فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی و نهم / تابستان ۱۳۹۸

پرتفلیو بهینه فاستر–هارت

سپهر آصفی[۱]
رضا عیوضلو[۲]
رضا تهرانی[۳]

تاریخ دریافت مقاله : ۹۷/۰۹/۰۶ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۸/۰۲/۲۲

چکیده

در این پژوهش به بهینه‌سازی کلاسیک سبد سهام که در سال ۱۹۵۲ توسط هری مارکویتز ارائه شد پرداخته می‌شود. با این تفاوت که برای اندازه گیری ریسک از معیار فاستر-هارت استفاده می‌گردد. روشی نوین که در سال ۲۰۰۹ توسط فاستر و هارت در مقاله‌ای عنوان شد. این ریسک به رخدادهای دنباله چپ بسیار حساس است و به دنبال مصون نگه داشتن سرمایه‌گذار از خطر ورشکستگی است و به صورت تئوری حداقل سطح ثروتی بیان می‌شود که سرمایه‌گذار می‌بایست داشته باشد تا سرمایه‌گذاری در یک دارایی ریسکی به ورشکستگی وی منتج نشود. به همین منظور از قیمت سهام ۳۴ شرکت بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی ۱۳۹۱/۰۷/۰۱ تا ۱۳۹۶/۰۶/۳۱ استفاده شده است و سبدهای بهینه با استفاده از معیارهای فاستر-هارت، ارزش در معرض خطر، ارزش در معرض خطر شرطی، قدر مطلق انحرافات، واریانس و نیم واریانس به دست آمده‌اند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد که در بازه زمانی فوق سبدهای بهینه بر اساس ریسک فاستر-هارت عملکرد مطلوب تری در مقایسه با سایر روش‌های نام برده دارد.

کلمات کلیدی

بهینه سازی سبد سهام، ریسک فاستر-هارت،نیم‌واریانس، ارزش در معرض ریسک شرطی

۱کارشناس‌ارشدسیستم‌های مالی، گروه مدیریت مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران(نویسنده مسئول) sprasefi@gmail.com
۲ استادیار، گروه مدیریت مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران eivazlu@ut.ac.ir
۳ دانشیار، گروه مدیریت مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران rtehrani@ut.ac.ir

مقدمه

پژوهش‌های بسیاری در رابطه با بهینه‌سازی پرتفلیو، پرتفلیوهای میانگین-واریانس و ارزیابی عملکرد آن‌ها صورت گرفته شده است. پایه و اساس روش میانگین-واریانس توسط هری مارکوویتز[1] در سال ۱۹۵۲ در مقاله‌ای با نام انتخاب پرتفلیو[2] بیان شد. این رویکرد هم در مجامع علمی و هم در دنیای عملی با استقبال مواجه شد و در زمینه مدیریت سرمایه مورد استفاده فعالان این حوزه قرار گرفت. نظریه‌ی مارکوییتز منجر به تغییر بینش مدیران پیرامون سرمایه‌گذاری و تخصیص دارایی‌ها گردید. پیش از نگارش مقاله انتخاب پرتفلیو، پرتفلیو بهینه از دید مدیران پرتفلیویی با بیشترین بازدهی بود اما مارکوویتز با بیان تنوع بخشیدن به دارایی ها تنها به دنبال حداکثر کردن بازدهی نبود. وی معتقد بود مدیران می بایست در کنار توجه به بازدهی‌ها به ریسک هر دارایی نیز توجه داشته باشند. موضوعی که در مدیریت سرمایه حائز اهمیت است نسبت بازدهی در مقایسه با ریسک است و توجه به بازدهی به تنهایی می‌تواند باعث ورشکستگی گردد. با این مقدمه، پرتفلیوهای کارای میانگین-واریانس بیان شد که هدف از آن یافتن پرتفلیویی با بیشترین بازدهی در سطح مشخصی از ریسک است.

با وجود این که روش مارکوییتز مورد پذیرش همگان قرار گرفت و روز به روز بر اهمیت آن افزوده می‌شد، کارکرد و فرضیات آن مورد نقد قرار می‌گرفت. از جمله این انتقادات می‌توان به نحوه یافتن اوزان پرتفلیو بهینه اشاره کرد. این مشکل با افزایش دامنه دارایی‌ها تشدید می‌شد و استفاده از روش‌های مشتق‌گیری عملاً نشدنی است. با گسترش روش‌های عددی و استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری این مسئله تا حدی مرتفع شد. نقد دیگری که به مدل مارکوویتز وارد بود موضوع هزینه معاملاتی بود که وی نادیده‌گرفت اما در عمل می‌تواند بازده سرمایه‌گذار را به طور محسوسی تغییر دهد. اولین بار، پاگ[3](۱۹۷۰)به این موضوع پرداخت و هزینه‌های معاملاتی را به تابع هدف اضافه‌کرد.

اما مهم ترین نقد وارد به روش مارکوویتز ریسک است. تعاریف مختلفی از ریسک تا کنون ارائه شده است. مدل وی ریسک را تغییرات بازدهی یک دارایی در نظر می گرفت. حال آن که از دید سرمایه‌گذاران بخشی از تغییرات مذکور به نفع ایشان است و به دنبال کاهش آن نیستند. روش‌های جدیدتری بر این مبنا ارائه شد که از جمله این موارد می‌توان به نیم واریانس[4] ، ارزش در معرض ریسک[5] و ریزش مورد انتظار[6] اشاره کرد. در سال ۲۰۰۹، فاستر و هارت[7] با توجه به بحران‌های مالی معیار جدیدی از ریسک ارائه کردند. این ریسک سطحی از ثروت را بیان می‌کند که با در اختیار داشتن آن سرمایه‌گذاری‌های آتی منجر به ورشکستگی شرکت نشود.

