مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره شانزدهم / پائیز ۱۳۹۲

کاربرد شبیه‌سازی مونت کارلو و فرآیند قدم زدن تصادفی در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک

رضا راعی[۱]
حسین فلاح‌طلب[۲]

تاریخ دریافت: ۹۲/۲/۲۰ تاریخ پذیرش: ۹۲/۶/۱۵

چکیده

کمّیت بخشی به عدم‌اطمینان یکی از مهمترین موضوعات در مباحث مالی می‌باشد، به‌طوریکه امروزه هر فعالیت مالی و سرمایه‌گذاری مستلزم ارزیابی و مدیریت ریسک است.یکی از مفاهیم کلیدی در مدیریت ریسک دارایی‌های مالی مفهوم «ارزش در معرض ریسک» می‌باشد. طی سالهای اخیر روشهای متنوعی به منظور اندازه‌گیری معیار مذکور توسط محققان ارائه گردیده که بکارگیری هر کدام از آنها به علت در نظر گرفتن فروض و مقدمات غیر مشابه، به نتایج متفاوتی ختم می‌شود. در این پژوهش به معرفی روش شبیه-سازی مونت‌کارلو مبتنی بر فرآیند قدم زدن تصادفی در سنجش ارزش در معرض ریسک می‌پردازیم. سپس از این روش در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران و پنج سهم نمونه از این بازار استفاده کرده و نتایج را با دو روش شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس مقایسه می‌کنیم. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که خصوصا در سطوح اطمینان بالا شبیه‌سازی مونت کارلو روشی قابل اتکا بوده و صلاحیت بیشتری در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک دارایی‌های مورد مطالعه دارد.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض ریسک، شبیه‌سازی مونت کارلو، حرکت براونی، قدم زدن تصادفی.

۱- دانشیار گروه مدیریت مالی دانشگاه تهران Raei@ut.ac.ir
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشگاه علوم اقتصادی تهران Hosein.Falahtalab@ues.ac.ir

۱- مقدمه

سرمایه‌گذاران به هنگام اخذ تصمیمات سرمایه گذاری به طور همزمان ریسک و بازده حاصل از گزینه‌های مختلف سرمایه‌گذاری را مد نظر قرار می‌دهند. از اینروپیش‌بینی نوسان‌پذیری و ریسک به یک ورودی مهمِ سرمایه‌گذاری در انواع دارایی‌ها تبدیل شده است (Pickands, 1975). ریسک متغییری کیفی است، اندازه گیرییک کیفیت و بیان آن در قالب یک کمّیت کار دشواری است و تا زمانی که این عدم اطمینان کمّی نشود، قیمت‌گذاری دارایی‌های مالی به صورت یک معمّا باقی می‌ماند (شرکت ماتریس تحلیلگران سیستم های پیچیده, ۱۳۸۸).

ارزش در معرض ریسک[۱]یک ابزار ساده و در عین حال قدرتمند برای کمّیت بخشی به عدم قطعیت در شرایط عادی بازار می‌باشد. از زمانیکهVaR در سال ۱۹۸۸ مورد استفاده‌ی بانک بین-المللی تسویه[۲] و موسسات رسمی آمریکا قرار گرفت، به معیاری عمومی جهت سنجش ریسک تبدیل شده است.

ارزش در معرض ریسک به صورت حداکثر زیان انتظاری سرمایه‌گذاری در سطح اطمینانی مشخص و در طول یک دوره‌ی زمانی معین، تعیین می‌شود. رویکرد واریانس-کواریانس[۳]و شبیه-سازی تاریخی[۴] رایج‌ترین روشها در پیش‌بینی VaR می‌باشند. رویکرد واریانس-کواریانس توسط ریسک‌متریکس معرفی شد (McNeil & Frey, 2000). فرض مهم این مدل این است که بازده دارایی‌ها به صورت نرمال توزیع شده است. از آنجاییکه به نظر می‌رسد فرض نرمال بودن بر رفتار واقعی بازده‌های مالی منطبق نیست، روش واریانس-کواریانس تمایل به ناچیزتر شمردن VaR از مقدار واقعی دارد .(Danielsson & de Vries, 1997a; Duffie & Pan, 1997) روش شبیه‌سازی تاریخی رویکرد رایج دیگر در محاسبه‌ی VaR می‌باشد، که چون هیچ‌گونه فرض صریحی در مورد توزیع بازده‌ها لحاظ نمی‌کند بسیار ساده می‌باشد. اما چون HS بر مبنای تعداد محدودی مشاهده به محاسبه می‌پردازد، فرآیند تخمین قابل اتکا نخواهد بود (Danielsson & de Vries, 1997b) و احتمال دستیابی به هر تخمینی فراتر از آنچه قبلا مشاهده شده است وجود ندارد (Barone-Ades & Kostas, 2000).

