



## تخمین حدآستانه‌ای کارا برای مدل‌سازی و تخمین سرمایه پوششی ریسک عملیاتی بانک‌ها

احمد پویان‌فر<sup>۱</sup>  
سعید بی‌تی<sup>۲</sup>  
علی حبیبی<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: ۹۲/۶/۲۰ تاریخ پذیرش: ۹۲/۱۰/۳۰

### چکیده

در این پژوهش مدل‌سازی و تخمین ریسک عملیاتی با محوریت روش توزیع زیان، پیاده‌سازی تئوری مقدار فرین و ارائه روشی جدید و ابتکاری برای تخمین حدآستانه دم داده‌های شدت زیان، مبتنی بر مینیمم‌سازی میانگین مربعات خطای برازش توزیع‌های دورفتاری، انجام شده است. با استفاده از داده‌های شدت زیان عملیاتی یکی از بانک‌های اروپایی، برای مدل‌سازی توزیع شدت زیان، توزیع‌های پارامتریک (لوگ نرمال، وایبول، گاما و نمایی)، پارتو تعمیم یافته و ترکیبی از آن‌ها در قالب مدل‌های دورفتاری به کار گرفته شده است. برای اعتبار سنجی مدل‌های برازش شده، آزمون‌های خوبی برازش گرافیکی و عددی با تکنیک شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده شده است. همچنین تخمین سرمایه در معرض خطر، از طریق برازش توزیع تجمیعی زیان سالانه در سطوح اطمینان مختلف بر اساس تخمین عددی مونت کارلو و در نهایت تحلیل حساسیت سرمایه پوششی از طریق محاسبه مقادیر انحراف معیار، فاصله اطمینان بوت استرپی و رسم نمودار "سرمایه پوششی - فاصله اطمینان" انجام شده است.

نتایج تحقیق حاکی از آن است که برازش مدل‌های کلاسیک خصوصاً در ناحیه دم، بی معنی بوده در حالی که تخمین توزیع‌های دورفتاری با حدآستانه معرفی شده، از سایر توزیع‌ها کارایی بیشتری را در میزان تطبیق چندک‌های تجربی ارائه می‌دهد. مقادیر (متفاوت) سرمایه پوششی در سطوح اطمینان خیلی بالا، به چندک‌های بی نهایت توزیع‌های شدت زیان بستگی مستقیم دارد. همچنین رفتار نمایی نمودار "سرمایه پوششی - سطح اطمینان"، مقدار انحراف معیار و فاصله اطمینان سرمایه پوششی محاسبه شده در سطوح اطمینان خیلی بالا، نشان می‌دهد که؛ اولاً با افزایش مقدار و عدم قطعیت پارامتر شکل توزیع پارتو تعمیم یافته، ناپایداری سرمایه پوششی بیشتر شده و ثانیاً، سطح اطمینان ۹۹٫۹ درصد معرفی شده از سوی کمیته بال، محافظه کارانه بوده و در عوض استفاده از سطوح اطمینان پایین تر، منطقی تر به نظر می‌رسد. از همین

۱- دکترای مدیریت مالی، دانشگاه تهران، ایران - apouyanfar@gmail.com

۲- کارشناسی ارشد مهندسی برق، دانشگاه تربیت مدرس تهران، ایران - s.beyty@gmail.com

۳- کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشگاه تخصصی علوم اقتصادی، ایران - a.ali.habibi@gmail.com

رو، محاسبه سرمایه پوششی در سطوح اطمینان پایین، با توزیع دورفتاری مبتنی بر حدآستانه کارای معرفی شده در این تحقیق مناسب‌تر است.

**واژه‌های کلیدی:** ریسک عملیاتی، روش توزیع زیان، تئوری مقدار فرین، حدآستانه، توزیع‌های دورفتاری، سرمایه پوششی.

## ۱- مقدمه

بانک‌ها به خاطر نوع فعالیت خود، گستردگی قابل توجه و گریز ناپذیری در حوزه‌های؛ فرآیندهای کسب و کار، پرسنل و مشتریان، زیرساخت‌ها و محیط پیرامونی کسب و کار خود دارند. در صنعت بانکداری زیان‌های ناشی از فرآیندها، افراد، سیستم‌های نامناسب و ناتوان داخلی و یا ناشی از رویدادهای خارجی ریسک عملیاتی<sup>۱</sup> تلقی می‌گردد. جامع‌ترین تعریف از ریسک عملیاتی توسط کمیته بال ارائه شده است، که در آن، "ریسک عملیاتی عبارت است از ریسک زیان ناشی از عدم کفایت و یا نقصان در فرآیندهای داخلی، افراد، سیستم‌ها و یا رویدادهای خارجی" [2]. بیانیه بال ۲ در سال ۲۰۰۶ با تصویب استانداردهای نحوه محاسبه سرمایه در معرض خطر ریسک عملیاتی بانک‌ها به تصویب رسید. بال ۲ بر اساس سه رکن اساسی؛ حداقل سرمایه مورد نیاز، بازنگری نظارتی در مورد کفایت سرمایه و انتظام بازار و افشای عمومی، شکل گرفته است. بر اساس رکن اول، سه رویکرد محاسباتی برای تخمین ریسک عملیاتی به تصویب رسیده است، که شامل رویکردهای؛ شاخص‌های پایه<sup>۲</sup>، رویکرد استاندارد شده<sup>۳</sup> و رویکردهای پیشرفته اندازه‌گیری<sup>۴</sup> می‌باشد. در رویکرد آخر، سه روش مختلف و با ویژگی‌های متفاوت برای تخمین سرمایه پوششی ریسک عملیاتی ارائه شده است. این سه روش عبارتند از: (۱) روش کارت امتیازی<sup>۵</sup> (۲) روش اندازه‌گیری داخلی<sup>۶</sup> و (۳) روش توزیع زیان<sup>۷</sup>. تفاوت عمده این روش‌ها در حجم داده‌ها و تکنیک‌های آماری مورد استفاده در آنها می‌باشد.

دو رویکرد؛ شاخص پایه و استاندارد شده روش‌های ساده‌ای هستند که برای استفاده در بانک‌های کوچک و یا متوسطی که دارای پایگاه داده‌های زیان عملیاتی محدود هستند به کار می‌رود. رویکرد اندازه‌گیری پیشرفته دارای دقت و پیچیدگی بالا بوده و نیاز به پایگاه داده زیان عملیاتی در اندازه بزرگ خواهد داشت. روش توزیع زیان به عنوان یکی از معروفترین و پرکاربردترین روش‌های اندازه‌گیری رویکرد پیشرفته است که از توزیع‌های آماری برای تخمین و اندازه‌گیری ریسک عملیاتی استفاده می‌نماید. اساس شکل‌گیری و توسعه روش توزیع زیان در مدل‌سازی ریسک

عملیاتی، ضعف و ناتوانی سایر روش‌های تخمین سرمایه پوششی در انعکاس مناسب اکسپوژرها و به طور کل نمایه ریسک عملیاتی بانک است. به طور کلی، مدل‌سازی ریسک عملیاتی در این روش مبتنی بر برازش توزیع‌های فراوانی و شدت زیان به طور مستقل از هم و محاسبه سرمایه در معرض خطر بر اساس توزیع تجمیعی<sup>۸</sup> آنها می‌باشد.

در ریسک عملیاتی، داده‌های زیان عملیاتی در بانک‌ها معمولاً به دو دسته زیان‌های؛ با "فراوانی زیاد/ شدت کم" و "فراوانی کم/ شدت زیاد" تقسیم‌بندی می‌شوند. داده‌های دسته اخیر به دلیل آنکه تاثیر خیلی بیشتر بر ارقام سرمایه پوششی بانک، بیشتر مورد توجه مدیران ریسک قرار دارند. همچنین، این دسته از زیان‌ها در دم<sup>۹</sup> توزیع‌های آماری در روش توزیع زیان قرار می‌گیرند. تئوری مقدار فرین<sup>۱۰</sup>، شاخه‌ای از علم آمار است که به مدل‌سازی چندک‌های خیلی بزرگ داده‌ها که در ناحیه دم توزیع‌ها قرار می‌گیرند، می‌پردازد. یکی از مدل‌های زیرمجموعه این تئوری، مقادیر فراتر از آستانه است که در آن به داده‌های شدت زیان عملیاتی که فراتر از یک حدآستانه<sup>۱۱</sup> خیلی بزرگ باشند، توزیع پارتو تعمیم یافته<sup>۱۲</sup> برازش می‌شود.

در این تحقیق فرآیند کامل مدل‌سازی عملی ریسک عملیاتی مبتنی بر روش توزیع زیان، با محوریت کاربرد تئوری مقدار فرین و یافتن حدآستانه بهینه دم داده‌ها از طریق برازش توزیع‌های دورفتاری<sup>۱۳</sup> روی مجموعه‌ای از داده‌های زیان عملیاتی یکی از بانک‌های اروپایی، بین سال‌های ۱۹۹۲ تا ۱۹۹۶، انجام شده است. اهداف این تحقیق، عبارتند از: (۱) معرفی روشی برای تعیین حدآستانه برای تخمین توزیع دم و مدل‌سازی توزیع‌های دورفتاری شدت زیان و (۲) بررسی میزان پایداری سرمایه پوششی ریسک عملیاتی مبتنی بر روش توزیع زیان. از همین رو ابتدا در بخش اول، با مروری بر مهم‌ترین تحقیقات انجام شده در زمینه مدل‌سازی به ویژه تئوری مقدار فرین، خواهیم داشت. مبانی روش توزیع زیان و تئوری مقدار فرین به همراه مدل‌ها و الگوریتم‌های مورد استفاده در این تحقیق به ویژه تخمین حدآستانه بر اساس مینیمم‌سازی میانگین خطای مربعات برازش<sup>۱۴</sup> توزیع‌های دورفتاری، در بخش دوم بیان می‌شوند. در بخش سوم متدولوژی پژوهش و یافته‌های تخمین‌ها ارائه خواهد شد. در نهایت جمع‌بندی و بحث در مورد نتایج پژوهش و همچنین پیشنهاداتی برای تحقیق‌های آتی در بخش چهارم بیان شده است.

## ۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

روش توزیع زیان به عنوان یکی از شاخه‌های رویکردهای پیشرفته نیازمند احراز برخی استانداردهایی پیش از پیاده‌سازی است که توسط نهادهای نظارتی (به عنوان مثال، کمیته بال) کنترل می‌گردند. برای پیاده‌سازی این روش، بانک‌ها فعالیت‌های خود را در قالب تعدادی خطوط

کسب و کار<sup>۱۵</sup> افزایش می‌نماید. فعالیت‌های افزایش شده در کنار رویدادهای زیانبار ریسک عملیاتی<sup>۱۶</sup>، تشکیل یک ماتریس می‌دهند به گونه‌ای که بر اساس آن‌ها داده‌های تاریخی زیان عملیاتی بانک در یک پایگاه داده گزارش می‌شوند. بنابراین، تمامی محاسبات ریسک عملیاتی ابتدا برای تک تک خطوط کسب و کار انجام شده و سپس با استفاده از تکنیک تابع مفصل<sup>۱۷</sup>، سرمایه پوششی کل سطح بانک از طریق داده‌های گردآوری شده مطابق این ماتریس تخمین زده می‌شود. فرض اساسی رویکرد توزیع زیان در پژوهش‌های انجام شده، مستقل بودن متغیرهای تصادفی فراوانی و شدت زیان از یکدیگر است. با توجه به تنوع زیان‌های عملیاتی در بانک‌ها، در برخی از پژوهش‌ها از توزیع‌های دورفتاری، توزیع‌هایی که از ترکیب دو توزیع حاصل می‌شوند، برای مدل‌سازی فراوانی و شدت زیان‌های عملیاتی استفاده می‌شود. به عنوان مثال، برای مدل‌سازی توزیع شدت زیان، بعد از تخمین حدآستانه دم داده‌ها، از ترکیب توزیع‌های پارامتریک همچون لوگ نرمال و یا بر<sup>۱۸</sup> به عنوان توزیع بدنه و از توزیع پارتو تعمیم یافته به عنوان توزیع مناسب برای برازش به دم استفاده می‌شود [8].

