

شبیه سازی عددی انتقال حرارت جابجایی توام نانوسیال در یک محفظه شیبدار کم عمق به کمک روش شبکه بولتزمن

آرش کریمی پور^۱

* نویسنده مسئول: arashkarimipour@gmail.com ; arash.karimipour@pmc.iaun.ac.ir

چکیده

هدف کار حاضر بررسی جابجایی توام نانوسیال آب-مس در یک محفظه شیبدار دوبعدی کم عمق، به کمک روش شبکه بولتزمن است. از مدل شبکه $D2Q9$ مبتنی بر اپراتور برخورد BGK و مدل تابع توزیع انرژی گرمایی، جهت شبیه سازی دامنه ی حرارتی جریان استفاده می شود. درپوش گرم بالایی محفظه با سرعت ثابت U_0 حرکت کرده و دیوار سرد پایینی نیز ثابت است. وجوه کناری محفظه عایق می باشند. اثر مقادیر مختلف زاویه شیب محفظه و کسر حجمی ذرات نانو بر خواص حرکتی و حرارتی نانوسیال در سه حالت مختلف حاکمیت جابجایی آزاد، اجباری و توام و به ازای عدد رینولدز برابر با ۱۰ و ۱۰۰، بررسی می شود. مقایسه نتایج حاصل از کار حاضر با داده های محققین پیشین نشان دهنده دقت مطلوب نتایج حاصل از مقاله حاضر است که در قالب خطوط جریان، خطوط همدمای و پروفیل های سرعت و دما ترسیم می شوند. مشاهده شد که در حالت حاکمیت جابجایی آزاد، مقدار عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی ذرات نانو و زاویه شیب محفظه، زیادتیر خواهد شد. تحقیق حاضر به خوبی بیانگر قابلیت مطلوب روش شبکه بولتزمن جهت شبیه سازی انتقال حرارت جابجایی توام نانوسیال در یک محفظه شیبدار کم عمق است.

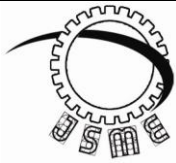
واژه های کلیدی

روش شبکه بولتزمن،
محفظة شیبدار،
نانوسیال.

تاریخ ارسال: ۱۳۹۴/۰۸/۰۸

تاریخ بازنگری: ۱۳۹۴/۱۰/۱۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱۰/۳۰



Journal of
Solid Mechanics
in Engineering

Journal of Solid Mechanics in Engineering

<http://jsme.iaukhsh.ac.ir>



Numerical Simulation of Mixed Convection Heat Transfer of Nanofluid in an Inclined Enclosure by Applying LBM

Arash Karimipour^{1,*}

* Corresponding Author: arash.karimipour@pmc.iaun.ac.ir

Abstract:

Mixed convection of Cu-Water nanofluid is studied numerically in a shallow inclined enclosure by applying lattice Boltzmann method. The D2Q9 lattice and internal energy distribution function based on the BGK collision operator are used in order to develop the thermal flow field. The enclosure's hot lid has the constant velocity of U_0 while its cold lower wall has no motion. Moreover, sidewalls are taken in to account as adiabatic ones. At 3 modes of convection heat transfer (free convection, force convection and mixed convection), the effects of volume fraction and inclination angle of enclosure are studied for different values of Reynolds number as equal to 10 and 100. Comparison of achieved results as like the streamlines, isotherms and profiles of velocity and temperature versus pervious available ones, implies the appropriate agreement. It is seen that more amount of volume fraction and enclosure inclination angle at the state of free convection would correspond to higher Nusselt number. The incomes of present work show the suitable performance of lattice Boltzmann method in order to simulate the nanofluid mixed convection in an inclined enclosure.

Key words:

LBM,
Inclined enclosure,
nanofluid.

1- Assistant Prof., Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

۱- مقدمه

اثرات حجمی هستند [۲۶-۲۹]. تعداد زیادی از مقالات نیز درصدد توجیه کاربرد مطلوب LBM برای حل مسائل جابجایی آزاد در محفظه‌ها برآمده‌اند [۳۰-۳۲]. البته برخی نیز محفظه‌ای که از محیط متخلخل پر شده باشد را مورد بررسی قرار داده‌اند [۳۳]. تاکنون روشهای مختلفی برای روش شبکه بولتزمن گرمایی ارائه شده است، که در بین آنها روش تابع توزیع انرژی درونی، عملکرد مناسبی از خود نشان داده است [۳۴]. این روش تقریباً جدید بوده و از دقت و پایداری مناسبی نیز برخوردار است. همچنین کار حاصل از نیروی فشار و اتلافات ویسکوز نیز در این روش قابل در نظر گرفتن است [۳۵]. یک روش خلاقانه جهت افزایش نرخ انتقال حرارت استفاده از مخلوط یک مایع و ذرات جامد ریز معلق در آن است که اصطلاحاً نانوسیال نامیده می‌شود [۳۶]. این مخلوط در مقایسه با مایع اولیه از ضریب هدایت حرارتی بیشتری برخوردار است. تحقیقات وسیعی در زمینه استفاده از نانوسیال در جریان و انتقال حرارت داخل محفظه‌ها، به کمک معادلات ناویر استوکس، گزارش شده است [۳۷-۴۴]؛ مثلاً بررسی انتقال حرارت جابجایی توام نانوسیال آب-مس در یک محفظه با درپوش متحرک نوسانی [۴۵] و یا بررسی جابجایی توام یک نانوسیال دوفازی در یک محفظه کم عمق [۴۶]. اخیراً محققین سعی در شبیه سازی نانوسیال به کمک روش شبکه بولتزمن نموده و به موفقیت‌هایی نیز دست یافتند. البته مقالات اندکی در مورد شبیه سازی جابجایی توام نانوسیال به کمک LBM موجود است [۴۷] و در همین تحقیقات اندک نیز، همواره محفظه در حالت افقی مفروض بوده است؛ در حالیکه در کاربردهای عملی بسیار محتمل خواهد بود که محفظه به طور شیبدار نیز مورد استفاده قرار گیرد.

نتیجتاً در کار حاضر، جابجایی توام یک نانوسیال محبوس در یک محفظه شیبدار کم عمق، برای نخستین بار، به کمک روش شبکه بولتزمن تحلیل خواهد شد. محفظه به طور شیبدار انتخاب می‌شود تا دامنه وسیع تری از کاربردهای مهندسی را شامل شود. برای استفاده از روش شبکه بولتزمن در مساله مفروض، باید جمله برخورد و

روش شبکه بولتزمن (LBM) از جمله روشهای CFD است که برای شبیه سازی جریان و انتقال گرما بکاربرده می‌شود. این روش در جریانهای ماکرو، میکرو و نانو قابلیت کاربرد داشته و عملکرد مطلوب آن منجر به استفاده روز افزون از آن گشته است. اساساً LBM یک مدل تراکم پذیر برای گاز ایده آل است، لذا این مدل قادر به ارضای معادلات ناویراستوکس تراکم پذیر خواهد بود. اگر چه با استفاده از بسط چاپمن-انسکوگ می‌توان معادلات تراکم ناپذیر ناویر استوکس را نیز، از آن استخراج نمود؛ البته خطای تراکم پذیری LBM در مقادیر کوچک عدد ماخ صرفنظر است [۱-۸]. روش شبکه بولتزمن، جهت شبیه سازی جریانهای چند فازی نیز بسیار مناسب خواهد بود. در این روش از معادلات دیفرانسیل مرتبه اول استفاده می‌شود، لذا فرایند گسسته سازی و کد نویسی آن کار مشکلی نخواهد بود. LBM در مقایسه با سایر روشهای مینا ذره‌ای نظیر دینامیک مولکولی و یا شبیه سازی مستقیم مونت کارلو، هزینه و زمان کمتری صرف می‌کند [۹-۱۲].

شبیه سازی جریان در LBM از دو مرحله برخورد و پخش ذرات مجازی واقع بر گره‌های شبکه، تشکیل می‌شود؛ البته با استفاده از مدل برخورد BGK، قوانین بقا در برخوردهای بین این ذرات نیز ارضا خواهد شد [۱۳-۱۶]. تاکنون مطالعات زیادی جهت ارتقای کاربرد LBM در یک میکروکانال در شرایط مختلف، گزارش شده‌اند [۱۷-۲۵]. همچنین بررسی جریان و انتقال حرارت در یک محفظه با درپوش متحرک به کمک LBM نیز یکی از موضوعات مورد علاقه محققین بوده است. این محفظه‌ها در بسیاری از صنایع و کاربردهای عملی مهندسی نظیر بهینه سازی گرمایی یک ساختمان، ساختن کلکتورهای خورشیدی و یا در سیستمهای خنک سازی لوازم الکترونیکی، استفاده می‌شوند. البته برخی پژوهشگران نیز مساله انتقال گرما در محفظه‌های کم عمق را بررسی نموده‌اند. در اینگونه از محفظه‌ها که نسبت طول به عرض زیادی دارند، اثرات سطحی نظیر حرکت درپوش، بسیار مهم تر از

ثابت بودن مقدار عدد رینولدز، هر تغییری در عدد ریچاردسون ($Ri=Gr/Re^2$) فقط منجر به تغییر در عدد گراشف $Gr=g\beta_{nf}H^3\Delta T/\nu_{nf}^2$ خواهد شد. شایان ذکر است که Ri بیانگر نسبت نیروهای شناوری (در قالب Gr) به تنشهای برشی ناشی از درپوش (در قالب Re) است. به منظور بررسی اثر Re بر نرخ انتقال حرارت، تغییرات عدد ناسلت نانوسیال به ازای رینولدز برابر با ۱۰ و ۱۰۰ بررسی خواهد شد.