در این پژوهش، با تشریح ابعاد مختلف ریسک فاستر-هارت، مزایا و معایب آن، کمی بیشتر با این ریسک آشنا شده و پرتفلیوهای بهینه بر این اساس ارائه می‌گردد. در ادامه به مقایسه این سبدها با سبدهای نیم واریانس، ریزش مورد انتظار، ارزش در معرض خطر پرداخته می‌شود . در پایان لازم به ذکر است که سهام شرکت‌های موجود در سبد، بر اساس شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران انتخاب شده‌اند.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

مارکویتز اولین فردی بود که ریسک دارایی‌های مالی را به صورت کمی اندازه‌گیری کرد و انحراف معیار بازده دارایی‌ها را به عنوان ریسک در نظر گرفت. اما این معیار هرگونه انحراف، چه بیشتر و چه کمتر از بازده انتظاری را به عنوان ریسک تلقی می‌کند و در صدد کاهش آن است. در حالی‌که بازده بیش‌تر از میانگین مطلوب سرمایه‌گذاران است. برای رفع این نقیصه، سنجه نیم‌واریانس معرفی گردید که امید ریاضی مجذورات منفی است. اما پس از آن کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) یک سنجه جدید ریسک را توسعه دادند. آن‌ها پیشنهاد کردند برای سنجش انحرافات از میانگین بازده انتظاری، به جای واریانس از قدر مطلق انحراف از میانگین استفاده شود. استفاده از قدر مطلق انحراف از میانگین سبب می‌شود که مدل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری به یک مدل برنامه‌ریزی خطی تبدیل شود. اما فرض مهم در سنجه‌های ریسک معرفی شده، توزیع نرمال بازده دارایی‌ها است. فرض داشتن توزیع نرمالی برای عوامل ریسک در بازده دارایی‌های مالی در دهه‌های اخیر به طور گسترده مورد بحث قرار گرفته است. برخی از مطالعات اولیه همچون مندلبورت (۱۹۶۳) و فاما (۱۹۶۵) نشان داد که بازده دارایی‌ها دارای قله‌ای بلندتر و دنباله‌ای پهن‌تر نسبت به توزیع نرمال به خصوص در افق‌های زمانی کوتاه است.

هانگ (۲۰۰۷) از طریق ارائه نتایج عددی از داده‌های واقعی بازارها، کاربردی بودن استفاده از VaR در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری را نشان داد.

لیلا و همکاران (۲۰۰۸) با تکیه بر یک مدل ریسک نامطلوب و یک مدل متعارف ریسک، توانستند نقش و اهمیت ریسک نامطلوب در انتخاب پرتفلیو را به اثبات برسانند و نشان دهند سرمایه‌گذاران تمایل دارند که بیشترین بازدهی را با کنترل و کاهش ریسک نامطلوب به دست آورند.

فاستر و هارت (۲۰۰۹) با انتشار مقاله‌ای از ریسک فاستر-هارت رونمایی کردند. آنها ریسک فاستر-هارت را به حداقل سطح ثروتی از سرمایه‌گذار مرتبط کردند که مانع از ورشکستگی وی در بلند مدت می‌گردد.

آناگاس پولز و ممانیز (۲۰۰۹) از سه الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفه، شامل NSGA-II ، PESA و SPEA-II برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام استفاده کردند و معیار واریانس را در مدل میانگین-واریانس، با معیارهای VaR و CvaR نیز جایگزین کردند. هم چنین الگوریتم PESA بهترین عملکرد را به جهت همگرایی به سطح بهینه‌ی پارتو دارد . الگوریتم SPEA-II بهترین پاسخ‌ها را از منظر گستردگی می‌دهد.

ریدل و هلمن(۲۰۱۵) ریسک فاستر-هارت را گسترش دادند و برای اوراق بهادار با امید ریاضی منفی نیز راهکاری ارائه دادند. آنها ریسک فاستر-هارت را به اندازه حداکثر زیان ناشی از انجام پروژه برای این دست سهام قرار داد.

آناند و همکاران (۲۰۱۶) به بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از ریسک فاستر-هارت پرداختند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد پرتفلیو بهینه فاستر-هارت عملکرد بهتری در مقایسه با پرتفلیو بهینه ارزش در معرض خطر مشروط، پرتفلیو بهینه ارزش در معرض ریسک و میانگین-واریانس دارد.

لوین و همکاران (۲۰۱۷) بهینه‌سازی سبد سهام را با استفاده از رویکرد ناپارامتریک VaR انجام دادند. آنها بسیاری از محدودیت‌های واقعی را نیز لحاظ کردند. وی از الگوریتم MODE-GL استفاده کرد و نتایج آن را با الگوریتم‌های NSGA-II و SPEA-II مقایسه کرد و به این نتیجه دست یافت که الگوریتم پیشنهادی وی نتایج مطلوب تری در مقایسه با دو الگوریتم دیگر دارد.

