تحلیل ارتعاشات آشوبناک در سیستم گاورنر گریز از مرکز شش وجهی

مصطفی غیور[۱،*] سعید ضیایی راد[۲] حبیب رمضان نژاد آزاربنی[۳]

* نویسنده مسئول:ghayour@cc.iut.ac.ir

چکیده

گاورنرهای گریز از مرکز جهت تنظیم میزان سوخت مصرفی در سیستم های دورانی، مورد استفاده قرار می گیرند. معادلات حاکم بر حرکت این سیستم ها غیر خطی است. یکی از پدیده های مشاهده شده ناشی از نگرش غیرخطی بر سیستم ها، پدیده آشوب می باشد. این رفتار به واسطه تغییر در یکی از پارامترهای سیستم به وجود آمده بطوریکه رفتار سیستم خارج از رفتارهای شناخته شده در دینامیک کلاسیک می‌باشد. در این مقاله با ارایه مدل ریاضی غیر خطی از معادلات حاکم بر حرکت گاورنر گریز از مرکز به حل عددی آنها پرداخته شده است. از شکل های دو شاخه ای شدن ، بزرگترین نمای لیاپانوف، بعد لیاپانوف، شکل های فازی، نگاشت پوانکاره، پاسخ زمانی و طیف توانی برای تمایز رفتارهای پریودیک، شبه پریودیک و آشوبناک از یکدیگر استفاده شده است.

واژه‌های کلیدی: گاورنر - ارتعاشات آشوبناک- نمای لیاپانوف- نگاشت پوانکاره- طیف توانی

1- استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

2- دانشیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

3- کارشناس ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

۱ – مقدمه

هرگاه سرعت دورانی موتور به واسطه کاهش بار اعمالی به آن افزایش یابد سرعت محور اصلی گاورنر نیز افزایش می‌یابد چون عامل محرک محور اصلی گاورنر، چرخدنده های مخروطی متصل به موتور می باشد، با این افزایش سرعت دورانی شتاب گریز از مرکز هر یک از گویها و نیروی گریز از مرکز آنها افزایش خواهد یافت. این امر موجب حرکت به سمت خارج گویها و لغزش بوش به سمت بالا می‌شود. تنگ‌تر شدن دهانه دریچه سوخت به واسطه لغزش رو به بالای بوش موجب کاهش میزان تامین سوخت و کاهش سرعت دورانی موتور تا رسیدن به شرایط تعادل می‌شود.

درسال ۱۹۹۹ ژنگ مینگ و همکاران پس از مدل کردن یک گاورنر گریز از مرکز با استفاده از روش مستقیم لیاپانوف به بررسی پایداری سیستم پرداختند. آنها در ادامه از فضای فازی، نگاشتهای پوانکاره و توانهای لیاپانوف برای مشاهده حرکتهای پریودیک، شبه پریودیک وآشوبناک استفاده کردند[۱]. وی در ادامه مطالعات خود در سال ۲۰۰۳ به بررسی مدل گاورنر شش وجهی پرداخت و با اعمال نیروی هارمونیک به سیستم و با استفاده از روشهای ذکر شده به بررسی رفتار سیستم مورد مطالعه پرداخت وسپس روشهایی را برای کنترل آشوب ایجاد شده در سیستم بکار گرفت[۲]. در سال ۲۰۰۳ ژو و همکارانش با مدل کردن گاورنر یک درجه آزادی و اعمال سرعت دورانی با ترم هارمونیک به بررسی شرایط ایجاد آشوب با بکارگیری تابع ملینیکو پرداخته و نتایج پیش بینی خود را با دیاگرام پاسخ زمانی و فازی نشان دادند[۳]. ژنگ مینگ در سال ۲۰۰۵ در ادامه تحقیقات خود بر روی گاورنر شش وجهی به بررسی شرایطی پرداخت که با اعمال این شرایط به سیستم رفتار آن از پریودیک به آشوبناک تبدیل می شد[۴]. در سال ۲۰۰۶ ژنگ مینگ با مدل کردن دینامیکی سیستم به صورت درجات کسری دوباره به تحلیل سیستم گاورنر وشرایط ایجاد آشوب در این سیستم پرداخت[۵]. جرج ستومایور نیز در سال ۲۰۰۷ با مدل کردن گاورنر گریز از مرکز به تحلیل پایداری و دوشاخه ای شدن رفتار آن پرداخت[۶]. اکثر مطالعات انجام شده قبلی بر روی گاورنر شش وجهی در بازه صفر تا ۲/۲ برای پارامتر کنترل بوده است و ناکنون مطالعه‌ای برای رفتار سیستم در بازه های بیشتر انجام نشده است. در این تحقیق رفتار این سیستم برای بازه صفر تا ۸ مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیردکه بخشی از نتایج آن آورده شده است.

۲- مفهوم آشوب

در چند دهه اخیر با نگرشی غیر خطی نسبت به سیستم های پیرامونی(محیط اطراف انسان مانند سیستم جوی)، پدیده های زیادی در ارتباط با رفتار این سیستم ها مشاهده شد. یکی از این پدیده ها ، پدیده آشوبناک و در علم مکانیک پدیده ارتعاشات آشوبناک می‌باشد. به علت کم توجهی نسبت به پدیده های غیر پریودیک وهمچنین عدم توسعه ایده های ریاضی غیرخطی مانند جبر و معادلات دیفرانسیل غیرخطی ، این نو ع پدیده ها که به دلیل ماهیت غیرخطی شان در سیستم‌ها به وجود می‌آیند، توسط دانشمندان ومهندسین مشاهده نگردیدند. زیرا مدل بندی سیستم ها بر اساس زبان ریاضی خطی انجام می گرفت. مفهوم غیر علمی آشوب اغلب به یک حالت فیزیکی ویا رفتار بشری اطلاق می شود که بدون کنترل بوده و از الگوی مشخصی پیروی نمی کند. این در حالی است که مفهوم علمی این پدیده به آن دسته از حرکت سیستم های مشخص و معین فیزیکی و ریاضی اطلاق می شود که تاریخچه زمانی آنها نسبت به شرایط اولیه وابستگی بسیار شدید و حساسی دارد. بایستی متذکر شد که این سیستم ها به دلیل پیروی از معادلات دیفرانسیل مشخص، جزء سیستم های قانون مند می باشند. با توجه به حساسیت بسیار زیاد پدیده های آشوبناک نسبت به شرایط اولیه، وجود خطای بسیار کوچک در ورودیها و شرایط اولیه سیستم ، باعث رشد سریع خطا با گذشت زمان خواهد شد. به طوری که امکان پیش بینی رفتار آن را با گذشت زمان عملا غیر ممکن می سازد [۷].

