

## بررسی پارامترهای مؤثر در تعیین تنش‌های پسماند در صفحات فلزی و چندلایه‌های کامپوزیتی با روش شیارزنی

محمود مهرداد شکرپه<sup>۱\*</sup>، سعید اکبری رکن‌آبادی<sup>۲</sup>

\* نویسنده مسئول: shokrieh@iust.ac.ir

### واژه‌های کلیدی

تنش‌های پسماند، روش شیارزنی، کامپوزیت‌های پلیمری، ضرایب نرمی، تحلیل اجزا محدود.

### چکیده

روش شیارزنی یکی از روش‌های پرکاربرد در اندازه‌گیری تنش‌های پسماند است که طی آن شیاری در چند مرحله در قطعه مورد نظر ایجاد شده و کرنش‌های آزاد شده در هر مرحله به وسیله کرنش‌سنج ثبت می‌شود. ارتباط بین کرنش‌های ثبت شده و تنش‌های پسماند به وسیله ماتریس ضرایب نرمی صورت می‌گیرد. در این تحقیق به کمک روش اجزای محدود، پارامترهای مؤثر در محاسبه مقادیر ضرایب نرمی برای صفحات فلزی ایزوتروپیک و همچنین چندلایه‌های کامپوزیتی بررسی شده است. در ابتدا فرایند شبیه‌سازی برای صفحات ایزوتروپیک به صورت دو و سه بعدی انجام گرفته است. نتایج به دست آمده بیانگر تطابق کامل نتایج دو مدل است. برای محاسبه ضرایب نرمی نیاز به محاسبه کرنش متوسط در محل کرنش‌سنج است. برای این کار از روش‌های مبتنی بر کرنش و مبتنی بر جابه‌جایی استفاده شده است. همچنین با مقایسه ترک و شیار، تأثیر عرض شیار بر ضرایب نرمی بررسی شده است. سپس میزان کرنش ثبت شده توسط کرنش‌سنج‌های با طول اندازه‌گیرهای مختلف مقایسه و مشخص شد با استفاده از کرنش‌سنج‌های با طول اندازه‌گیر کمتر، میزان کرنش ثبت شده افزایش یافته و در نتیجه خطای اندازه‌گیری کاهش می‌یابد. در نهایت با استفاده از مدل سه‌بعدی ارائه شده ضرایب نرمی برای دو چندلایه‌ای کامپوزیتی کربن-اپوکسی و شیشه-اپوکسی تعیین شده‌اند.

۱- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، قطب علمی مکانیک جامدات تجربی و دینامیک، آزمایشگاه تحقیقاتی کامپوزیت، دانشگاه علم و صنعت ایران.  
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، قطب علمی مکانیک جامدات تجربی و دینامیک، آزمایشگاه تحقیقاتی کامپوزیت، دانشگاه علم و صنعت ایران.

## ۱- مقدمه

مشخصه اصلی تنش‌های پسماند این است که در غیاب نیروهای خارجی در قطعه ایجاد می‌شوند. به طور کلی تمام فرایندهای ساخت و تولید و ماشینکاری سبب ایجاد تنش‌های پسماند می‌شوند. این تنش‌ها در فلزات در اثر عواملی مانند تسلیم قطعه، جوشکاری، ریخته‌گری و نورد گرم ایجاد می‌شود. ایجاد تنش‌های پسماند در کامپوزیت‌ها علل مختلفی دارد که مهمترین آنها انقباض متفاوت لایه‌های مجاور یک چندلایه‌ای در حین سرد شدن از دمای پخت به دمای محیط است. مقدار این تنش‌ها به ساختار چندلایه‌ای، خواص ماده و فرایند ساخت بستگی دارد. تنش‌های پسماند بازده و کارایی قطعات کامپوزیتی را کاهش داده و منجر به آثار ناخوشایندی نظیر انبساط حرارتی غیرعادی، ترک برداشتن عرضی (در جهت ماتریس)، شروع تورق و تاب برداشتن در چندلایه‌های نامتقارن می‌شود [۱]. همچنین تأثیر قابل توجهی در کاهش استحکام حدی و نهایی قطعات کامپوزیتی دارند [۲].

برای بهتر کردن فرایند طراحی قطعات کامپوزیتی و بالا بردن کارایی آن، ارائه روش‌های تجربی برای اندازه‌گیری تنش‌های پسماند با دقت بالا از اهمیت روزافزونی برخوردار است. از جمله روش‌های تجربی اندازه‌گیری تنش‌های پسماند روش شیارزنی<sup>۱</sup> است. اصول کلی این روش (که در منابع قدیمی‌تر از آن با نام روش نرمی ترک<sup>۲</sup> یاد شده است)، مانند دیگر روشهای مکانیکی اندازه‌گیری تنش‌های پسماند مبتنی بر آزادسازی تنش‌های پسماند با جدا کردن قسمتی از قطعه، اندازه‌گیری کرنش‌های رهاشده و محاسبه تنش‌های پسماند به کمک کرنش‌های ثبت شده است.

ابداع و توسعه روش شیارزنی توسط فینی و همکاران صورت گرفت [۳-۵]. در ۱۹۸۵، چنگ و فینی [۴] تنش پسماند محوری را در سیلندر جدار نازک دارای جوش محیطی، با ایجاد شیار محیطی در سطح داخلی استوانه و ثبت کرنش محیطی در سطح خارجی تعیین کردند. تخمین تنش با استفاده از چند جمله‌ای‌های لژاندر و محاسبه ضرایب نرمی با روش تحلیلی مکانیک شکست الاستیک خطی<sup>۳</sup> صورت

گرفت. همچنین آنها در تحقیق دیگری تنش پسماند محیطی را در امتداد ضخامت برای سیلندر آلومینیومی جدار ضخیم کار سرد شده<sup>۴</sup>، با ایجاد و گسترش شیار محوری سرتاسری از سطح خارجی و ثبت کرنش‌های محیطی آزاد شده در چند زاویه محیطی مختلف تعیین کردند [۵]. کانگ و همکاران [۶] تنش پسماند را در امتداد محل تماس دو ورق فولادی که با جوش لب به لب به هم متصل شده بودند، تعیین کردند. مقایسه نتایج با نتایج به دست آمده از روش سوراخکاری انطباق خوبی را نشان داد.

از آنجا که در اندازه‌گیری‌های سرتاسری، کرنش سنج در صفحه پایینی و در مقابل شیار نصب می‌شود، امکان ادامه شیار تا انتها وجود ندارد. به دلیل این محدودیت‌های عملی، تنش حداکثر تا عمقی برابر با ۹۵-۹۰٪ ضخامت قابل تعیین است و تنش در باقیمانده ضخامت بایستی برونیابی شود. شجر و پرایم [۷] از شرط تعادل نیرو و ممان برای برونیابی و تعیین تنش در این ناحیه استفاده کردند. در سال ۲۰۱۰، پرایم [۸] نشان داد تأثیر ناحیه پلاستیک انتهای شیار در نتایج روش شیارزنی ناچیز است. پرایم [۹] در مقاله مروری خود، جنبه‌های مختلف تئوری و عملی روش شیارزنی را بررسی کرده است.