خالوزاده و امیری (۱۳۸۴)، در تحقیقی تحت عنوان «تعیین سبد بهینه در بازار بورس اوراق بهادار تهران بر اساس نظریه ارزش در معرض ریسک»، به توسعه روش‌های مدیریت ریسک بر اساس نظریه ارزش در معرض ریسک توجه نموده است. در این پژوهش با استفاده از الگوریتم ژنتیک، سبد سهام بهینه‌ای به دست می‌آید که دارای سودی ماکزیمم و قیدی بر روی ریسک سبد است. شبیه‌سازی در این مقاله برای سبد سهامی متشکل از ۱۲ شرکت مختلف در بورس اوراق بهادار تهران انجام شد. نتایج به دست آمده نشانگر کارایی روش مدل‌سازی ریسک بازار بر مبنای نظریه ارزش در معرض ریسک و روش بهینه‌سازی الگوریتم‌های ژنتیک در به دست آوردن اوزان بهینه سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت بر روی ریسک است.

ابراهیم عباسی و بابک تیمورپور (۱۳۸۸) در پژوهشی، ارزش در معرض ریسک را به روش پارامتریک با استفاده از بازده‌های شرکت‌ها محاسبه کرده و به عنوان یک محدودیت به مدل مارکویتز، اضافه می‌شود ولی عملاً باز هم واریانس معیار اندازه گیری سبد است.

ارزش در معرض ریسک نیز از طبقه معیارهای ریسک نامطلوب است. ارزش در معرض ریسک که سرمایه در معرض خطر نیز نامیده می‌شود، به عنوان معیاری آماری، حداکثر زیان احتمالی پرتفلیو را در یک دوره زمانی مشخص به صورت کمی بیان می‌کند. در روش ارزش در معرض ریسک برای انتخاب پرتفلیوی بهینه اصول کار مشابه مدل مارکویتز است، با این تفاوت که سرمایه‌گذار خواستار VaR کمتر و بازده بیشتر است. نتایج تحقیقی که به منظور مقایسه این دو مدل در ایران طی سالهای ۱۳۸۰-۱۳۸۷ انجام شد بیانگر آن بود که این دو مدل تفاوت معناداری با یکدیگر نخواهند داشت (قدرت اله طالب‌نیا، مریم فتحی، ۱۳۸۹).

رهنمای رودپشتی و ملایی (۱۳۹۱) به محاسبه ریسک سبد سهام با استفاده از مدل‌های تجدید نظر شده ارزش در معرض ریسک پرداختند. آن‌ها با استفاده از دو مفهوم "بسط کورنیش فیشر" و استفاده از "ضرایب توزیع بیضوی" ریسک در نظر گرفته نشده در دنباله‌ها را دقیق‌تر تخمین زدند. بر این اساس، دو مدل اصلاح شده ارزش در معرض ریسک کورنیش فیشر و مدل ارزش در معرض ریسک تی استیودنت مدل‌سازی و با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، بهینه‌سازی را انجام دادند. نتایج این مقاله نشان می‌دهد که با استفاده از این مدل‌های اصلاح شده، تخمین دقیق‌تری از ریسک نهفته در انتهای دنباله‌ها می‌توان ارائه دادکه می‌تواندبه سرمایه‌گذاران و تحلیلگران کمک شایانی کند.

نجفی و همکاران (۱۳۹۶) در پژوهشی درباره بهینه‌سازی بازه‌ای سبد سهام با استفاده از ریسک ارزش در معرض خطر مشروط به این نتیجه دست یافتند که وقتی سرمایه‌گذار اطمینان کمتری به بازار دارد و احتمال می‌دهد بازار دچار نوسان شده است، می‌تواند از این مدل بهینه‌سازی بازه‌ای استفاده کند چرا که مدل ارائه شده بهترین جواب ممکن را در بدترین حالت نوسان ارائه می‌کند و هم‌چنین به علت خطی بودن و نزدیک به واقعیت بودن آن، از حالت قطعی کارایی بیشتری دارد.

روش‌شناسی تحقیق

در این بخش مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام کلاسیک و مفاهیم ارزش در معرض، ریزش مورد انتظار و ریسک قاستر ، و به‌کارگیری آنها در مدل مارکوویتز تشریح می‌شود.

ساده‌ترین شکل مدل بهینه‌سازی سبد سهام دارای دو تابع هدف، یکی بیشینه کردن بازده سبد و دیگری کمینه کردن ریسک آن است و به شکل زیر نوشته می‌شود:

رابطه ۱)

$$\text{Max } \mu_p = \sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i$$

رابطه ۲)

$$\text{Min } \sigma_p^2=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{i,j}$$

S.t:

رابطه ۳)

$$\sum_{i=1}^{N} w_i =1$$

رابطه ۴)

$$0 \le w_i \le 1 \quad i = 1.2.3. \ldots . N$$

که در آن wi وزن سهم i در سبد، μ i بازده سهم i، و σ i,j کوواریانس بین دو سهم i و j است. همچنین محدودیت اول سبب می‌شود جمع هزینه‌های انجام شده روی سهم‌های مختلف برابر با کل سرمایه باشد.