۳- فرمولبندی

۳-۱- نانوسیال

چگالی موثر نانوسیال با کسر حجمی ϕ به شکل زیر نوشته می شود:

$$\rho_{nf} = \phi\rho_s + (1-\phi)\rho_f \quad (1)$$

که اندیسههای ρ_{nf} ، f و s به ترتیب بیانگر نانوسیال، سیال و ذرات جامد نانو هستند. ظرفیت گرمایی نانوسیال و ضریب پخش گرمایی نیز به کمک روابط ذیل قابل محاسبه خواهند بود:

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s \quad (2)$$

$$\alpha_{nf} = k_{nf}/(\rho C_p)_{nf} \quad (3)$$

برای تخمین مقدار ویسکوزیته دینامیک و هدایت گرمایی موثر نیز از روابط زیر استفاده می شود:

$$\mu_{nf} = \mu_f/(1-\phi)^{2.5} \quad (4)$$

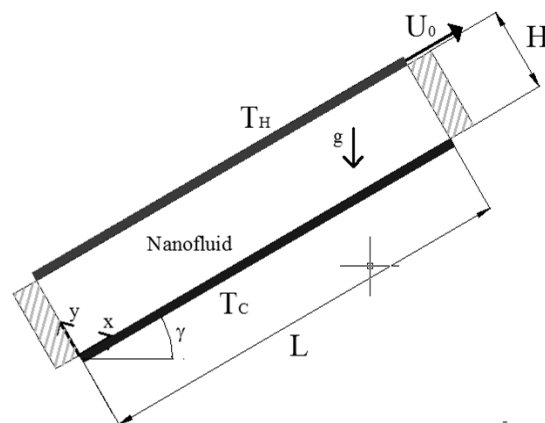
$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 64.7 \times \phi^{0.7460} \left(\frac{d_f}{d_p}\right)^{0.3690} \times \left(\frac{k_s}{k_f}\right)^{0.7476} \left(\frac{\mu}{\rho_f \alpha_f}\right)^{0.9955} \left(\frac{\rho_f B_c T}{3\pi\mu^2 l_{BF}}\right)^{1.2321} \quad (5)$$

که B_c و l_{BF} به ترتیب ثابت بولتزمن و فاصله پویس آزاد متوسط مولکولی آب هستند. لازم به ذکر است که اثر قطر ذرات نانو و حرکت براونی آنها نیز در رابطه (۵) در نظر گرفته می شود.

شرایط مرزی مورد استفاده در این روش را بگونه ای اصلاح نمود که اثرات ناشی از نیروهای شناوری و زاویه شیب محفظه (البته توامان با حرکت درپوش) در نظر گرفته شوند.

۲- بیان مساله

جابجایی توام آرام نانوسیال تشکیل شده از آب-مس در یک محفظه کم عمق شیبدار با نسبت شکلی برابر ۵ و به کمک روش شبکه بولتزمن شبیه سازی می شود (مطابق شکل ۱). f بیانگر تابع توزیع چگالی-ممتوم و g نیز تابع توزیع چگالی انرژی درونی است که به ترتیب برای دامنه هیدرودینامیکی و گرمایی جریان استفاده می شوند. درپوش گرم بالایی با سرعت ثابت U_0 حرکت می کند. دیوارهای جانبی نیز آدیاباتیک هستند.



شکل (۱) شکل شماتیک محفظه کم عمق شیبدار

نانوسیال مورد استفاده مخلوطی همگن و نیوتنی است که در آن آب به عنوان سیال پایه و ذرات مس به عنوان نانوذرات در نظر گرفته می شوند که قطر آنها نیز برابر با ۱۰ نانومتر مفروض است. اثر مقادیر مختلف از زاویه شیب محفظه برابر با ۰ و ۳۰ و ۶۰ و ۹۰ درجه و کسر حجمی ذرات نانو برابر ۰/۰۴، ۰/۰۲ و صفر در سه حالت جابجایی آزاد، جابجایی توام و جابجایی اجباری به ازای عدد رینولدز ثابت و برابر ۱۰۰، مورد بررسی قرار می گیرد. در کار حاضر، عدد رینولدز، عدد پراتل و عدد ناسلت بر حسب خواص نانوسیال تعریف می شوند: $Re=\rho_{nf} U_0 h$ ، $Nu=h(\partial T/\partial y)/\Delta T$ و $Pr=\nu_{nf}/\alpha_{nf}$ با توجه

همچنین مقدار μ نیز به شکل زیر تخمین زده خواهد

شد:

$$\mu = A10^{\frac{B}{T-C}}, \quad C = 140 \text{ (K)}, \quad (6)$$

$$B = 247 \text{ (K)}, \quad A = 2.414 \times 10^{-5} \text{ (Pas)}$$

۲-۳- روش شبکه بولتزمن

با استفاده از LBM-BGK مبتنی بر تابع توزیع انرژی

درونی، معادلات حرکتی و حرارتی بولتزمن برابرند با:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha} = \Omega(f) = -\frac{1}{\tau_f} (f_i - f_i^e) \quad (7)$$

$$\frac{\partial g_i}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial g_i}{\partial x_\alpha} = \Omega(g_i) - f_i Z_i = \quad (8)$$

$$0.5|\mathbf{c} - \mathbf{u}|^2 \Omega(f_i) - f_i Z_i = -\frac{g_i - g_i^e}{\tau_g} - f_i Z_i$$

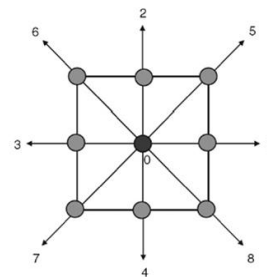
که f^e و g^e به ترتیب توابع توزیع حرکتی و حرارتی هستند. بردار سرعت میکروسکوپی و ماکروسکوپی نیز

برابر است با: $\mathbf{c} = (c_x, c_y)$ و $\mathbf{u} = (u, v)$. پارامتر Ω عملگر برخورد و τ_f و τ_g نیز ضرایب آسایش حرکتی و حرارتی نامیده می شوند. مدل شبکه D2Q9، مطابق شکل ۲، جهت ادامه محاسبات و گسسته سازی سرعتهای میکروسکوپی، مناسب شناخته شد:

$$\mathbf{c}_i = \left(\cos \frac{i-1}{2} \pi, \sin \frac{i-1}{2} \pi \right), \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$\mathbf{c}_i = \sqrt{2} \left(\cos \left[\frac{(i-5)}{2} \pi + \frac{\pi}{4} \right], \sin \left[\frac{(i-5)}{2} \pi + \frac{\pi}{4} \right] \right), \quad i = 5, 6, 7, 8 \quad (9)$$

$$\mathbf{c}_0 = (0, 0)$$



شکل (۲) شبکه D2Q9

اتلافات گرمایی Z و توابع توزیع تعادلی به کمک

معادلات (۱۰) و (۱۲) محاسبه می شوند:

$$Z_i = (c_{i\alpha} - u_\alpha) \left[\frac{\delta u_\alpha}{\delta t} + c_{i\alpha} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha} \right] \quad (10)$$

$$f_i^e = \omega_i \rho \left[1 + 3(c_i \cdot \mathbf{u}) + \frac{9(c_i \cdot \mathbf{u})^2}{2} - \frac{3\mathbf{u}^2}{2} \right] \quad (11)$$

$$i=0, 1, \dots, 8$$

$$\omega_0=4/9, \quad \omega_{1,2,3,4}=1/9, \quad \omega_{5,6,7,8}=1/36$$

$$g_0^e = -\frac{2}{3} \rho e \mathbf{u}^2$$

$$g_{1,2,3,4}^e = \frac{1}{9} \rho e [1.5 + 1.5(c_{1,2,3,4} \cdot \mathbf{u}) + 4.5(c_{1,2,3,4} \cdot \mathbf{u})^2 - 1.5\mathbf{u}^2] \quad (12)$$

$$g_{5,6,7,8}^e = \frac{1}{36} \rho e [3 + 6(c_{5,6,7,8} \cdot \mathbf{u}) + 4.5(c_{5,6,7,8} \cdot \mathbf{u})^2 - 1.5\mathbf{u}^2]$$

اکنون شکل گسسته شده معادلات حرکتی و حرارتی

بولتزمن قابل نوشتن است:

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{\Delta t}{2\tau_f} [f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i^e(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t)] \quad (13)$$

$$-\frac{\Delta t}{2\tau_f} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^e(\mathbf{x}, t)]$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{\Delta t}{2\tau_g} \times [g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - g_i^e(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t)] \quad (14)$$

$$-\frac{\Delta t}{2} f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) Z_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t)$$

$$-\frac{\Delta t}{2\tau_g} [g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^e(\mathbf{x}, t)] - \frac{\Delta t}{2} f_i(\mathbf{x}, t) Z_i(\mathbf{x}, t)$$