یکی از روشهایی که جهت رفع مسائل مطرح شده و تخمین دقیق VaR پیشنهاد شده است استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو می‌باشد. روش شبیه‌سازی مونت کارلو یکی از ابزارهای قدرتمند در تحلیل ریسک است. این روش در برخی موارد به روش شبیه‌سازی تاریخی شباهت دارد (در این روش نیز فرض نرمال بودن توزیع بازده الزامی نیست). روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو مشابه روش شبیه‌سازی تاریخی، پرتفوی‌های متشکل از اختیار معامله و سایر ابزارهایی که ارزش آنها به صورت تابع غیرخطی از عوامل بازار است، را پوشش میدهد. لیکن، روش شبیه‌سازی مونت

کارلو برخلاف روش شبیه‌سازی تاریخی از اطلاعات تاریخی استفاده نمی‌کند، بلکه در این روش با استفاده از فرایندهای تصادفی و تولید تعداد زیادی نمونه‌های شبیه‌سازی شده که توسط رایانه صورت می‌گیرد، پیش‌بینی تغییرات آتی به انجام می‌رسد (wikipedia, Monte Carlo methods in finance, 2012).

تکنیکهای شبیه‌سازی مونت‌کارلو، به دلیل اینکه می‌توانند کلیه‌ی عوامل غیر خطی ریسک سبد و همچنین تمام مشخصه‌های توزیعی مطلوب مانند دنباله‌های پهن و نوسانهای متغییر در طول زمان را مورد توجه قرار دهند، به مراتب قوی‌تر و منعطف‌تر از سایر شیوه‌های شبیه‌سازی عمل می‌نمایند (Glasserman, Heidelberger, & Shahbuddin, 2000). البته قدرت عمل روش فوق بسته به عواملی چون فرض توزیع مناسب برای داده‌ها دارد که در ادامه در مورد آن صحبت خواهیم کرد.

از آنجاییکه محور پژوهش حاضر کاربرد شبیه‌سازی مونت‌کارلو و فرآیند قدم زدن تصادفی در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک است و این رویکرد در مقایسه با دیگر روشهای تخمین ارزش در معرض ریسک، چندان متداول نیست در بخش دوم به تشریح مبانی نظری این روش خواهیم پرداخت. پیشینه تحقیق حاضر در بخش سوم مرور می‌شود و در بخش چهارم روش تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش پنجم به مطالعات تجربی صورت گرفته در بورس اوراق بهادار تهران می‌پردازیم و در بخش ششم نتایج پژوهش حاضر بیان خواهد شد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

فرآیند قدم زدن تصادفی

در شبیه‌سازی مونت کارلو همواره به مدلی جهت تعیین رفتار قیمت سهام نیازمندیم.در بسیاری موارد جهت تولید اعداد تصادفی، فرض می‌شود که داده‌ها از توزیع تئوریک مشخصی (مانند نرمال) تبعیت می‌کنند. این می تواند ضعف روش مونت کارلو در قیاس با شبیه‌سازی تاریخی باشد که از توزیع تجربی بهره می‌برد. در تولید اعداد تصادفی، عموما از توزیع نرمال استفاده می‌کنیم. در علوم مالی معمولا فرض می‌شود که قیمت متغییرهای تصادفی مانند قیمت سهام از مسیری که تابعی از یک حرکت براونی[۵] است تبعیت می‌کند. بنابراین در اینجا از یکی از رایج‌ترین مدلها در علوم مالی یعنی حرکت براونی هندسی[۶] استفاده می‌کنیم.