یکی از ویژگیهای بسیار مهم پدیده آشوب اثر پروانه‌ای می‌باشد. عبارت اثر پروانه ای در پی مقاله ای از ادوارد جونز به وجود آمد. وی در سال ۱۹۷۲ مقاله ای با این عنوان ارائه

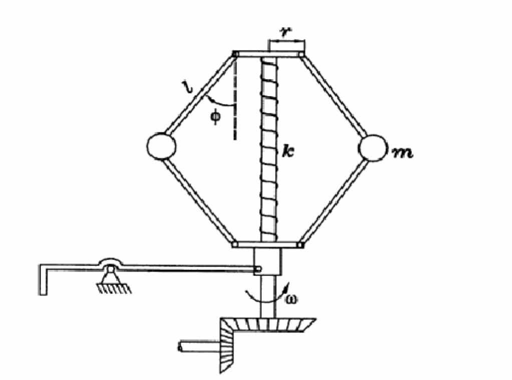
داد که «آیا بال زدن پروانه ای در برزیل می تواند باعث ایجاد تندبادی در تکزاس شود؟» لورنتس در تحقیق روی مدل ریاضی بسیار ساده ای از آب و هوای زمین، به یک معادله دیفرانسیل غیر قابل حل رسید. وی برای حل این معادله به روشهای عددی با رایانه متوسل شد. او برای اینکه بتواند این کار را در روزهای متوالی انجام دهد، نتیجه آخرین خروجی یک روز را به عنوان شرایط اولیه روز بعد وارد می کرد. لورنتس در نهایت مشاهده کرد که نتیجه شبیه سازی های مختلف با شرایط اولیه یکسان با هم کاملا متفاوت است.

بررسی خروجی چاپ شده رایانه نشان داد که وی خروجی را تا چهار رقم اعشار گرد می کند. از آنجایی که محاسبات داخل این رایانه با شش رقم اعشار صورت می گرفت، از بین رفتن دورقم آخر باعث چنین تاثیری شده بود. مقدار تغییرات در عمل گرد کردن نزدیک به اثر بال زدن یک پروانه است. این واقعیت غیر ممکن بودن پیش بینی آب و هوا در دراز مدت را نشان می‌دهد. مشاهدات لورنتس باعث پررنگ شدن مبحث نظریه آشوب شد. عبارت عامیانه «اثر پروانه ای» در زبان تخصصی نظریه آشوب، وابستگی حساس به شرایط اولیه ترجمه می شود. به غیر از آب و هوا، در سیستم‌های دینامیکی دیگر نیز حساسیت به شرایط اولیه به چشم می‌خورد. یک مثال ساده، توپی است که در قله کوهی قرار گرفته است. این توپ با ضربه بسیار کمی، بسته به اینکه ضربه از چه جهتی زده شده باشد، می تواند به هرکدام از دره‌های اطراف سقوط کند.

حساسیت بسیار زیاد نسبت به شرایط اولیه در توصیف اثر پروانه به خوبی قابل مشاهده است به طوری که حرکت بال‌های پروانه در چین می‌تواند منجر به طوفانی در کالیفرنیا شود.

۳- معادلات حاکم

در شکل (۱) موتوری که دارای حرکت چرخشی می‌باشد به همراه گاورنر آن نشان داده شده است.



شکل(۱) گاورنر شش وجهی گریز از مرکز [۲]

در این مدل ازجرم میله ها و بوش‌ها صرفنظر شده است. استهلاک در یاتاقان ها و میله ها، به صورت استهلاک ویسکوز با ضریب ثابت C مدل سازی شده است. انرژی جنبشی و پتانسیل و انرژی مستهلک شده در سیستم به صورت زیر می‌باشند.

$$T = 2\times\left\{\frac{1}{2}m\left[(r+l\sin(\phi))^2\eta^2+l^2\dot{\phi}^2\right]\right\} \qquad (۱)$$
$$= m\eta^2(r+l\sin(\phi))^2+ml^2\dot{\phi}^2$$

$$V = 2kl^2(1-\cos(\phi))^2+2mgl(1-\cos(\phi)) \qquad (۲)$$

$$F=\frac{1}{2}C\dot{\phi}^2 \qquad (۳)$$

در روابط (۱)، (۲) و(۳) r,m,l و φ به ترتیب طول میله اتصال دهنده بین جرم‌های آویزان و مفاصل، جرم گوی‌ها، فاصله بین محور چرخش و مفاصل و زاویه بین محور چرخش و میله می باشند. با استفاده از رابطه لاگرانژ برای بدست آوردن معادلات حرکت داریم.

(۴)

$$L = T - V$$
$$= m\eta^2(r+l\sin\phi)^2+ml^2\dot{\phi}^2$$
$$-2kl^2(1-\cos\phi)^2-2mgl(1-\cos\phi)$$
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\phi}}\right)-\frac{\partial L}{\partial\phi}+\frac{dF}{d\dot{\phi}}=0$$
$$2\left[ml^2\ddot{\phi}-mr\omega^2\cos\phi-\left(2k+m\omega^2\right)l^2\sin\phi\cos\phi\right]$$
$$+2\left[(2kl+mg)l\sin\phi\right]=-C\dot{\phi}$$

که C ثابت استهلاک‌می باشد. برای موتورهای دوار گشتاور خالص برابر تفاضل بین گشتاور ایجاد شده توسط موتور Q و گشتاور باری که به واسطه شتاب زاویه ای Q_L به وجود می آید، است.

$$J\frac{d\omega}{dt}=Q-Q_L \qquad (۵)$$

در رابطه (۵) J ممان اینرسی موتور می باشد. پارامتر متغیر ϕ مربوط است به وضعیت سوپاپ کنترل که میزان مصرف سوخت را تنظیم می کند. معادله دینامیکی بالا به صورت زیر نوشته می شود .

$$J\dot{\omega}=\gamma\cos\phi-\beta \qquad (۶)$$

که $\gamma>0$ یک ضریب متناسب با گشتاور و β معادل گشتاور بار می باشد .معادله بالا دومین معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت سیستم می باشد. معمولا گاورنرها به طور مستقیم با شفت خروجی درگیر هستند به همین دلیل سرعت دورانی آنها به صورت نسبتی از سرعت دورانی موتور می‌باشد، یعنی $\eta=n\omega$. با تغییر متغیر $\tau=\Omega_n t$ معادلات حاکم بر حرکت سیستم در حالت بی بعد به صورت زیر بیان می شود.