کاربرد روش شیارزنی در کامپوزیت‌ها، عمدتاً به کامپوزیت‌های فلزی محدود بوده است. این روش در مورد کامپوزیت پایه فلزی با ماتریس *Al-Li* و الیاف *SiC* [۱۰]، کامپوزیت پایه فلزی با ماتریس کانتال (از جنس آلیاژ *Fe-Cr-Al*) و الیاف تنگستن [۱۱] و کامپوزیت سرامیک-فلزی [۱۲] به کار رفته است. ارسوی و همکارش [۲] در سال ۲۰۰۰، روش شیارزنی را همراه با روش لایه‌برداری برای کامپوزیت‌های ترموپلاستیک APC-۲ با آرایش متقاطع اعمال کردند. نتایج مطالعات آنها حاکی از دقت بالاتر روش شیارزنی در مقایسه با روش لایه‌برداری بود.

در حال حاضر پرکاربردترین روش اندازه‌گیری تنش‌های پسماند روش سوراخکاری مرکزی است. اما روش شیارزنی به دلیل مزایای عمده‌ای که نسبت به روش سوراخکاری مرکزی دارد، رفته‌رفته جایگزین آن می‌شود. مهمترین این مزیت‌ها امکان تعیین توزیع تنش پسماند تا عمق‌های بیشتری از ضخامت قطعه به دلیل آزادسازی بیشتر کرنش است.

1- Slitting Method

2- Crack Compliance

3- Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM)

4- Quenched

ضخامت برقرار کند. استفاده از چندجمله‌ای‌های لژاندر برای تقریب تنش بسیار رایج است؛ چرا که با حذف دو جمله اول سری شرط تعادل ارضا می‌شود. بنابراین توزیع تنش به صورت زیر فرض می‌گردد:

$$\sigma(x) = \sum_{j=2}^m A_j L_j(x) \quad (1)$$

$L_j(x)$  ها چندجمله‌ای‌های لژاندر از مرتبه  $j$  و  $A_j$  ها ضرایب دامنه برای  $L_j(x)$  ها هستند. پس از انتخاب چندجمله‌ای‌های پایه مسئله تعیین توزیع تنش به مسئله تعیین ضرایب  $A_j$  تقلیل می‌یابد. ضرایب  $A_j$  به کمک کرنش‌های ثبت شده و ضرایب نرمی محاسبه می‌شوند. یک عضو  $C_{ij}$  از ماتریس ضرایب نرمی برابر با کرنش اندازه‌گیری شده در حالتی است که در شیار با عمق  $a_i$  تنشی با توزیع  $L_j(x)$  به جداره شیار اعمال شود.

$$C_{ij} = \varepsilon(a_i), \sigma(x) = L_j(x) \quad (2)$$

بنابراین با توجه به اصل جمع آثار الاستیک، کرنش ناشی از تنش تعریف شده طبق رابطه (۱) برابر است با:

$$\varepsilon(a_i) = \frac{1}{E'} \sum_{j=2}^m C_{ij} A_j \quad (3)$$

فرم ماتریسی این معادله به صورت زیر است:

$$\{\varepsilon\} = \frac{1}{E'} [C] \{A\} \quad (4)$$

$[C]$  ماتریس ضرایب نرمی،  $\{A\}$  بردار ضرایب مجهول و  $\{\varepsilon\}$  بردار کرنش‌های اندازه‌گیری شده است.

معمولاً برای افزایش دقت، تعداد مراحل افزایش عمق ( $n$ ) بیشتر از تعداد ضرایب مجهول ( $m-1$ ) در نظر گرفته می‌شود؛ لذا ماتریس  $[C]$  مربعی نیست. در نتیجه بردار  $\{A\}$  با توجه به رابطه (۳) به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\{A\} = E' ([C]^T [C])^{-1} ([C]^T \{\varepsilon\}) \quad (5)$$

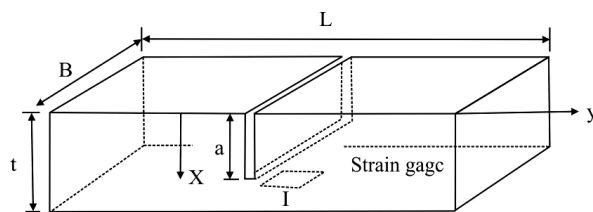
مدل‌سازی جهت محاسبه ضرایب نرمی، معمولاً بدون در نظر گرفتن جنس قطعه و با فرض اینکه مدول یانگ برابر با یک باشد، صورت می‌گیرد.  $E'$  تأثیر جنس را برای نمونه‌هایی که به شکل تیر یا صفحه باشند، به صورت زیر لحاظ می‌کند [۱۳]:

$$\begin{cases} E' = E & \text{تنش صفحه‌ای} \\ E' = \frac{E}{1-\nu^2} & \text{کرنش صفحه‌ای} \end{cases} \quad (6)$$

ارتباط بین مقادیر کرنش‌های آزاد شده و تنش‌های پسماند در روش شیارزنی به کمک ضرایب نرمی صورت می‌گیرد. محاسبه این ضرایب به روش‌های تحلیلی تنها در مواد ایزوتروپیک امکان‌پذیر بوده و در مواد کامپوزیتی تنها با روش اجزای محدود امکان‌پذیر است. در این تحقیق با استفاده از روش اجزای محدود، مدل بهینه‌ای برای محاسبه ضرایب نرمی ارائه شده است. تأثیر پارامترهای مختلف شامل عرض شیار، طول اندازه‌گیر<sup>۱</sup> کرنش سنج و نحوه محاسبه کرنش در محل کرنش سنج به کمک مدل پیشنهادی بررسی شده است. در نهایت به کمک این مدل مقادیر ضرایب نرمی برای دو نمونه چندلایه کربن-اپوکسی و شیشه-اپوکسی تعیین شده‌اند.

## ۲- تئوری روش شیارزنی

در روش شیارزنی شکاری با عرض کم طی چند مرحله در امتداد ضخامت قطعه دارای تنش پسماند ایجاد می‌شود. با ایجاد شیار تنش‌های پسماند آزاد شده و ناحیه اطراف شیار دچار تغییر شکل می‌شود. کرنش‌های آزاد شده به وسیله کرنش‌سنج‌هایی که در سطح پایینی قطعه و روبروی شیار و یا در سطح بالایی قطعه و در نزدیکی شیار نصب شده‌اند، ثبت می‌شوند. در شکل (۱)، هندسه‌ای متعارف برای روش شیارزنی نشان داده شده است. این هندسه شامل ضخامت قطعه  $t$ ، طول قطعه  $L$ ، عرض قطعه  $B$ ، عمق شیار  $a$  و طول کرنش‌سنج  $l$  می‌شود. برای این هندسه روش شیارزنی مؤلفه تنش پسماند عمود بر جداره شیار،  $\sigma_{yy}(x)$ ، را تعیین می‌کند.