اما در پژوهش حاضر بایستی این مدل تک‌هدفه شود. بدین منظور محدودیت $\mu_p=w^T\mu\geq\mu_{p_0}$ را با روش تابع جریمه حذف می‌کنیم و مدل تک‌هدفه زیر را به دست می‌آوریم:

رابطه ۵)

$$\text{Min } \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{i,j} \cdot \left[1+\beta \max\left(0,(1-\frac{\mu_p}{\mu_{p_0}})\right)\right]$$

S.t:

رابطه ۶)

$$\sum_{i=1}^{N} w_i =1$$

رابطه ۷)

$$w_i \geq 0 \quad i=1,2,3, \ldots, N$$

مدل میانگین-ریزش مورد انتظار

قبل از تشریح ریزش مورد انتظار، مفهوم ارزش در معرض ریسک (VaR۸) بررسی می‌شود. اگر داشته باشیم $\alpha \in [0.1]$ و r یک مقدار مرجع باشد، ارزش در معرض ریسک در سطح α یا VaR_α برای ارزش خالص X با توزیع آماری P برابر است با مقدار منفی چندک q_α^+ برای X/r، یعنی [۷]:

$$VaR_{\alpha}(X) = -\inf\{x|P[X \leq x \cdot r] > \alpha\}$$ رابطه ۸)

در ادبیات تحقیق مشاهده می‌شود که معیار VaR علیرغم مزایایی از قبیل سادگی در فهم، دارای معایبی نیز هست. به عنوان مثال این معیار زیرجمع‌پذیر نیست، یعنی VaR سبدی متشکل از دارایی‌های مختلف، از مجموع VaR دارایی‌های تکی کمتر نیست [۷]. همین امر منجر می‌شود ارزش در معرض ریسک از انسجام برخوردار نباشد. بنابراین معیاری به نام ریزش مورد انتظار (ES[۹]) یا ارزش در معرض ریسک مشروط تعریف شود که میانگین زیان سبد در حالتی است که زیان بیشتر از VaR شده باشد. ریزش مورد انتظار در حالت توزیع نرمال از طریق زیر محاسبه می‌شود [۲۱]:

رابطه ۹)
$$ES=\frac{e^{\frac{Z_{\alpha}^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}}\delta_p\text{-}\bar{r}_p$$

که در آن δp انحراف معیار سبد و $\bar{r}_p$ میانگین بازدهی سبد است.

حال با استفاده از این معیار، می‌توان مدل بهینه‌سازی سبد سهام را به شکل نوشت:

رابطه ۱۰)
$$Min \ \frac{e^{\frac{Z_{\alpha}^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}}\delta_p\text{-}\bar{r}_p.\left[1+\beta \max\left(0,(1-\frac{\mu_p}{\mu_{p_0}})\right)\right]$$

S.t:

رابطه ۱۱)
$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$$

رابطه ۱۲)
$$0 \leq w_i \leq 1 \qquad i=1,2,3,\ldots,N$$

مدل میانگین-نیم‌واریانس

در این مدل از معیار جدیدتر نیم‌واریانس که تنها ریسک نامطلوب را در نظر می‌گیرد، استفاده می‌شود.

رابطه ۱۳)
$$SV=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\max(0,(x_i-\bar{x})^2)$$

با نشان دادن نیم‌انحراف معیار سهم i به شکل σ_{i-} داریم:

رابطه (۱۴

$$\text{Min} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{i,j} \cdot \left[1+\beta \max\left(0,(1-\frac{\mu_p}{\mu_{p_0}})\right)\right]$$

S.t:

رابطه (۱۵

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1$$

رابطه (۱۶

$$0 \le w_i \le 1 \qquad i=1,2,3,\ldots,N$$

در این بخش به تعریق ریسک فاستر-هارت و مدل سازی آن پرداخته می شود.

ریسک فاستر-هارت

برای هر دارایی ریسکی $g \in G$ ، یک عدد واحدی به نام $R(g)>0$ وجود دارد که استراتژی ساده $s \equiv s_Q$ با تابع ثروت بحرانی Q، عدم ورشستگی را تضمین می‌کند اگر و تنها اگر $Q(g) \geq R(g)$ باشد. $R(g)$ به صورت زیر به دست می‌آید.

رابطه (۱۷

$$E\left[\log\left(1+\frac{1}{R(g)}g\right)\right] = 0$$

در فرمول فوق g نتیجه حاصل از سرمایه‌گذاری است. به بیان دقیق‌تر، جریان نقدی ایجاد شده دارایی ریسکی به همراه احتمال وقوع هر یک از حالات در یک بازه زمانی مشخص را معین می‌کند.

$R(g)$ نیز حداقل سطح ثروتی تعریف می‌شود که دارایی ریسکی g پذیرفته می‌شود و همان‌طور که پیش‌تر نیز بیان شد سطح ثروت بحرانی برای سرمایه‌گذاری با تابع توزیع مشخص نامیده می‌شود و به بیان دیگر ریسک سرمایه‌گذاری تعریف می‌شود.

شرط $Q(g) \geq R(g)$ بیان می‌کند برای پذیرش دارایی ریسکی g حداقل سطح ثروت سرمایه‌گذار $Q(g)$ می‌بایست برابر با $R(g)$ و یا بیشتر از آن باشد. از طرف دیگر دارایی ریسکی g رد می‌شود اگر ثروت وی کمتر از $R(g)$ باشد.