سوپرانو<sup>۱۹</sup> و همکاران [19] تحقیق جامعی را در حوزه پیاده‌سازی کامل رویکرد توزیع زیان و تئوری مقدار فرین روی داده‌های فراهم شده در پایگاه داده غیرانتفاعی آگکو<sup>۲۰</sup> بین سال‌های ۱۹۹۰ تا ۲۰۰۶ انجام دادند. نتیجه تحقیقات آنان نشان می‌دهد که علی‌رغم معنی‌دار شدن توزیع‌های شدت زیان، مقادیر سرمایه پوششی متفاوتی حاصل می‌گردد، که ناشی از تخمین چندک‌های خیلی بزرگ (به عنوان مثال چندک‌های بزرگتر از ۰,۹۹۹) توزیع‌های شدت زیان است. همچنین وقتی که دم داده‌های شدت زیان را با استفاده از توزیع پارتو تعمیم یافته مدل نمودند، علاوه بر ایجاد برازش کارا تر حاصل از توزیع‌های دورفتاری، مقدار سرمایه پوششی هم محافظه کارانه تر تخمین زده شد. تحقیق گوریر<sup>۲۱</sup> و همکاران [9] پیاده‌سازی کامل تئوری مقدار فرین را برای اندازه‌گیری و مدل‌سازی ریسک عملیاتی روی داده‌های یکی از بانک‌های بزرگ آمریکایی، بین سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۰۶ در نه خط کسب و کار و هفت طبقه رویداد زیانبار در برمی‌گیرد. در تحقیق آنان برای براش مدل‌های دورفتاری با بدنه لوگ نرمال و دم پارتو تعمیم یافته، مقدار حدآستانه در چندک ۹۰ درصد داده‌ها انتخاب شد. با تخمین سرمایه پوششی در سطوح اطمینان مختلف و رسم نمودار آن در قبال تغییرات حدآستانه، آن‌ها دریافتند که؛ (۱) با تغییرات پارامتر شکل توزیع پارتو تعمیم یافته (ξ)، تغییرات سرمایه پوششی در سطح اطمینان ۹۹,۹٪ نسبت به سایر سطوح اطمینان (پایین‌تر) شیب افزایشی و نوسانات بیشتری دارد، (۲) با رسم نمودار تغییرات سرمایه پوششی در قبال تغییرات سطوح اطمینان نشان دادند که وقتی فاصله اطمینان برآورد ξ خیلی بزرگ باشد، سرمایه برای سطوح اطمینان بزرگتر از ۹۲٪ ناپایداری معناداری را نشان می‌دهد به این معنا که

رفتار نمودار شبه نمایی می‌گردد (عدم پایداری سرمایه پوششی نسبت به سطوح اطمینان خیلی بزرگ)، (۳) با مدل‌سازی توزیع دوجمله‌ای منفی و مقایسه آن با توزیع پواسون نشان دادند که حتی برای سطوح اطمینان خیلی بزرگ هم سرمایه پوششی تغییر چندانی نمی‌کند. بنابراین، سرمایه پوششی نسبت به توزیع فراوانی آن داده‌ها حساس نبود.

یکی از تحقیقاتی که به طور مفصل به استفاده از آزمون‌های خوبی برازش با استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی مونت کارلو پرداخته است، تحقیق چرنوبای<sup>۲۲</sup> [4] است. او در این تحقیق علاوه بر آزمون‌های خوبی برازش معمولی کولموگروف-اسمیرنوف<sup>۲۳</sup> (K-S) و اندرسون-دارلینگ<sup>۲۴</sup> (A-D) از سایر سنج‌های مبتنی بر آماره A-D استفاده نموده است، که به آزمون‌های "دم سنگین"<sup>۲۵</sup> معروف هستند. هدف او از ارائه این آماره‌ها، بیان روش‌هایی برای ارزیابی میزان انطباق چندک‌های تجربی داده‌ها به خصوص در قسمت دم بوده است. زیرا یکی از ضعف‌های عمده آماره‌های سنتی K-S و A-D این است که تمرکز آنها بیشتر بر روی انطباق چندک‌های تجربی با چندک‌ها تئوریک حول مرکز داده‌ها می‌باشد. نتایج انجام این آزمون‌ها روی داده‌های جمع‌آوری شده برای پنج رویداد زیانبار یک موسسه مالی آمریکایی در طی سال‌های ۱۹۹۰ تا ۱۹۹۶ نشان می‌دهد که از بین توزیع‌های برازش شده؛ نمایی، لوگ نرمال، وایبول، لوگ وایبول، پارتو تعمیم یافته، پر، لوگ آلفا پایدار، آلفا پایدار متقارن، مقدار p-value آماره‌های جدید ارائه شده برای توزیع‌های دم پهن‌تر همانند پارتو تعمیم یافته، پر و آلفا پایدار متقارن، از مقدار p-value آماره‌های متمرکز بر بدنه داده‌ها (نظیر آماره K-S) بیشتر و لذا کارایی آنها در این گونه موارد کارآتر است.

در پژوهش کراما<sup>۲۶</sup> و همکاران [6] روشی کمی برای تخمین حدآستانه مبتنی بر مینیمم‌سازی میانگین مربعات خطای برازش توزیع پارتو تعمیم یافته روی مجموعه‌ای از حدود آستانه‌ای منتخب ارائه شده است. مطابق نظر آنان تاکنون هیچ یک از روش‌های تخمین حدآستانه نسبت به سایر روش‌ها مورد مقبولیت عام قرار نگرفته است و بسته به شرایط، روش‌های مختلف می‌تواند مورد استفاده واقع شود. آنان نشان دادند که فارغ از نوع روش تخمین حدآستانه، مقادیر سرمایه پوششی به دم داده‌های شدت زیان بستگی دارد. بنابراین وقتی که داده‌های شدت زیان با توزیع پارتو تعمیم یافته مدل می‌شوند، کوچکترین حدآستانه گزارشگری داده‌ها<sup>۲۷</sup> در پایگاه داده دارای اهمیت نیست، چرا که داده‌های کوچک‌تر از آن تاثیر با اهمیتی روی ارقام سرمایه پوششی ندارند.

میگنولا<sup>۲۸</sup> و همکارش [14] در سال ۲۰۰۶ به بررسی منابع عدم قطعیت و تاثیراتش بر اندازه-گیری سرمایه پوششی ریسک عملیاتی پرداختند. در جمع بندی منابع عدم قطعیت در پیاده‌سازی روش توزیع زیان سه عامل؛ (۱) عدم وجود مدلی پویا برای بیان فرآیند تصادفی تولید داده‌های زیان در بانک، (۲) خطاهای آماری ناشی از برآورد پارامترهای توزیع‌های پارامتریک مشاهدات و (۳)

نوع روش محاسبه توزیع تجمیعی زیان (روش‌های مونت کارلو، تبدیل فست فوریر<sup>۲۹</sup> و ...) را به عنوان مهم‌ترین عوامل ذکر نمودند. آنان بر این باورند که خطای مورد انتظار تخمین ریسک، گاهی مواقع تا اندازه‌ای می‌تواند زیاد شود که از خود مقدار تخمین زده شده هم بیشتر گردد، بنابراین در این شرایط نمی‌توان به تخمین‌های سرمایه پوششی اعتماد نمود. از همین رو، تخمین چندک‌های خیلی بزرگ برای توزیع تجمیعی زیان (به عنوان مثال سطح اطمینان ۹۹,۹ درصد برای تخمین سرمایه پوششی اعلامی از سوی نهادهای مقرراتی) مقداری محافظه‌کارانه برای پوشش ریسک عملیاتی در بین فعالان صنعت بانکداری تلقی می‌گردد. در نهایت راه حل ارائه شده توسط آنان از این قرار است که به جای تخمین سرمایه پوششی در سطح اطمینان ۹۹,۹٪ از سطوح اطمینان کوچکتر استفاده گردد.

نتایج تحقیق‌های فوق در دو بُعد خلاصه می‌شود؛ (۱) تخمین مدل‌های بهینه برای فراوانی و شدت زیان و (۲) تحلیل میزان پایداری و توجیه ارقام سرمایه پوششی در سطوح اطمینان مختلف. در این پژوهش، هر دو جنبه مذکور مورد بررسی قرار خواهد گرفت، به گونه‌ای که ابتدا برای تخمین توزیع شدت زیان با ارائه روشی تخمین حدآستانه دم داده‌های شدت زیان، مدل‌های دورفتاری بهینه برآزش شده و سپس مقادیر سرمایه پوششی تحلیل خواهند شد.

بررسی تحقیقات فوق و موارد مشابه نشان می‌دهد که هیچ کدام از روش‌های تخمین حدآستانه به طور گسترده مورد استفاده قرار نگرفته است. از همین رو، حدآستانه تفکیک توزیع‌های دم و بدنه بدون توجه همزمان به هر دو توزیع تخمین زده می‌شده است. نوآوری این پژوهش در ارائه الگوریتمی ترکیبی از معیارهای قضاوتی و کمی با محوریت توزیع‌های دورفتاری برای تخمین حدآستانه است. در این پژوهش، با تلفیق معیارهای قضاوتی و همچنین معیار کمی یافتن توزیع دورفتاری با کمترین خطای برآزش، حدآستانه بهینه را در بین مجموعه‌ای از حدودآستانه‌ای منتخب با مینیمم‌سازی میانگین مربعات خطای برآزش توزیع‌های دورفتاری انتخاب می‌نماییم. در بخش بعدی، الگوریتم این روش به همراه به صورت گام به گام، ارائه شده است.

### ۳- الگو و مدل پژوهش

از آنجا که هدف این تحقیق، ارائه روشی برای تخمین حدآستانه و برآزش توزیع‌های دورفتاری با مطالعه کاربرد آنها در مدل‌سازی ریسک عملیاتی است، لذا حوزه تمرکز این پژوهش بر روی داده‌های یکی از خطوط کسب و کار و وقایع زیانبار است. در ادامه این بخش، تئوری روش توزیع زیان و مدل فراتر از آستانه<sup>۳۰</sup> مربوط به تئوری مقدار فرین را به همراه الگوریتم‌های مورد استفاده در پژوهش بیان می‌نماییم.

### ۳-۱- روش توزیع زیان

با فرض مستقل بودن متغیرهای تصادفی شدت زیان  $X^{(1)}$  و فراوانی  $N^{(2)}$ ، متغیر تصادفی زیان تجمیعی در فاصله زمانی  $t$  و  $t + \tau$  توسط رابطه (۱) بیان می‌شود.

$$S = \sum_{i=1}^N X_i \quad (1)$$

همچنین تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی  $S$ ، با استفاده از رابطه (۲) محاسبه می‌شود.

$$G_S(x) = \begin{cases} P(S \leq x) = \sum_{n=0}^{\infty} p(n) \cdot P(S \leq x | N = n) \\ = \sum_{n=0}^{\infty} p(n) \cdot F_X^{*n}, & x > 0 \\ p(0), & x = 0 \end{cases}$$

به گونه ای که علامت "\*" عملگر پیچش<sup>۳۳</sup> و تابع  $F_X^{*n}$  پیچش مرتبه  $n$  - تابع توزیع  $F_X$  است. در عمل نمی‌توان برای تابع رابطه (۲) فرم بسته یافت، چرا که حل تحلیلی ضابطه تابع پیچشی در عمل بسیار دشوار است [19]. در این تحقیق از الگوریتم مونت کارلو به عنوان یک روش عددی محاسبه تابع توزیع تجمیعی احتمال زیان سالانه استفاده می‌شود. مراحل الگوریتم مونت کارلو برای تخمین تابع توزیع تجمیعی زیان سالانه و سرمایه پوششی ریسک عملیاتی به شرح زیر است:

(۱) شبیه‌سازی عدد  $n_j$  به عنوان تعداد مشاهده زیان‌های عملیاتی مربوط به سال  $j$  ام از توزیع فراوانی زیان تخمین زده شده؛

(۲) شبیه‌سازی تعداد  $n_j$  مقدار مستقل از توزیع شدت زیان در سال  $j$  ام به عنوان مقادیر شدت زیان؛

(۳) محاسبه زیان تجمیعی سالانه از طریق جمع نمودن تعداد  $n_j$  مقدار شدت زیان عملیاتی در سال  $j$  ام با استفاده از رابطه  $S_j = \sum_{i=1}^{n_j} X_i$ ؛

(۴) تکرار مراحل ۱ تا ۳ به تعداد دفعات مشخص برای تخمین توزیع تجربی شدت زیان تجمیعی سالانه. هر چه دفعات تکرار الگوریتم مونت کارلو بیشتر گردد، دقت تخمین چندانک‌های خیلی بزرگ برای محاسبه سرمایه پوششی سالانه افزون خواهد شد. به عنوان

مثال می توان مقدار  $J$  را بین  $۱۰۰۰,۰۰۰$  تا  $۱۰,۰۰۰,۰۰۰$  بار برای کمتر نمودن خطای نمونه گیری تغییر داد.