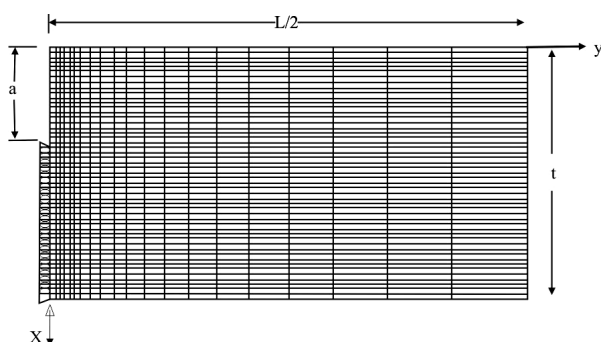


شکل (۱) هندسه روش شیارزنی.

در روش شیارزنی توزیع تنش پسماند در امتداد ضخامت عموماً به صورت یک سری چندجمله‌ای فرض می‌شود. سری در نظر گرفته شده باید شرط تعادل نیرو و ممان را در امتداد

از المان‌های کوچکتر در نزدیکی شیار استفاده شده است. برای ایجاد مدل بی‌بعد تمام ابعاد نسبت به ضخامت بی‌بعد شده‌اند. این ابعاد برای این مدل دو بعدی عبارتند از:  $L=4$ ،  $l=0.2$ ،  $w=0$  و  $B=0$ . این مدل در حالت تنش صفحه‌ای فرض می‌شود.

توزیع یک بار گسترده در امتداد گره‌های واقع بر سطح ترک ممکن است دقیقاً نیروی برابری را ایجاد نکند. بنابراین استفاده از تعداد المان‌های زیاد در امتداد ضخامت ضروری است.



شکل (۲) مدل اجزای محدود دو بعدی مورد استفاده برای محاسبه ضرایب نرمی.

کارایی مدل دو بعدی به کار رفته با مقایسه نتایج حاصل با یک مدل سه بعدی قابل بررسی است. برای نیل به این هدف، فرایند شیازنی با استفاده از المان‌های سه بعدی Solid45 تکرار شد. عمق مدل برابر با  $B=3$  فرض شد؛ بنابراین مطابق رابطه (۶) این مدل در حالت کرنش صفحه‌ای بوده و برای مقایسه نتایج با مدل دو بعدی مقادیر ضرایب نرمی باید در  $(1-v^2)^{-1}$  ضرب شوند. در شکل (۳) مقادیر این ضرایب برای مدل‌های دو و سه بعدی بر حسب عمق بدون بعد ترک  $(a/t)$  برای مقادیر  $z=2, 3, 5, 8$  رسم شده‌اند ( $z$  مرتبه چندجمله‌ای لژاندر است).

ملاحظه می‌شود که نتایج مدل سه بعدی کاملاً بر نتایج مدل دو بعدی منطبق است. اگر چه محاسبه به کمک مدل سه بعدی زمان بیشتری لازم دارد، با این حال در مقایسه با مدل دو بعدی دارای مزایای زیر است:

الف- با استفاده از مدل سه بعدی می‌توان ضرایب نرمی را برای نمونه‌های با عرض متغیر مثل دیسک تعیین کرد.

ب- در مدل‌سازی المان محدود دو بعدی فرض می‌شود که قطعه در شرایط تنش صفحه‌ای (نمونه‌های نازک) یا کرنش

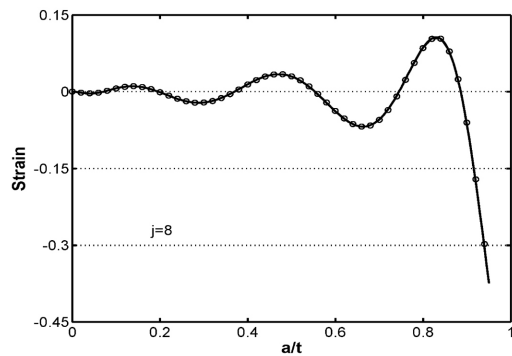
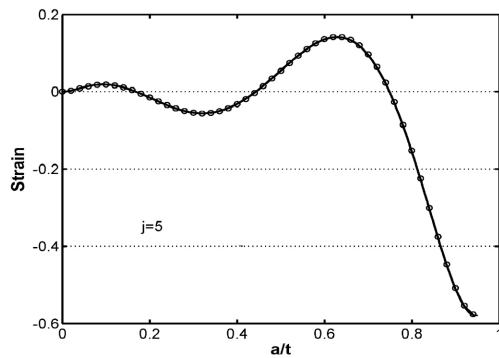
### ۳- شبیه‌سازی روش شیازنی در مواد ایزوتروپیک

در این بخش فرایند شبیه‌سازی روش شیازنی<sup>۱</sup> در مواد ایزوتروپیک شرح داده شده است. با استفاده از این روش ضرایب نرمی به کمک مدل‌های دو و سه بعدی محاسبه می‌شوند.

محاسبه ضرایب نرمی بر اساس اصل جمع آثار صورت می‌گیرد. این اصل بیان می‌کند که کرنش آزاد شده در فرایند شیازنی برابر با کرنشی است که موقع اعمال تنش پسماند با علامت مخالف به جداره شیار در قطعه بدون تنش پسماند به وجود می‌آید. بنابراین با فرض الاستیسیته خطی، کرنش ناشی از شیازنی با اعمال تنش پسماند به جداره شیار قابل مدل‌سازی است. ضرایب نرمی به جنس ماده، ابعاد و محل نصب کرنش سنج، توزیع تنش و عمق شیار وابسته هستند.

در شکل (۲)، مدل دو بعدی مورد استفاده در شبیه‌سازی روش شیازنی نشان داده شده است. این مدل ساده توسط محققین بسیاری مورد استفاده قرار گرفته است [۱۲]، [۱۳].

مدل‌سازی با استفاده از نرم‌افزار ANSYS [۱۴] صورت می‌گیرد. در فرایند شیازنی با وجود اینکه قطعه از یک سمت گیردار است و تقارن هندسی برقرار نیست، با این حال تغییر شکل و توزیع کرنش آزاد شده در دو سمت شیار متقارن است. به دلیل این تقارن فقط نصف مدل شبیه‌سازی می‌شود. عرض شیار ناچیز فرض شده و بنابراین شیار به صورت ترک تخمین زده می‌شود. ترک در لبه سمت چپ مدل نشان داده شده فرض می‌شود. به دلیل تقارن گره‌های موجود در جداره ترک در ابتدا در راستای  $y$  مقید می‌شوند. گره موجود در نقطه  $x/t=1$  و  $y=0$  در راستای  $x$  نیز مقید می‌شود. رشد ترک در هر مرحله با آزاد کردن گره‌های موجود در جداره ترک صورت می‌گیرد. در این مدل رشد ترک تا حداکثر عمق  $a_{max}/t=0.95$  صورت می‌گیرد. از المان چهار گرهی Plane 42 برای مدل‌سازی استفاده شده است. همچنین کرنش سنج در سطحی پایین و دقیقاً روبه‌روی شیار در نظر گرفته می‌شود. مقدار مدول الاستیسیته برابر با  $1PA$  و ضریب پواسون برابر با  $0.3$  لحاظ می‌شود. تأثیر جنس نمونه در ضرایب نرمی به دست آمده مطابق رابطه (۶) لحاظ می‌شود. از آنجا که گرادیان کرنش در نزدیکی شیار بیشتر بوده؛ همچنین مقدار کرنش در محل کرنش سنج مدنظر است،



شکل (۳) مقایسه ضرایب نرمی با استفاده از مدل‌های دو و سه بعدی

(الف)  $j=2$  (ب)  $j=3$  (ج)  $j=5$  (د)  $j=8$

### ب- روش مبتنی بر کرنش<sup>۲</sup>: بر اساس روش $SCHD$ <sup>۳</sup>

[۱۶] میانگین کرنش در نقاط گاوسی<sup>۴</sup> المان‌های تحت مساحت کرنش سنج به عنوان کرنش متوسط کرنش سنج استفاده می‌شود.