برای درک بهتر این موضوع لازم است مثالی مطرح شود. فرض شود دارایی ریسکی با قیمت ۱۲۰ تومان خریده شده است و انتظار می رود با احتمال ۵۰٪ قیمت آن در یک سال دیگر ۲۵۵ تومان و یا ۷/۵ تومان شود. با توجه با این که سرمایه‌گذاری در چنین دارایی می‌تواند به ضرر منتج شود و هم چنین امید ریاضی آن مثبت است می‌توان از روش فاستر-هارت برای محاسبه ریسک سرمایه‌گذاری و حداقل سطح ثروت بحرانی شخص بهره برد. در چنین شرایطی سرمایه‌گذار می‌تواند از یک سو

۱۳۵ تومان سود کند و از سوی دیگر می‌تواند با ضرری به اندازه ۱۱۲/۵ تومان از این سرمایه‌گذاری خارج شود. فرمول فاستر-هارت برای این دارایی به صورت زیر است:

$$\frac{۱}{۲}\log\left(۱+\frac{۱۳۵}{R(g)}\right)+\frac{۱}{۲}\log\left(۱+\frac{-۱۱۲/۵}{R(g)}\right)=۰$$

$$R(g)=۶۷۵$$

همان طور که مشاهده می‌شود، در تحلیل سهام g، روش فاستر-هارت پیشنهاد می‌کند که حداقل سطح ثروت سرمایه‌گذار لازم برای پذیرش سهام g می‌بایست ۶۷۵ تومان باشد. با چنین سطح ثروتی، طبق نظریه فاستر-هارت، وی نسبت به سرمایه‌گذاری بی تفاوت است و می‌تواند سهام g را خریده و یا از خرید آن سر باز زند. بنابراین، به ازای هر میزانی از ثروت که بیش از ۶۷۵ تومان باشد سرمایه‌گذار تمایل دارد این دارایی را خریداری کند. برای مثال، در صورتی که ایشان ۷۹۵تومان داشته باشد با ۱۲۰ تومان می‌تواند این دارایی را خریداری کرده و برای افزایش کارایی سرمایه‌گذاری مبلغ باقی مانده را در دارایی بدون ریسک سرمایه‌گذاری کند.

مدل میانگین-فاستر هارت

رابطه ۱۷)

$$\text{Min } R(g).\left[1+\beta\max\left(0,(1-\frac{\mu_p}{\mu_{p_0}})\right)\right]$$

S.t:

رابطه ۱۸)

$$\sum_{i=1}^{N} w_i=1$$

رابطه ۱۹)

$$0\le w_i\le 1 \quad i=1,2,3,\ldots,N$$

فرضیه‌های پژوهش

برای بررسی مزایای بالقوه پرتفلیوهای بهینه فاستر-هارت در مقایسه با پرتفلیوهای بهینه شده با استفاده از معیارهای ریزش مورد انتظار و ریسک نامطلوب می توان مرز های کارای هر یک از سه مدل را رسم کرد و سپس نسبت شارپ پرتفلیوهای بهینه را با یکدیگر مفایسه نمود.

یافته‌های پژوهش

برای بررسی عملکرد پرتفلیئهای بهینه فاستر-هارت می بایست پرتفلیوهایی تشکیل داد که در آن‌ها ریسک سبد سهام به طرق گوناگون به دست می آید.. داده‌های مورد استفاده در این پژوهش، قیمت‌های روزانه شرکت‌های موجود در شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر بورسی بازار اوراق بهادار تهران از ابتدای مهر ۱۳۹۱ تا پایان شهریور ۱۳۹۶ می‌باشند. لازم به ذکر است که تعدادی از شرکت‌های موجود در شاخص ۵۰ شرکت فعال‌تر بورسی که پس از مهر ۱۳۹۱ عرضه عمومی شده‌اند، در پرتفلیوهای بهینه لحاظ نشده‌اند. در جدول ۱ شرکت‌های موجود در این شاخص به همراه میانگین و واریانس بازدهی آنها ارائه شده است. جدول فوق با بهره‌گیری از قیمت‌های روزانه سهام هر یک از شرکت‌ها از تاریخ ۱۳۹۱/۷/۱ تا ۱۳۹۶/۶/۳۱ ایجاد شده است.