$$\begin{aligned}
&\dot{\phi}=\varphi\\
&\dot{\varphi}=d\omega^2\cos\phi+(e+p\omega^2)\sin\phi\cos\phi-\sin\phi-b\varphi\\
&\dot{\omega}=q\cos\phi-F
\end{aligned} \qquad (۷)$$

که در رابطه (۷) داریم.

$$\begin{aligned}
&q=\frac{\gamma}{J\Omega_n} \qquad F=\frac{\beta}{J\Omega_n} \qquad d=\frac{n^2mr}{2kl+mg}\\
&e=\frac{2kl}{2kl+mg} \qquad p=\frac{n^2ml}{2kl+mg} \qquad b=\frac{C}{2ml^2\Omega_n}\\
&\Omega_n=\sqrt{\frac{2kl+mg}{ml}}
\end{aligned} \qquad (۸)$$

با توجه به رابطه (۷) ، دینامیک سیستم ماشین های دوار با گاورنر های گریز از مرکز به صورت یک سیستم مستقل از زمان سه بعدی بیان می شود. هرگاه به جای گشتاور ثابت به سیستم گشتاور به صورت باری با یک قسمت ثابت و یک بخش هارمونیک اعمال شود با تغییر متغیر $\omega=z,\varphi=y,\phi=x$ داریم.

$$\begin{aligned}
&\dot{x}=y\\
&\dot{y}=dz^2\cos x+\frac{1}{2}\left(e+pz^2\right)\sin 2x-\sin x-by\\
&\dot{z}=q\cos x-F-a\sin\varpi t
\end{aligned} \qquad (۹)$$

در رابطه (۹) $d=0.008, e=0.8, p=0.04,, b=0.4, \varpi=1$ $F=1.942, a=0.6$ می باشد[۲]. همچنین پارامتر q، یک پارامتر کنترلی سیستم می باشد.

٤- دوشاخه ای شدن (Bifurcation)

تغییرات پارامترهای یک سیستم دینامیکی ممکن است به گونه‌ای باشد که پایداری نقاط تعادل و تعداد آنها تغییر کند. مطالعه این تغییرات در مسایل غیر خطی موضوع تئوری دو شاخه ای شدن می باشد. مقادیر این پارامترها که طبیعت کیفی یا توپولوژی حرکت سیستم را تغییر می دهد تحت عنوان مقادیر بحرانی یا مقادیر دو شاخه ای شدن معرفی می‌شوند [۷- ۸].

تمایز بین رفتار پریودیک از آشوبناک از طریق مطالعه روی شکل های دوشاخه ای شدن میسر می باشد. با توجه به شکل (۲) که جابجایی سیستم بر حسب پارامتر کنترلی سیستم در نقاط پوانکاره می باشد، در بازه $2.07\le q\le 2.1$ نقاط تعادل در تناظر یک به یک با پارامتر کنترلی سیستم می‌باشند، به بیان دیگر به ازای یک پارامتر کنترلی مشخص فقط یک نقطه تعادل مشاهده می شود. در این بازه رفتار سیستم رفتاری منظم یا پریودیک می باشد.

برای $q\approx 2.1$ سیستم دارای دو نقطه تعادل می باشد یعنی تعداد نقاط تعادل دو برابر شده که مبین اولین دو شاخه ای شدن در سیستم می باشد و بنابراین $q=2.1$ یک مقدار دوشاخه ای شدن برای سیستم می باشد. با افزایش مقدار q این دوشاخه ای شدن روند رو به رشدی را طی می کند بطوریکه برای $q=2.18$ ،$q=2.192$ ،$q=2.1955$ به ترتیب تعداد شاخه ها به ۴، ۸ و ۱۶ افزایش می یابد. ولی رفتار سیستم همچنان منظم و پریودیک می باشد. اما این روند رشد در تعداد شاخه ها مبین خروج از رفتار منظم و ورود به رفتار نامنظم یا آشوبناک می باشد. با عبور مقدار پارامتر کنترلی سیستم از مرز 2.21 تعداد نقاط تعادل در شکل دو شاخه ای شدن سیستم بطور نامحدودی اضافه شده که این رفتار حرکتی آشوبناک را برای سیستم پیش بینی می کند.

٥- نماها و بعد لیاپانوف

آشوب در سیستم های اجباری وابستگی شدیدی نسبت به شرایط اولیه دارند. به این معنی که اگر دو خط سیر در فضای فازی از دو نقطه نزدیک به هم شروع شوند با گذشت زمان به صورت نمایی از یکدیگر دورمی شوند. پس اگر d_0 اندازه

اولیه بین دونقطه شروع باشد پس از گذشت زمان t فاصله بین آنها بصورت رابطه زیر خواهد بود.

$$d(t) = d_0 2^{\lambda t} \qquad (۱۰)$$

انتخاب پایه دو یک انتخاب مناسب ولی دلخواه می باشد. نماد λ را نمای لیاپانوف می نامند. جاذب های با نماهای لیا پانوف مثبت مبین جاذب های غریب می باشند. در این نوع جاذب ها نمای لیاپانوف مثبت باعث واگرایی نمایی دو خط سیر در فضای فازی می شوند. نمای مثبت نشانه واگرایی و نمای منفی نشانه همگرایی است و بزرگی قدر مطلق نما سرعت همگرایی یا واگرایی را نشان می دهد. صفر بودن نما، حالت گذرای سیستم را بیان می‌کند. سیستمی را که هم نمای لیاپانوف مثبت دارد و هم منفی، رفتاری آشوبناک خواهد داشت بنابراین معیار برای آشوبناک بودن یک سیستم به صورت زیر بیان می شود[۷].

$$\begin{array}{ll} \lambda > 0 & Chaotic \\ \lambda \le 0 & \mathrm{Re}\,gular \quad Motion \end{array} \qquad (۱۱)$$

کاپلان و یورک در سال۱۹۷۹رابطه ای را بین ابعاد جاذب ها ونماهای لیاپانوف پیشنهاد کردند. برای تعریف بعد لیاپانوف فرض می کنیم هرگاه بتوانیم یک مقدار صحیح m را بگونه ای پیدا کنیم که $\sum_{i=1}^{m} \lambda_i = 0$ ، بنابراین حجم در زیرفضای R^n از R^m ثابت بوده ویک جاذب m بعدی در فضای R^n وجود دارد. برای یک جاذب غریب نمی توان مقدار m را پیدا کرد، اما می توان مقدار M را بگونه ای پیدا کرد که :

$$\sum_{i=1}^{M} \lambda_i > 0 \quad , \quad \sum_{i=1}^{M+1} \lambda_i < 0 \qquad (۱۲)$$