اختلاف بین نتایج حاصل از دو روش با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$error\% = \frac{C_{ij}(Schajer) - C_{ij}(SCHD)}{C_{ij}(SCHD)} \times 100$$

مقادیر خطا برای مدل سه بعدی مورد استفاده در بخش قبل بر حسب  $a/t$  در شکل (۴) رسم شده است. ماکزیمم اختلاف بین دو روش حدود ۵٪ است. همانطور که نشان داده شده است اختلاف بین دو روش با افزایش عمق ترک و همچنین افزایش مرتبه چندجمله‌ای لژاندر، افزایش می‌یابد. روش مبتنی بر جابه‌جایی همیشه به مقادیر ضرایب نرمی بزرگتر و در نتیجه تنش‌های محاسبه شده کوچکتری منجر می‌شود.

صفحه‌ای (نمونه‌های ضخیم) است. با این حال بسیاری از قطعات دارای ابعادی هستند که سبب می‌شود توزیع تنش در قطعه بین این دو حالت قرار گیرد. در نتیجه فرض تنش یا کرنش صفحه‌ای سبب بروز خطا در نتایج می‌شود.

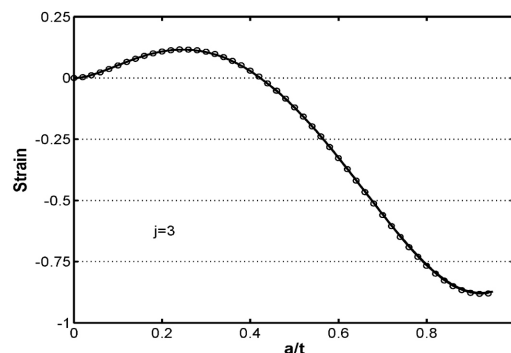
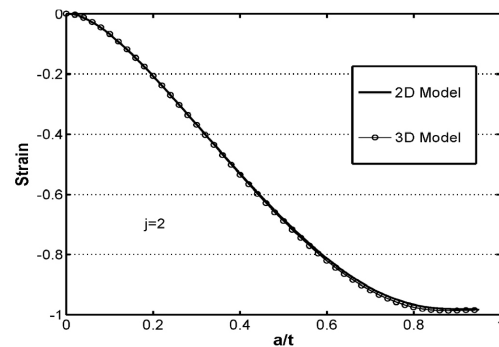
در تمام مدل‌سازی‌های صورت گرفته در این تحقیق، همگرایی نتایج به دست آمده با استفاده از یک مدل اجزای محدود با تعداد المان‌های بیشتر بررسی شد.

### ۳-۱- محاسبه کرنش در محل کرنش سنج

در یک مدل المان محدود دو روش را برای اندازه‌گیری کرنش میانگین در محل نصب کرنش سنج می‌توان به کار برد:

#### الف- روش مبتنی بر جابه‌جایی<sup>۱</sup>: شجر [۱۵] پیشنهاد

داد می‌توان از جابه‌جایی گره‌های واقع در مرزهای کرنش سنج به همراه طول اولیه کرنش سنج (فاصله بین گره‌های مرزی) برای محاسبه ضریب نرمی  $C_{ij}$  استفاده کرد که برابر است با کرنش متوسط در سطح کرنش سنج در حالتی که عمق ترک برابر با  $a_j$  و تابع توزیع تنش برابر با  $L_j$  است.



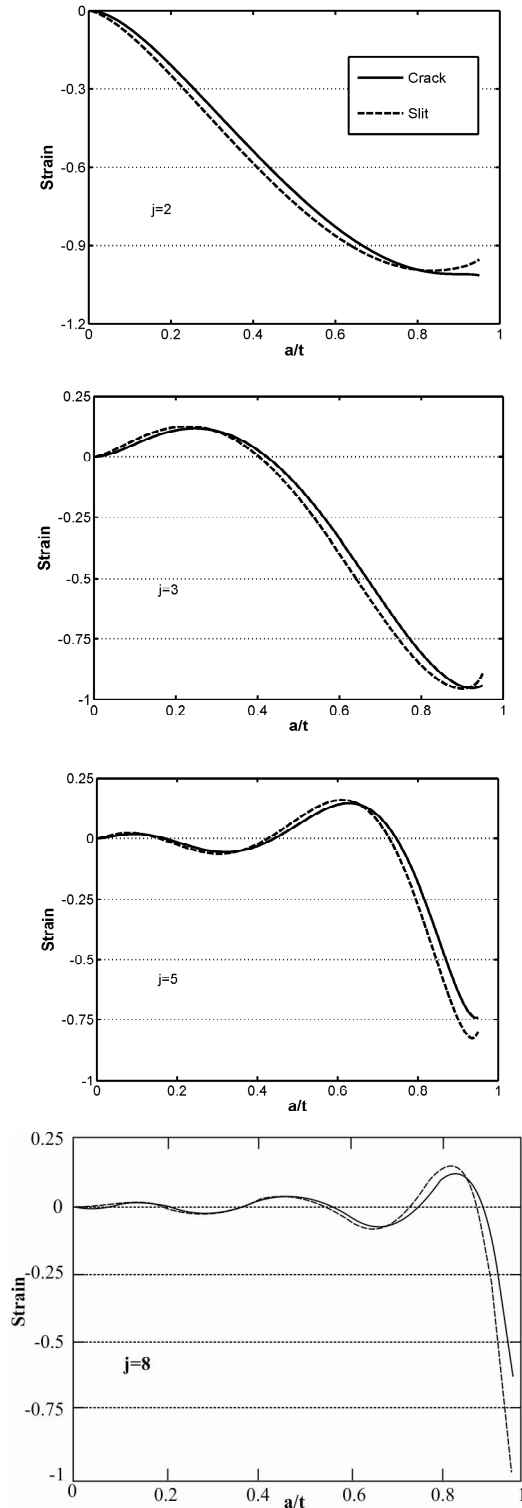
2- Strain-Based Method

3- Simulated Central Hole Drilling

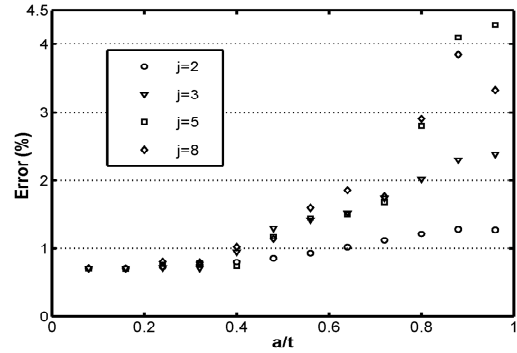
4- Guus Points

1- Displacement-Based Method

نادیده گرفت؛ به‌ویژه برای چندلایه‌های کامپوزیتی که عموماً ضخامت ناچیزی دارند و نسبت عرض شیار به ضخامت مقدار قابل توجهی محسوب می‌شود.