به منظور حل مشکل ضمنی بودن معادلات (۱۳) و (۱۴)،

توابع توزیع جدیدی به شکل زیر معرفی می شوند:

$$\tilde{f}_i = f_i + \frac{\Delta t}{2\tau_f} (f_i - f_i^e) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - \tilde{f}_i(\mathbf{x}, t) = & \\ - \frac{\Delta t}{\tau_f + 0.5 \Delta t} [\tilde{f}_i - f_i^e] & \\ + \left(\frac{\Delta t \tau_f}{\tau_f + 0.5 \Delta t} \frac{3G(c_{ix} - u)}{c^2} f_i^e \right) \sin \gamma & \quad (21) \\ + \left(\frac{\Delta t \tau_f}{\tau_f + 0.5 \Delta t} \frac{3G(c_{iy} - v)}{c^2} f_i^e \right) \cos \gamma & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_i = f_i + \frac{\Delta t}{2\tau_f} (f_i - f_i^e) - \frac{\Delta t}{2} F \Rightarrow & \\ f_i = \frac{\tau_f \tilde{f}_i + 0.5 \Delta t f_i^e}{\tau_f + 0.5 \Delta t} + \frac{0.5 \Delta t \tau_f}{\tau_f + 0.5 \Delta t} F & \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_i = \frac{\tau_f \tilde{f}_i + 0.5 \Delta t f_i^e}{\tau_f + 0.5 \Delta t} + \frac{0.5 \Delta t \tau_f}{\tau_f + 0.5 \Delta t} \frac{\mathbf{G} \cdot (\mathbf{c}_i - \mathbf{u})}{RT} f_i^e = & \\ \frac{\tau_f \tilde{f}_i + 0.5 \Delta t f_i^e}{\tau_f + 0.5 \Delta t} + \left(\frac{0.5 \Delta t \tau_f}{\tau_f + 0.5 \Delta t} \frac{G(c_{ix} - u)}{RT} f_i^e \right) \sin \gamma & \quad (23) \\ + \left(\frac{0.5 \Delta t \tau_f}{\tau_f + 0.5 \Delta t} \frac{G(c_{iy} - v)}{RT} f_i^e \right) \cos \gamma & \end{aligned}$$

به منظور در نظر گیری همزمان اثر جاذبه و زاویه شیب محفظه، پارامترهای ماکروسکوپی که به شرح زیر قابل محاسبه خواهند بود:

$$\begin{aligned} \rho = \sum_i \tilde{f}_i & \\ u = (1/\rho) \sum_i \tilde{f}_i c_{ix} + \frac{\Delta t}{2} G \sin \gamma & \quad (24) \\ v = (1/\rho) \sum_i \tilde{f}_i c_{iy} + \frac{\Delta t}{2} G \cos \gamma & \\ \rho e = \rho RT = \sum_i \tilde{g}_i - \frac{\Delta t}{2} \sum_i f_i Z_i & \end{aligned}$$

۳-۴- شرایط مرزی حرکتی (هیدرودینامیکی)

شرط مرزی عدم لغزش روی دیوارها به کمک مدل برگشتی غیرتعادلی اعمال می شود. این مدل تضمین کننده عدم وجود دبی جرمی در دیوار بوده و ذرات برخورد کننده به دیوار را در جهتی هماهنگ با شرایط تعادل، باز می گرداند.

برای مثال روی دیوار غربی، توابع توزیع مجهول به شکل زیر مشخص می شوند:

$$\tilde{g}_i = g_i + \frac{\Delta t}{2\tau_g} (g_i - g_i^e) + \frac{\Delta t}{2} f_i Z_i \quad (16)$$

با استفاده از معادلات (۱۷) و (۱۸)، مراحل برخورد و پخش، قابل بیان خواهند بود:

$$\begin{aligned} \tilde{f}_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - \tilde{f}_i(\mathbf{x}, t) = & \\ - \frac{\Delta t}{\tau_f + 0.5 \Delta t} [\tilde{f}_i(\mathbf{x}, t) - f_i^e(\mathbf{x}, t)] & \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{g}_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - \tilde{g}_i(\mathbf{x}, t) = & \\ - \frac{\Delta t}{\tau_g + 0.5 \Delta t} [\tilde{g}_i(\mathbf{x}, t) - g_i^e(\mathbf{x}, t)] & \quad (18) \\ - \frac{\tau_g \Delta t}{\tau_g + 0.5 \Delta t} f_i Z_i & \end{aligned}$$

مقادیر ویسکوزیته سینماتیک و ضریب پخش گرمایی نیز به کمک ضرایب آسایش، قابل تخمین هستند:

$$v = \tau_f RT, \quad \alpha = 2\tau_g RT \quad (19)$$

۳-۳- اثر جاذبه

با استفاده از تقریب بوزینسک [۳۰ و ۳۴]، نیروی شناوری بر واحد جرم به صورت $\mathbf{G} = \beta g(T - \bar{T})$ تعریف می شود. همچنین $F = \mathbf{G} \cdot (\mathbf{c} - \mathbf{u}) f_i^e / RT$ نیز بیانگر اثر نیروی شناوری در معادله بولتزمن است:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_i}{\partial t} + c_{i\alpha} \frac{\partial f_i}{\partial x_\alpha} = - \frac{1}{\tau_f} (f_i - f_i^e) + F = & \\ - \frac{1}{\tau_f} (f_i - f_i^e) + \frac{\mathbf{G} \cdot (\mathbf{c}_i - \mathbf{u})}{RT} f_i^e & \quad (20) \end{aligned}$$

که بردار نیروی شناوری برابر است با:

$$\mathbf{G} = (|G| \sin \gamma, |G| \cos \gamma)$$

طی فرایندی مشابه آنچه در بخش ۳-۲ انجام شد، می توان نوشت:

عدد ناسلت نانوسیال در طول دیوارهای بالا و پایین نیز برابر است با:

$$Nu_X = -\frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)_{Y=0, Y=1} \quad (28)$$

$$Nu_m = \frac{1}{AR} \int_0^{AR} Nu_X dX$$

۴- بررسی استقلال شبکه و اعتبار سنجی

جابجایی توام نانوسیال با استفاده از یک کد کامپیوتری LBM که در نرم افزار فرترن نوشته و توسعه داده می شود، شبیه سازی خواهد شد. بررسی استقلال فرایند حل از تعداد نقاط شبکه در یک محفظه افقی به ازای ریچاردسون برابر ۰/۱ و رینولدز برابر ۱۰۰ و پرانتل برابر ۶/۲ بررسی شده و مقادیر U, V, θ و Nu_m در نقطه مرکزی محفظه در جدول ۱ (برای آب خالص) گزارش می شود.

جدول (۱) استقلال شبکه در یک محفظه افقی به ازای ریچاردسون برابر ۰/۱ و رینولدز برابر ۱۰۰ و پرانتل برابر ۶/۲ برای U, V, θ و Nu_m در نقطه مرکزی محفظه (برای آب خالص)

	شبکه		
	۱۰۰×۵۰۰	۱۵۰×۷۵۰	۲۰۰×۱۰۰۰
U	-۰/۲۳۶	-۰/۲۳۳	-۰/۲۳۱
V	۰/۰۰۵	۰/۰۰۶	۰/۰۰۶
θ	۰/۸۸۶	۰/۸۹۱	۰/۸۹۳
Nu_m	۴/۰۴۳	۴/۰۵۱	۴/۰۵۴

بعلت تفاوت بسیار اندک نتایج حاصل، شبکه بندی ۱۵۰×۷۵۰ جهت ادامه محاسبات، مناسب شناخته شد. شکل ۳ نشان دهنده مقایسه ای بین پروفیل های سرعت افقی و دما در امتداد خط المکزین عمودی محفظه به ازای عدد

$$\tilde{f}_1 = \tilde{f}_3 + \frac{2}{3} \rho_w U_w$$

$$\tilde{f}_8 = \tilde{f}_6 - \frac{\tilde{f}_4 - \tilde{f}_2}{2} + \frac{1}{6} \rho_w U_w - \frac{1}{2} \rho_w V_w + \frac{\Delta t}{4} \rho_w G(\cos \gamma - \sin \gamma) \quad (25)$$

$$\tilde{f}_5 = \tilde{f}_7 + \frac{\tilde{f}_4 - \tilde{f}_2}{2} + \frac{1}{6} \rho_w U_w + \frac{1}{2} \rho_w V_w - \frac{\Delta t}{4} \rho_w G(\cos \gamma + \sin \gamma)$$

که ادیس W اشاره به گره های واقع بر دیوار دارد. برای سایر دیوارها و گوشه ها نیز به طریق مشابه می توان عمل نموده و توابع مجهول را بدست آورد.

۳-۵- شرایط مرزی گرمایی

مدل شرط مرزی GPTBC برای بیان شرط مرزی دما ثابت روی دیوار گرم بالایی (T_H) و دیوار سرد پایینی (T_C)، در روش شبکه بولتزمن، مورد استفاده قرار می گیرد. مثلا برای دیوار گرم بالایی خواهیم داشت:

$$\tilde{g}_7 = (3\rho e + 1.5\Delta t \sum_i f_i Z_i - 3(\tilde{g}_0 + \tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 + \tilde{g}_3 + \tilde{g}_5 + \tilde{g}_6)) \frac{1}{36} [3.0 - 6U_0 + 3.0U_0^2]$$

$$\tilde{g}_4 = (3\rho e + 1.5\Delta t \sum_i f_i Z_i - 3(\tilde{g}_0 + \tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 + \tilde{g}_3 + \tilde{g}_5 + \tilde{g}_6)) \frac{1}{9} [1.5 - 1.5U_0^2]$$

$$\tilde{g}_8 = (3\rho e + 1.5\Delta t \sum_i f_i Z_i - 3(\tilde{g}_0 + \tilde{g}_1 + \tilde{g}_2 + \tilde{g}_3 + \tilde{g}_5 + \tilde{g}_6)) \frac{1}{36} [3.0 - 6U_0 + 3.0U_0^2]$$

و برای دیوار سرد پایین نیز به طریق مشابه عمل خواهد شد.

$$\tilde{g}_5 = \frac{1}{12} [1.5\Delta t \sum_{i=1}^8 c_{ix} f_i Z_i + 3(\tilde{g}_3 + \tilde{g}_6 + \tilde{g}_7)]$$

$$\tilde{g}_1 = \frac{1}{6} [1.5\Delta t \sum_{i=1}^8 c_{ix} f_i Z_i + 3(\tilde{g}_3 + \tilde{g}_6 + \tilde{g}_7)] \quad (27)$$

$$\tilde{g}_8 = \frac{1}{12} [1.5\Delta t \sum_{i=1}^8 c_{ix} f_i Z_i + 3(\tilde{g}_3 + \tilde{g}_6 + \tilde{g}_7)]$$

ناویراستوکس بررسی نمودند. نتایج حاصل از کار آنها نظیر Nu_m روی دیوار عمودی و U_{max} روی خط مرکزین عمودی به ازای گراشف برابر ۱۰۰۰۰ و ریچاردسون برابر با به ترتیب ۱۰ و ۱ و ۰/۱ و کسر حجمی برابر ۰/۰۸ در جدول ۲ با نتایج حاصل از کار حاضر به روش LBM، مقایسه شده است. تطابق خوبی بین نتایج حاصل از کار حاضر و مراجع مذکور در شکل ۳ و جدول ۲ مشاهده می شود.