در این تحقیق، از مدل استاندارد حرکت براونی هندسی (GBM) استفاده خواهیم کرد، که از لحاظ فنی یک فرآیند مارکوف[۷] است. در زنجیره‌های مارکوف توزیع شرطی هر حالت آینده، با معلوم بودن حالتهای گذشته و حالت فعلی، از حالتهای گذشته مستقل بوده و تنها به حالت فعلی بستگی دارد (Ross, 1983). این موضوع بدین معنی است که قیمت سهام از فرآیند قدم زدن

تصادفی[۹] پیروی می‌کند و حداقل شامل شکل ضعیفی از نظریه‌ی کارایی بازار[۱۰] می‌باشد. فرض بازار کارا بر این مبنا استوار است که قیمتها سریعا نسبت به اطلاعات جدید واکنش نشان می‌دهند، به عبارت دیگر تغییرات قیمت سهام تصادفی و مستقل از تغییراتی است که در گذشته و بر اساس اطلاعات همان زمان ایجاد شده است (Sinaei & Mahmoudi, 2005). اگر فرض کنیم که S_t بیانگر قیمت دارایی در زمان $t \geq 0$ باشد آنگاه فرمول GBM به صورت زیر است:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t \tag{۱-۰}$$

که در آن dW_t بیان کننده‌ی یک فرآیند به شکل $\varepsilon\sqrt{dt}$ موسوم به فرآیند وینر[۱۱]یا حرکت براونی استاندارد است (ε دارای توزیع نرمال استاندارد می‌باشد)، همچنین $\frac{dS_t}{S_t}$ مُعرّف تغییرات نسبی قیمت می‌باشد(Evans, 2006) . توجه کنید که فرآیند تصادفی $\{W(t),t\geq 0\}$ را یک حرکت براونی استاندارد (فرآیند وینر) گوییم اگر دارای سه خصوصیت زیر باشد:

۱) $W(0) = 0$؛

۲) $W(t) - W(s)$ برای $s < t$ دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $t - s$ باشد؛

۳) متغیرهای تصادفی $W(t_n) - W(t_{n-1}) \dots, W(t_3) - W(t_2), W(t_2) - W(t_1)$ برای $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n$ مستقل باشند (پرهام, ۱۳۸۹).

همچنین می‌توان فرمول فوق را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t} \tag{۲-۰}$$

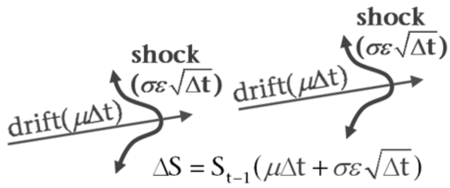
به طوریکه، S_t بیانگر قیمت سهم در زمان t، μ بازده انتظاری، σ انحراف استاندارد بازده، Δt گام زمان و ε متغییری تصادفی (یک عدد تصادفی تولید شده از توزیع نرمال می‌باشد) است.

اگر فرمول فوق را برای دستیابی به تغییر قیمت سهم بازچینی کنیم، تغییرات قیمت سهم به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\Delta S = (S_{t+1} - S_t) = S_t(\mu\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}) \tag{۳-۰}$$

در معادله‌ی بالا عبارت داخل پرانتز از دو جزء تشکیل شده است که اولین عبارت را رانش[۱۲] و عبارت دوم را ضربه[۱۳] می‌نامیم. برای هر بازه‌ی زمانی، مدل فرض می‌کند که قیمت بر اساس بازده-ی انتظاری حرکت می‌کند ولی عبارت رانش با اضافه یا کم کردن یک ضربه‌ی تصادفی تغییر

خواهد کرد که ضربه‌ی تصادفی شامل حاصلضرب انحراف استاندارد در یک عدد تصادفی می‌باشد (Investopedia, 2012)، این همان ماهیت GBM است که در شکل زیر نشان داده شده است:



شکل ۰-۱. قیمت سهم از مجموعه‌ای از قدم‌ها تشکیل شده است که هر قدم شامل یک رانش بعلاوه (یا منهای) یک ضربه‌ی تصادفی است (که خود تابعی از انحراف استاندارد سهم است)(Investopedia, 2012).

