quad CA \quad CA^2]^T$$

مقادیر ویژه مطلوب معادله مشخصه، به نحوی انتخاب می شوند که سرعت مشاهده گر حالت، حداقل دو تا پنج برابر

برای این که سیستم سریع پیشرفت کند و زمان نشست مطلوب شود، فرکانس را ده برابر کرده و قطبهای مطلوب سیستم، برای $w_n = 10 \text{ rad/s}$ به صورت زیر تعریف می-شوند:

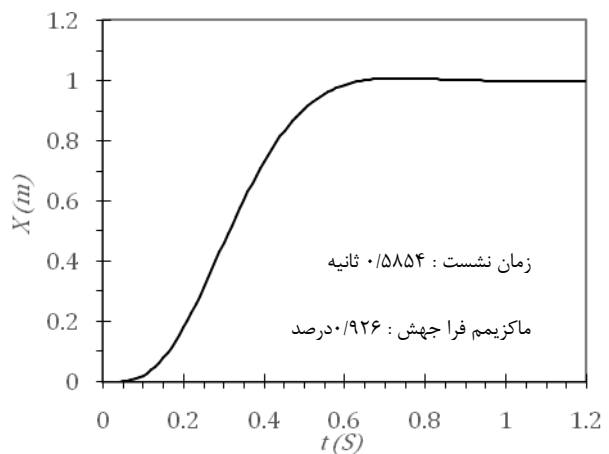
$$J = [-6.573 \pm 8.302i \quad -9.047 \pm 2.711i]$$

با استفاده از دستور آکرمین مقادیر بهره عبارتند از:

$$K = [81892.66 \quad 134.61 \quad -5.91]$$

$$K_I = 0.0018$$

در این حالت پاسخ سیستم به ورودی پله واحد به صورت شکل (۸) به دست می آید.



شکل (۷) پاسخ پله سیستم طراحی شده با معیار بسل

مشاهده می شود که پاسخ سیستم سریع است و ماکزیمم فراجهش صفر است.

۳-۵- طراحی کنترلر با معیار ITAE:

قطب های تابع انتقال ایتانه برای سیستم مرتبه چهار به ازای $w_n = 1 \text{ rad/s}$ عبارتند از [۸]:

$$(S+0.424 \pm 1.263i)(S+0.626 \pm 0.4141i)$$

قطب های مطلوب سیستم، برای $w_n = 10 \text{ rad/s}$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$J = [-4.24 \pm 12.63i \quad -6.26 \pm 4.141i]$$

و با استفاده از دستور آکرمین مقادیر بهره عبارتند از:

$$K = [81923.37 \quad 134.67 \quad -5.91]$$

$$K_I = 0.0018$$

$$\frac{U(s)}{Y(s)} = K(sI - A + K_e C + BK)^{-1} K_e \quad (13)$$

با انجام عملیات ماتریسی، تابع تبدیل کنترل کننده مشاهده گر به صورت زیر به دست می آید:

$$\frac{U(s)}{Y(s)} = \frac{(92605658)s^2 + (71831258419)s + (1.277e + 15)}{s^3 - (6309)s^2 + (222356000)s - (76625767110)}$$

در ادامه پاسخ سیستم به شرایط اولیه فرضی بررسی می شود شرایط اولیه را به صورت زیر تعریف کرده:

$$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad e(0) = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

پاسخ سیستم به شرایط اولیه به صورت زیر تعیین می شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - K_e C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$$

با تعریف ماتریس های زیر، پاسخ سیستم به شرایط اولیه به دست می آید.

$$AA = [A - B \times K]; \quad B \times K; \quad \text{zeros}(3,3) \quad A - K_e \times C$$

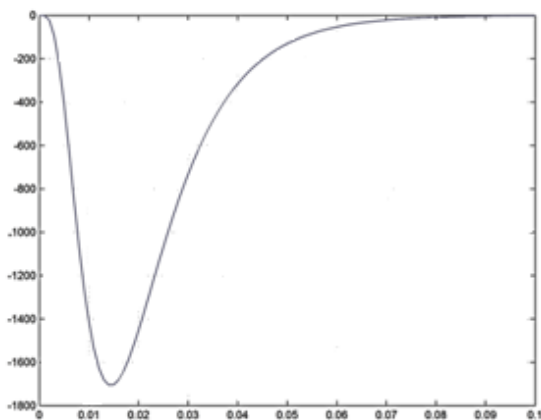
$$\text{sys} = \text{ss}(AA, \text{eye}(6), \text{eye}(6), \text{eye}(6));$$

$$t = 0.1: 0: 0.01$$

$$z = \text{initial}(\text{sys}, [0; 0; 0.5; 0; 0; 0], t);$$

$$x_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \times z^T;$$

پاسخ x_1 به صورت شکل (۱۰) می باشد:



شکل (۱۰) پاسخ x_1 مشاهده گر به شرایط اولیه

سرعت سیستم حلقه بسته باشد. بنابراین محل قطب های مطلوب مشاهده گر، دو تا پنج برابر دورتر از محل قطبهای کنترل انتخاب می شوند. برای به دست آوردن ماتریس بهره مشاهده گر، مسئله طراحی کنترلر برای سیستم همزاد زیر حل می شود.

$$\begin{cases} \dot{x} = A^T x + C^T u \\ y = B^T x \end{cases} \quad (12)$$

$$y = B^T x$$

با طراحی کنترلر برای سیستم همزاد، مقادیر بهره مشاهده گر به دست می آیند.

۵-۴-۱- طراحی مشاهده گر حالت با معیار قطب

های غالب:

با انتخاب قطب های مشاهده گر در فاصله دو برابر از قطب های کنترلر ماتریس بهره مشاهده گر به صورت زیر به دست می آید:

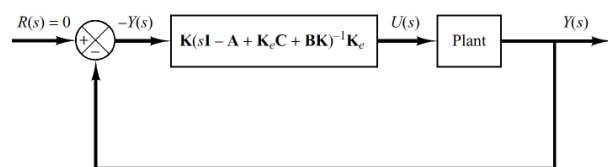
$$K_e = [-4989.93 \quad 13113592.05 \quad -88684288.21]^T$$

و از قسمت قبل، بهره کنترلر (ماتریس بهره فیدبک حالت) به صورت زیر می باشد:

$$K = [80008.43 \quad 131.47 \quad -5.8]$$

ماتریس بهره مشاهده گر طوری انتخاب شده است که مقادیر ویژه $81.86i \pm 60$ و -600 را داشته باشد.

اگر به جای فیدبک حالت، فیدبک حالت مشاهده شده را به کار برده، نمودار بلوکی سیستم به صورت شکل ۹ می باشد:



شکل (۹) نمودار بلوکی مشاهده گر

در این حالت تابع تبدیل کنترل کننده مشاهده گر از رابطه زیر به دست می آید:

نوع یک برای شیر کنترل پیزو الکتریک است و با این کنترلر، شیر بسیار سریع است.

جدول (۱) نتایج طراحی سیستم

معیار طراحی	ماکزیمم فراجش	زمان نشست (ثانیه)
قطب های غالب	٪۱۰	۰/۲
بسل	۰	۰/۷
ITAE	٪۲	۱/۲

فهرست علائم

M_1	جرم معادل اجزای پیزوالکتریک
M_2	جرم معادل ماسوره شیر
K_1	ضریب سختی اجزای پیزوالکتریک
μ_1	ضریب میرایی اجزای پیزوالکتریک
μ_2	ضریب میرایی ماسوره شیر
I	ممان اینرسی حرکتی اهرم
F_1	نیروی وارد به اهرم از طرف اجزای پیزوالکتریک
F_2	نیروی خروجی از اهرم
f	نیروی ایجاد شده در اجزا پیزوالکتریک
b و a	طول اهرم رابط
θ	جابجائی زاویه ای اهرم
X	جابجائی خطی اسپول شیر
x_1	جابجائی خطی محرک پیزو الکتریک
d_{33}	ضریب شارژ پیزوالکتریک
N	تعداد لایه های پیزوالکتریک
R	مقاومت الکتریکی
c	ظرفیت خازن
u	اختلاف پتانسیل الکتریکی
u_0	ولتاژ ورودی
K_1	ضریب سختی اجزای پیزوالکتریک
A, B و C	ماتریس های حالت
n	مرتبه ماتریس حالت
$[x]$	ماتریس متغیرهای حالت
$[u]$	ماتریس سیگنال کنترل (ورودی کنترلر)

و با تشکیل ماتریس های زیر:

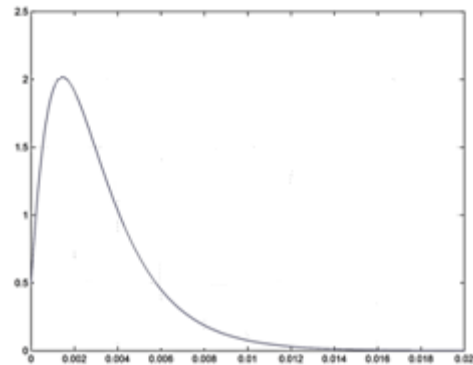
$$z = \text{initial}(\text{sys}, [1; 0; 0; .5; 0; 0], t);$$

$$e_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \times z^T;$$

و در بازه زمانی:

$$t = 0.02 : 0.001 : 0 ;$$

پاسخ e_1 به صورت شکل (۱۱) می باشد:



شکل (۱۱) پاسخ e_1 مشاهده گر به شرایط اولیه

۶- جمع بندی:

در این مقاله مدلسازی و طراحی کنترلر برای یک شیر سروو پیزوالکتریک انجام گرفت. برای این منظور مدل ریاضی و معادلات حالت استخراج شد و بدنبال آن و با توجه به نوع سیستم، خودتنظیم به روش جایدهی قطب، مشاهده گر کامل-مرتبه و کنترلر طراحی گردید. در هر قسمت مشخصات مهم کنترلی سیستم شامل فراجش و زمان نشست استخراج گردید. در نهایت پاسخ به ورودی پله برای سیستم سروو نوع ۱ و پاسخ سیستم به شرایط اولیه هر یک از کنترلرها در منحنی هایی نشان داده شد و مشاهده شد که پاسخ شیر به سیگنال ولتاژ ورودی در طراحی با معیار قطبهای غالب، بسیار سریع است. نتایج در جدول (۱) نشان داده شده است. مشاهده می شود که در معیار بسل، ماکزیمم فراجش بهترین حالت ممکن را دارد و با معیار قطب های غالب زمان نشست کمترین مقدار را دارد. بنابر این معیار قطب های غالب، بهترین معیار برای طراحی سیستم سرووی

- linear motors, *Ultrasonics*, Vol. 38, 2000, pp. 37–40.
- [4] Gouda Y., Nakamura K., Ueha S., A miniaturization of the multi-degree-of-freedom ultrasonic actuator using a small cylinder fixed on a substrate, in: Proceedings of the second International Workshop on Piezoelectric Materials and Applications in Actuators, Paderborn Germany, 2005, pp. 263–267.
- [5] Gouda.Y., Nakamura.K., Ueha.S. "A miniaturization of the multi-degree-of-freedom ultrasonic actuator using a small cylinder fixed on a substrate, in: Proceedings of the second International Workshop on Piezoelectric Materials and Applications in Actuators", *Paderborn*, Germany, 2005, pp. 263–267.
- [6] Beater P., Berlin H., Pneumatic drives system design, modeling and control Springer-Verlag, 2007.
- [7] Zeng H., Yuan R.B., Sun C.G., Zhang Z., Study on Performance of Laminated Piezoelectric Pneumatic Servo Valve, *Procedia Engineering*, Vol. 31, 2012, pp.1140-1148.
- [8] Homaei H., Malihi S., Modeling and controller design for pneumatic servo valve piezoelectric, *ISME*, 2013, pp.1-5.
- [9] Wang Yi., Hao Su., Harrington K., Fischer G. S., Sliding mode control of control of piezoelectric valve regulated pneumatic actuator for mri-compatible robotic intervention, Cambridge, Massachusetts, USA, 2010.
- [10] Ogata K., Modern Control Engineering, Fifth Edition, Boston Columbus Indianapolis New York San Francisco, 2010.
- [y] ماتریس خروجی سیستم
- $\varphi(A)$ معادله مشخصه قطب‌های مطلوب سیستم
- K ماتریس بهره فیدبک
- k_I ثابت بهره انتگرال‌گیر
- $e(t)$ بردار خطا
- ζ خروجی انتگرال‌گیر
- r سیگنال ورودی مرجع (پله واحد)
- M ماتریس کنترل‌پذیری
- O ماتریس مشاهده‌پذیری
- $OS\%$ درصد فراجهش
- T_s زمان نشست
- w_n فرکانس طبیعی
- ζ_1 نسبت میرایی
- t زمان
- P قطب‌های سیستم
- J قطب‌های مطلوب سیستم
- $e(0)$ خطای اولیه
- $x(0)$ موقعیت اولیه
- \dot{e} مشتق خطا نسبت به زمان
- X_1 پاسخ موقعیت سیستم به شرایط اولیه
- e_1 پاسخ خطای سیستم به شرایط اولیه
- T ترانزاد ماتریس
- \bullet مشتق نسبت به زمان
- i قسمت موهومی عدد مختلط
- S متغیر بیان معادلات در حوزه لاپلاس

منابع

- [1] Zuo J.M., Hydraulic and Pneumatic Transmission, Version 2, Beijing, *Mechanical industry press*, 2005.
- [2] Ting T.X., Yuan R. B., Luo J., The application situation and development prospect of Pneumatic manipulator, *Machine tools and hydraulic*, Vol. 35 (8) 2007, pp. 226–228.
- [3] Hemsel T., Wallaschek J., Survey of the present state of the art of piezoelectric