جدول (۲) مقایسه نتایج حاصل از کار حاضر با مرجع [۳۸]

		$\phi=0/08$	
		کارحاضر	مرجع [۳۸]
$Ri=0/1$	U_{max}	۰/۴۹	۰/۴۶
	Nu_m	۴۳/۹۷	۴۳/۳۷
$Ri=10$	U_{max}	۰/۲۰	۰/۱۸
	Nu_m	۱/۹۱	۱/۸۵

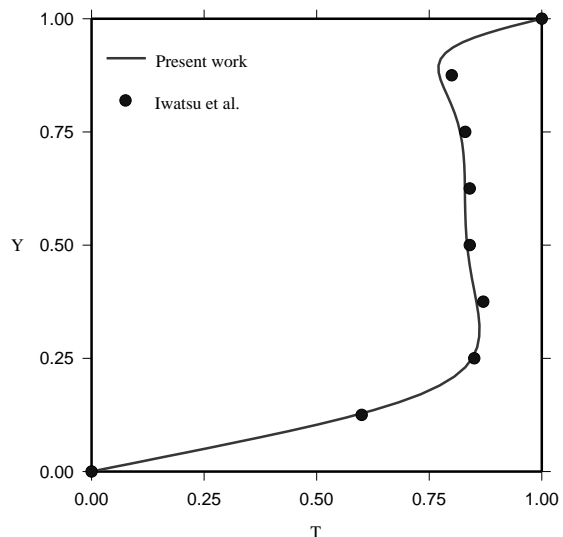
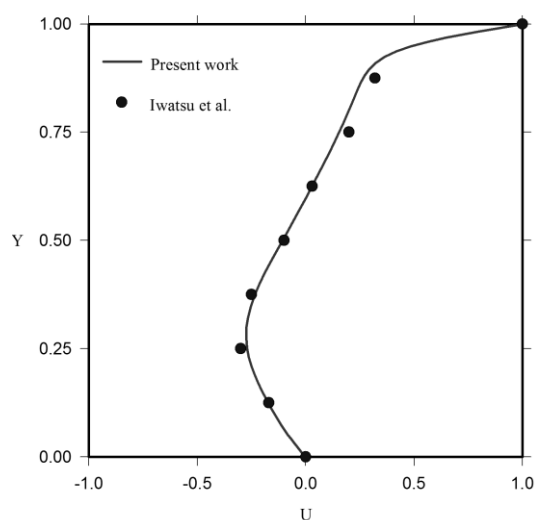
۵- نتایج و بحث

جابجایی توام نانوسیال آب-مس در یک محفظه کم عمق با درپوش متحرک (شکل ۱) به صورت عددی و به کمک روش شبکه بولتزمن، بررسی می شود. جدول ۳ بیانگر خواص ترموفیزیکی آب و مس است.

۵-۱- اثر زاویه شیب محفظه

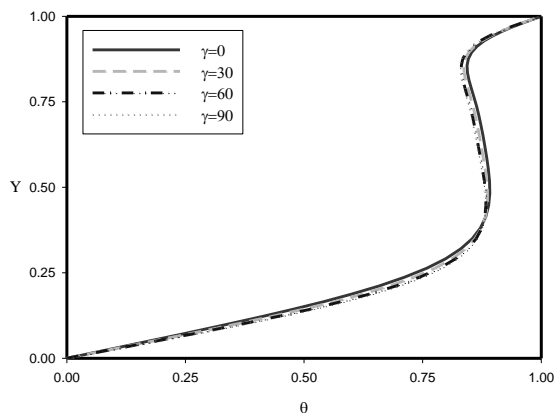
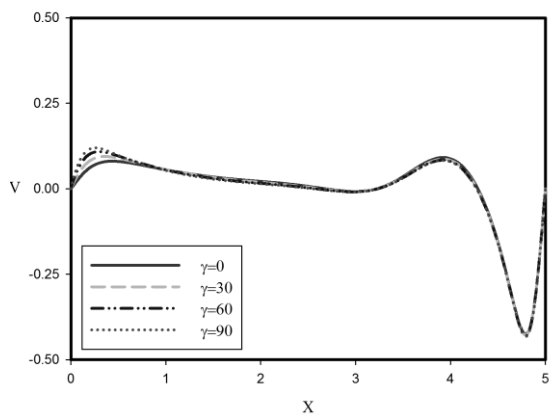
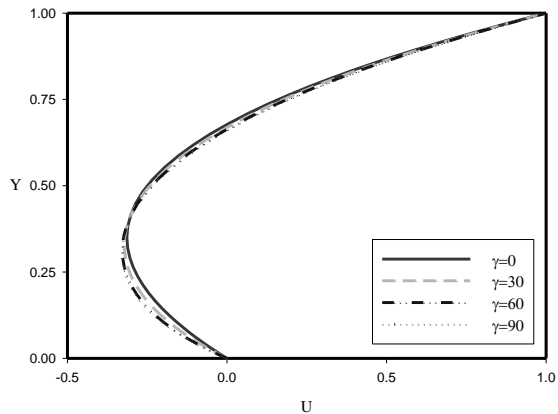
شکل ۴ پروفیل سرعت افقی بی بعد U و پروفیل دمای بی بعد θ در طول خط مرکزین عمودی محفظه و نیز پروفیل سرعت عمودی بی بعد V در طول خط مرکزین افقی محفظه به ازای ریچاردسون برابر با ۰/۱ را برای آب خالص در مقادیر مختلف شیب محفظه (γ)، نشان می دهد.

گراشف برابر با ۱۰۰ و رینولدز برابر با ۴۰۰ با نتایج مقاله ایواتسو و همکاران [۲۹] است.



شکل (۳) مقایسه پروفیل‌های سرعت افقی و دما در امتداد خط مرکزین عمودی محفظه به ازای عدد گراشف برابر با ۱۰۰ و رینولدز برابر با ۴۰۰، با نتایج مقاله ایواتسو و همکاران [۲۹]

در کار ایشان یک محفظه مربعی با درپوش داغ متحرک و دیوارهای جانبی عایق در نظر گرفته شده است. کار دیگری که برای اعتبارسنجی انتخاب شد، تحقیقی است که توسط تیواری و داس [۳۸] در مورد نانوسیال انجام گرفت. ایشان جابجایی توام نانوسیال آب-مس در داخل یک محفظه با دیوارهای جانبی متحرک را به کمک معادلات