شبیه‌سازی مونت کارلو

روش مونت کارلو یک الگوریتم محاسباتی است که از نمونه‌گیری تصادفی برای محاسبه نتایج استفاده می‌کند، این روش معمولاً برای شبیه‌سازی سیستم‌های فیزیکی، ریاضیاتی و اقتصادی استفاده می‌شوند. از طرف دیگر روش مونت کارلو طبقه‌ای از الگوریتم‌های محاسبه‌گر می‌باشند که برای محاسبه نتایج خود بر نمونه‌گیری‌های تکرار شونده تصادفی اتکاء می‌کند.

روش مونت کارلو برای شبیه‌سازی پدیده‌هایی که عدم قطعیت زیادی در ورودی‌های آنها وجود دارد نیز مفید است، مثلا محاسبه ریسک در تجارت. تنها یک روش مونت‌کارلو وجود ندارد، بلکه این واژه به گستره وسیعی از روش‌هایی اطلاق می‌شود که از الگوی مشخصی پیروی می‌کنند و منطبق بر گامهای زیر هستند:

۱) تعریف محدوده‌ای از ورودیهای ممکن
۲) تولید ورودیهای تصادفی در محدوده‌ی تعیین شده
۳) انجام محاسبات بر روی ورودیهای حاصل
۴) ادغام هر یک از اجراهای محاسباتی در پاسخ نهایی

در حالت کلی تعیین ارزش در معرض ریسک در شبیه‌سازی مونت کارلو بدین صورت است که: یک تولید کننده‌ی اعداد تصادفی برای ایجاد هزاران تغییر در فاکتورهای بازار مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین، تغییرات ساخته شده به منظور ایجاد هزاران سود و زیان فرضی سبد بر روی سبد جاری و توزیع سود و زیان احتمالی سبد در دوره‌ی نگهداری، به کار می‌روند. در نهایت ارزش

در معرض ریسک با تعیین صدک متناظر در سطح اطمینان مورد نظر تعیین می‌گردد (Linsmeier & Pearson, 1996). شبیه‌سازی مونت کارلو به خصوص در شرایطی که با کمبود داده جهت محاسبه ارزش در معرض ریسک مواجه‌ایم بسیار مفید است. همچنین این روش با تئوری حرکت تصادفی قیمت دارایی‌های مالی قابل انطباق است. لازم به ذکر است که فرآیند تولید داده و دستیابی به جوابهایی که در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است.

با گذشت دو دهه از معرفی ارزش در معرض ریسک به عنوان ابزار سنجش ریسک، مطالعات متعددی از کاربرد این ابزار صورت گرفته است، برای مثال از این ابزار در مدیریت ریسک نرخ ارز، ریسک عملیاتی بانک‌ها و ریسک تغییرات قیمت نفت استفاده شده است. در ادامه به برخی از پژوهشهای صورت گرفته اشاره خواهیم کرد.

در سال ۲۰۰۳، انگلبرچت[۱۴] در تحقیقی به پیاده‌سازی روشهای مختلف سنجش ارزش در معرض ریسک از جمله مدل واریانس-کواریانس، شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی مونت کارلو و مقایسه کارایی آنان بر روی سبدهایی از مشتقات و سواپ نرخ بهره پرداخت. این روشها با محاسبه ارزش در معرض ریسک در یک بازه دو ساله و مقایسه تخمین‌ها با زیانهای واقعی، مورد آزمون قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل نشان می‌دهد که به خصوص در سبدهای بزرگ استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو بهتر از سایر روشهای مورد آزمون می‌باشد (Engelbrecht, 2003).