(۵) مرتب نمودن مقادیر زیان تجمعی سالانه محاسبه شده توسط الگوریتم مونت کارلو به صورت  $S_{(1)} \leq S_{(2)} \leq \dots \leq S_J$ ؛

(۶) محاسبه سرمایه در معرض خطر یک ساله، به عنوان مثال در سطح اطمینان  $۹۹,۹\%$  درصد با رابطه  $Var_{99,9\%} = F_S^{-1}(0.999) = \inf \left\{ S_{(j \in J)} : \frac{j}{J} \geq 0.999 \right\}$

در این تحقیق با استناد به تحقیقات گوگان [10]، گوریر [9]، دوتا و پری [8]، موسکادلی [14]، چرنوبای [5]، پنجر [16]، شفچنکو [19]، کرووز [7]، کراما [6]، در حوزه مدل سازی روش توزیع زیان و نیز مستند سال ۲۰۱۱ کمیته بال [3] که رهنمودهایی در مورد فرض های توزیعی بیان نموده است، برای مدل سازی فراوانی از توزیع پواسون و برای شدت زیان از توزیع های لوگ نرمال، وایبول، گاما و نمایی و همچنین از توزیع دورفتاری، با تابع توزیع احتمال رابطه (۳) استفاده می شود:

(۳)

$$F_X(x) = \begin{cases} F_t(x-u)(1-\omega(u)) + \omega(u) & x \geq u \\ (\omega(u)/F_b(u))F_b(x) & x < u \end{cases}$$

به گونه ای که  $F_b$  تابع توزیع احتمال بدنه و  $F_t$  تابع توزیع فزونی ها و یا همان دم داده های شدت زیان عملیاتی می باشد [19]. در این تحقیق، برای بدنه از توزیع های لوگ نرمال و وایبول و برای دم فقط از مدل پارتو تعمیم یافته استفاده می شود. به گونه ای که توزیع های دورفتاری حاصل از آنها را به ترتیب با نمادهای Log-Gp و Wbl-Gp نشان می دهیم.

### ۳-۲- تئوری مقدار فرین

تابع توزیع زیان های فراتر از مقدار آستانه (تابع  $F_u$ ، توزیع فزونی شرطی<sup>۳۹</sup>) برای متغیر تصادفی  $X$ ، با تابع توزیع تجمعی احتمال  $F$  و مقدار  $u$  حد آستانه (خیلی بزرگ) به صورت رابطه (۴) محاسبه می شود.

$$F_u(x) = P(X-u \leq x | X > u) = \frac{F(u+x) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (۴)$$



برای مقدار به اندازه کافی بزرگ حدآستانه  $u$ ، تابع توزیع فزونی شرطی  $F_u$  برای مشاهدات فرین را می‌توان با توزیع پارتو تعمیم یافته تقریب زد [10]. متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع توزیع پارتو تعمیم یافته است، اگر تابع توزیع آن دارای فرم رابطه (۵) باشد:

$$G_{\xi, \beta}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi x}{\beta}\right)^{-1/\xi} & \text{if } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\beta}\right) & \text{if } \xi = 0 \end{cases} \quad (5)$$

در صورتی که  $\xi \geq 0$  باشد آنگاه  $\beta > 0$ ،  $x \geq 0$  و به همین ترتیب در صورتی که  $\xi < 0$  باشد آنگاه  $0 \leq x \leq -\frac{\beta}{\xi}$  خواهد شد. پارامترهای  $\beta$  و  $\xi$  به ترتیب عبارتند از؛ پارامترهای مقیاس و شکل (شاخص دم توزیع) به طوری که  $\beta$  همواره مقادیر مثبت و  $\xi$  می‌تواند مقادیر مثبت و یا منفی بگیرد. وقتی که  $\xi = 0$  شود، مدل GPD تبدیل به یک توزیع نمایی با میانگین  $\beta$  می‌شود.

### ۳-۲-۱ تخمین حدآستانه

انتخاب حدآستانه دم داده‌های شدت زیان مستلزم حل یک مساله بهینه‌سازی است، چرا که می‌بایست تورش و واریانس برآوردگرهای توزیع پارتو تعمیم یافته را همزمان مینیمم نمود. از دیدگاه آماری نمی‌توان فقط از یک روش خاص و تحلیلی برای تخمین این پارامتر استفاده نمود [5]. از همین رو، روش‌های مختلفی از سوی پژوهشگران برای تخمین حدآستانه ارائه شده است، به گونه‌ای که می‌توان این روش‌ها را در دو دسته؛ (۱) روش‌های قضاوتی و (۲) روش‌های محاسباتی قرار داد. در روش‌های قضاوتی، با استفاده از برخی نمودارها، همچون منحنی هیل<sup>۴۰</sup> (حدآستانه در جایی انتخاب می‌شود که منحنی، رفتاری تقریباً پایدار داشته باشد) و میانگین فزونی‌ها<sup>۴۱</sup> (حدآستانه در جایی که منحنی رفتاری شبیه به خطی راست با شیب مثبت داشته باشد، انتخاب می‌شود)، مقداری ثابت را به عنوان حدآستانه دم داده‌های شدت زیان انتخاب می‌نمایند. اصلی‌ترین عیب استفاده از این روش‌ها، قضاوتی بودن آنها است. به این معنا که انتخاب حدآستانه ثابت، وابسته به میزان تجربه، مهارت و تسلط شخص تحلیلگر، بر موضوع و نمودار گرافیکی داده‌ها است. روش‌های محاسباتی انتخاب حدآستانه، شامل روش‌هایی است که منتج به حل یک مساله بهینه‌سازی می‌گردد. در این روش‌ها، معمولاً تابعی از واریانس و تورش برآوردگرها و یا توابع دیگری

همچون، تابع حداکثر درست‌نمایی توزیع داده‌ها بهینه می‌گردد. به عنوان مثال، کراما و همکاران [9] از حدآستانه حاصل از مینیمم‌سازی میانگین مربعات خطای برازش توزیع پارتو تعمیم یافته روی تعدادی حدآستانه منتخب استفاده نمودند. در این تحقیق، تابع میانگین مربعات خطای برازش توزیع دورفتاری داده‌ها بر روی مجموعه‌ای از حدود آستانه‌ای ممکن برای برازش توزیع شدت زیان مینیمم می‌گردد. این روش، شبیه روش ارائه شده توسط کراما و همکاران [9] بوده، با این تفاوت که به جای مینیمم‌سازی میانگین مربعات خطای برای مدل GPD، همین تابع برای توزیع‌های دورفتاری با دم پارتو تعمیم یافته مینیمم خواهد شد. برای پیاده‌سازی این روش از الگوریتم زیر استفاده می‌شود:

(۱) رسم نمودار میانگین فزونی‌ها و منحنی هیل برای مجموعه داده‌های شدت زیان مرتب

شده  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ؛

(۲) انتخاب دو حدآستانه ماکزیمم و مینیمم با بررسی نمودارهای هیل و میانگین فزونی‌ها

برای تشکیل مجموعه به اندازه  $m$  از حدود آستانه‌ای منتخب  $(U_{\min}, \dots, U_i, \dots, U_{\max})$ ، به گونه‌ای که برای  $i = 1, \dots, m$  رابطه  $x_{n-i}, \dots, x_n \geq U_i$  باشد.

(۳) برازش توزیع‌های  $Wbl - Gp(\theta, \tau, U, \xi, \beta)$ ،  $Log - Gp(\mu, \sigma, U, \xi, \beta)$  برای هر یک از حدود آستانه‌ای منتخب مربوط به مرحله ۲ با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی.

(۴) محاسبه مقدار تابع  $MSE(U_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (F_k - \hat{F}_k)^2$  برای هر یک از توزیع‌های برازش

شده به گونه‌ای که  $F$  تابع توزیع احتمال تحلیلی و  $\hat{F}$  تابع توزیع احتمال تجربی داده‌های شدت زیان و  $MSE(U_i)$  تابع میانگین مربعات خطای برازش توزیع دورفتاری در هر یک از حدود آستانه‌ای منتخب می‌باشد.

(۵) انتخاب حدآستانه بهینه بر اساس  $MSE(U_{opt}) = \min(MSE(U_1), \dots, MSE(U_m))$  مقدار

$U_{opt}$ ، به عنوان برآوردگری از حدآستانه دم توزیع داده‌های شدت زیان عملیاتی و

به  $Wbl - Gp(\theta_{opt}, \tau_{opt}, U_{opt}, \xi_{opt}, \beta_{opt})$  و  $Log - Gp(\mu_{opt}, \sigma_{opt}, U_{opt}, \xi_{opt}, \beta_{opt})$

عنوان مدل‌های بهینه برای توزیع‌های شدت زیان عملیاتی محسوب خواهند شد.

### ۳-۲-۲ آزمون‌های خوبی برازش

در این تحقیق برای آزمون نیکویی برازش از آزمون‌های نیکویی برازش مرکب<sup>۴</sup>، که در آن تابع توزیع تجربی داده‌های نمونه‌ای متعلق به خانواده‌ای از توزیع مفروض است، استفاده خواهد شد. در این نوع از آزمون‌ها، توزیع مفروض جامعه نامعلوم است و می‌بایست پارامترهای آن تخمین زده

شود. یکی از راه‌های محاسبه مقدار  $p$ -value استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی مونت کارلو برای هر یک از توزیع‌های برازش شده در فرض صفر می‌باشد [5].

در این تحقیق به دلیل استفاده از توزیع‌های با دنباله پهن و برای مقایسه دقیق‌تر عملکرد توزیع‌های کلاسیک در برابر توزیع پارتو تعمیم یافته و همچنین توزیع‌های دورفتاری از پنج آماره آزمون خوبی برازش استفاده می‌نماییم، که عبارتند از؛ (۱) کولموگروف-اسمیرنوف (K-S)، (۲) اندرسون دارلینگ درجه دوم  $(AD^2)$ ، (۳) اندرسون دارلینگ سوپریمم  $(AD_s)$ ، (۴) اندرسون دارلینگ درجه دوم دم سنگین  $(AD_{up}^2)$  و (۵) اندرسون دارلینگ سوپریمم دم سنگین  $(AD_{s_{up}})$ . منظور از آزمون‌های سوپریمم آن است که آماره آزمون، ماکزیمم فاصله بین توزیع تئوریک و توزیع تجربی را محاسبه می‌نماید و آزمون‌های درجه دوم آماره‌ای است که بر مبنای تابع انتگرالی از مجذور فاصله بین توزیع تجربی و تئوریک به دست می‌آید [4].<sup>۴۵</sup> در جدول (۱) توابع محاسباتی آزمون‌های خوبی برازش ارائه شده است.