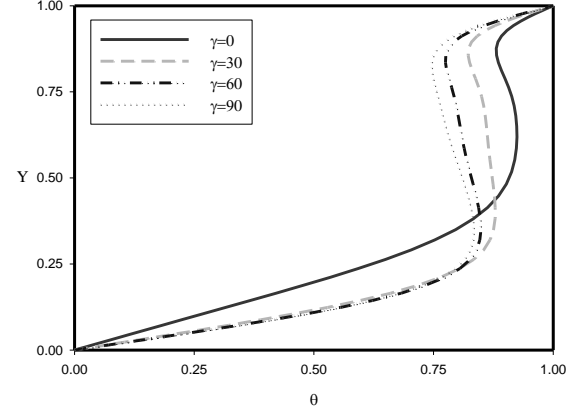
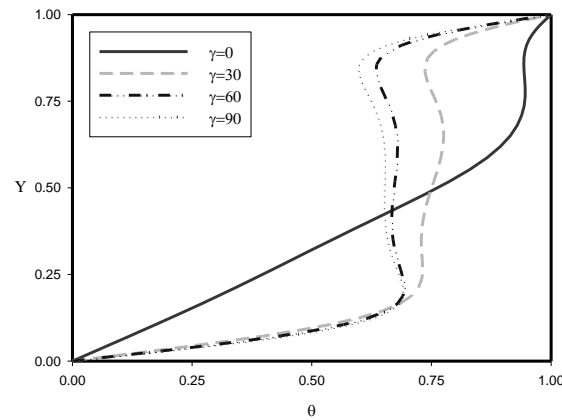
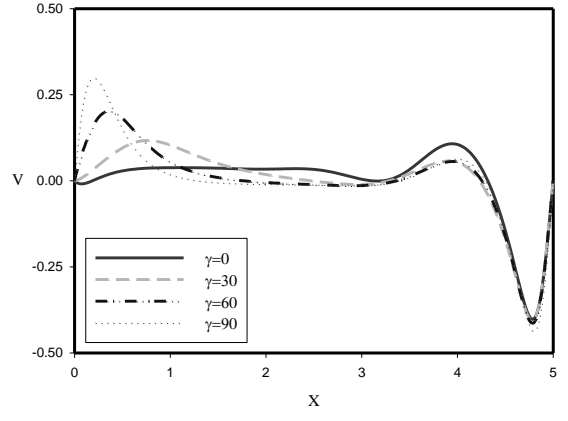
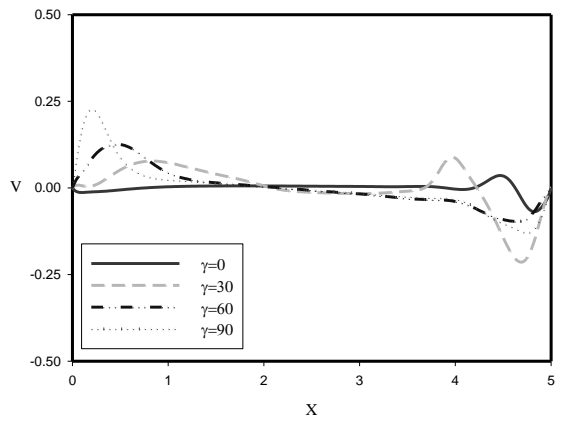
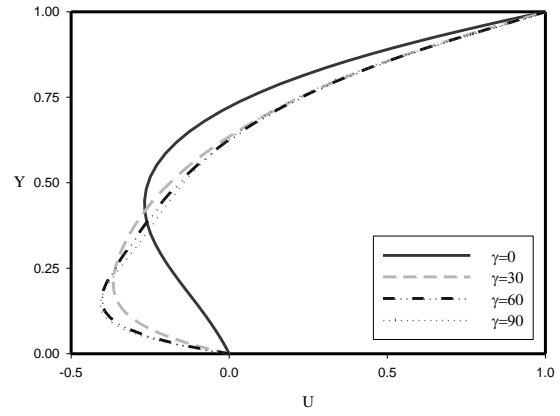
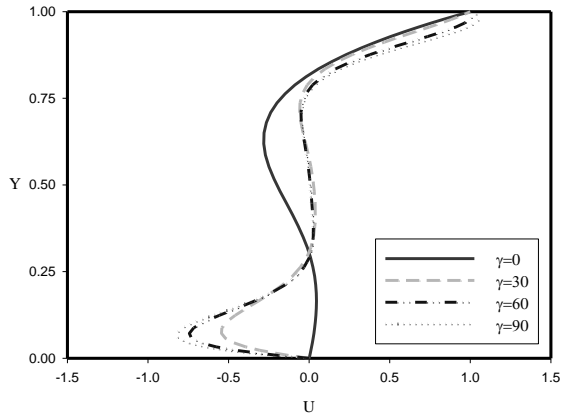
شکل (۴) پروفیل سرعت افقی بی بعد U و پروفیل دمای بی بعد θ در طول خط مرکزین عمودی محفظه و نیز پروفیل سرعت عمودی بی بعد V در طول خط مرکزین افقی محفظه به ازای $Ri = 0.1$ و برای آب خالص در مقادیر مختلف شیب محفظه (γ)

اگرچه به ازای $\gamma = 0$ ، تغییرات θ در نیمه پایین محفظه تقریباً خطی است که این امر به معنی وابستگی شدید خواص جریان به γ ، در مقادیر بالای Ri است.

جدول (۳) خواص ترموفیزیکی آب و مس

	آب	مس	نانوسیال ($\rho = 0.02$)	نانوسیال ($\rho = 0.04$)
c_p (J/kgK)	۴۱۷۹	۳۸۳	۳۵۹۱	۳۱۴۵
ρ (kg/m ³)	۹۹۷	۸۹۵۴	۱۱۵۶	۱۳۱۵
k (W/mK)	۰/۶۰	۴۰۰	۰/۹۰	۱/۱۳
μ (Pa s)	1.0×10^{-4}	-	1.0×10^{-4}	1.0×10^{-4}

در این شکل در $Y=0$ مقدار $U=0$ بوده و سپس مقدار آن در $Y=1$ به مقدار سرعت درپوش میل می کند. مقدار منفی U در Y بین صفر و 0.75 بیانگر وجود جریان در خلاف جهت حرکت درپوش، در این ناحیه است. همچنین یک جریان قوی پایین رونده در نمودار V به ازای X مابین $4/5$ و 5 نیز مشاهده می شود. پروفیل های دما در هر دو محدوده Y بین صفر و 0.25 و همچنین Y بین 0.8 و 1 ، تقریباً خطی می باشند که نشان دهنده وجود انتقال حرارت موثر در این نواحی نسبت به سایر مناطق است. همچنین مقدار ثابت θ در محدوده Y فی مابین 0.25 و 0.75 نیز بعلت وجود یک توده همدمما در هسته جریان چرخشی داخل محفظه است. شکل های ۵ و ۶ مقادیر پروفیل های U ، V و θ را به ازای $Ri = 1$ و $Ri = 10$ برای آب خالص در مقادیر مختلف γ را ارائه می کنند. این شکلها به خوبی اثر قابل توجه γ بر خواص جریان را در مقادیر بالاتر Ri ، گزارش می کنند. مقادیر ثابت U و θ در محدوده Y بین 0.25 تا 0.75 و نیز V در محدوده X بین 1 تا $3/5$ به ازای $\gamma = 30$ و $\gamma = 60$ و $\gamma = 90$ ، بیانگر وجود یک توده سیال ساکن در هسته سلول چرخان در این نواحی است.

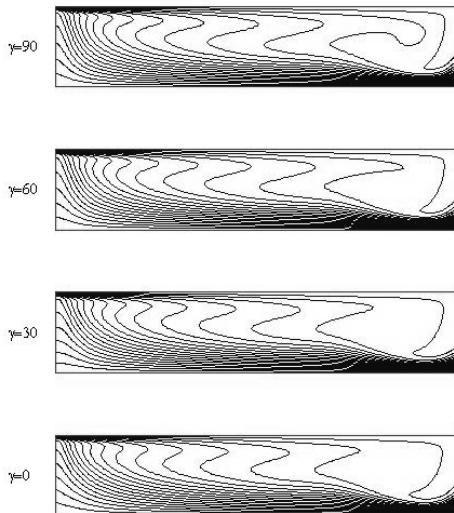


شکل (۶) پروفیل های U ، V و θ به ازای $Ri=10$ برای آب خالص در مقادیر مختلف γ

شکل (۵) پروفیل های U ، V و θ به ازای $Ri=1$ برای آب خالص در مقادیر مختلف γ

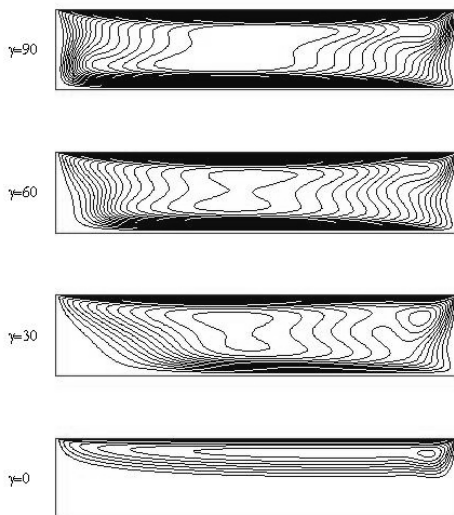
در محفظه های کم عمق، اثرات تشهای سطحی معمولاً از اثرات نیروهای حجمی مهم تر هستند؛ این به معنی وابستگی بیشتر خواص جریان در کار حاضر به حرکت درپوش است. اگرچه مشاهده می شود که مقادیر بالاتر γ باعث تقویت انتقال حرارت جابجایی آزاد خواهد شد. این

در این حالت نتایج مربوط به محفظه شیبدار، تقریباً به یکدیگر شبیه هستند تا نسبت به نتایج مربوط به محفظه افقی. بعلت ثابت بودن مقدار عدد رینولدز، تغییر زاویه شیب γ به معنی تغییر در حرکت های شناوری خواهد بود.



شکل (۸) خطوط همدمای نانوسیال به ازای $Ri=0.1$ و $\phi=0.04$ در مقادیر مختلف γ

اثرات حرکت درپوش بر لایه های سیال مجاور آن منجر به تولید یک سلول چرخان گشته که سیال گرم را به قسمتهای پایین تر منتقل کرده و سپس حرکتهای ناشی از نیروی شناوری سیال گرم را مجدداً به قسمتهای بالایی محفظه می راند و این فرایند همچنان تکرار خواهد شد.

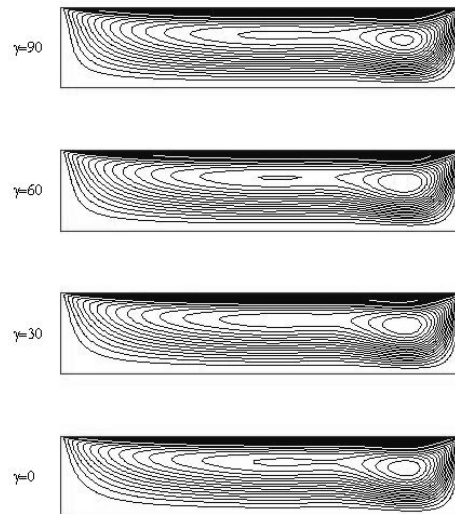


شکل (۹) خطوط جریان نانوسیال به ازای $Ri=10$ و $\phi=0.04$ در مقادیر مختلف γ

امر دلالت بر اهمیت جابجایی آزاد، حتی در محفظه های کم عمق (بویژه در حالت های شیب دار)، خواهد داشت.