پس حجم در فضای R^{M+1} کاهش یافته ولی درفضای R^M تعریف شده نیست. به منظور ایجاد حجم ثابت در بعضی زیر فضاها ، کاپلان و یورک بعد لیاپانوف را به صورت زیر تعریف کردند[۸].

$$D_L = M + \frac{\sum_{i=1}^{M} \lambda_i}{\left|\lambda_{M+1}\right|} \qquad (۱۳)$$

صحت پیش بینی رفتار سیستم با استفاده از شکل های دو شاخه ای شدن، توسط شکل بزرگترین نمای لیاپانوف و بعد آن مورد بررسی قرار گرفت. در این شکل منحنی بزرگترین نمای لیاپانوف بر حسب پارامتر کنترلی سیستم رسم شده و مرز بین رفتار منظم از رفتار آشوبناک با خط صفر نمایش داده می شود. بطوریکه در مقادیری از q که بزرگترین نمای لیاپانوف بالای این خط قرار گرفت رفتار سیستم آشوبناک و برای مقادیری از q که بزرگترین نمای لیاپانوف زیر این خط قرار گرفت رفتار سیستم منظم می‌باشد. به بیان دیگر مقداری مثبت برای بزرگترین نمای لیاپانوف مبین رفتار آشوبناک و مقداری منفی برای بزرگترین نمای لیاپانوف مبین رفتار منظم از سیستم شامل حرکت پریودیک و شبه‌پریودیک می‌باشد. با توجه به شکل (۳) برای بازه $2.07 \le q < 2.2$ بزرگترین نمای لیاپانوف زیر خط صفر بوده که رفتاری منظم از سیستم را در این بازه پیش بینی می‌کند و با نتایج حاصل از شکل های دو شاخه ای شدن مطابقت کامل دارد. در روش بعد لیاپانوف با محاسبه چهار نمای لیاپانوف سیستم و استفاده از رابطه (۱۳) برای بدست آوردن بعد لیاپانوف، در بازه $2.07 \le q < 2.1$ این ابعاد دارای مقادیری صحیح بوده که صحت پیش بینی توسط شکل های دو شاخه ای شدن و بزرگترین نمای لیاپانوف را تایید می‌کند. با عبور مقدار پارامتر کنترلی سیستم از مرز 2.21 تعداد نقاط تعادل در شکل دو شاخه ای شدن سیستم بطور نامحدودی اضافه شده و بزرگترین نما ی لیاپانوف از مرز صفر گذشته و وارد محدوده مقادیر مثبت می شود. برای $q = 2.21$ بعد لیاپانوف مقدار غیر صحیح 2.3172 را به خود اختصاص می‌دهد که در جدول (۱) آورده شده است.

برای نشان دادن رفتار سیستم در بازه $2.07 \le q < 2.1$ از شکل های فضای فازی ، نگاشت پوانکاره ،پاسخ زمانی و طیف توانی برای مقادیر بحرانی پارامتر کنترلی سیستم و مقادیر دوشاخه ای شدن استفاده شده است. برای $q = 2.1955, q = 2.192 \quad q = 2.18, q = 2.14, q = 2.07$ شکل فازی به ترتیب دارای ۱ ، ۲ ، ۴ ، ۸ و ۱۶ مدار بوده که پس از طی این مدارها رفتار سیستم به صورت تناوبی تکرار می شود. برای این مقادیر از q شکل های نگاشت پوانکاره به ترتیب با ۱ ، ۲ ، ۴ ، ۸ و ۱۶ نقطه در فضای فازی نمایش داده شده است که وجود این تعداد محدود نقاط منفصل بیانگر رفتاری منظم از سیستم بوده و روند رو به رشد تعداد نقاط خروج از حرکت پریودیک و ورود به یکی از

حرکتهای شبه پریودیک یا آشوبناک را بیان می‌کند.پریود زمانی رفتار سیستم با توجه به شکل پاسخ زمانی قابل تشخیص بوده و شکل های طیف توانی نیز برای بازه فوق داری منحنی هایی آرام با نقاط ماکزیمم در فرکانس تحریک و ضرایب آن می باشد. ولی با افزایش مقدار پارامتر کنترلی سیستم این روند آرام به تدریج به روندی ناآرام تبدیل می‌شود. این گونه رفتار ها در شکل های (۴) الی (۶) نشان داده شده اند. با عبور مقدار پارامتر کنترلی سیستم از مرز 2.21 تعداد نقاط تعادل در شکل دو شاخه ای شدن سیستم بطور نامحدودی اضافه شده و بزرگترین نمای لیاپانوف از مرز صفر گذشته و وارد محدوده مقادیر مثبت می شود. همچنین بعد لیاپانوف نیز مقدارغیر صحیح 2.3172 را به خود اختصاص می دهد که همگی رفتاری آشوبناک برای سیستم را پیش بینی می کنند. بطوریکه شکل فازی سیستم به صورت خط سیرهایی در فضای فازی بوده که هیچ وقت همدیگر را قطع نکرده و تمایل به پر کردن ناحیه ای از فضای فازی را دارند. همچنین نگاشت پوانکاره به صورت نقاطی نا منظم در فضای فازی بوده که با افزایش مقدار q بر نامنظمی آن افزوده می شود. تشخیص پریود زمانی مشخص از روی شکل پاسخ زمانی سیستم نیز غیر ممکن بوده و شکل طیف توانی برای $q = 2.21$ به شدت دچار اغتشاش می‌باشد. همگی این رفتارها که در شکل (۷) نشان داده شده است، موید پیش بینی انجام شده توسط شکل های دو شاخه ای شدن و بزرگترین نمای لیاپانوف و محاسبه بعد لیاپانوف می‌باشد.

٦- تاثیر عامل استهلاک بر رفتار سیستم

در ادامه با ثابت نگه داشتن q در محدوده آشوب، پارامتر b را که متناظر با ضریب استهلاک سیستم می باشد به عنوان پارامتر کنترلی سیستم انتخاب کرده و حساسیت رفتاری سیستم با تغییر این پارامتر کنترلی جدید مورد بررسی قرار گرفته است. همانند قسمتهای قبلی برای این پارامتر نیز شکل های دو شاخه ای شدن و بزرگترین نماهای لیاپانوف در بازه $0.25 \le b \le 0.55$ به ترتیب در شکل های (۸) و(۹) نشان داده شده است. روند این شکل ها مبین رفتاری آشوبناک از سیستم در بازه $0.25 \le b \le 0.4$ می باشد ولی با افزایش این مقدار شکل دوشاخه ای شدن دارای تعداد شاخه های محدود و محدود تر شده بطوریکه برای $b > 0.55$ تناظر یک به یک بین نقاط تعادل و پارامتر کنترلی سیستم به وجود می‌آید. همچنین شکل بزرگترین نمای لیاپانوف نیز برای $0.25 \le b \le 0.4$ بالای خط صفر و برای مقادیر بیشتر از 0.4 زیر این خط قرار می گیرد.