جدول ۱: آماره‌های خوبی برازش عددی

تابع محاسباتی	آماره آزمون
$KS = \sqrt{n} \max \left\{ \sup \left\{ \frac{j}{n} - z_j \right\}, \sup \left\{ z_j - \frac{j-1}{n} \right\} \right\}$	KS
$AD_s = \sqrt{n} \max \left\{ \sup \left\{ \frac{\frac{j}{n} - z_j}{\sqrt{z_j(1-z_j)}} \right\}, \sup \left\{ \frac{z_j - \frac{j-1}{n}}{\sqrt{z_j(1-z_j)}} \right\} \right\}$	AD <sub>s</sub>
$AD^2 = -n + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (1-2j) \log z_j - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (1+2(n-j)) \log(1-z_j)$	AD <sup>2</sup>
$AD_{s_{up}} = \sqrt{n} \sup \left\{ \sup \left\{ \frac{\frac{j}{n} - z_j}{1-z_j} \right\}, \sup \left\{ \frac{z_j - \frac{j-1}{n}}{1-z_j} \right\} \right\}$	AD <sub>s<sub>up</sub></sub>
$AD_{up}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (1+2(n-j)) \frac{1}{(1-z_j)} + 2 \sum_{j=1}^n \log(1-z_j)$	AD <sub>up</sub> <sup>2</sup>

برای مشاهدات مستقل و هم توزیع با تابع توزیع تجربی  $F$ ، برای آزمون این فرض که این توزیع متعلق به خانواده‌ای از توزیع‌های پیوسته  $\Psi$  باشد، فرض صفر و فرض مقابل آن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$H_0 : F(x) \in \Psi(x) \quad ; \quad H_A : F(x) \notin \Psi(x) \quad (۶)$$

در صورتی که فرض شود که  $D$  مقدار آماره آزمون خوبی برازش فرض صفر باشد و  $d$  نیز مقدار بحرانی آزمون برای سطح معنی داری  $\alpha$  باشد، مقدار p-value عبارت است از:  $P(D \geq d)$ . به دلیل آنکه توزیع فرض صفر وابسته به مقدار پارامترها است. برای پیاده‌سازی الگوریتم مونت کارلو در تخمین مقدار p-value در ابتدا باید با استفاده از داده‌ها و آزمون تعیین شده به عنوان مثال، یکی از آزمون‌های K-S و یا A-D مقدار  $D$  محاسبه گردد، حال برای یک سطح مشخص معنی داری  $\alpha$  مراحل زیر بایستی طی گردد:

- (۱) با استفاده از توزیع برازش شده به مشاهدات، به تعداد زیادی (به عنوان مثال،  $I = 1000$ ) مجموعه تصادفی از پارامترهای برازش شده و به همان حجم مشاهدات تولید گردد؛
- (۲) برای هر مجموعه از داده‌های تولید شده پارامترهای توزیع تئوریک تخمین زده شود؛
- (۳) آماره آزمون خوبی برازش برای هر یک از مجموعه داده‌های شبیه سازی شده با استفاده از پارامترهای تخمین زده شده و همچنین توزیع تجربی مشاهدات محاسبه شود.
- (۴) مقدار p-value برابر است با تعداد دفعاتی که آماره خوبی برازش محاسبه شده از مقدار  $D$  بیشتر شود. بنابراین فرض صفر  $H_0$  در صورتی که  $p\text{-Value} < \alpha$  باشد، رد می‌گردد.

### ۳-۳- محاسبه انحراف معیار و فاصله اطمینان بوت استری

در روش بوت استرپ برای به دست آوردن میزان عدم قطعیت تخمین پارامترها، فرض بر آن است که نمونه در دست بیان کننده کلیه جامعه بوده و با باز نمونه‌گیری‌های متعدد از آن، پارامترهای جامعه تخمین زده خواهد شد. حال برای محاسبه فاصله اطمینان در سطوح مختلف اطمینان چندین روش وجود دارد، که یکی از آنها فاصله اطمینان صدکی<sup>۴۶</sup> می‌باشد. در این روش، حد پایین و بالای فاصله اطمینان برابر است با صدک‌های متناظر با تخمین‌های مختلف پارامتر. در این تحقیق، برای پارامترهای شکل و مقیاس توزیع پارتو تعمیم یافته و همچنین برای تخمین سرمایه پوششی از الگوریتم شبیه‌سازی بوت استرپ استفاده شده است. در ادامه الگوریتم محاسبه فاصله اطمینان و انحراف معیار برای سرمایه پوششی توضیح داده شده است. مبتنی بر همین الگوریتم انحراف معیار و فاصله اطمینان بوت استری پارامترهای توزیع پارتو تعمیم یافته هم محاسبه خواهد شد.

برای به دست آورده فاصله اطمینان بوت استری  $100(1-2\alpha)$  درصد برای سرمایه پوششی از الگوریتم ارائه شده توسط سوپرانو و همکاران [19] به طریق زیر استفاده می‌شود:

- (۱) مجموعه داده‌های فراوانی و شدت زیان عملیاتی را  $B$  مرتبه با استفاده از روش بوت استرپ (باز نمونه‌گیری به روش جایگذاری) شبیه‌سازی می‌شود.
- (۲) برای هر مجموعه شبیه‌سازی شده، پارامترهای توزیع فراوانی و شدت زیان تخمین زده می‌شود.
- (۳) برای هر مجموعه از پارامترهای شبیه‌سازی شده از توزیع هـا، الگوریتم مونت کارلو را برای تخمین سرمایه پوششی،  $I$  مرتبه انجام می‌شود.
- (۴) انحراف معیار سرمایه پوششی را با استفاده از مجموعه  $(OpVaR_1, \dots, OpVaR_B)$  به دست آمده محاسبه می‌شود.
- (۵) فاصله اطمینان فوق با محاسبه چندک‌های  $\alpha/2$  و  $1 - \alpha/2$  برای توزیع تجربی سرمایه پوششی‌های به دست آمده، برابر است با:  $[OpVaR_{(\alpha)}, OpVaR_{(1-\alpha)}]$ .

#### ۴- روش‌شناسی پژوهش

فرآیند مدل‌سازی ریسک عملیاتی در این پژوهش، روش توزیع زیان و تئوری مقدار فرین مبتنی بر متدولوژی ارائه شده توسط پنجر [0] می‌باشد. بر همین اساس، ابتدا تحلیل اکتشافی داده‌ها انجام می‌شود. بعد از آن مدل‌های فراوانی و شدت زیان برازش و سپس با استفاده از آزمون‌های خوبی برازش، اعتباری سنجی شده و در بین آنها توزیع‌های مناسب انتخاب می‌گردند. در نهایت مقدار سرمایه پوششی محاسبه و در پی آن تحلیل حساسیت نسبت به سطوح اطمینان، محاسبه انحراف معیار و فاصله اطمینان بوت استرپی نسبت به تغییرات حد آستانه انجام خواهد شد.

#### ۵- نتایج پژوهش

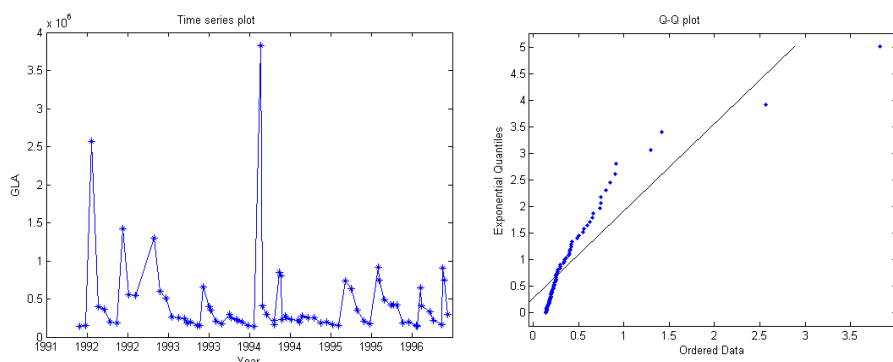
##### ۱-۵- تحلیل اکتشافی داده‌ها

جدول (۲)، آماره‌های توصیفی محاسبه شده داده‌های شدت زیان را نشان می‌دهد. مقادیر انحراف معیار، ماکزیمم و ضرایب کشیدگی (حدود ۲۵) و چولگی (حدود ۴،۳) داده‌ها نشان دهنده دم سنگین بودن تابع چگالی احتمال آن‌ها می‌باشند.<sup>۴۷</sup>

جدول ۲: تحلیل اکتشافی عددی

تعداد	میانگین	واریانس	انحراف معیار	میانه	چارک اول	چارک سوم	مُد	مینیمم	ماکزیمم	چولگی	کشیدگی
۷۵	۰،۴۳۹۷	۰،۲۸۹۹	۰،۵۳۸۴	۰،۲۵۲۰	۰،۱۹۱۵	۰،۴۶۹۳	۰،۱۶۵۰	۰،۱۴۲۸	۳،۸۲۲۰	۴،۳۳۲۲	۲۴،۹۶۵۹

مک نیل [13] بیان می‌کند که استفاده از نمودار چندک‌های تجربی در برابر چندک‌های نمایی استاندارد، ابزاری بسیار مفید برای تشخیص رفتار دم داده‌های شدت زیان عملیاتی می‌باشد. در صورتی که این منحنی نسبت به خط راست رسم شده<sup>۴۸</sup>، مقعر باشد آنگاه می‌توان دریافت که توزیع توزیع دم داده‌ها، دم پهن و دارای چولگی مثبت و همچنین در صورت محدب بودن، توزیع داده‌ها، چولگی منفی و دمی سبک‌تر از توزیع نمایی دارد. شکل (۱) نمودارهای سری زمانی و چندک‌های تجربی در مقابل چندک‌های تئوریک توزیع نمایی استاندارد را نشان می‌دهد. وجود زیان‌های خیلی بزرگ و با فراوانی کم رفتار کلی داده‌های زیان را از حالت همگنی خارج نموده است. از سوی دیگر نمودار چندک - چندک تایید می‌نماید که توزیع به شدت چوله به راست و دم پهن می‌باشد.



شکل ۱: نمودار سمت راست (نمودار چندک-چندک) و نمودار سمت چپ (نمودار سری زمانی)

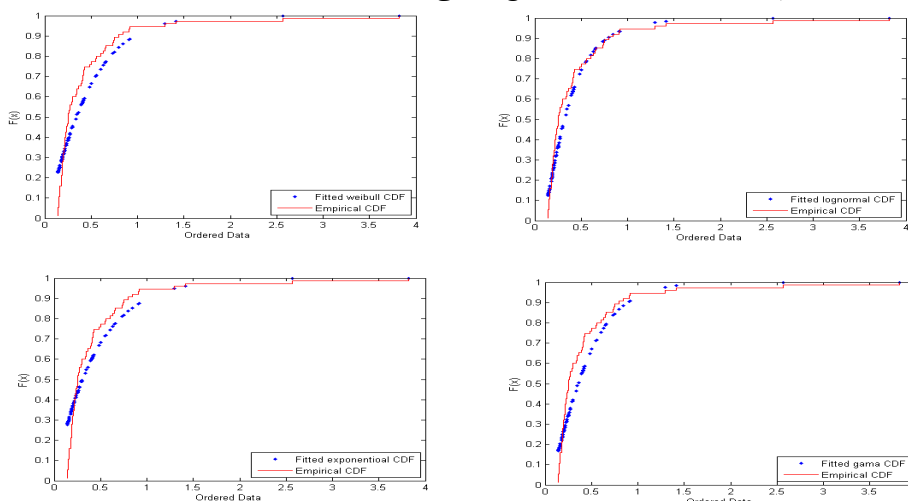
## ۵-۲- برآزش مدل‌های کلاسیک

با توجه به نتایج جدول (۳)، آزمون K-S برای توزیع‌های گاما و لوگ نرمال شواهدی قوی مبنی بر پذیرش این مدل‌ها به عنوان توزیع مناسب شدت زیان ارائه نمی‌دهد، چرا که برای مقادیر  $p$ -value کمتر از ۰,۰۱ عمل نمی‌توان فرضیه لوگ نرمال و یا گاما بودن توزیع داده‌ها را با استفاده از این آزمون پذیرفت. در حالی که مقادیر بزرگتر از ۰,۵ برای  $p$ -value نشان‌دهنده داشتن خواص توزیع‌های وایبول و یا نمایی برای این مجموعه از داده‌ها خصوصاً در حوالی مرکز مقادیر زیان است. توزیع‌های گاما و وایبول براساس تمامی آزمون‌های خانواده A-D فرضیه‌ای قوی برای برآزش به داده‌ها به عنوان توزیع شدت زیان، خصوصاً در ناحیه دم نمی‌باشند. آماره‌های "دم سنگین" خانواده A-D نشان می‌دهد که توزیع‌های نمایی و لوگ نرمال برآزش بهتری را در ناحیه دم نسبت به دو توزیع دیگر ایجاد نموده‌اند.