جدول ۱. آماره‌های توصیفی شرکت‌های موجود در پژوهش

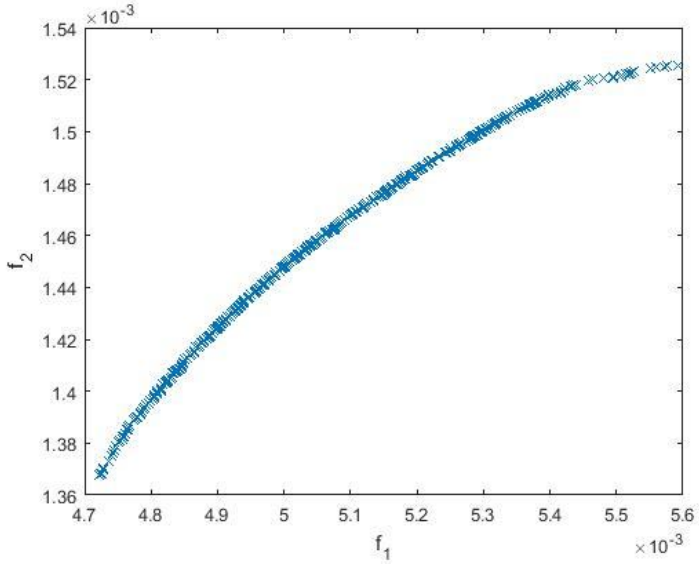
سهام	میانگین	انحراف استاندارد	سهام	میانگین	انحراف استاندارد
اخابر	۰/۰۰۰۳۷۹	۰/۰۱۷۱۷	شخارک	۰/۰۰۱۶۳۰	۰/۰۳۱۳۷
بترانس	۰/۰۱۵۱۹	۰/۰۲۲۰۳	فاذر	۰/۰۰۱۶۴۵	۰/۰۲۷۱۷
پکرمان	۰/۰۰۱۰۴	۰/۰۲۷۰	فاراک	۰/۰۰۱۵۵۷	۰/۰۲۵۴۷
ثاژن	۰/۰۰۰۳۶	۰/۰۳۰۶۳	فباهنر	۰/۰۰۰۳۳۴	۰/۰۲۰۱۲
خاور	۰/۰۰۰۶۲۷	۰/۰۲۵۳۲	فخاس	۰/۰۰۱۱۷۷	۰/۰۱۶۹۵
خبهمن	۰/۰۰۰۵۸۸	۰/۰۲۴۳۲	فنوال	۰/۰۰۱۲۱۵	۰/۰۱۷۷۵
خپارس	۰/۰۰۰۸۸۱	۰/۰۲۶۸۵	فولاد	۰/۰۰۱۱۶۶	۰/۰۱۷۷۵
خزامیا	۰/۰۰۰۱۲۹	۰/۰۴۰۹۱	کسرا	۰/۰۰۱۷۴۴	۰/۰۲۳۹۷
خکاوه	۰/۰۰۰۰۲۰۷	۰/۰۲۸۶۸	کماسه	۰/۰۰۱۳۲۹	۰/۰۲۲۷۵
خودرو	۰/۰۰۰۷۵۴	۰/۰۲۳۲۱	واتی	۰/۰۰۱۳۱۹	۰/۰۲۵۳۸
دجابر	۰/۰۰۱۲۶۳	۰/۰۱۵۴۲	وامید	۰/۰۰۰۹۹۷	۰/۰۱۲
دعبید	۰/۰۰۱۸۲۴	۰/۰۱۸۸۳	وبانک	۰/۰۰۱۵۴۹	۰/۰۱۷۸۰
رمپنا	۰/۰۰۱۲۹۸	۰/۰۱۹۷۱	وبیمه	۰/۰۰۰۶۴۱	۰/۰۲۰۸۲
شاراک	۰/۰۰۰۴۶۵	۰/۰۳۰۵۹۵	وساپا	۰/۰۰۱۰۸۶	۰/۰۲۶۳۹
شپاکسا	۰/۰۰۰۵۲۵	۰/۰۴۸۲۷	ولساپا	۰/۰۰۱۰۹۲	۰/۰۰۲۲۰
شپلی	۰/۰۰۰۸۸۳	۰/۰۳۰۴۹	ومعادن	۰/۰۰۱۰۹۴	۰/۰۱۸۹۳
شپنا	۰/۰۰۰۳۴۵	۰/۰۴۴۸۸			

نتایج آماری و ترسیمی مرز کارای حاصل از بهینه‌سازی الگوریتم به ترتیب مدل برآورد ریسک مدل میانگین-نیم‌واریانس

جدول زیر به همراه مرز کارای ترسیم شده در شکل زیر، نتایج آماری مربوط به الگوریتم PESA-II را نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقدار میانگین بازده تمامی جواب‌های بهینه الگوریتم PESA-II ۰/۰۰۱۴۵۶۵ برای نیم‌واریانس ۰/۰۰۵۰۷۶ و مقدار انحراف معیار بازده و نیم واریانس در کل جواب‌های بهینه بدست آمده به ترتیب ۰/۰۰۰۰۴۱۷۸ و ۰/۰۰۰۲۱۶۳ است. مقدار حداکثر برای بازده ۰/۰۰۱۵۲۵ و این مقدار برای نیم‌واریانس ۰/۰۰۵۵۶۰ است. همچنین مقدار کمترین هر دو هدف برای تمامی جواب‌های بهینه‌سازی شده به ترتیب بازده و نیم واریانس ۰/۰۰۱۳۶۸ و ۰/۰۰۴۷۲۱ است.

جدول۲. آمار توصیفی حاصل از مدل میانگین واریانس

	مینیمم	ماکسیمم	میانگین	انحراف معیار
Semi-Variance	۰/۰۰۴۷۲۱	۰/۰۰۵۵۶۰	۰/۰۰۵۰۷۶	۰/۰۰۰۲۱۶۳
بازده	۰/۰۰۱۳۶۸	۰/۰۰۱۵۲۵	۰/۰۰۱۴۵۶۵	۰/۰۰۰۰۴۱۷۸



شکل ۱. مرز کارای مدل میانگین نیم واریانس

مرز کارای ترسمی توسط مدل میانگین-نیم‌واریانس به خوبی بیانگر کارایی این مدل با توجه به فرضیه‌های مدل هری مارکویتز است. همچنین نشان می‌دهد با افزایش بازده پرتفوی‌های تشکیلی توسط الگوریم مورد استفاده در پژوهش مقداری ریسک پرتفوی‌ها نیز افزایش پیدا می‌کند.