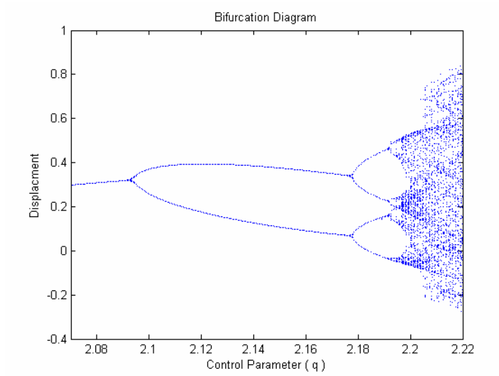
شکل های فضای فازی سیستم نیز برای $b = 0.55, b = 0.43, b = 0.423, b = 0.42$ و $b = 0.6$ به ترتیب دارای ۸، ۴، ۲، ۱و۱ مدار بوده به طوریکه بعد از طی این مدارها رفتار خود را تکرار می کند. همچنین برای مقادیر ذکر شده شکل های نگاشت پوانکاره متناظر نیز به ترتیب با ۸، ۴، ۲، ۱و۱ نقطه در فضای فازی نشان داده شده است. شکل های پاسخ زمانی نیز با افزایش این پارامتر دارای پریود مشخص شده و رشد طیف آرام با افزایش این پارامتر در شکل های (۱۰) و (۱۱) و (۱۲) مشاهده می شود. با توجه به نتایج حاصله از انتخاب پارامتر b به عنوان پارامتر کنترلی سیستم می توان با اختصاص دادن مقادیر بزرگتر از 0.55 به آن که متناظر با افزایش دمپینگ سیستم می باشد، از بروز پدیده آشوب در سیستم گاورنر گریز از مرکز جلوگیری کرد.

۷- نتیجه گیری

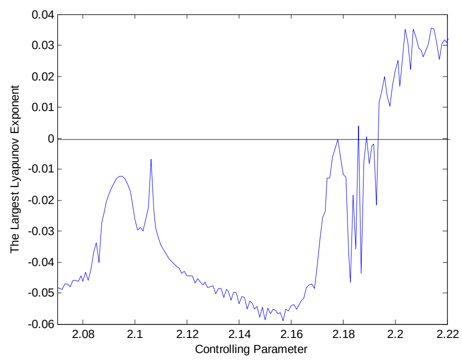
در این مقاله معادلات حاکم بر رفتار در گاورنر شش وجهی استخراج گردید. رفتار سیستم در محدوده وسیعی از پارامتر کنترلی q مورد بررسی قرار گرفت. دیاگرام های کنترلی محاسبه گردیده، رفتار متفاوتی را برای سیستم در این محدوده نشان می دهند. سیستم ابتدا دارای رفتار پریودیک، سپس شبه پریودیک و سرانجام آشوبناک می باشد. به منظور تایید نتایج، بزرگترین نمای لیاپانوف و بعد لیاپانوف نیز برای هر قسمت جداگانه محاسبه گردید. سرانجام، نگاشت پوانکاره، پاسخ زمانی و طیف توانی برای تمایز رفتارهای پریودیک، شبه پریودیک و آشوبناک از یکدیگر نیز مورد استفاده قرار گرفت.

کنترل آشوب در محدوده ای که سیستم رفتار آشوبناک دارد، توسط تغییر در پارامتر استهلاک انجام شد. محاسبات نشان می دهند که با افزایش پارامتر استهلاک سیستم می توان رفتار آن را از آشوبناک بودن به رفتاری پریودیک تغییر داد.

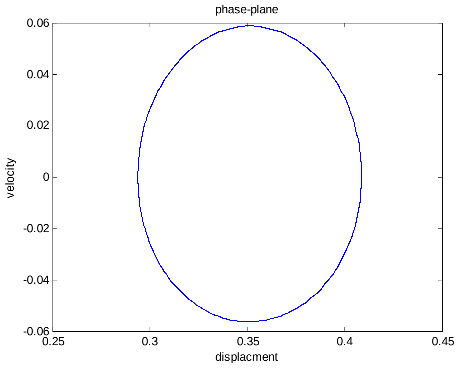
۸- جداول و شکل ها



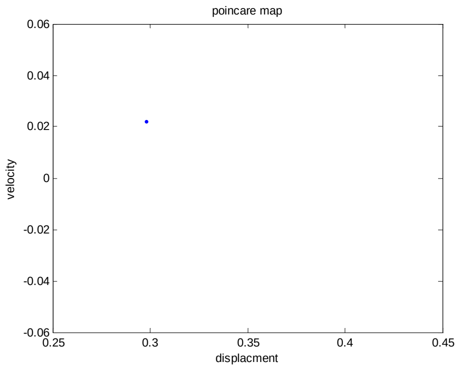
شکل (۲) شکل چند شاخه ای شدن برای پارامتر کنترلی در بازه $2.07 \le q \le 2.21$



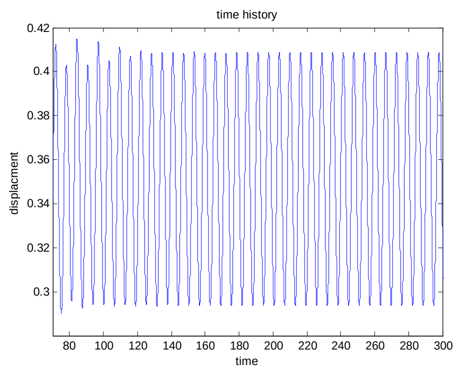
شکل (۳) شکل بزرگترین توان لیاپانوف برای پارامتر کنترلی در بازه $2.07 \le q \le 2.2$



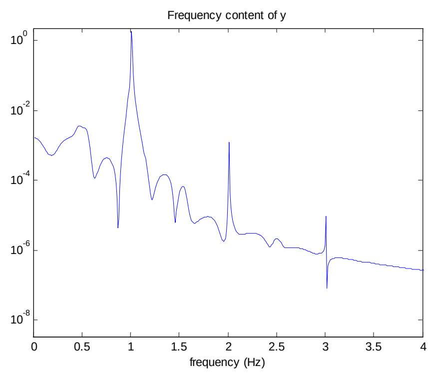
(a)