شکل (۵) تأثیر عرض شیار ( $w/t = 0.1$ ) بر ضرایب نرمی (الف)  $j = 2$  (ب)  $j = 3$  (ج)  $j = 5$  (د)  $j = 8$ .



شکل (۴) درصد اختلاف ضرایب نرمی محاسبه شده با روش مبتنی بر کرنش و روش مبتنی جابه‌جایی.

پاسخ قطعی در مورد اینکه کدامیک از این دو رویکرد دقیقتر است، امکان‌پذیر نیست. با این حال استفاده از روش مبتنی بر کرنش منطقی‌تر به نظر می‌رسد؛ چرا که کرنش اندازه‌گیری شده با کرنش سنج، میانگین کرنش در ناحیه تحت مساحت کرنش سنج است. بنابراین روش مبتنی بر کرنش واقع‌بینانه‌تر است. در ادامه این تحقیق، ضرایب نرمی با روش مبتنی بر کرنش محاسبه شدند.

### ۳-۲- تأثیر عرض شیار بر ضرایب نرمی

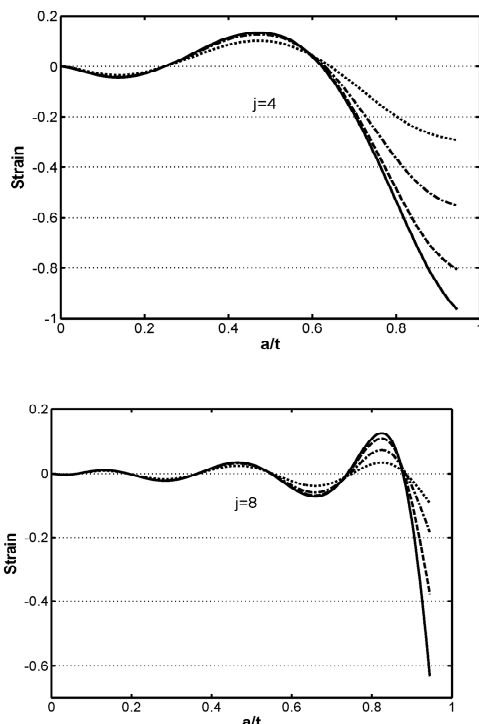
برای محاسبه ضرایب نرمی در روش شیارزنی، در بیشتر موارد عرض شیار نسبت به ضخامت قطعه ناچیز فرض شده و شیار با یک ترک تخمین زده می‌شود. به عنوان مثال در روش مکانیک شکست الاستیک خطی، صفر بودن عرض شیار یک فرض ضروری است. در این بخش حالت کلی‌تری در نظر گرفته می‌شود که در آن عرض واقعی شیار لحاظ می‌شود. برای نشان دادن وابستگی ضرایب نرمی به عرض شیار، این ضرایب به کمک مدل دوبعدی مورد استفاده در بخش قبل برای یک شیار با عرض محدود محاسبه شده‌اند. با فرض اینکه عرض شیار ۱۰٪ ضخامت باشد، ( $w/t = 0.1$ )، ضرایب نرمی محاسبه شده و در شکل (۵) با ترک مقایسه شده‌اند. بر خلاف ترک که در آن گسترش عمق با آزاد کردن گره‌های موجود در جداره ترک صورت می‌گیرد، رشد شیار با حذف المان‌های واقع در محل شیار صورت می‌گیرد.

شکل (۵) نشان می‌دهد عرض شیار تأثیر قابل توجهی در مقادیر ضرایب نرمی دارد. بنابراین عرض شیار را نمی‌توان

### ۳-۳- انتخاب محدوده مناسب برای طول

#### کرنش سنج

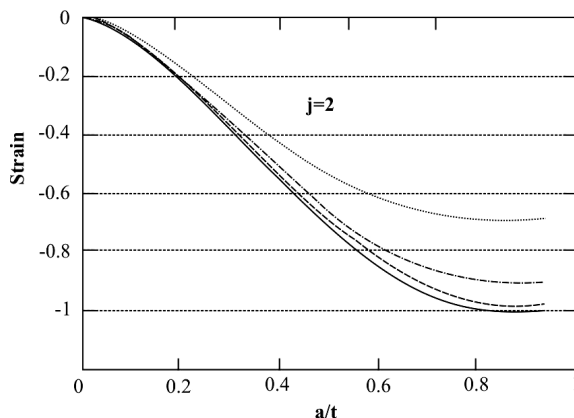
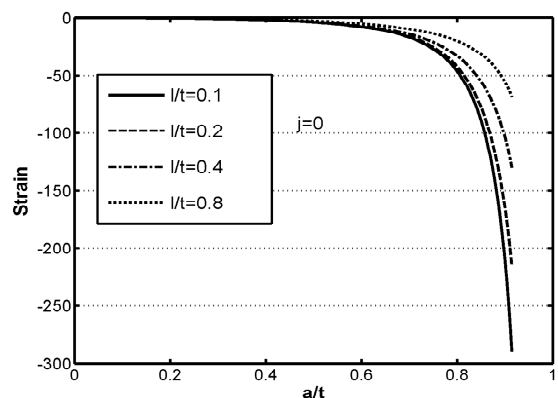
دو منبع اصلی ایجاد خطا در تعیین تنش‌های پسماند به روش شیارزنی عبارت‌اند از خطا در اندازه‌گیری کرنش و خطای مدل (خطا در انتخاب مرتبه چندجمله‌ای تنش) [۱۷]. برای کاهش خطا در اندازه‌گیری کرنش باید طول کرنش‌سنج را به نحوی انتخاب کرد که در فرایند ایجاد شیار و آزادسازی تنش، حداکثر مقدار کرنش ثبت شود. برای تعیین طول بهینه کرنش‌سنج، شبیه‌سازی با روش اجزای محدود به کمک مدل دوبعدی استفاده شده در بخش‌های قبل، برای کرنش‌سنج‌های با طول‌های مختلف صورت پذیرفت. مقادیر کرنش‌های آزاد شده با فرض توزیع تنش پسماند به صورت چندجمله‌ای‌های لژاندر از مرتبه  $j=0, 2, 4, 8$  برای نسبت‌های مختلف طول کرنش‌سنج به ضخامت ( $l/t$ ) محاسبه و در شکل (۶) ترسیم شده‌اند.