تحقیق دیگری که در سال ۲۰۰۷، توسط بوهدالووا[۱۵] صورت گرفته است به محاسبه و مقایسه روشهای سنجش ارزش در معرض ریسک از جمله روش واریانس-کواریانس، شبیه‌سازی تاریخی و شبیه‌سازی مونت کارلو و بررسی نقاط قوت و ضعف این روشها پرداخته است. این روشها در سطوح اطمینان ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصد بر روی سبدهای فرضی اوراق قرضه دولتی با سررسید یک ماهه برآورد گردیده و مقادیر حاصل از آنها با هم مقایسه شده‌اند. نتایج نشان‌دهنده تفاوت قابل توجه مقادیر محاسبه شده از سه روش مختلف است (Bohdalová, 2007).

پژوهش دیگری که توسط عبد و بنیتو[۱۶] در سال ۲۰۰۹، به انجام رسیده است به محاسبه و مقایسه دامنه‌ی وسیعی از روشهای سنجش ارزش در معرض ریسک از جمله روشهای شبیه‌سازی تاریخی، شبیه‌سازی مونت کارلو، رویکرد مقدار فرین، روش میانگین متحرک نمایی و روش GARCH با استفاده از هشت شاخص سهام بازارهای بین‌المللی می‌پردازد و با مقایسه این روشها در نهایت مدل GARCH را به عنوان بهترین برآوردگر معرفی می‌کند (Abad & Benito, 2009).

در حوزه‌ی تحقیقات داخلی در سال ۱۳۸۹ فرید و همکاران در تحقیقی به محاسبه ارزش در معرض ریسک به کمک روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای چند سهم نمونه از بورس اوراق بهادار تهران پرداختند، همچنین سپس به کمک این مقادیر و استفاده از روشی ترکیبی حجم سرمایه-

گذاری در هر یک را مشخص نمودند (فرید, میر فخرالدینی, & رجبی پور میبدی, ۱۳۸۹). در همان سال نصرالهی و همکاران در تحقیقی به مقایسه دو مدلِ خودرگرسیونی واریانس ناهمسانی شرطی تعمیم یافته (GARCH) و شبیه‌سازی مونت کارلو در تخمین ارزش در معرض ریسک سبد ارز پرداختند. سپس نتایج حاصل را به کمک آزمون بازخورد نرخ شکست مورد مقایسه و ارزیابی قرار دادند. نتایج، عملکرد متفاوت دو مدل را به وضوح نشان می‌دهد)نصرالهی ,شاهویری & , امیری(1389 ,.

با توجه به جایگاه ارزش در معرض ریسک برای محاسبه ریسک‌های مالی و وجود روشهای متعدد اندازه‌گیری این معیار، که کاربرد آنها می‌تواند نتایج کاملا متفاوتی را در قیاس با هم ایجاد نماید، پژوهشی که به مقایسه عملکرد مدلهای ارائه شده در این زمینه اقدام نماید از اهمیت خاصی برخوردار است. مطالعه حاضر در تلاش است تا نقشی هر چند کوچک را به منظور گسترش ادبیات موضوع مورد بحث در داخل کشور ایفا نماید.

۳- روش‌شناسی پژوهش

در این قسمت به تشریح فرآیند شبیه‌سازی مونت کارلوی مد نظر (شبیه‌سازی مونت کارلو مبتنی بر فرآیند قدم زدن تصادفی و حرکت براونی) در تعیین ارزش در معرض ریسک خواهیم پرداخت و سپس روش سنجش عملکرد نسبی رویکردهایمورد مقایسه را معرفی می‌نماییم. در ادامه فرآیند سنجش ارزش در معرض ریسک بر اساس شبیه‌سازی مونت کارلو، در پنج گام تشریح شده است(Investopedia, 2012):

گام۱- تعیین افق زمانی t برای تحلیل حاضر و تقسیم آن به بازه‌های زمانی کوچکتر یعنی $dt = t/n$:

ابتدا بازه‌ی زمانی تحلیل را به n زیر بازه‌ی مساوی تقسیم می‌کنیم (حرکت براونی را در هر یک از این زیر بازه‌ها بررسی می‌کنیم). برای مثال، در محاسبه‌ی ارزش در معرض ریسک ماهانه که شامل ۲۰ روز معاملاتی است می‌توانیم فرض کنیم که:$n = 20$ روز و $\Delta t = 1$. به منظور محاسبه ارزش در معرض ریسک روزانه، ممکن است هر روز را به تعدادی دقیقه یا ثانیه تقسیم کنیم. تعیین n باید به گونه‌ای باشد که مطمئن شویم Δt به اندازه کافی برای تخمین قیمتهای پیوسته‌ی موجود در بازارهای مالی بزرگ است.