جدول ۳: نتیجه تخمین مدل‌های کلاسیک و آزمون‌های خوبی برازش

آماره آزمون (p-value)					توزیع (پارامتر دوم، پارامتر اول)
$AD_{up}^2$	$AD^2$	$ADs_{up}$	$ADs$	$KS$	
۸۸,۵۰۸۹ (۰,۰۰۶۳)	۲,۳۵۹۲ (۰,۰۰۰۱۳)	۶۲۴,۳۳۷۹ (۰,۰۰۸۸)	۸,۴۳۳۲ (۰,۰۱۵۲)	۱,۲۹۶۶ (۰,۰۰۲۹)	لوگ نرمال (-۱,۱۴۱۰, ۰,۶۹۶۳)
۹۴۷,۴۶۳۹ (۰,۰۰۰۰۴)	۴,۸۵۳۶ (۰,۰۰۰۰)	۷۹۴۶,۵۰ (۰,۰۰۰۱)	۳۰,۲۷۵۳ (۰,۰۰۰۰۹)	۱,۹۵۸۵ (۰,۵۳۴۶)	وایبول (۰,۴۶۷۶, ۱,۱۴۷۴)
۵۰۸۲,۳ (۰,۰۰۰۰)	۴,۴۰۶۳ (۰,۰۰۰۰)	۴۲۹۴۰ (۰,۰۰۰۱)	۷۰,۴۰۸۰ (۰,۰۰۰۱)	۱,۵۶۲۰ (۰,۰۰۰۰۱)	گاما (۱,۷۱۳۴, ۰,۲۵۶۶)
۸۲,۷۷۹۲ (۰,۰۰۰۷۳)	۵,۶۳۵۵ (۰,۰۰۰۰)	۶۷۸,۷۹۹۱ (۰,۰۰۰۹۱)	۸,۷۹۸۱ (۰,۰۲۰۹)	۲,۴۰۱۰ (۰,۵۱۴۸)	نمایی (۰,۴۳۹۷)

نمودارهای رسم شده در شکل (۲) نشان می‌دهد که توزیع‌های وایبول و نمایی در فاصله‌های چندک‌های ۲۰ تا ۵۰ درصد نسبت به سایر توزیع‌ها برازش بهتری ارائه داده‌اند. در فاصله چندک-های ۷۵ درصد به بالا توزیع لوگ نرمال برازش مناسب‌تری نسبت به سایر توزیع‌های کلاسیک ایجاد نموده است، چرا که انطباق بهتری با توزیع تجربی داده‌ها در این ناحیه ارائه داده است.



شکل ۲: نمودار تطبیق توزیع تجربی با توزیع‌های تئوریک؛ سمت راست بالا (توزیع لوگ‌نرمال)، سمت چپ بالا (توزیع وایبول)، سمت راست پایین (توزیع گاما)، سمت چپ پایین (توزیع نمایی)

### ۳-۵- تخمین سرمایه پوششی با مدل‌های کلاسیک

از آنجا که داده‌های فراوانی زیان به صورت سالانه گردآوری شده است، مقدار  $\lambda$  برابر است با میانگین مشاهدات سالانه [16]. بازه رخدادهای زیان، دربردارنده ۷۵ واقعه در ۵ سال است. بنابراین مقدار پارامتر توزیع پواسون، ۱۵ می‌شود. در جدول (۴) مقدار زیان مورد انتظار (EI) بر اساس میانگین مقادیر توزیع تجمیعی سالانه و زیان غیرمنتظره برابر با تفاوت سرمایه پوششی در سطح اطمینان ۹۹٫۹ درصد با زیان مورد انتظار خواهد بود. همچنین تعداد تکرارهای الگوریتم مونت کارلو برای تخمین سرمایه پوششی هر یک از توزیع‌ها، یک میلیون دفعه انجام شده است.

ارقام سرمایه پوششی محاسبه شده در جدول (۴)، نشان می‌دهد که زیان مورد انتظار (EI) به مقدار سرمایه پوششی (چندک ۰٫۹۹۹) خیلی نزدیک است. در نتیجه مقدار زیان غیر قابل انتظار که از کسر دو مقدار مذکور به دست می‌آید خیلی کم‌تر از حتی مقدار زیان مورد انتظار محاسبه شده است.

جدول ۴: محاسبه سرمایه پوششی با استفاده از مدل‌های کلاسیک برازش شده

توزیع‌ها	سرمایه پوششی	زیان مورد انتظار	زیان غیرمنتظره
لوگ نرمال	۱۳٫۸۷۳۳	۶٫۱۰۴۲	۷٫۷۶۹۱
وایبول	۱۵٫۳۴۸۶	۶٫۶۸۵۲	۸٫۶۶۱۶
نمایی	۱۵٫۹۳۴۶	۶٫۵۹۴۱	۹٫۳۴۰۵
گاما	۱۴٫۵۰۴۵	۶٫۵۹۲۴	۷٫۹۱۲۱

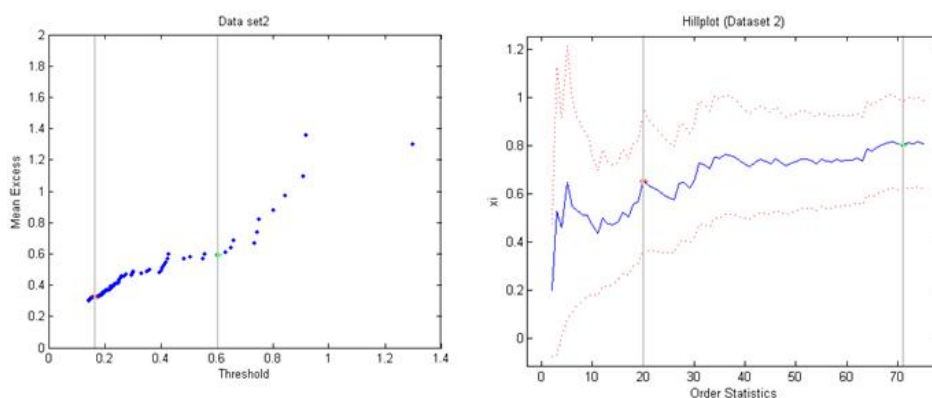
### ۴-۵- مدل‌سازی دم داده‌ها

شکل (۳) نمودارهای میانگین فزونی و هیل را برای این مجموعه داده‌های زیان عملیاتی نشان می‌دهد. مطابق نمودار کمترین و بیشترین مقدار حدآستانه بر اساس شیب مثبت نمودار، برای مدل‌سازی دم داده‌ها به ترتیب مقادیر ۰٫۱۸ و ۰٫۶ می‌باشند. همچنین بر اساس پایداری نمودار هیل، حدود آستانه‌ای در محدوده‌ای که حداقل ۷۲ و حداکثر ۲۰ فزونی و یا به عبارت دیگر حداقل و حداکثر حد آستانه ۰٫۱۵۰۴ و ۰٫۴۲۶۰ قرارگیرد، انتخاب می‌شوند.

مطابق جدول (۵) توزیع پارتو تعمیم یافته به طور مستقل به ازای حدود آستانه‌ای مختلف برازش (عدد داخل پرانتز تعداد فزونی‌ها می‌باشد) و تخمین پارامترها به همراه انحراف معیار و فاصله اطمینان ۹۵ درصدی بوت استرپی و همچنین آزمون‌های خوبی برازش عددی در این جدول ارائه شده است. میزان عدم قطعیت پارامتر  $\lambda$  در این مجموعه خیلی زیاد است، چرا که برای حدود



آستانه‌ای خیلی بالا این توزیع رفتار دنباله بسیار پهن و همچنین دنباله سبک را نشان می‌دهد.<sup>۴۹</sup> همه آزمون‌های خوبی برازش در همه حدود آستانه‌ای فرضیه عدم برازش مناسب دم داده‌ها را با مدل GPD رد می‌نمایند، چرا که تمامی مقادیر p-Value بزرگتر از ۰,۲۱ محاسبه شده‌اند. بنابراین، از نقطه نظر برازش مدل GPD در همه حدود آستانه‌ای به عنوان توزیع دم این مجموعه از داده‌ها بسیار مناسب است.

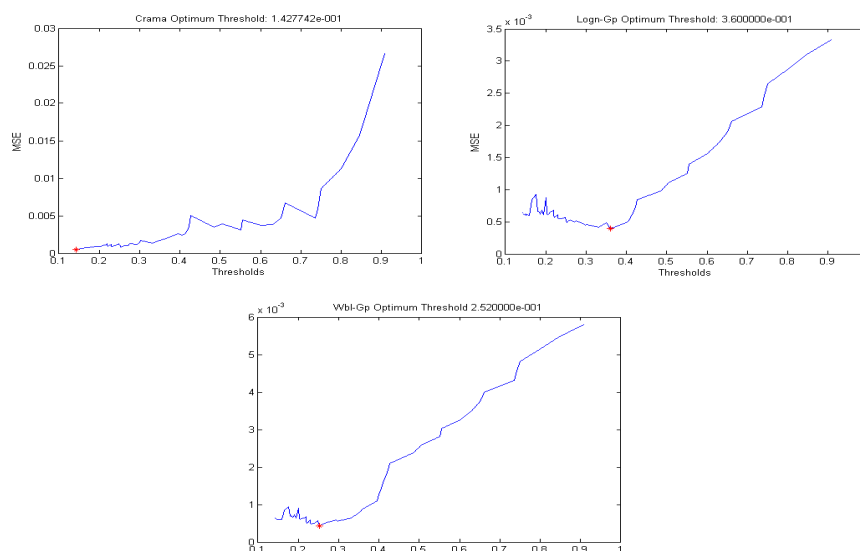


شکل ۳: سمت راست: نمودار هیل و سمت چپ: نمودار میانگین فزونی‌ها

جدول ۵: برازش توزیع پارتو تعمیم یافته در حدود آستانه‌ای مختلف

آماره آزمون (p-value)					فاصله اطمینان $\xi$	بر آورد پارامترها		حد آستانه (فزونی‌ها)
$AD_{up}^2$	$AD^2$	$ADs_{up}$	$ADs$	$KS$		$\xi$ (انحراف معیار)	$\beta$ (انحراف معیار)	
۱,۰۹۲۵ (۰,۹۲۸۵)	۰,۲۹۴۷ (۰,۹۲۲۹)	۸,۶۰۲۳ (۰,۵۷۸۶)	۲,۷۰۷۴ (۰,۲۲۷۱)	۰,۴۶۰۷ (۰,۸۸۵۰)	(۰,۸۴۹۱) (۰,۱۰۴۴)	۰,۵۲۴۴ (۰,۱۸۸۷)	۰,۱۵۲۷ (۰,۰۳۴۷)	۰,۱۴۲۸ (۷۵)
۱,۴۷۸۰ (۰,۵۱۲۶)	۰,۳۳۸۴ (۰,۵۶۴۰)	۸,۴۲۰۴ (۰,۴۵۱۵)	۱,۹۸۳۷ (۰,۳۵۸۱)	۰,۵۵۴۱ (۰,۵۶۰۰)	(۰,۹۲۸۴) (-۰,۱۳۵۵)	۰,۳۹۶۳ (۰,۳۰۸۶)	۰,۳۲۸۵ (۰,۱۲۲۳)	۰,۴۱۰۱ (۲۲)
۱,۰۹۳۶ (۰,۸۰۰۰)	۰,۳۰۱۶ (۰,۵۶۶۷)	۳,۰۳۲۳ (۰,۲۱۰۰)	۱,۵۰۱۲ (۰,۶۵۴۱)	۰,۵۲۷۹ (۰,۶۳۴۲)	(۱,۰۵۷۷) (-۰,۳۳۸۹)	۰,۵۴۲۰ (۰,۴۴۵۶)	۰,۴۹۰۰ (۰,۴۰۲۳)	۰,۸ (۷)

**۵-۵- تخمین حدآستانه با استفاده از روش مینیمم MSE و برازش توزیع‌های دورفتاری**  
 در این بخش، حدآستانه دم داده‌های شدت زیان عملیاتی را با استفاده از روش ابتکاری ارائه شده در این تحقیق و همچنین روش کراما محاسبه و در پی آن توزیع‌های دورفتاری Log-Gp و Wbl-Gp را در حدود آستانه بهینه و سایر حدودآستانه‌ای برازش خواهیم داد.  
 نمودارهای رسم شده در شکل (۴) رفتار نمودار میانگین مربعات خطای مدل‌های GPD را برای حدود آستانه‌ای مختلف (روش کراما) و مدل‌های Log-Gp و Wbl-Gp، نشان می‌دهد. بر اساس نمودار سمت چپ، روش کراما اولین داده را به عنوان حدآستانه بهینه معرفی نموده است، حال آنکه نمودار سمت راست مدل Log-Gp مقدار حدآستانه ۰,۳۶ و نمودار پایین بر اساس مدل Wbl-Gp مقدار ۰,۲۵۲ به عنوان حدآستانه بهینه انتخاب شده است. اطلاعات جدول (۶) نشان می‌دهد که هر دو مدل دورفتاری در حدودآستانه‌ای بهینه خود، برازش بسیار مناسبی حاصل نموده‌اند. توجه همزمان به آزمون‌های K-S و خانواده A-D خصوصا آزمون‌های دم سنگین نشان می‌دهد که هر دوی این توزیع‌ها در حدود آستانه‌ای منتخب برازش بسیار مناسبی بر چندک‌های تجربی واقع بر دم و بدنه داده‌های شدت زیان داشته‌اند.