شکل (۶) مقایسه کرنش ثبت شده توسط کرنش‌سنج‌های با طول‌های مختلف برای توزیع‌های مختلف تنش پسماند.

نتایج نشان می‌دهد که هر چه طول کرنش‌سنج کمتر باشد، کرنش ثبت شده بیشتر خواهد بود. علت این است که هر چه از امتداد خط مرکزی شیار دورتر شویم، کرنش آزاد شده کمتر است. از آنجا که هر کرنش‌سنج میانگین مقادیر کرنش‌های آزاد شده در ناحیه تحت مساحت خود را نشان می‌دهد، بنابراین کرنش‌سنجی که طول کمتری دارد، کرنش بیشتری را ثبت خواهد کرد. این موضوع برای هر چهار توزیع تنش پسماند صادق می‌کند. مطابق شکل (۶) اختلاف بین کرنش‌ها در عمق‌های بیشتر افزایش می‌یابد. این اختلاف در نیمه دوم ضخامت محسوس‌تر است. بنابراین استفاده از کرنش‌سنج‌های با طول کمتر زمانی که اندازه‌گیری در عمق‌های بیشتر مد نظر است، اهمیت بیشتری می‌یابد. نتایج مشابه برای دیگر توزیع‌های تنش نیز به دست آمد.

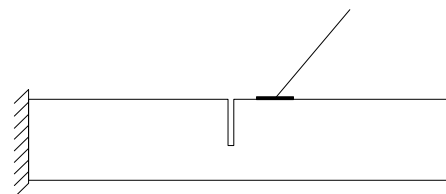
برای مواردی که کرنش‌سنج‌ها در سطح بالایی و در نزدیکی لبه شیار نصب می‌شوند، این موضوع صادق است. بسیاری از محققین برای اینکه بتوانند کرنش‌سنج را هر چه نزدیک‌تر به لبه شیار نصب کنند، بخشی از لایه زیرین شبکه کرنش‌سنج را که نزدیک به لبه شیار است، جدا می‌کنند [۱۱]، [۱۲].



#### ۴- شبیه‌سازی روش شیازنی در چندلایه‌های کامپوزیتی

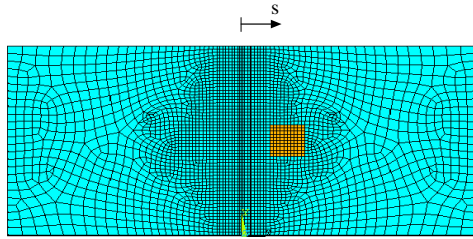
در شبیه‌سازی روش شیازنی برای کامپوزیت‌های پلیمری، هر لایه تک‌جهته به عنوان یک ماده ایزوتروپیک عرضی<sup>۱</sup> در نظر گرفته می‌شود. بنابراین هر لایه دارای چهار ثابت الاستیک است. دو چندلایه‌ای کامپوزیتی کربن-اپوکسی و شیشه-اپوکسی در نظر گرفته می‌شوند. خواص لایه تک‌جهتهی این کامپوزیت‌ها در جداول (۱) و (۲) داده شده است. با توجه به لحاظ کردن خواص واقعی ماده در مدل‌سازی نیازی به استفاده از ضریب  $E'$  نیست.

اگر چه در فرایند شیازنی تغییر شکل و توزیع کرنش‌ها در دو سمت شیار متقارن است، با این حال مطابق شکل (۷) در حین آزمایش، قطعه از یک طرف گیردار می‌شود، بنابراین فرض تقارن از نظر هندسی صحیح نیست. به همین دلیل در این بخش بر خلاف بخش قبل، برای شبیه‌سازی دقیق‌تر فرض تقارن لحاظ نشده و از مدل کامل استفاده می‌شود.



شکل (۷) نمونه آزمایشی با شرط مرزی یک سردرگیر.

در ابتدا یک نمونه آزمایشی کربن-اپوکسی  $[0/\pm 45/90]_2s$  مدلسازی شده است. ابعاد نمونه عبارت‌اند از:  $l=0.5$ ,  $L=6$  و  $w=0$ .  $B=3$  از المانهای سه‌بعدی لایه‌ای Solid46 برای شبیه‌سازی استفاده شده است. شکل (۸) دید از بالای مدل مش‌بندی شده را نشان می‌دهد. هر لایه از این چندلایه کامپوزیتی به صورت جداگانه مدلسازی شده است. بنابراین هر لایه خواص مکانیکی و ضخامت مربوط به خود را دارد.



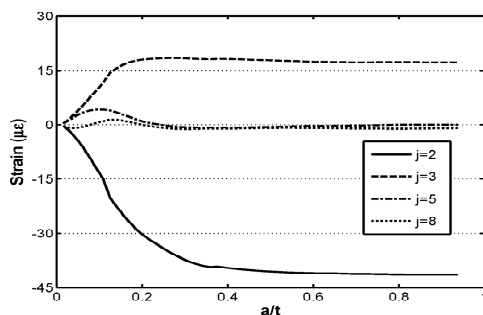
شکل (۸) دید از بالای مدل سه‌بعدی؛ ناحیه تحت مساحت کرنش سنج به دقت المان‌بندی شده است.

خواص لایه تک‌جهتهی کربن-اپوکسی در جدول (۱) داده شده است. با توجه به شرایط مرزی تمام گره‌های موجود در سمت چپ مدل به طور کامل مقید شده‌اند.

جدول (۱) خواص لایه تک‌جهتهی کربن-اپوکسی.

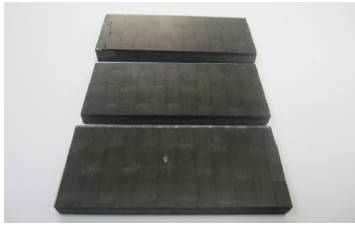
$E_x$ (GPa)	$E_y$ (GPa)	$G_{xy}$ (GPa)	$\nu_{xy}$
۱۰۴/۶	۷/۵	۳/۸	۰/۳۱

در هر مرحله با حذف المان‌های واقع در محل شیار و اعمال بار به جداره شیار، ضرایب نرمی با محاسبه کرنش متوسط نقاط گوسی المان‌های مربوط به کرنش سنج (روش مبتنی بر کرنش) محاسبه می‌شوند. مقادیر این ضرایب برای چند لایه‌ای یاد شده، در شکل (۹) برای چهار مرتبه مختلف چندجمله‌ای لژاندر نشان داده شده‌اند. انتخاب مرتبه این چندجمله‌ای‌ها به صورت تصادفی صورت گرفته است. همچنین یک نمونه چندلایه شیشه-اپوکسی  $[0_2/90_2]_s$  با همان ابعاد مدل قبلی مدل‌سازی شده است. خواص لایه تک‌جهتهی شیشه-اپوکسی در جدول (۲) داده شده است. برای این نمونه مقادیر ضرایب نرمی برحسب عمق در شکل (۱۰) ترسیم شده‌اند.