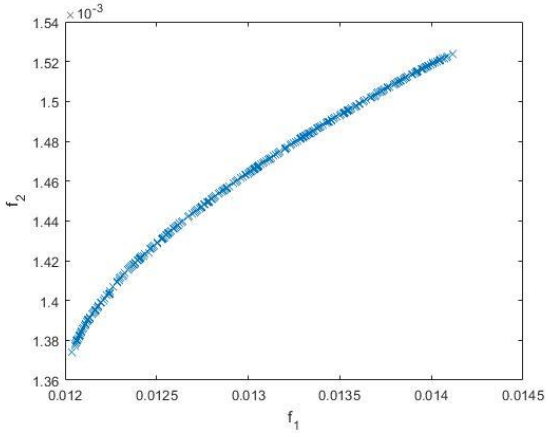
مدل میانگین-ارزش در معرض ریسک شرطی

جدول زیر، حداکثر و حداقل مقدار جواب‌های بهینه که با استفاده از الگوریتم PESA-II به‌دست‌آمده است را نشان می‌دهد. همچنین برای هر دو مسئله یعنی بازده و ارزش در معرض ریسک شرطی نیز مقدار میانگین و انحراف معیار را نشان می‌دهد. همچنین برای توضیح بیشتر و کارایی مدل، مرز کارای ترسیمی با این مدل در شکل زیر نشان داده شده است.

جدول ۳. آمار توصیفی مدل میانگین ارزش در معرض ریسک شرطی

	مینیمم	ماکسیمم	میانگین	انحراف معیار
CvaR	۰/۰۱۲۰۴	۰/۰۱۴۱۲	۰/۰۱۳۰۰	۰/۰۰۰۶۰۵۴
بازده	۰/۰۰۱۳۷۵۴	۰/۰۰۱۵۲۴	۰/۰۰۱۴۵۸۷	۰/۰۰۰۱۵۰۰

جدول بالا بیانگر نتیجه آماری جواب‌های بهینه با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی PSEA-II است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقدار میانگین بازده تمامی جواب‌های بهینه این الگوریتم ۰/۰۰۱۴۵۸۷ و برای ارزش در معرض ریسک شرطی ۰/۰۱۳۰۰ و مقدار انحراف معیار بازده و ارزش در معرض ریسک شرطی در کل جواب‌های بهینه بدست آمده به ترتیب ۰/۰۰۰۱۵۰۰ و ۰/۰۰۰۶۰۵۴است.



شکل ۲. مرز کارای مدل میانگین ارزش در معرض ریسک شرطی

با توجه به شکل مرز کارای ترسیمی توسط مدل میانگین-ارزش در معرض ریسک شرطی با افزایش بازده، ارزش در معرض ریسک شرطی پرتفوی‌ها افزایش پیدا می‌کند؛ بنابراین مدل مطابق با فروض مرز کارای ترسیمی هری مارکویتز است.

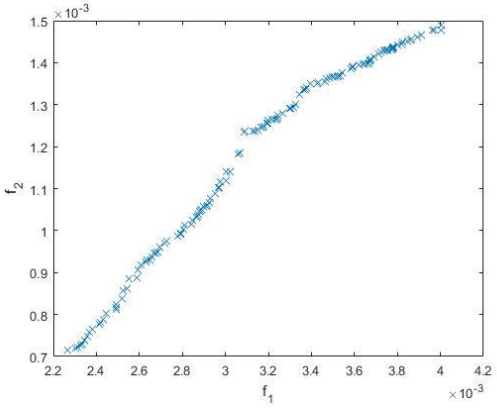
مدل میانگین-فاستر-هارت

جدول زیر بیانگر نتیجه آماری مربوط به الگوریتم PESA-II است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقدار میانگین بازده تمامی جواب‌های بهینه الگوریتم ۰/۰۰۱۱۴۰ و برای فاستر-هارت ۰/۰۰۳۳۷۸ و مقدار انحراف معیار بازده و فاستر-هارت در کل جواب‌های بهینه بدست آمده به ترتیب ۰/۰۰۰۲۱۲۹ و ۰/۰۰۰۵۶۹۰ است، مقدار ماکسیمم برای بازده ۰/۰۰۱۵۴۸ و این مقدار برای فاستر هارت ۰/۰۰۴۴۰۰، مقدار حداقل برای هر دو هدف این الگوریتم برای تمامی جواب‌های بهینه به ترتیب بازده و فاستر-هارت ۰/۰۰۰۸۴۴۶ و ۰/۰۰۲۳۳۴ است.

جدول۴. آمار توصیفی مدل میانگین فاستر هارت

	مینیمم	ماکسیمم	میانگین	انحراف معیار
F-H	۰/۰۰۲۳۳۴	۰/۰۰۴۴۰۰	۰/۰۰۳۳۷۸	۰/۰۰۰۵۶۹۰
بازده	۰/۰۰۰۸۴۴۶	۰/۰۰۱۵۴۸	۰/۰۰۱۱۴۰	۰/۰۰۰۲۱۲۹

در شکل زیر ترسیمی از مرز کارای بهینه‌سازی شده توسط الگوریتم فوق‌الذکر نشان داده شده‌که با توجه به مرز کارا و همچنین مقدار ریسک برآوردشده توسط آن این شکل مرزکارای بهتری را رسم و به نمایش درآورده‌است. نتایج حاصل از این شکل مطابق با فرضیه مرز کارای هری‌مایکویتز است.



شکل۳. مرز کارای مدل میانگین فاستر هارت

مقایسه مدل‌های برآورد ریسک با استفاده از معیار شارپ

من- ویتنی(Mann-Whithney) برای مقایسه مدل‌ها از آزمون کروسکال والیس بهره برده است. نتایج مقایسه مدل میانگین-فاستر هارت با دیگر مدل‌ها در جدول زیر نشان داده شده است.