۵-۲- اثر عدد ریچاردسون

سه حالت مختلف جابجایی آزاد، اجباری و توأم بررسی می شود. خطوط جریان و همدمای نانوسیال در شکلهای ۷ و ۸ به ازای $Ri=0.1$ (جابجایی اجباری) و $\phi=0.04$ در مقادیر مختلف γ ، ترسیم شده اند. در این شکل دیده می شود که یک سلول قوی و چرخان ساعتگرد همه ی فضای محفظه را تحت تاثیر خود دارد. مطابق شکل ۷، خاصیت های سیال در این حالت تغییر محسوسی با γ نخواهند داشت. مقدار کوچک ارتفاع محفظه در مقایسه با طول آن بیانگر وابستگی شدید به حرکت درپوش بالایی بویژه در حالت حاکمیت جابجایی اجباری است.

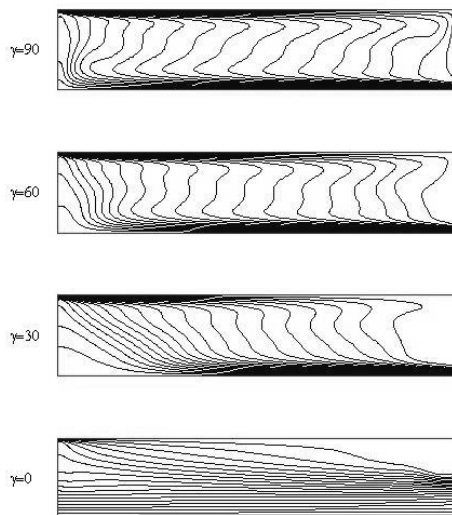


شکل (۷) خطوط جریان نانوسیال به ازای $Ri=0.1$ و $\phi=0.04$ در مقادیر مختلف γ

المركزين افقي محفظه را به ازای 0.1 و 1 و $Ri=10$ و $\rho=0.04$ ، در مقادير مختلف γ ، نشان می دهند. مقایسه این شکلهای با شکلهای ۴ تا ۶ نیز بیانگر حساسیت بیشتر خواص جریان به ρ به ازای $Ri=10$ ، نسبت به $Ri=0.1$ ، است. افزایش Ri منجر به تقویت حرکتهاى شناوری، بویژه در مقادير بالاتر γ ، خواهد شد که این موضوع در شکل ۱۳ نیز به خوبی مشخص است. همچنین مقدار U_{max} در این شکل در محدوده $0.1 < Y < 0.9$ و $0.1 < Y < 0.9$ به ازای $\gamma=90$ ، از مقدار سرعت حرکت درپوش نیز بیشتر است. این رفتار بعلا ترکیب اثرات حرکات درپوش و نیروهای شناوری است؛ البته این پدیده در شکل ۶ و یا در پژوهشهای محققین پیشین نیز مشاهده نشده و در کار حاضر برای نخستین بار ارائه می شود.

۵-۳- اثر کسر حجمی ذرات نانو

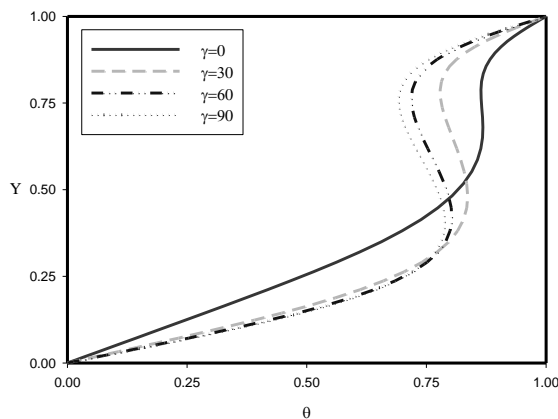
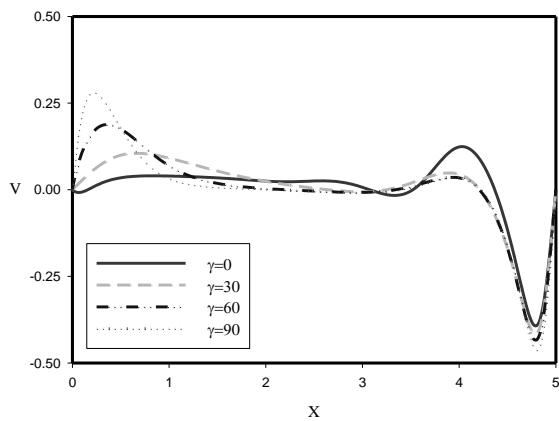
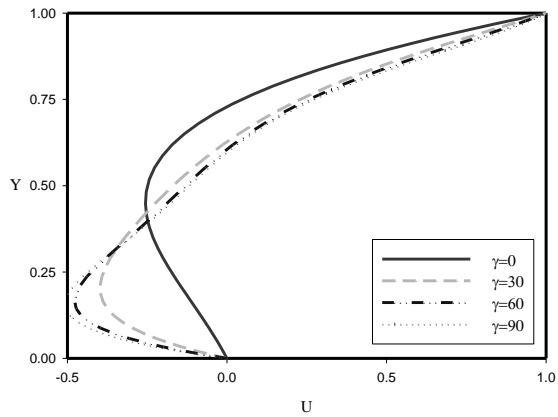
شکل ۱۴ به بررسی مقدار ناسلت متوسط (Nu_m) به ازای مقادير مختلف ρ و Ri برای $Re=100$ ، می پردازد. کمترین مقدار ناسلت متوسط در حالت $\gamma=0$ حاصل می شود، در حالیکه با افزایش γ مقدار ناسلت نیز زیاد خواهد شد. البته افزایش عدد ناسلت با زاویه شیب محفظه به ازای $Ri=0.1$ ، به آرامی انجام می شود؛ ولی این افزایش در مقادير بالاتر Ri با شدت بیشتری روی می دهد. افزایش ρ باعث زیاد شدن Nu_m خواهد شد بطوریکه استفاده از ۴٪ ذرات مس منجر به افزایش حدود ۵۰٪ در عدد ناسلت می شود (در حالت $Ri=0.1$ و به ازای تمام مقادير γ). همچنین در ادامه مشاهده می شود که استفاده از ۴٪ ذرات مس مقدار عدد ناسلت را در حالت $\gamma=0$ و $Ri=10$ ، به آرامی افزایش می دهد.



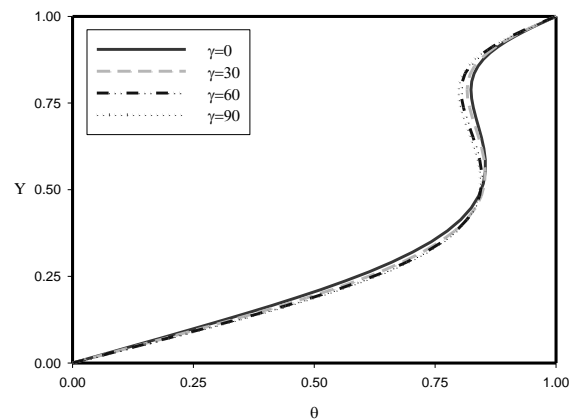
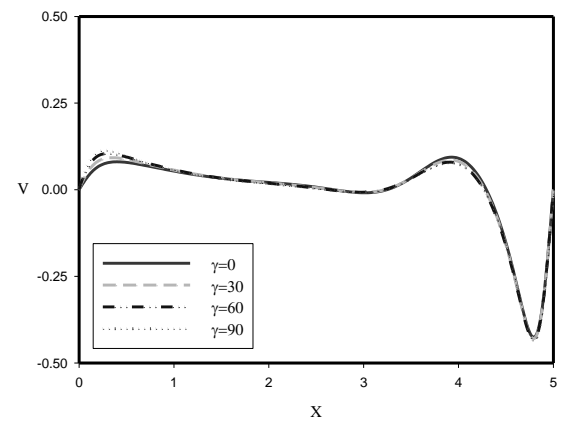
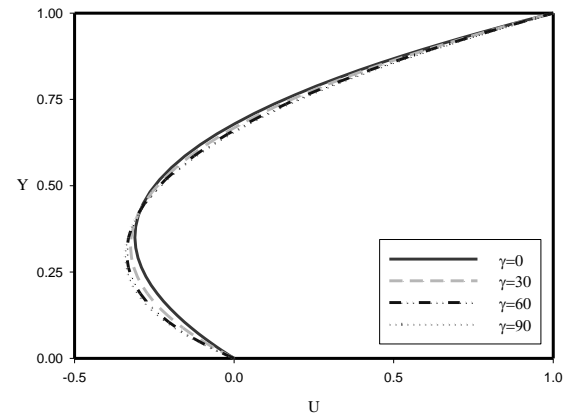
شکل (۱۰) خطوط همدمای نانوسیال به ازای $Ri=10$ و $\rho=0.04$ در مقادير مختلف γ

نتیجتاً ترکیبی از اثر حرکت درپوش و نیروهای شناوری حاصل شده که از آن به عنوان جابجایی توام یاد می شود. پیشتر گفته شد که هر تغییری در Ri به معنی تغییر در Gr خواهد بود لذا به ازای $Ri=0.1$ ، حرکت درپوش اثر بیشتری نسبت به اثر نیروهای شناوری، بر خواص جریان خواهد داشت. خطوط جریان نانوسیال به ازای $Ri=10$ (حاکمیت جابجایی آزاد) و $\rho=0.04$ در مقادير مختلف γ ، در شکل ۹ ترسیم شده است. یک سلول بزرگ، نیمه بالایی محفظه را در حالت $\gamma=0$ ، پوشش می دهد که بیانگر اثر ضعیف حرکت درپوش در قسمتهای تحتانی محفظه است. اگرچه منطقه تحت نفوذ این سلول با افزایش γ ، زیادتر شده و تقریباً کل فضای محفظه را پوشش خواهد داد. در ادامه در شکل ۱۰ تغییرات خطوط همدمای با γ به ازای $Ri=10$ ، نشان داده می شود. خطوط همدمای مستقیم در نیمه پایین محفظه به ازای $\gamma=0$ ، دلالت بر وجود انتقال حرارت هدایتی در این منطقه است.