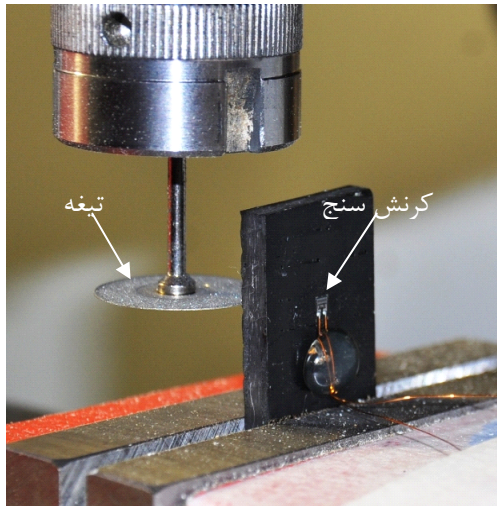


شکل (۹) ضرایب نرمی چندلایه کربن-اپوکسی  $[0/\pm 45/90]_2s$  برای چهار توزیع مختلف تنش.





شکل (۱۱) قطعات کامپوزیتی ساخته شده برای آزمایش شیاری.



شکل (۱۲) نحوه انجام آزمایش شیاری.

اولین نمونه کامپوزیتی مورد آزمایش چند لایه‌های متقارن  $S [0_4/90_4]$  با ضخامت  $4/4\text{ mm}$  بود. مقدار پیشروی شیار در هر مرحله  $0/1\text{ mm}$  انتخاب شد. برای این نمونه، شیار بر روی سطح در راستای الیاف ایجاد شد.

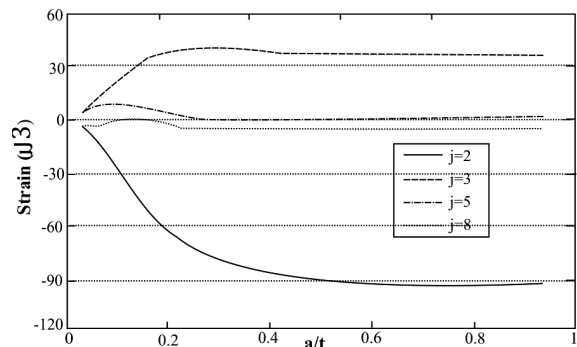
شکل (۱۳) نمودار مربوط به کرنشهای رهاسده از شیاری چند لایه‌های متقارن  $S [0_4/90_4]$  را نشان می‌دهد.

با توجه به ناپیوستگی تنش در مرز لایه‌های  $0$  درجه و  $90$  درجه، برای محاسبه تنش از روش چند جمله‌ای‌های لژاندر تکه‌ای استفاده شد. سه بازه مختلف برای ضخامت در نظر گرفته شد: بازه  $[1/3, 1/3]$  مربوط به چهار لایه صفر درجه، بازه  $[1/3, 1/3]$  مربوط به  $8$  لایه  $90$  درجه و بازه  $[3/4, 3/4]$  مربوط به  $4$  لایه صفر درجه. مراحل محاسبه تنش پسماند در این سه بازه به صورت زیر است:

۱- ابتدا ضرایب نرمی مربوط به بازه اول محاسبه شده و سپس تنش‌های این بازه به کمک چند جمله‌ای‌های لژاندر محاسبه شدند. توزیع تنش به سرعت در چند جمله‌ای مرتبه  $3$  همگرا شد.

جدول (۲) خواص لایه تک جهتی شیشه-اپوکسی.

$E_x$ (GPa)	$E_y$ (GPa)	$G_{xy}$ (GPa)	$\nu_{xy}$
۳۸/۶	۴/۱۴	۷/۱	۰/۲۶

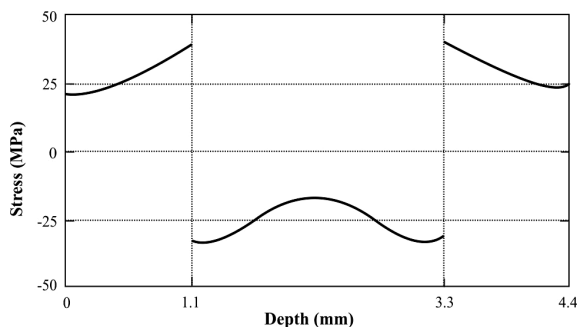


شکل (۱۰) ضرایب نرمی چند لایه شیشه-اپوکسی  $S [0_4/90_4]$

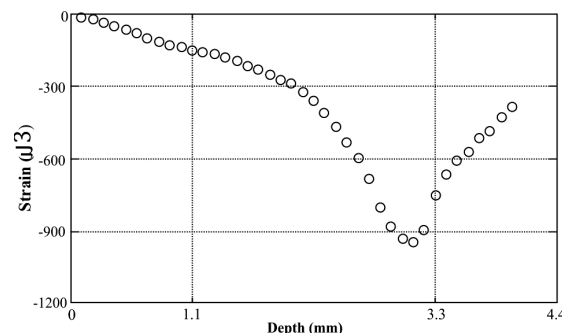
برای چهار توزیع مختلف تنش.

### ۵- نتایج تجربی

در این قسمت، نتایج تجربی حاصل از آزمایش شیاری بر روی کامپوزیت کربن اپوکسی ارائه شده است. الیاف تک جهتی کربن T-300 و رزین اپوکسی ML-506 به همراه هاردنر Aradur-830 برای ساخت چند لایه کامپوزیتی مورد استفاده قرار گرفت. این کامپوزیت استحکام بالایی داشته و عمدتاً در صنایع هوافضا مورد استفاده قرار می‌گیرد. در فرایند پخت، کامپوزیت به مدت  $6$  ساعت تحت دمای  $100$  درجه و سپس به مدت  $6$  ساعت دیگر تحت دمای  $120$  درجه قرار گرفت. خواص مکانیکی لایه تک جهته این کامپوزیت در جدول (۱) آورده شده است. از این مقادیر جهت محاسبه ضرایب نرمی استفاده می‌شود. شکل (۱۱) قطعات کامپوزیتی ساخته شده برای آزمایش شیاری را نشان می‌دهد. شکل (۱۲) نحوه انجام آزمایش شیاری را نشان می‌دهد. کرنش سنج‌های مورد استفاده در این آزمایش از نوع UBFLA-03 ساخت شرکت TML ژاپن است. مطابق نتایج بخش (۳-۳) هر چه طول مؤثر کرنش سنج کمتر باشد، مقدار کرنش ثبت شده بیشتر شده و در نتیجه خطای ناشی از اندازه‌گیری کرنش کاهش خواهد یافت. کرنش سنج انتخابی برای این آزمایش دارای طول اندازه‌گیر  $0/3\text{ mm}$  بوده و کوچکترین کرنش سنج ساخت شرکت TML می‌باشد.



شکل (۱۴) توزیع تنش پسماند در امتداد ضخامت کامپوزیت.