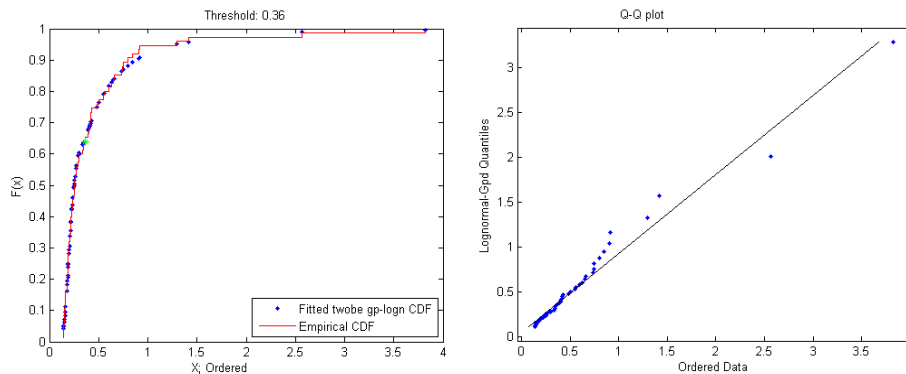


شکل ۴: سمت چپ (الگوریتم کراما)، سمت راست (نمودار میانگین مربعات خطای مدل Log-Gp)، پایین (نمودار میانگین مربعات خطای مدل Wbl-Gp)

جدول ۶: برازش مدل‌های دورفتاری در حدود آستانه‌ای بهینه

آماره آزمون (p-value)					تخمین پارامترها		توزیع ( $U$ )
$AD_{up}^2$	$AD^2$	$ADs_{up}$	$ADs$	$KS$	توزیع بدنه ( $\mu, \sigma$ )	توزیع دم ( $\xi, \beta$ )	
۱,۱۲۹۳ (۰,۸۹۰۰)	۰,۴۰۷۷ (۰,۲۰۲۰)	۸,۶۶۰۳ (۰,۶۱۸۰)	۱,۳۶۷۵ (۰,۸۲۳۰)	۰,۶۱۲۰ (۰,۲۰۵۰)	۰,۱۰۶۹ (-۱,۷۹۸۸)	۰,۱۹۰۲ (۰,۵۰۷۱)	Log-Gp (۰,۲)
۱,۵۷۰۸ (۰,۵۴۷۵)	۰,۳۸۹۷ (۰,۳۱۲۵)	۱۷,۴۰ (۰,۳۱۷۵)	۱,۵۳۸۴ (۰,۷۲۵۰)	۰,۵۳۰۹ (۰,۵۰۸۰)	۰,۱۷۶۵ (-۱,۶۷۰۵)	۰,۲۸۳۸ (۰,۳۶۱۵)	Log-Gp ۰,۲۵۲۰
۱,۴۴۵۸ (۰,۵۷۲۵)	۰,۳۴۶۴ (۰,۳۶۰۰)	۱۶,۰۵۰۱ (۰,۴۰۵۰)	۱,۸۱۸۴ (۰,۴۰۷۵)	۰,۳۹۹۳ (۰,۹۲۴۰)	۰,۲۴۹۰ (-۱,۵۶۹۵)	۰,۳۱۴۴ (۰,۳۷۷۷)	Log-Gp ۰,۳۶۰۰
۱,۸۹۲۸ (۰,۳۴۰۰)	۰,۵۴۲۸ (۰,۱۰۰۰)	۱۸,۳۸۱۱ (۰,۲۵۰۰)	۲,۱۲۶۵ (۰,۲۶۰۰)	۰,۵۸۱۱ (۰,۴۰۰۰)	۰,۳۲۰۹ (-۱,۴۸۶۰)	۰,۴۲۵۴ (۰,۲۸۹۷)	Log-Gp (۰,۴۲۶)
۱,۱۲۸۹ (۰,۷۲۱۵)	۰,۴۴۶۱ (۰,۱۰۲۵)	۸,۶۶۰۳ (۰,۶۲۰۰)	۱,۵۷۱۳ (۰,۹۹۹۱)	۰,۶۱۲۰ (۰,۲۱۵۰)	۱۰,۶۴۱۷ (۰,۱۷۴۴)	۰,۱۹۰۲ (۰,۵۰۷۱)	Wbl-Gp ۰,۲
۱,۵۳۷۵ (۰,۶۵۴۷)	۰,۳۷۵۸ (۰,۴۰۰۰)	۱۷,۴۰۰۰ (۰,۳۲۵۰)	۱,۹۴۱۴ (۰,۹۹۹۰)	۰,۴۱۷۳ (۰,۸۲۲۰)	۶,۳۷۱۷ (۰,۲۰۵۱)	۰,۲۸۳۸ (۰,۳۶۱۵)	Wbl-Gp ۰,۲۵۲۰
۱,۵۰۵۰ (۰,۷۴۰۰)	۰,۵۹۶۹ (۰,۰۱۰۰)	۱۶,۰۵۰۱ (۰,۳۹۷۰)	۲,۵۱۷۸ (۰,۲۲۵۰)	۰,۶۷۵۰ (۰,۰۸۷۰)	۴,۰۶۶۰ (۰,۲۳۶۱)	۰,۳۱۴۴ (۰,۳۷۷۷)	Wbl-Gp ۰,۳۶۰۰
۲,۰۵۳۷ (۰,۲۴۰۰)	۱,۱۰۴۵ (۰,۰۰۰۰)	۱۸,۳۸۱۱ (۰,۲۶۰۰)	۲,۸۸۲۳ (۰,۱۷۶۰)	۰,۸۶۳۶ (۰,۰۲۰۰)	۳,۰۹۸۶ (۰,۲۶۶۹)	۰,۴۲۵۴ (۰,۲۸۹۷)	Wbl-Gp ۰,۴۲۶

در شکل (۵) برازش بسیار مناسب داده‌ها در قسمت‌های بدنه و دم با استفاده از مدل دورفتاری Log-Gp به درستی نشان داده شده است<sup>۵</sup>. مطابق نمودارهای چندک-چندک خط مستقیم رسم شده تقریباً برابر با خط مستقیم با زاویه ۴۵ درجه است، که نشان می‌دهد توزیع‌های دورفتاری، مدل‌های مناسبی برای تولید فرآیند زیان عملیاتی می‌باشند.



شکل ۵: سمت راست: نمودار چندک-چندک، سمت چپ: تابع توزیع احتمال

#### ۵-۶- تخمین سرمایه پوششی

در جدول (۷) مقدار سرمایه پوششی برای مدل‌های دورفتاری Log-Gp و Wbl-Gp برای حدود آستانه‌ای بهینه متناظر که به ترتیب ۰,۳۶۰۰ و ۰,۲۵۲۰ به دست آمد به همراه حدآستانه ۰,۱۴۲۸ بهینه روش کراما برای توزیع پارتو تعمیم یافته برآورد و فاصله اطمینان بوت استریپی ۹۵ درصدی برای سرمایه پوششی در سطوح اطمینان ۹۰، ۹۵، ۹۹ و ۹۹,۹ درصد محاسبه شده است. بر اساس اطلاعات حاصل از برآورد سرمایه پوششی، مدل‌های دورفتاری در سطوح اطمینان مختلف با یک روند تقریباً ثابت رشد سرمایه داشته‌اند، ولی برای توزیع پارتو تعمیم یافته این روند از سطح اطمینان ۰,۹۹ به ۰,۹۹۹ رقم بزرگتری را نشان می‌دهد. همچنین میزان عدم قطعیت این توزیع در همه سطوح اطمینان به خصوص سطح ۰,۹۹۹ خیلی بیشتر از مدل‌های دورفتاری است. اگر چه فواصل اطمینان ۹۵ درصدی تخمین سرمایه پوششی مدل دورفتاری Wbl-Gp در سطوح اطمینان؛ ۰,۹، ۰,۹۵ و ۰,۹۹ کمتر از مدل دورفتاری Log-Gp شده است، ولی در سطح اطمینان ۰,۹۹۹ به طور معنی‌داری بزرگتر از مدل دورفتاری Log-Gp می‌باشد.

جدول ۷: تخمین سرمایه پوششی برای مدل‌های بهینه در سطوح اطمینان مختلف

توزیع	سطح اطمینان (فاصله اطمینان ۹۵ درصدی)			
	٪۹۹,۹	٪۹۹	٪۹۵	٪۹۰
Log-Gp	۳۱,۹۷۹۲	۱۷,۶۱۱۸	۱۲,۵۰۸۸	۱۰,۶۵۲۸
	(۱۱,۶۴۹۴, ۱۴۱,۹۲۲۲)	(۷,۴۱۸۸, ۴۴,۰۱۷۶)	(۷,۸۴۶۹, ۲۳,۱۹۵۲)	(۶,۷۶۷۲, ۱۷,۰۹۲۹)
Wbl-Gp	۲۴,۵۹۲۸	۱۵,۲۰۴۵	۱۱,۳۴۳۴	۹,۸۶۹۸

سطح اطمینان (فاصله اطمینان ۹۵ درصدی)				توزیع
%۹۹,۹	%۹۹	%۹۵	%۹۰	
(۱۰,۳۲۴۹,۳۸۹,۱۲۲۱)	(۷,۳۰۷۲,۳۱,۵۳۴۴)	(۷,۷۶۳۱,۲۰,۳۲۴۵)	(۶,۴۹۶۲,۱۴,۷۱۱۰)	
۵۴,۰۵۳۶	۲۱,۱۶۲۱	۱۲,۹۸۲۶	۱۰,۷۴۴۸	Gp
(۱۱,۰۶۵۷,۵۴۱,۴۲۹۷)	(۸,۷۸۱۲,۹۲,۲۸۶۲)	(۷,۵۸۴۹,۳۳,۰۰۴۶)	(۶,۸۵۷۴,۱۹,۵۴۰۹)	

با توجه به اطلاعات به دست آمده از جدول (۷) لازم است که تحلیل حساسیت سرمایه پوششی را نسبت به تغییرات سطح اطمینان، تغییرات مقدار پارامتر  $\xi$  به همراه محاسبه انحراف معیار و فاصله اطمینان و در نهایت بر اساس تغییرات حدآستانه و چندک‌های خیلی بزرگ توزیع شدت زیان انجام می‌دهیم.

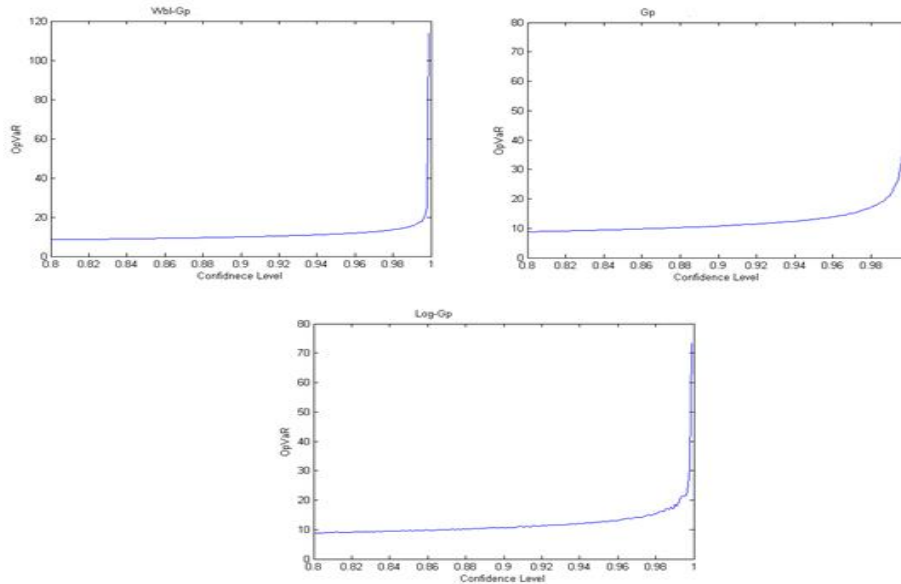
#### ۵-۶-۱ - پایداری و نرخ رشد سرمایه پوششی سطوح اطمینان مختلف

شکل (۶) نمودار تغییرات سرمایه پوششی سالانه را برای سطوح اطمینان مختلف (سطوح اطمینان ۸۰٪ تا ۹۹,۹۹٪) برای هر سه توزیع بهینه به دست آمده بر اساس تئوری مقدار فرین نشان می‌دهد. نمودار سمت راست که مربوط به توزیع پارتو تعمیم یافته می‌باشد، بیشترین ناپایداری را نسبت به افزایش سطح اطمینان نشان می‌دهد، به گونه‌ای که با افزایش سطح اطمینان از ۰,۹۴ به بعد مقدار سرمایه پوششی به صورت نمایی افزایش می‌یابد. اگر چه شیب نمودار برای توزیع‌های دورفتاری کمتر است ولی این کمیت برای هر دو توزیع، تا سطح اطمینان ۹۶٪ به صورت تقریباً ثابت (خطی) و از آن سطح به بعد به صورت نمایی افزایش می‌یابد. در جدول (۸) شیب نمودارهای رسم شده در شکل (۶) در فواصل پایداری و ناپایداری محاسبه شده است.