شکلهای ۱۱ تا ۱۳ مقادير U و θ در امتداد خط المركزين عمودی محفظه و مقدار V در طول خط



شکل (۱۲) مقادیر U و θ در امتداد خط المکزین عمودی محفظه و مقدار V در طول خط المکزین افقی محفظه به ازای $Re=1$ و $\rho=0.04$ ، در مقادیر مختلف γ



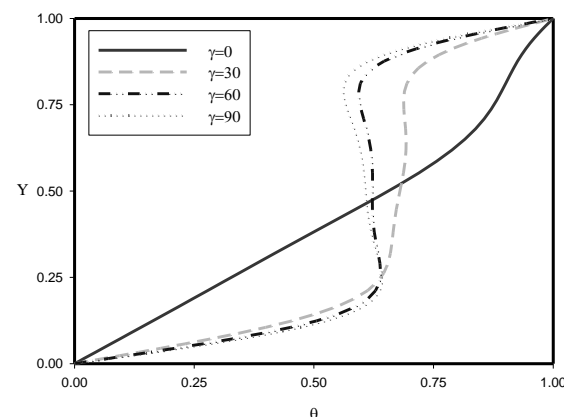
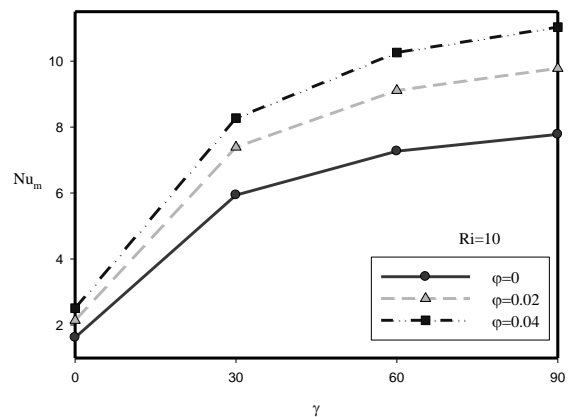
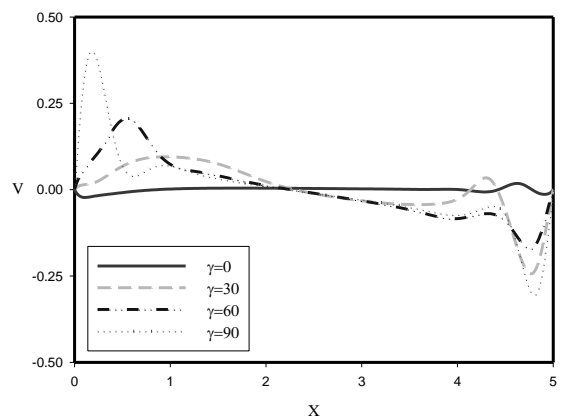
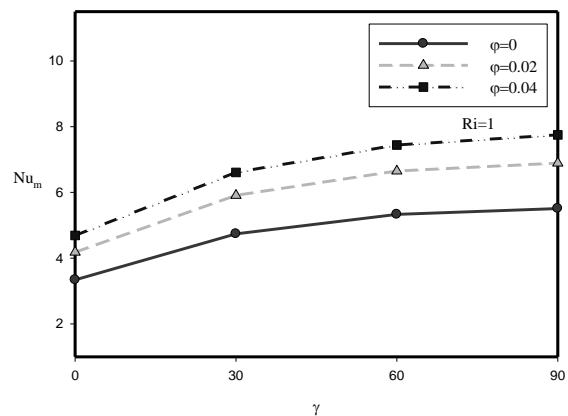
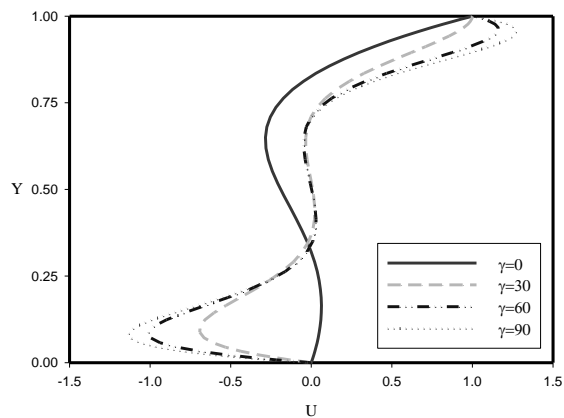
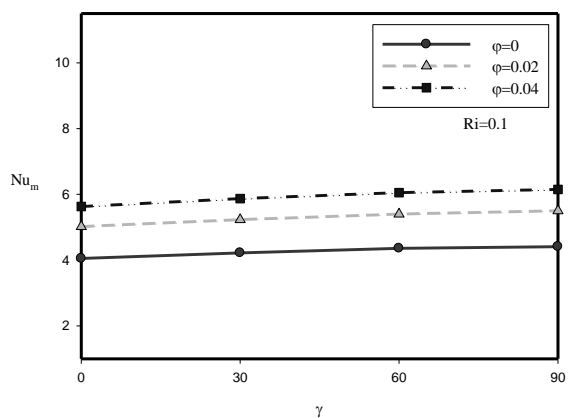
شکل (۱۱) مقادیر U و θ در امتداد خط المکزین عمودی محفظه و مقدار V در طول خط المکزین افقی محفظه به ازای $Re=0.1$ و $\rho=0.04$ ، در مقادیر مختلف γ

تاکنون نتایج ارائه شده، مربوط به حالت $Re=100$ بوده است. در اینجا به منظور بررسی اثر Re بر نرخ انتقال حرارت، مقدار ناسلت متوسط به ازای مقادیر مختلف ρ و Re در $Re=10$ نیز ارزیابی گشته و دیده شد که کاهش مقدار Re منجر به کاهش اثر γ روی Nu_m (به جز حاکمیت جابجایی آزاد) خواهد شد. همچنین مقدار عدد

در حالیکه به ازای $\gamma=90$ ، نرخ افزایش ناسلت با شدت بیشتری اتفاق می افتد. شکل ۱۴ نشان دهنده اهمیت استفاده از نانوسیال به جهت افزایش نرخ انتقال حرارت در یک محفظه شیبدار کم عمق است. افزایش مقدار سایر پارامترها نظیر ρ و γ نیز می تواند در این راستا مفید باشد (البته به ازای مقادیر بالای γ).

کمک روش شبکه بولتزمن و برای نخستین بار، مورد مطالعه قرار گرفت.

ناسلت به ازای $Re=100$ ، بیشتر از مقدار حاصل برای آن به ازای $Re=10$ است.



شکل (۱۴) مقدار ناسلت متوسط (Nu_m) به ازای مقادیر مختلف ϕ و Ri برای $Re=100$

شکل (۱۳) مقادیر U و θ در امتداد خط مرکزین عمودی محفظه و مقدار V در طول خط مرکزین افقی محفظه به ازای $Ri=10$ و $\rho=0.04$ ، در مقادیر مختلف γ

جمله برخورد بولتزمن و معادلات مورد استفاده جهت تخمین پارمترهای ماکروسکوپی و نیز معادلات مربوط به شبه سازی شرایط مرزی حرکتی به کمک LBM، به گونه ای مورد تصحیح قرار گرفتند که اثرات نیروهای شناوری و

۶- نتیجه گیری

جابجایی توام آرام نانوسیال آب-مس در یک محفظه شیبدار کم عمق با درپوش متحرک به صورت عددی و به

g	جاذبه (ms^{-2})
U, V	مولفه افقی و عمودی سرعت
ρ	چگالی
c_p	گرمای ویژه
μ	لزجت ($Pa \cdot s$)
γ	زاویه شیب محفظه
f, g	توابع توزیع حرکتی و حرارتی ذرات
$AR=L/H$	نسبت شکلی محفظه

مراجع:

- [1] Kandlikar S, Garimella S, Li D, Colin S, King MR (2006) Heat transfer and fluid flow in minichannels and microchannels.
- [2] Niu XD, Shu C, Chew YT (2007) A thermal lattice Boltzmann model with diffuse scattering boundary condition for micro thermal flows. *Computers & Fluids* 36: 273-281.
- [3] Esfahani JA, Norouzi A (2014) Two relaxation time lattice Boltzmann model for rarefied gas flows. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 393: 51-61.
- [4] Gad-el-Hak M (2001) Flow physics in MEMS. *Rev. Mec. Ind.* 2: 313-341.
- [5] Nie X, Doolen GD, Chen S (2002) Lattice-Boltzmann simulation of fluid flows in MEMS. *J. Stat. Phys.* 107: 279-289.
- [6] Chen S, Doolen GD (1998) Lattice Boltzmann method for fluid flows. *Annu. Rev. Fluid Mech.* 30: 329-364.
- [7] Zhou Y, Zhang R, Staroselsky I, Chen H, Kim WT, Jhon MS (2006) Simulation of micro- and nano-scale flows via the lattice Boltzmann method. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 362: 68-77.
- [8] Karimipour A, Nezhad AH, D'Orazio A, Shirani E (2012) Investigation of the gravity effects on the mixed convection heat transfer in a microchannel using lattice Boltzmann method. *Int. J. Therm. Sci.* 54: 142-152.
- [9] Bird G (1994) *Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows.* Oxford University Press.