شکل (۱۳) کرنش‌های ثبت شده آزمایش شیارزنی

## ۶- نتیجه‌گیری

در شبیه‌سازی فرایند شیارزنی جهت محاسبه ضرایب نرمی نتایج زیر حاصل گردید:

عرض شیار، هر چند ناچیز باشد، تأثیر قابل توجهی در مقادیر ضرایب نرمی دارد. بنابراین اندازه‌گیری عرض دقیق شیار در آزمایش شیارزنی جهت استفاده در مدل اجزای محدود، برای محاسبه دقیق ضرایب نرمی ضروری است. به‌ویژه برای چندلایه‌های کامپوزیتی که عموماً ضخامت ناچیزی دارند و نسبت عرض شیار به ضخامت مقدار قابل توجهی محسوب می‌شود.

در روش شیارزنی کرنش‌سنج‌های با طول اندازه‌گیر کمتر کرنش بیشتری را ثبت می‌کنند. با توجه به اینکه خطای اندازه‌گیری کرنش از عوامل اصلی بروز خطا در روش شیارزنی است، استفاده از کرنش‌سنج‌های با طول اندازه‌گیر کمتر از راه‌های عمده کاهش این نوع خطا محسوب می‌شود. برای محاسبه کرنش آزاد شده در محل کرنش‌سنج در مدل اجزای محدود دو روش وجود دارد: روش مبتنی بر کرنش و روش مبتنی بر جابه‌جایی.

روش مبتنی بر کرنش به مقادیر ضرایب نرمی کوچکتر و در نتیجه تنش‌های محاسباتی بزرگتری منجر می‌شود و محافظه کارانه‌تر است و استفاده از آن به جای روش مبتنی بر جابه‌جایی توصیه می‌شود.

به کمک مدل ارائه شده مقادیر ضرایب نرمی برای دو چندلایه‌ای کامپوزیتی کربن-اپوکسی و شیشه-اپوکسی محاسبه شد.

در پایان، توزیع تنش پسماند در امتداد ضخامت یک نمونه کامپوزیت کربن-اپوکسی با چیدمان متقاطع با روش شیارزنی به‌دست آمد.

۲- برای بازه دوم، یک چندجمله‌ای جداگانه در نظر گرفته می‌شود. در تعیین کرنش‌های آزاد شده و ضرایب نرمی مربوط به بازه دوم به بعد باید نکات خاصی را مد نظر قرار دارد. نکته مهم این است که کرنش‌های ثبت شده در این بازه فقط مربوط به تنش‌های موجود در این بازه نیستند. حتی اگر بازه دوم فاقد تنش باشد، آزادسازی کرنش که ناشی از تنش‌های موجود در بازه اول است، ادامه خواهد یافت. بنابراین باید کرنش‌های ثبت شده ناشی از تنش‌های موجود در بازه اول، موقعی که شیار در بازه دوم پیشروی می‌کند، تعیین شده و از کل کرنش‌های اندازه‌گیری شده کم شوند. در این حالت کرنش‌هایی که فقط ناشی از تنش‌های موجود در بازه دوم هستند، تعیین می‌شوند. این کار به راحتی در مدل اجزای محدود امکان‌پذیر است. همچنین از آنجا که تعیین توزیع تنش در بازه دوم مدنظر است، باید دقت نمود برای محاسبه ضرایب نرمی مربوط به این بازه، بارگذاری در مدل اجزای محدود فقط از ابتدای بازه دوم صورت می‌گیرد و در بازه اول نباید باری اعمال نشود. با تعیین ضرایب نرمی و کرنش‌های مربوط به بازه دوم، تنش‌های پسماند محاسبه می‌شوند. تنش‌های پسماند در مرتبه چهارم همگرا شدند.

۳- مراحل ذکر شده برای بازه دوم، برای بازه سوم نیز تکرار می‌شود. برای تخمین تنش در بازه اول و سوم از چندجمله‌ای لژاندر مرتبه سوم و برای تخمین تنش در بازه دوم از چندجمله‌ای لژاندر مرتبه چهارم استفاده شد. تنش‌های محاسبه شده در شکل (۱۴) ترسیم شده‌اند.

- مراجع
- [11] Prime M.B., Hill M.R., Measurement of Fiber-Scale Residual Stress Variation in a Metal-Matrix Composite, *Journal of Composite Materials*, 38: 23, 2004, pp. 2079-2095.
- [12] Hill M.R., Lin W.Y., Residual Stress Measurement in a Ceramic-Metallic Graded Material, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 124: 2, 2002, pp. 185-191.
- [13] Lee M.J., Hill M.R., Effect of strain gage length when determining residual stress by slitting, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 129:1, 2007, pp. 375-382.
- [14] ANSYS Help System, Analysis Guide and Theory Reference, Ver. 12.
- [15] Schajer G.S., Use of Displacement Data to Calculate Strain Gauge Response in Non-Uniform Strain Fields, *Strain*, 29:1, 1993, pp. 9-13.
- [16] Shokrieh M.M., and Ghasemi A.R., Simulation of Central Hole Drilling Process for Measurement of Residual Stresses in Isotropic, Orthotropic and Laminated Composites Plates, *Journal of Composite Materials*, 41, 2007, pp. 435-452.
- [17] Prime, M. B., and Hill, M.R., Uncertainty, Model Error, and Order Selection for Series-Expanded, Residual-Stress Inverse Solutions, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 128, 2006, pp. 175-185.
- [1] Gascoigne H.E., Residual Surface Stresses in Laminated Cross-Ply Fiber- epoxy Composite Materials, *Experimental Mechanics*, 34:1, 1994, pp. 7-36.
- [2] Ersoy N., Vardar O., Measurement of Residual Stresses in Layered Composites by Compliance Method, *Journal of Composite Materials*, 34:7, 2000, pp. 575-598,
- [3] Vaidyanathan S., Finnie I., Determination of Residual Stresses from Stress Intensity Factor Measurements, *Journal of Basic Engineering*, 93, 1971, pp. 242-246.
- [4] Cheng W., Finnie I., A Method for Measurement of Axisymmetric Residual Stresses in Circumferentially Welded Thin-Walled Cylinders, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 107, 1985, pp.181-185.
- [5] Cheng, W., and Finnie, I., Measurement of Residual Hoop Stress in Cylinders Using the Compliance Method, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 108, 1986, pp. 87-92.
- [6] Kang K.J., Song J.H., Earmme Y.Y., A Method for the Measurement of Residual Stresses Using a Fracture Mechanics Approach, *J. Strain Anal. Eng. Des.*, 24, 1989, pp. 23-30.
- [7] Schajer G., Prime M.B., Residual Stress Solution Extrapolation for the Slitting Method Using Equilibrium Constraints, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 129, 2007, pp. 227-232,
- [8] Prime M. B., Plasticity Effects in Incremental Slitting Measurement of Residual Stresses, *Engineering Fracture Mechanics*, 77:10, 2010, pp. 1552-1566.
- [9] Prime M.B., Residual Stress Measurement by Successive Extension of a Slot: The Crack Compliance Method, *Journal of Applied Mechanics*, 52: 2, 1999, pp. 75-96.
- [10] Hermann R., Crack Growth and Residual Stress in Al-Li Metal Matrix Composites Under Far-Field Cyclic Compression, *Journal of Materials Science*, 30:15, 1995, pp. 3782-3790.