جدول ۸: شیب نمودار سرمایه پوششی - فاصله اطمینان در فواصل پایداری و ناپایداری

GPD	Wbl-Gp	Log-Gp	شیب خط
۰,۳۸	۰,۱۹	۰,۲۴	ناحیه پایداری
۹۴	۱۶	۱۱	محدوده ناپایداری

شکل ۶: تغییرات سرمایه پوششی توزیع‌های بهینه در مقابل تغییرات سطوح اطمینان



## ۵-۶-۲ انحراف معیار و فاصله اطمینان سرمایه پوششی ۹۹,۹ درصد

برای محاسبه مقادیر زیان مورد انتظار و سرمایه پوششی و همچنین یافتن میزان ارتباط بین طول فاصله اطمینان سرمایه پوششی ۹۹,۹٪ و انحراف استاندارد آن با انحراف معیار و فاصله اطمینان پارامتر  $\xi$  جدول (۹) ارائه شده است.<sup>۵۱</sup> در بین همه توزیع‌های دورفتاری Log-Gp، مقدار حدآستانه ۰,۴۲۶ کمترین مقدار انحراف معیار و طول فاصله اطمینان را نتیجه داده است. با افزایش مقدار پارامتر  $\xi$  و طول فاصله اطمینان برآورد آن، هم مقدار سرمایه پوششی و هم طول فاصله اطمینان برآورد آن افزایش یافته است.

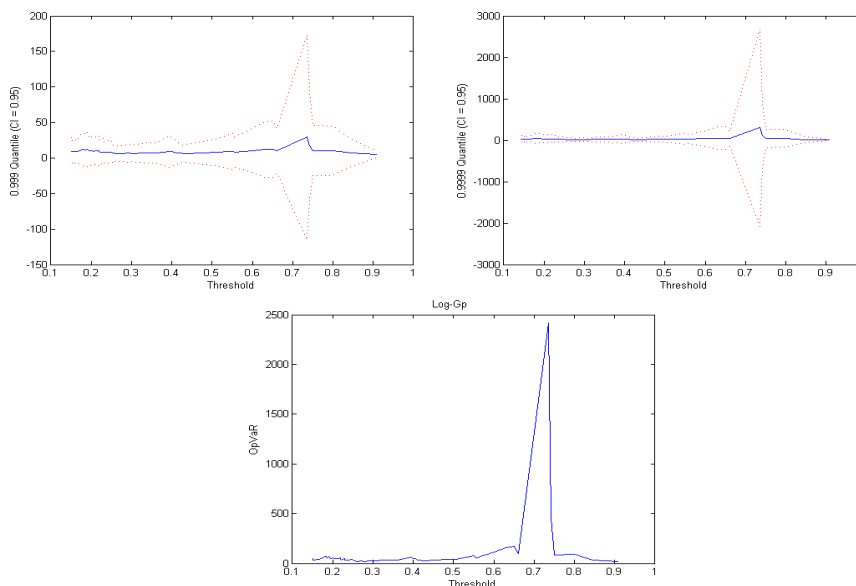
جدول ۹: مقایسه فاصله اطمینان و انحراف معیار سرمایه پوششی حدود آستانه‌ای مختلف

$\xi$ (فاصله اطمینان ۹۵٪)	انحراف معیار سرمایه (فاصله اطمینان ۹۵٪)	سرمایه پوششی (زیان مورد انتظار)	توزیع (حد آستانه)
۰,۵۲۴۴ (۰,۱۰۴۴, ۰,۸۴۹۱)	۳۴۲,۶۷۲۸ (۹,۸۴۶۴, ۴۸۹,۴۶۵۱)	۵۴,۰۵۳۶ (۸,۴۳۲۰)	Gp (۰,۱۴۲۸)
۰,۵۰۷۱ (-۰,۰۴۴۴, ۰,۹۲۴۲)	۴۸۳,۲۰۹۰ (۱۱,۴۳۵۸, ۵۰۶,۵۸۷۷)	۵۱,۸۳۸۵ (۷,۷۷۵۵)	Log-gp (۰,۲)
۰,۳۶۱۵	۴۲۷,۱۹۵۱	۲۴,۸۰۵۱	Log-Gp (۰,۲۵۲)

توزیع (حد آستانه)	سرمایه پوششی (زیان مورد انتظار)	انحراف معیار سرمایه (فاصله اطمینان ۹۵٪)	ک
	(۸,۰۰۰۹)	(۱۰,۴۰۶۵, ۲۵۴,۵۲۴۵)	(-۰,۱۵۳۰, ۰,۷۷۸۲)
Log-Gp (۰,۳۶)	۳۱,۹۷۹۲ (۶,۸۲۸۹)	۳۹,۵۴۴۴ (۱۱,۶۴۹۴, ۱۴۱,۹۲۲۲)	۰,۳۷۷۷ (-۰,۲۹۴۳, ۰,۷۲۹۹)
Log-Gp (۰,۴۲۶)	۳۱,۸۷۴۱ (۷,۴۱۵۸)	۲۷,۸۹۳۸ (۶,۹۱۱۱, ۱۱۳,۵۵۹۹)	۰,۲۸۹۷ (-۰,۴۲۲۸, ۰,۵۷۲۰)

### ۵-۶-۳ ارتباط سرمایه پوششی با چندک‌های بی‌نهایت

در نمودارهای رسم شده در شکل (۹)، تغییرات مقدار سرمایه پوششی به ازای حدود آستانه‌ای مختلف برای مدل دورفتاری Log-Gp به همراه نمودارهای تخمین چندک ۰,۹۹۹۹ و ۰,۹۹۹ توزیع دم رسم شده است. با نگاه به نمودار سمت راست و مقایسه آن با نمودار سمت چپ، در بازه‌هایی که سرمایه پوششی کم تخمین زده شده، مقدار چندک ۰,۹۹۹۹ و ۰,۹۹۹ هم نسبت به سایر حدود آستانه‌ای کمتر تخمین زده شده است و بر عکس. این امر، وابستگی بسیار زیاد و ارتباط مستقیم تخمین سرمایه پوششی در سطوح اطمینان بزرگ (در اینجا سطح ۹۹,۹ درصد) را نسبت به تخمین چندک‌های خیلی بزرگ توزیع شدت زیان را نشان می‌دهد.



شکل ۳-۹: نمودارهای بالا (تغییرات چندک‌های ۰,۹۹۹۹ و ۰,۹۹۹ توزیع دم برای حدود آستانه‌ای مختلف)، نمودار پایین (تغییرات سرمایه پوششی به ازای تغییرات حد آستانه)

## ۶- نتیجه‌گیری و بحث

در این تحقیق فرآیند کامل مدل‌سازی ریسک عملیاتی بر اساس روش توزیع زیان از رویکرد پیشرفته با محوریت تئوری مقدار فرین و ارائه روشی جدید برای تخمین حدآستانه دم داده‌های شدت زیان بر اساس مینیمم میانگین مربعات خطای برازش توزیع‌های دورفتاری انجام شد. نتایج این تحقیق را از سه منظر مورد بررسی قرار می‌دهیم؛ (۱) ارتباط آزمون‌های خوبی برازش در توجیه‌پذیری سرمایه پوششی، (۲) میزان پایداری سرمایه پوششی و (۳) سهم علمی این تحقیق در مدل‌سازی توزیع‌های دورفتاری و تخمین سرمایه پوششی ریسک عملیاتی.

برخی از پژوهشگران از جمله پنجر [16] توصیه نموده‌اند که وقتی که چند توزیع قابلیت برازش به مجموعه‌ای از داده‌های شدت زیان را دارد، می‌توان به صورت خودکار توزیعی را برای محاسبه سرمایه پوششی استفاده نمود که دارای کمترین مقدار آماره‌های خوبی برازش و یا بیشترین مقدار p-Value باشد. در این تحقیق با محاسبه سرمایه پوششی توزیع‌های شدت زیان کلاسیک، پارتو تعمیم یافته و دورفتاری و بررسی ارتباط آن با نتایج حاصل از آزمون‌های خوبی برازش نشان دادیم که هر اندازه مقدار p-Value به صفر نزدیک‌تر باشد، سرمایه پوششی خیلی کم‌تر از حد تخمین زده می‌شود، چرا که محدوده چندک‌هایی که توسط این گونه توزیع‌ها تولید می‌شود، حتی محدوده مشاهدات را هم پوشش نمی‌دهد. از سوی دیگر، هر اندازه مقدار p-Value به ۱ نزدیک‌تر باشد، هیچ دلیلی مبنی بر دقیق‌تر تخمین زدن سرمایه پوششی وجود ندارد، چرا که مقدار سرمایه پوششی به چندک‌ای خیلی بزرگ توزیع شدت زیان که بزرگتر از ماکزیمم داده‌ها هستند، ارتباط دارد. تغییرات نمودار "سرمایه پوششی- حدآستانه" با تغییرات نمودار چندک‌های خیلی بزرگ (به عنوان مثال، ۹۹،۹ و ۹۹،۹۹) توزیع دم داده‌ها در حدودآستانه‌ای مختلف رابطه‌ای مستقیم داشت.

به عنوان مثال، مقدار صفر برای p-Value آزمون‌های خوبی برازش به خصوص آزمون‌های دم سنگین، نشان می‌دهد (عدم معنی‌داری توزیع‌های پارامتریک در برازش به داده‌ها) که محدوده چندک‌های تولید شده توسط مدل‌های کلاسیک، مقادیر واقع در دم داده‌های شدت زیان را پوشش نمی‌دهد به گونه‌ای که این مقادیر به عنوان چندک‌های خیلی بزرگ آنها محسوب خواهند شد. از همین رو، سرمایه پوششی حاصل از این مدل‌های کلاسیک خیلی کمتر از حد تخمین زده شده است. از سوی دیگر، این ارتباط را می‌توان با مدل‌سازی داده‌ها با توزیع پارتو تعمیم یافته توجیه نمود. مقادیر آزمون‌های خوبی برازش نشان داده است که این توزیع، چندک‌های تجربی را به خوبی برآورد نموده است، از همین رو، تخمین سرمایه پوششی نزدیک به مقدار واقعی به دست آمده است. ولی با مقایسه توزیع‌های پارتو تعمیم یافته و دورفتاری که هر یک مقادیر بزرگ را برای p-Value نتیجه داده‌اند، مقدار سرمایه پوششی متفاوتی را حاصل نموده‌اند. علت این امر آن است که



آزمون‌های خوبی برازش میزان تطابق چندک‌های داخلی تجربی را با تئوریک بررسی می‌کند، حال آنکه مقدار سرمایه پوششی در سطوح اطمینان خیلی بزرگ به چندک‌های خیلی بزرگ توزیع شدت زیان بستگی دارد. بنابراین تکیه تنها بر آزمون‌های خوبی برازش به عنوان ابزاری برای انتخاب توزیع‌های بهینه در ریسک عملیاتی نمی‌تواند مفید باشد.

بررسی میزان پایداری سرمایه پوششی از دو منظر انجام شد؛ (۱) تغییرات نسبت به سطح اطمینان و (۲) اندازه‌گیری انحراف معیار و فاصله اطمینان بوت استریپی. نتایج مبین آن است که مقدار بسیار بزرگ انحراف معیار و بازه بزرگ تغییرات سرمایه پوششی، با میزان عدم قطعیت پارامتر  $\xi$  به عنوان درجه سنگینی دم داده‌ها ارتباط مستقیم دارد، که این امر موجب ناپایداری سرمایه پوششی در سطوح اطمینان خیلی بالا می‌شود. شاهد این مدعا، نمودار "سرمایه پوششی - فاصله اطمینان" است که ابتدا رفتار خطی داشته و در سطوح اطمینان بالاتر به صورت نمایی تغییر می‌کند. همچنین با افزایش فاصله اطمینان برآورد پارامتر  $\xi$  انحراف معیار و فاصله اطمینان سرمایه پوششی به طور معنی‌داری افزایش می‌یابد. بنابراین سرمایه پوششی در سطح اطمینان خیلی بالا از جمله ۹۹٫۹ درصد اعلامی از سوی کمیته بال، مقداری محافظه کارانه بوده و در عوض می‌بایست از سطوح پایین‌تر برای پوشش سرمایه‌ای ریسک عملیاتی بانک‌ها استفاده شود.