زاویه شیب محفظه را نیز به صورت همزمان شامل شوند. کار حاضر به خوبی قابلیت استفاده از LBM جهت شبیه سازی جابجایی توام نانوسیال در یک محفظه شیبدار را به اثبات رسانید. حرکت درپوش محفظه در ریچاردسون برابر ۰/۱، اثر محسوس تری بر خواص نانوسیال خواهد داشت، نسبت به حالات $Re=1$ و یا ۱۰. در حالت اخیر، نیروهای شناوری کل فضای محفظه را تحت تاثیر قرار داده و حساسیت بیشتری به γ ، مشاهده می گردد. همچنین ترکیب اثرات نیروی شناوری و حرکت درپوش می تواند نانوسیال داخل محفظه را با سرعت بیشتری نسبت به درپوش آن به حرکت وادارد. افزایش ϕ منجر به زیاد شدن Nu_m می گردد؛ بطوریکه استفاده از ۴٪ نانوذرات مس باعث افزایش حدود ۵۰٪ در عدد ناسلت، در حالت حاکمیت جابجایی اجباری و برای تمام مقادیر γ و به ازای $Re=100$ ، خواهد شد. افزایش ϕ نیز مقدار Nu_m را در حالت حاکمیت جابجایی آزاد و برای حالت افقی محفظه، به آرامی افزایش می دهد ولی برای محفظه عمودی این افزایش مقدار با شدت بیشتری رخ می دهد. مقدار Nu_m مربوط به حالت $Re=100$ ، بیشتر از مقدار متناظر آن در حالت $Re=10$ است؛ لذا بیشترین نرخ انتقال حرارت در حالت حاکمیت جابجایی آزاد و برای حالت عمودی محفظه و به ازای مقادیر بالاتر Re و ϕ حاصل خواهد شد.

۷- فهرست علائم

Ri	عدد ریچاردسون
ϕ	کسر حجمی نانو ذرات
Gr	عدد گراشف
Nu	عدد نوسلت
Re	عدد رینولدز
T	دما (K)
Pr	عدد پرانتل

- [24] Babovsky H (2009) A numerical model for the Boltzmann equation with applications to micro flows. *Compu. Math. Appl.* 58: 791-804.
- [25] Chen S, Tian Z (2009) Simulation of microchannel flow using the lattice Boltzmann method. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 388: 4803-4810.
- [26] Oztop HF, Dagtekin I (2004) Mixed convection in two-sided lid-driven differentially heated square cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer* 47: 1761-1769.
- [27] Karimipour A, Afrand M, Akbari M, Safaei MR (2012) Simulation of fluid flow and heat transfer in the inclined enclosure. *World Academy of Science, Engineering and Technology* 61: 435-440.
- [28] Safaei MR, Goshayeshi HR, Razavi BS, Goodarzi M (2011) Numerical investigation of laminar and turbulent mixed convection in a shallow water-filled enclosure by various turbulence methods. *Scientific Research and Essays* 6: 4826-4838.
- [29] Iwatsu R, Hyun JM, Kuwahara K (1993) Mixed convection in a driven cavity with a stable vertical temperature gradient. *Int. J. Heat Mass Transfer* 36: 1601-1608.
- [30] D'Orazio A, Corcione M, Celata GP (2004) Application to natural convection enclosed flows of a lattice Boltzmann BGK model coupled with a general purpose thermal boundary condition. *Int. J. Therm. Sci.* 43: 575-586.
- [31] Peng Y, Shu C, Chew YT (2003) Simplified thermal lattice Boltzmann model for incompressible thermal flows. *Physical Review E* 68: 026701-1-8.
- [32] Jami M, Mezrhab A, Bouzidi M, Lallemand P (2007) Lattice-Boltzmann computation of natural convection in a partitioned enclosure with inclined partitions attached to its hot wall. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 368: 481-494.
- [33] Grucelski A, Pozorski J (2012) Lattice Boltzmann simulation of fluid flow in porous media of temperature-affected geometry. *J. Theo. Appl. Mech.* 50: 193-214.
- [34] He X, Chen S, Doolen GD (1998) A novel thermal model for the lattice Boltzmann method in incompressible limit. *J. Compu. Phys.* 146: 282-300.
- [35] Karimipour A, Nezhad AH, D'Orazio A, Shirani E (2013) The effects of inclination angle and Prandtl number on the mixed convection in the inclined lid driven cavity using lattice Boltzmann method. *J. Theo. Appl. Mech.* 51: 447-462.
- [10] Oran ES, Oh CK, Cybyk BZ (1998) Direct Simulation Mont Carlo: Recent Advances and Applications. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 30: 403-441.
- [11] Chen H, Chen S, Mathaeus WM (1992) Recovery of the Navier-Stokes equations using a lattice-gas Boltzmann method. *Phys. Rev. A* 45: 5339-5342.
- [12] Tallavajhula A, Kharagpur I, Ruede U, Bartuschat D (2011) Introduction to the Lattice Boltzmann Method. 10th Indo-German Winter Academy.
- [13] Bhatnagar PL, Gross EP, Krook M (1954) A model for collision process in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component system. *Phys. Rev.* 94: 511-522.
- [14] Succi S (2001) The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond. Oxford University Press.
- [15] Chen S (2010) Lattice Boltzmann method for slip flow heat transfer in circular microtubes: Extended Graetz problem. *Appl. Math. Compu.* 217: 3314-3320.
- [16] Chen S, Tian Z (2010) Entropy generation analysis of thermal micro-Couette flows in slip regime. *Int. J. Therm. Sci.* 49: 2211-2221.
- [17] Lim CY, Shu C, Niu XD, Chew YT (2002) Application of lattice Boltzmann method to simulate microchannel flows. *Phys. Fluids* 14: 2299-2308.
- [18] Shu C, Niu XD, Chew YT (2005) A Lattice Boltzmann Kinetic Model for Microflow and Heat Transfer. *J. Stat. Phy.* 121: 239-255.
- [19] Sofonea V, Sekerka RF (2005) Boundary conditions for the upwind finite difference lattice Boltzmann model: Evidence of slip velocity in micro-channel flow. *J. Comput. Phy.* 207: 639-659.
- [20] Zhang YH, Qin RS, Sun YH, Barber RW, Emerson DR (2005) Gas Flow in Microchannels - A Lattice Boltzmann Method Approach. *J. Stat. Phy.* 121: 257-267.
- [21] Hung YC, Ru Y (2006) A numerical study for slip flow heat transfer. *Appl. Math. Compu.* 173: 1246-1264.
- [22] Xuan Y, Li Q, Ye M (2007) Investigations of convective heat transfer in ferrofluid microflows using lattice-Boltzmann approach. *Int. J. Therm. Sci.* 46: 105-111.
- [23] Tian ZW, Zou C, Liu HJ, Guo ZL, Liu ZH, Zheng CG (2007) Lattice Boltzmann scheme for simulating thermal micro-flow. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 385: 59-68.

- using a two-phase mixture model. *Int. J. Therm. Sci.* 75: 204-220.
- [47] Nemati H, Farhadi M, Sedighi K, Fattahi E, Darzi AAR (2010) Lattice Boltzmann simulation of nanofluid in lid-driven cavity. *Int. Commun. Heat Mass Transfer* 37: 1528-1534.
- [36] Choi SUS (1995) Enhancing thermal conductivity of fluid with nanoparticles. *Developments and Applications of Non-Newtonian Flow*. ASME. FED 231/MD 66: 99-105.
- [37] Oztop HF, Abu-Nada E (2008) Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids. *Int. J. Heat Fluid Flow* 29: 1326-1336.
- [38] Tiwari RK, Das MK (2007) Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids. *Int. J. Heat Mass Transfer* 50: 2002-2018.
- [39] Dehnavi R, Rezvani A (2012) Numerical investigation of natural convection heat transfer of nanofluids in a C shaped cavity. *Superlatti. Microstru.* 52: 312-325.
- [40] Arani AA, Sebdani SM, Mahmoodi M, Ardeshiri A, Aliakbari M (2012) Numerical study of mixed convection flow in a lid-driven cavity with sinusoidal heating on sidewalls using nanofluid. *Superlatti. Microstru.* 51: 893-911.
- [41] Mahmoodi M, Hashemi SM (2012) Numerical study of natural convection of a nanofluid in C-shaped enclosures. *Int. J. Therm. Sci.* 55: 76-89.
- [42] Oztop HF, Mobedi M, Abu-Nada E, Pop I (2012) A heatline analysis of natural convection in a square inclined enclosure filled with a CuO nanofluid under non-uniform wall heating condition. *Int. J. Heat Mass Transfer* 55: 5076-5086.
- [43] Abouali O, Ahmadi G (2012) Computer simulations of natural convection of single phase nanofluids in simple enclosures: A critical review. *Appl. Therm. Eng.* 36: 1-13.
- [44] Pishkar I, Ghasemi B (2012) Cooling enhancement of two fins in a horizontal channel by nanofluid mixed convection. *Int. J. Therm. Sci.* 59: 141-151.
- [45] Karimipour A, Nezhad AH, Behzadmehr A, Alikhani S, Abedini E (2011) Periodic mixed convection of a nanofluid in a cavity with top lid sinusoidal motion. *Proc. IMechE Part C: J. Mech. Eng. Sci.* 225: 2149-2160.
- [46] Goodarzi M, Safaei MR, Vafai K, Ahmadi G, Dahari M, Kazi SN, Jomhari N (2013) Investigation of nanofluid mixed convection in a shallow cavity