(b)

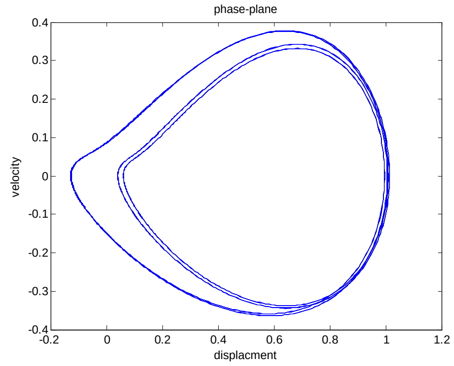


(c)

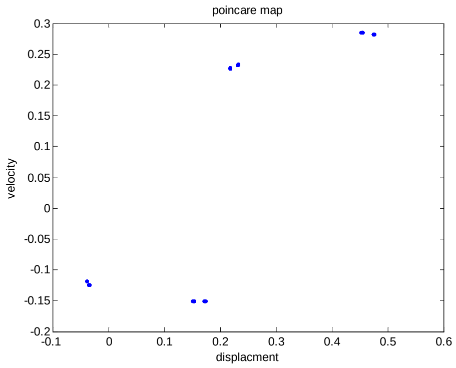


(d)

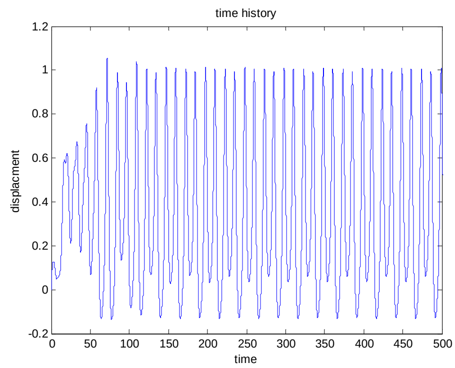
شکل (۴) a:شکل فازی b: نگاشت پوانکاره c: پاسخ زمانی d: طیف توانی برای پارامتر کنترلی $q = 2.07$



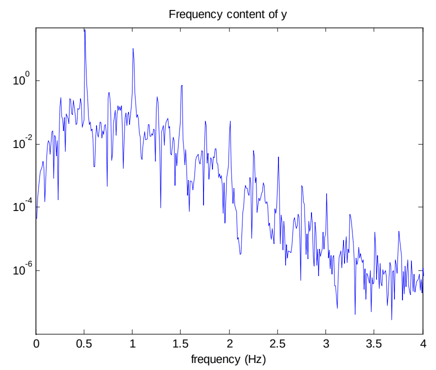
(a)



(b)

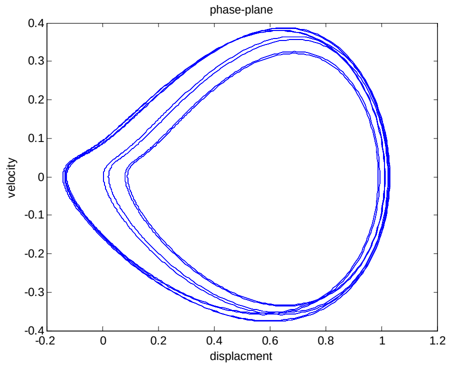


(c)

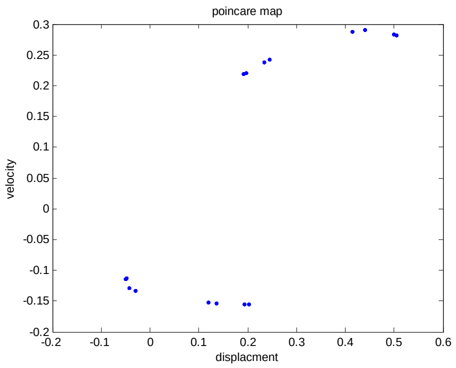


(d)

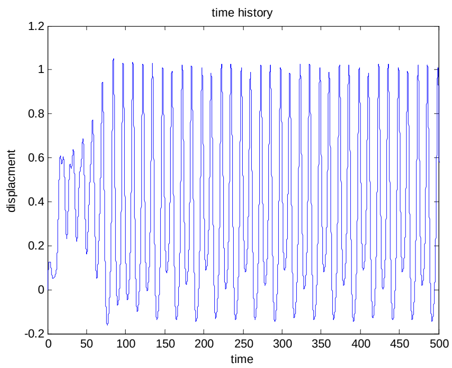
شکل (۵) a:شکل فازی b: نگاشت پوانکاره c: پاسخ زمانی d: طیف توانی برای پارامتر کنترلی $q = 2.192$



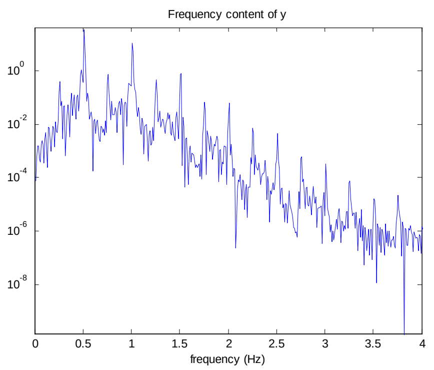
(a)



(b)

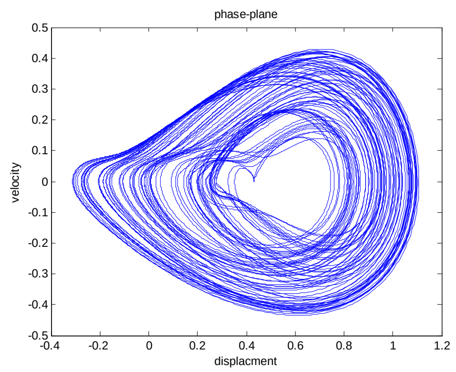


(c)

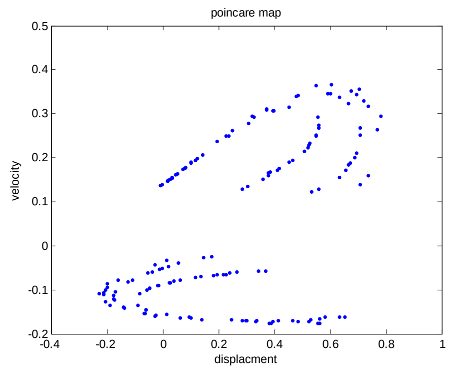


(d)