جدول۵. آزمون من ویتنی

	Z	Mann-Whithney U	احتمال آماره
F-H و CvaR	-۲۳/۸۲۵۴۵	۰/۰۰۱۵۱۷	۰/۰۰۲۰۸۹
F-H و MSV	-۲۳/۶۴۵۷۵	۵۳۹	۰/۰۰۰۱۵۳۲۴

فرضیه اول) تفاوت معناداری بین معیار شارپ به دست آمده توسط مدل فاستر هارت و مدل میانگین ارزش در معرض ریسک شرطی وجود دارد.

مقدار Z آزمون من-ویتنی برابر با ۲۳/۸۲۵۴۵- و هم چنین احتمال آماره ۰/۰۰۲۰۸۹ است. این نتایج در سطح ۹۹ درصد، فرض صفر بودن آزمون مبنی بر عدم تفاوت معنادار بین دو مدل را رد کرده و می توان گفت که تفاوت معناداری بین دو مدل میانگین-فاستر هارت و مدل میانگین-ارزش در معرض ریسک شرطی وجود دارد.

فرضیه سوم) تفاوت معناداری بین معیار شارپ به دست آمده توسط مدل میانگین-فاستر هارت و مدل میانگین-نیم واریانس وجود دارد.

آزمون انجام شده برای وجود تفاوت معنادار بین دو مدل میانگین-فاستر هارت و میانگین نیم واریانس نشان از وجود تفاوت معنادار میان این دو مدل است که فرضیه فوق را تأیید و فرضیه صفر آزمون من- ویتنی رد می‌شود؛ زیرا مقدار احتمال آماره این آزمون برابر با ۰/۰۰۰۱۵۳۲۴ است

نتیجه گیری و پیشنهادها

این پژوهش به بهینه سازی سبد سهام می‌پردازد. اما تفاوت آن با پژوهش های مشابه در مدل ارزیابی ریسک است. مدلی که بیشتر به آن پرداخته می‌شود ریسک فاستر-هارت است. این روش در سال ۲۰۰۹ توسط آقایان فاستر-هارت ارائه گردید و این چنین تعریف کردند: ریسک فاستر-هارت حداقل سطح ثروتی است که سرمایه‌گذار می بایست داشته باشد تا در صورت شکست پروژه با ورشکستگی مواجه نشود.

نتایج این پژوهش از وجود اختلاف معنادار در نسبت شارپ پرتفلیوهای بهینه شده به کمک ریسک فاستر-هارت در مقایسه با پرتفلیوهای بهینه میانگین-نیم واریانس و میانگین-ارزش در معرض ریسک شرطی پرده بر می دارد.

متخصصان حرفه‌ای حوزه سرمایه‌گذاری، برای افزایش بازده و کاهش ریسک خود در استفاده از مدل‌های بهینه‌سازی، می‌توانند در انتخاب مرز کارا و سبدهای سرمایه‌گذاری بهینه از مدل فاستر هارت استفاده کرد، زیرا این مدل با دارا بودن قدرت توضیح دهندگی بهتر و همچنین تشکیل مرز کارای بالاتر از سایر مدل‌ها است.

۶-فهرست منابع

۱) درخشان، مجتبی، گل‌مکانی، حمیدرضا، حنفی‌زاده، پیام(۱۳۹۱). رویکردی فراابتکاری برای انتخاب سبد سهام با اهداف چندگانه در بورس اوراق بهادار تهران .نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، (۳)۲۳ :۳۱۷-۳۳۱

۲) راعی,رضا,فلاح‌پور,سعید. (۱۳۹۰). طراحی مدلی برای مدیریت فعال پرتفوی با استفاده از VaR و الگوریتم ژنتیک .فصلنامه علمی-پژوهشی بررسی‌های‌حسابداری وحسابرسی،(۶۴)۱۸،۳۴-۱۹.

3) Anand, A., et al. (2016). "Foster–Hart optimal portfolios." Journal of Banking & Finance 68: 117-130.

4) Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. Mathematical finance, 9(3), 203-228.

5) Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. Journal of risk, 2, 21-42.

6) Foster, Dean P., and Sergiu Hart. "An operational measure of riskiness." Journal of Political Economy 117, no. 5 (2009): 785-814.

7) Acerbi, C., & Tasche, D. (2002). Expected shortfall: a natural coherent alternative to value at risk. Economic notes, 31(2), 379-388.

8) Aumann, R. J., & Serrano, R. (2008). An economic index of riskiness. Journal of Political Economy, 116(5), 810-836.

9) Foster, D. P., & Hart, S. (2013). A wealth-requirement axiomatization of riskiness. Theoretical Economics, 8(2), 591-620.

10) Grootweld, H., & Hallerbach, W. G. (2000). Upgrading VaR from diagnostic metric to decision variable: A wise thing to do? Report 2003. Erasmus Center for Financial Research.

11) Hart, S. (2011). Comparing risks by acceptance and rejection. Journal of Political Economy, 119(4), 617-638.

12) Riedel, F., & Hellmann, T. (2015). The Foster–Hart measure of riskiness for general gambles. Theoretical Economics, 10(1), 1-9.

13) Biglova, A., Ortobelli, S., Rachev, S. T., & Stoyanov, S. (2004). Different approaches to risk estimation in portfolio theory. The Journal of Portfolio Management, 31(1), 103-112.

یادداشت ها :

1 Harry Markowitz
2 Portfolio Selection
3 Pogue
4 Downside Risk
5 Value-at-Risk (VaR)
6 Expected Shortfall (ES)
7 Foster and Hart
8 Value at Risk
9 Expected Shortfall