در این تحقیق نشان دادیم که ناپایداری سرمایه پوششی خصوصا برای داده‌های با دنباله پهن، یک مساله ساختاری است، و استفاده از حدود آستانه‌ای مختلف نمی‌تواند موجب کاهش عدم قطعیت و ناپایداری آن گردد. روش‌های مختلف تخمین حد آستانه فقط به دنبال آن است که علاوه بر فراهم نمودن شرایط قضیه برای برازش توزیع پارتو تعمیم یافته، تورش و واریانس تخمین را مینیمم نموده و در عین حال بهترین برازش را بر محدوده چندک‌های تجربی حاصل نماید. از همین رو، سهم علمی این تحقیق در ارائه روشی برای تخمین حد آستانه دم داده‌های شدت زیان برای مدل‌سازی توزیع‌های دورفتاری است. در این روش، حد آستانه در جایی انتخاب می‌شود که خطای تخمین چندک‌های تجربی با توزیع‌های تئوریک دورفتاری به حداقل می‌رسد و در پی آن، نتیجه همه آزمون‌های خوبی برازش که هر یک تابعی از تفاضل توزیع تجربی و تئوریک هستند، قابل قبول خواهد شد. بنابراین، در صورت استفاده از سطوح اطمینان پایین‌تر برای سرمایه پوششی، استفاده از این حد آستانه گزینه بسیار مفید می‌تواند باشد. زیرا توزیعی به عنوان توزیع بهینه شدت زیان عملیاتی انتخاب می‌شود، که همزمان دو قسمت بدنه و دم داده‌های شدت زیان را مورد بررسی قرار داده و کمترین میانگین مربعات خطای برازش را ارائه می‌دهد.

برای تحقیقات و پژوهش‌های آتی، پیشنهاد می‌شود که موارد زیر بررسی گردد:

- (۱) تخمین حدآستانه با استفاده از سایر روش‌ها: روش‌های؛ (۱) دانیلسون و همکاران [8] گوگان و همکاران [11]، کروزر [7]، روش دوپیس [2] که مبتنی بر شبیه سازی بوت استرپ در مینیمم سازی تورش و واریانس خطای تخمین پارامتر شکل توزیع پارتو تعمیم یافته هستند، را می توان در تحقیق بعدی محاسبه نمود و با نتایج روش ارائه شده در این تحقیق مقایسه نمود.
- (۲) بررسی سایر مدل‌های دورفتاری: مدل‌های دورفتاری دیگر، از جمله مدل‌هایی که برای توزیع دم، از توزیع‌هایی نظیر بر، جی-اچ<sup>۵۲</sup> و ... استفاده شود. همچنین در این تحقیق، مقدار  $\omega$  را به عنوان ضریب توزیع‌های بدنه و دم مقداری ثابت فرض نمودیم. در تحقیقات بعدی می‌توان تاثیر این پارامتر را در مدل‌سازی توزیع‌های دورفتاری بررسی نمود.
- (۳) همگرایی الگوریتم مونت کارلو: در مورد کران بالا و کران پایین دفعات شبیه‌سازی این روش، دقیقاً مطلبی ثابت نشده است. لذا مساله ایجاد توازنی بین دفعات شبیه‌سازی این روش با واریانس مقادیر محاسبه سرمایه پوششی و ارتباط و یا عدم ارتباط با نوع توزیع-های مختلف خصوصاً توزیع‌های دورفتاری مساله‌ای است که می‌تواند دستمایه تحقیقات آتی باشد.
- (۴) بررسی اثر سایر پارامترها در مقدار و فاصله اطمینان سرمایه پوششی: در این تحقیق فقط به تاثیر تغییرات مقدار و فاصله اطمینان پارامتر شکل توزیع پارتو تعمیم یافته بر مقدار و همچنین فاصله اطمینان سرمایه پوششی پرداخته شد. به نظر می‌رسد که تغییرات فاصله اطمینان و مقادیر سایر پارامترهای توزیع بدنه و همچنین پارامتر مقیاس بر ارقام و فواصل اطمینان سرمایه پوششی موثر باشد. بررسی این رابطه می‌تواند به انتخاب توزیع بهتر برای برازش به داده‌ها و همچنین افزایش پایداری سرمایه پوششی کمک شایانی نماید.

### فهرست منابع

- \* [1]Balkema, A; & de Hann, L. "Residual life time at great age." Annals pf Probability (1974): 792-804.
- \* [2]Bank for International Settlement. "Operational Risk Management (september 1998). Basel: BIS, 1998b.
- \* [3]Basel Committee on Banking Supervision. "Operational Risk- Supervisory Guidelines for the Advanced Measurement Approaches." Bank For international Settlements (2011).

- \* [4]Chernobai, A. and Menn, C. and Rachev, S. and Truck, S. "Estimation of operational Value-at-Risk in the presence of Minimum Collection Threshold: An emprical study." 27 October 2009.
- \* [5]Chernobai, A. S. and Rachev, S. T. and Fabozzi, F. J. Operational Risk aguide to basel 2 capital requirements models and analysis . New Jersey: John Wiley & Sons, 2007.
- \* [6]Crama, Y; Hunbner, G;. 2009. New york: Palgrave, Operational risk assessment.
- \* [7]Cruz,M. R. Coleman and G. Salkin. "Modelling and measuring operational risk." The Journal of Risk,1(1) (1998): 63-72.
- \* [8]Dutta, K; and Perry, J. "A tale of tails: A." Working Paper, Federal Reserve Bank of Boston (2006).
- \* [9]Gourier, E; Farkas, W; Abbate, D. "Operational Risk Quantification using Extreme Value Theory and Copulas: From theory to practice" Journal of Opertational risk (2009): 3-26.
- \* [10]Embrechts, P; & Luppelberg, C; & Mikosch, C. Modelling external events for insurance and finance and its Application. New York: Springer, 1997.
- \* [11]Guegan, D. and Hassani, B. and Naud, C. "An efficient threshold choice the computation of operational risk capital." The journal of operational risk 12 2011: 3-19.
- \* [12]Hill, B, M. "A simple general approach to inference about the tail of a distribution." Annals of Statistics, 3 (1975): 1163-1175.
- \* [13]McNeil, A. and T. Saladin. "The peaks over thresholds method for estimating high quantiles of loss distributons." 10th International ASTIN Colloquium, pp. (1997): 23-43.
- \* [14]Moscadelli, M. "The modelling of operational risk: experience with the analysis of the data collected by the Basel Committee." BANCA D'ITALIA July 2004.
- \* [15]Mignola, G; Ugocioni, R. "Sources of uncertainty in modelling operational risk losses." Journal of Operational Risk (2006): 33-50.
- \* [16]Panjer, H., H. Operational Risk: Modeling Analytics. New Jersy: John Wiley and Sons, 2006.
- \* [17]Pickands, J. "Statistical inference using extreme order statistic." Annals of Statistics, 3 (1975): 119-131.
- \* [18]Scarrott, C; MaCDonald, A;. "A review of extreme value threshold estimation and uncertainty quantification." Statistical journal (2012): 33-60.
- \* [19]Shevchenko, P. Modeling Operational risk using bayesian inference. New York: Springer, 2011.
- \* [20]Soprano, A. and Crielaard, B. and Piacenza, F. and Ruspantini, D. Measuring Operational and reputational risk. West Sussex: John Wiley & Sons, 2009.

## یادداشت‌ها

- <sup>1</sup> Operational Risk
- <sup>2</sup> Basic Indicator Approach (BIA)
- <sup>3</sup> The Standardized Approach (TSA)
- <sup>4</sup> Advanced Measurement Approach (AMA)
- <sup>5</sup> Score Card Approach (SCA)
- <sup>6</sup> Internal Measurement Approach (IMA)
- <sup>7</sup> Loss Distribution Approach (LDA)
- <sup>8</sup> Aggregate Loss Distribution
- <sup>9</sup> Tail
- <sup>10</sup> Extreme Value Theory (EVT)
- <sup>11</sup> Threshold
- <sup>12</sup> Generalized Pareto Distribution (GPD)
- <sup>13</sup> Two-Pattern Model
- <sup>14</sup> Mean Squared Error (MSE)

<sup>۱۵</sup> بانکداری خرد، بانکداری تجاری و پرداخت و تسویه، مثال‌هایی از هشت دسته خطوط کسب و کاری است که توسط کمیته بال بیان شده است.

<sup>۱۶</sup> کلاهبرداری داخلی و بیرونی، آسیب به دارایی‌های فیزیکی مثال‌هایی از هفت دسته رویدادهای زیانبار ریسک عملیاتی است که توسط کمیته بال بیان شده است.

- <sup>17</sup> Copula Function
- <sup>18</sup> Burr Distribution
- <sup>19</sup> Soprano
- <sup>20</sup> Algorithmic Operational Risk Data (ALGO OpData)
- <sup>21</sup> Gurier
- <sup>22</sup> Chernobai
- <sup>23</sup> Kolmogorov-Smirnov (K-S)
- <sup>24</sup> Anderson-Darling (A-D)
- <sup>25</sup> Upper Tail
- <sup>26</sup> Crama
- <sup>27</sup> Minimum Cut-off Level
- <sup>28</sup> Mignola
- <sup>29</sup> Fast-Fourier Transform
- <sup>30</sup> Peaks Over Threshold (POT)

<sup>۳۱</sup> متغیر تصادفی مثبت و پیوسته شدت زیان عملیاتی مربوط به یکی از خطوط کسب و کار و رویدادهای زیانبار بانک با توابع توزیع چگالی و تجمعی احتمال پیوسته و  $F_X$  است.

<sup>۳۲</sup> متغیر تصادفی مثبت و گسسته  $N$  با تابع توزیع جرم احتمال

$$P(n) = \sum_{k=0}^n p(k)$$

- <sup>33</sup> Convolution
- <sup>34</sup> Dutta and Perry
- <sup>35</sup> Moscadelli
- <sup>36</sup> Panjer
- <sup>37</sup> Shevchenko
- <sup>38</sup> Cruz
- <sup>39</sup> Conditional excess distribution function
- <sup>40</sup> Hill plot
- <sup>41</sup> Mean excess plot
- <sup>42</sup> Composite Goodness of fit test

<sup>43</sup> Quadratic Test

<sup>44</sup> Supermom Test

<sup>45</sup> توابع تحلیلی و آماره‌های محاسباتی هر یک از این آزمون‌های خوبی برآزش به همراه تئوری‌های مرتبط با آنها در همین منبع ارائه شده است.

<sup>46</sup> Percentile Confidence Interval

<sup>47</sup> مقادیر زیان در مقیاس ۱ میلیون دلار بیان شده‌اند.

<sup>48</sup> از آنجا که در این نمودار روی محور افقی داده‌های تجربی و روی محور عمودی چندک‌های تئوریک بر اساس محدوده خود رسم می‌گردند، لذا معادله این خط بر حسب خط رگرسیون زوج‌های مرتب چندک‌های تجربی و تئوریک در صفحه رسم می‌شود. در حالت خاص در صورتی که این چندک‌ها خیلی نزدیک به یکدیگر باشند، آنگاه این خط به سمت نیمساز ناحیه اول و سوم میل نموده و دارای زاویه ۴۵ درجه خواهد شد.

<sup>49</sup> منظور تغییر پارامتر  $\alpha$  در فاصله اطمینان است، که علت عمده آن کم بودن تعداد مشاهدات می‌باشد.

<sup>50</sup> با توجه به آنکه نمودارهای خوبی برآزش برای مدل دورفتاری Wbl-Gp شبیه به مدل Log-Gp بوده است، از رسم آن در اینجا صرف‌نظر شده است.

<sup>51</sup> با توجه به آنکه نتایج حاصل، برای توزیع دورفتاری با بدنه و ایبول شبیه نتایج ارائه شده در این جدول است، از ارائه آن در اینجا صرف‌نظر نموده‌ایم.

<sup>52</sup> G & H distribution