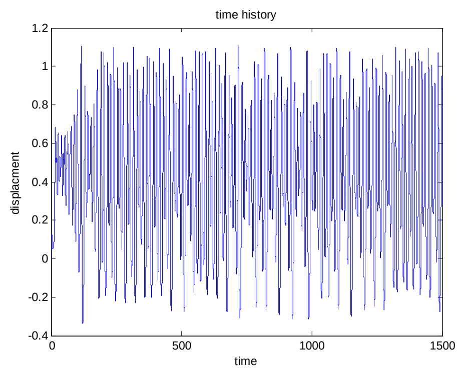
شکل (۶) a:شکل فازی b: نگاشت پوانکاره c: پاسخ زمانی d: طیف توانی برای پارامتر کنترلی $q = 2.1955$



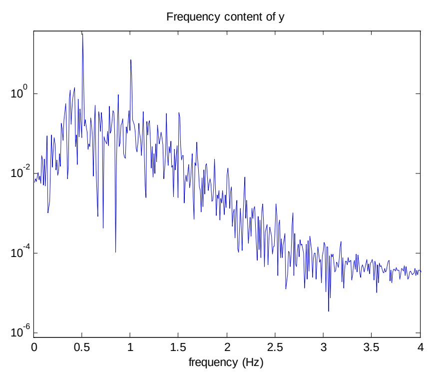
(a)



(b)

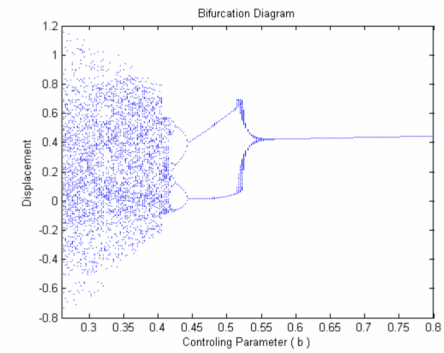


(c)



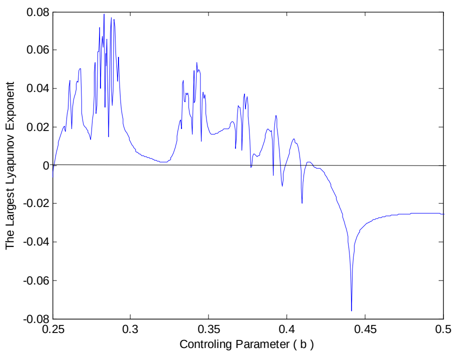
(d)

شکل (۷) a:شکل فازی b: نگاشت پوانکاره c: پاسخ زمانی d: طیف توانی برای پارامتر کنترلی $q = 2.21$



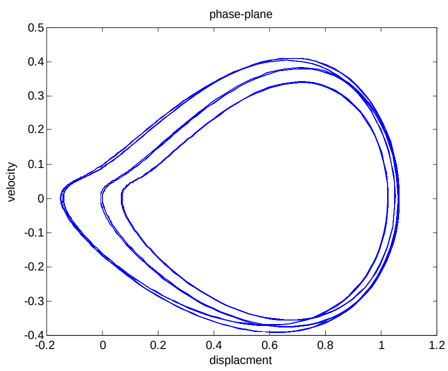
شکل (۸) شکل چند شاخه ای شدن برای پارامتر کنترلی در بازه

$$0.25 \le b \le 0.5$$

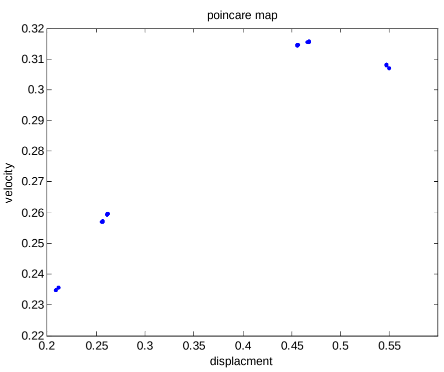


شکل (۹) شکل بزرگترین توان لیاپانوف برای پارامتر کنترلی در بازه

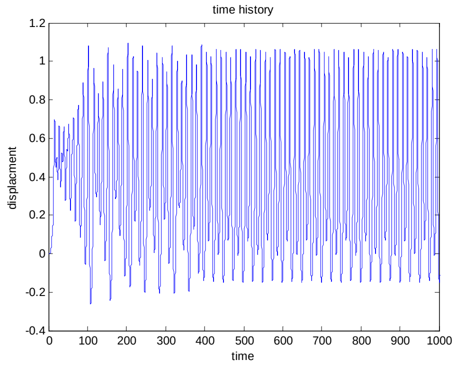
$$0.25 \le b \le 0.5$$



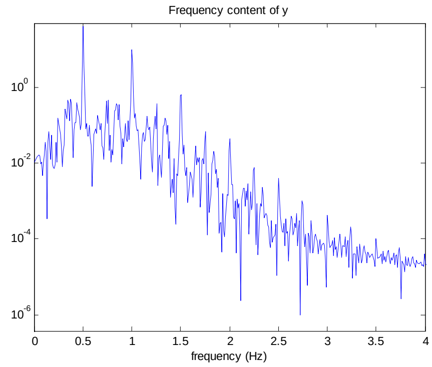
(a)



(b)

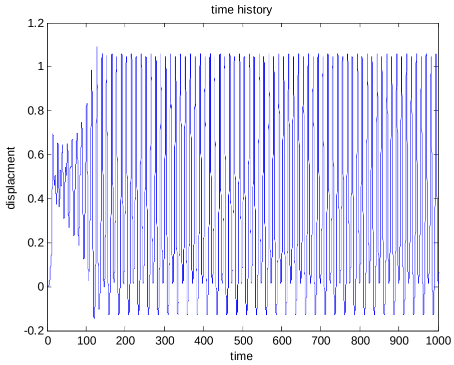


(c)

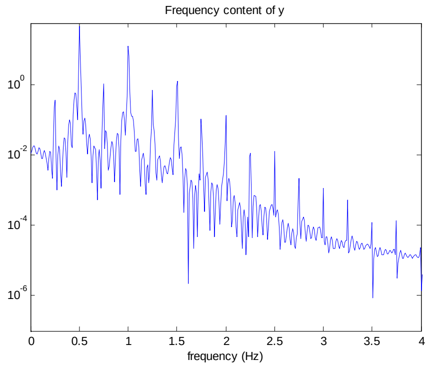


(d)

شکل (۱۰) a:شکل فازی b: نگاشت پوانکاره c: پاسخ زمانی d: طیف توانی برای پارامتر کنترلی $b = 0.42$

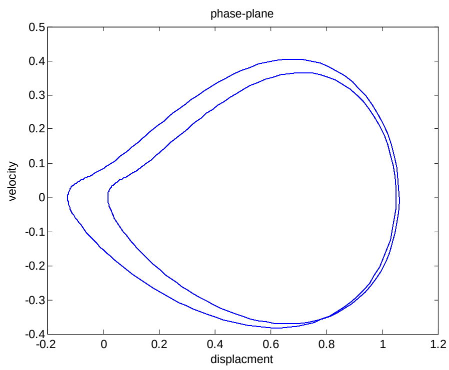


(c)

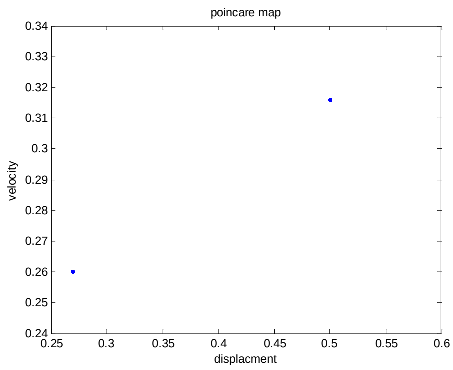


(d)

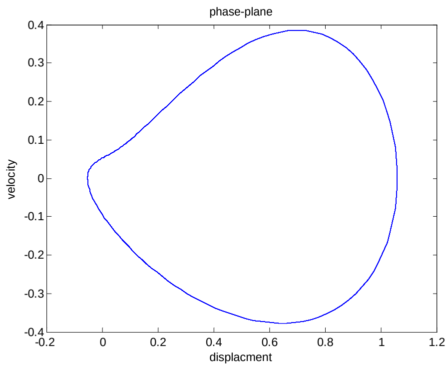
شکل (۱۱) a:شکل فازی b: نگاشت پوانکاره c: پاسخ زمانی d: طیف توانی برای پارامتر کنترلی $b = 0.45$



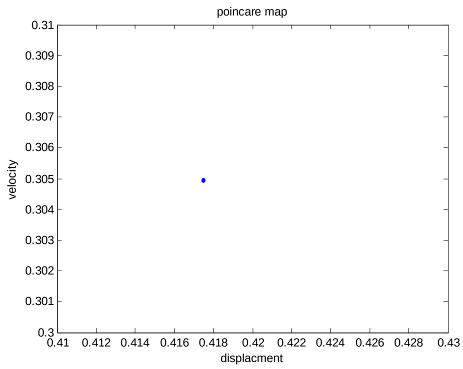
(a)



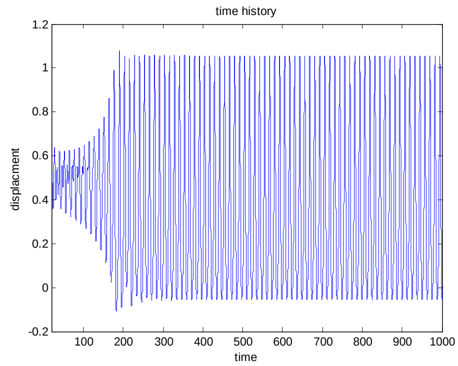
(b)



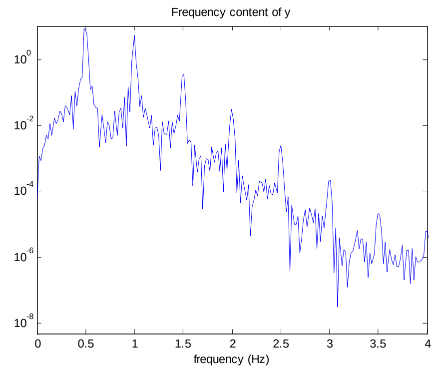
(a)



(b)



(c)



(d)

شکل (۱۲) a: شکل فازی b: نگاشت پوانکاره c: پاسخ زمانی d: طیف توانی برای پارامتر کنترلی $b = 0.55$

جدول (۱) نما و بعد لیاپانوف برای پارامتر کنترلی های مختلف

q	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	d_L	
2.07	**-0.0443**	**0**	**-0.0442**	**-0.3115**	**1**	**Period-1**
2.14	**-0.0509**	**0**	**-0.0511**	**-0.2979**	**1**	**Period-2**
2.18	**-0.0159**	**0**	**-0.1158**	**-0.2686**	**1**	**Period-4**
2.192	**-0.00256**	**0**	**-0.1368**	**-0.2606**	**1**	**Period-8**
2.1955	**-0.02199**	**0**	**-0.1275**	**-0.2506**	**1**	**Period-16**
2.21	**0.0353**	**0**	**-0.1112**	**-0.3241**	**2.3172**	**Chaos**

مراجع

[1] Z.-M. Ge, H.-S. Yang, H.-H. Chen, H.-K. Chen, Regular and chaotic dynamics of a rotational machine with a centrifugal governor, International Journal of Engineering Science, Vol. 37, pp. 921-943, 1999.

[2] Zheng-Ming Ge, Ching-I Lee, Non-linear dynamics and control of chaos for a rotational machine with a hexagonal centrifugal governor with a spring, Journal of Sound and Vibration, Vol. 262,pp. 845–864, 2003.

[3] Q. Zhu, M. Ishitobi, S. Nagano, Condition of chaotic vibration in a entrifugal governor, Journal of Sound and Vibration, Vol. 268 , pp.627–631 , 2003.

[4] Zheng-Ming Ge, Ching-I Lee, Anti control and synchronization of chaos for an autonomous rotational machine system with a hexagonal centrifugal governor, Journal of Sound and Vibration, Vol. 282, pp. 635–648 , 2005.

[5] Zheng-Ming Ge, Wei-Ren Jhuang, Chaos, control and synchronization of a fractional order rotational mechanical system with a centrifugal governor, Chaos Solitons and Fractals, 2006.

[6] Sotomayora, J. Mellob, L.F., Denis de Carvalho Bragac, Stability and Hopf bifurcation in an hexagonal governor system, Nonlinear Analysis: RealWorld Applications , 2007.

[7] Moon. F.C., Chaotic Vibration, An Introduction for Applied Scientists and Engineers, John Wily & sons, New Jersey, 2004.

[8] Nayfeh. A.H., Balakumar, B., Applied Nonlinear Dynamic, Analytical, Computational and Experimental Method, John Wily & sons, New York, 1995.

[۹] رمضان‌نژاد آزاربنی، حبیب، تحلیل ارتعاشات آشوبناک در سیستم های دینامیکی (گاورنر گریز از مرکز)، پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، دانشکده مکانیک، ۱۳۸۶