گام ۲- تولید اعداد تصادفی از یک مولد اعداد تصادفی و به روز کردن قیمت دارایی در انتهای فواصل زمانی:

در بسیاری موارد تولید اعداد تصادفی از توزیع تئوریک مشخصی تبعیت می‌کند. این می تواند ضعف روش مونت کارلو در قیاس با شبیه‌سازی تاریخی باشد که از توزیع تجربی بهره می برد. در این تحقیق، از مدل استاندارد حرکت براونی هندسی (GBM)، که در بخش پیشین به تشریح آن پرداختیم، استفاده خواهیم کرد.

گام ۳–گام ۲ را تا رسیدن به پایان افق تحلیل T با حرکت در طول N بازه‌ی زمانی تکرار کنید.

در گام بعد (برای $\delta t = 2$) عدد تصادفی دیگری تولید کرده و معادله‌ی(۰-۳)را جهت تعیین S_{i+2}از S_{i+1} به کار می گیریم. ما این فرایند را تا رسیدن به T و تعیین S_{i+N}تکرار می‌کنیم. به عنوان مثال برای حالت ماهانه (T برابر یک ماه) که n=20 است ، S_{i+20} معرف قیمت تخمینی سهم در انتهای بازه زمانی یک ماههاست.

گام ۴– تکرار گام ۲ و ۳ به تعداد زیاد، تا M مسیر مختلف برای حرکت سهم در طول زمان T بدست آید:

تا اینجا، ما یک مسیر را برای حرکت این سهم (از i تا i+20) تولید کرده‌ایم. در شبیه‌سازی مونت کارلو به تولید تعداد M مسیر احتمالی برای حرکت سهم از قیمت جاری (S_i) به قیمت نهایی تخمینی S_{i+N} می پردازیم. در واقع، مسیر واحدی برای حرکت سهم از S_iبه S_{i+N}وجود ندارد. بعلاوه S_{i+N}تنها یک مقدار احتمالی از میان بینهایت قیمت احتمالی در انتهای دوره است. در واقع برای سهمی که قیمت آن در یک مجموعه از اعداد مثبت تعریف می‌شود، بینهایت مسیر حرکت از S_iبه S_{i+N}وجود دارد.معمولا در شبیه سازی حداقل ۱۰۰۰ مسیر ممکن تولید می‌شود.

گام ۵– تمامی M قیمت نهایی را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، مقدار شبیه‌سازی شده‌ی متناظر با سطح اطمینان مورد نظر $(1-\alpha)\%$ را پیدا کرده و مقدار VaR متناظر را مشخص می‌کنیم، که تفاوت میان S_i و αامین کوچکترین قیمت نهایی است. فرض کنید که می خواهیم مقدار VaR را در سطح اطمینان ۹۹ درصد برآورد کنیم. به منظور دستیابی به نتیجه، ابتدا نیاز به رتبه‌بندی قیمتهای نهایی از کوچک به بزرگ داریم. سپس صدک ۱٪ را (از سمت کوچکترین اعداد) مشخص می‌کنیم. این مقدار نهایی تخمین زده شده ($S_{i+N}^{1\%}$) بدین معنی است که تنها ۱٪ شانس وجود دارد که قیمت جاری تحت شرایط عادی بازار و در طول دوره‌ی زمانی مورد نظر به $S_{i+N}^{1\%}$یا کمتر از آن برسد. اگر $S_{i+N}^{1\%}$کوچکتر از S_iباشد (که در بیشتر موارد اینگونه است)، سپس S_i - $S_{i+N}^{1\%}$بیانگر میزان زیان است. این مقدار بیانگر VaR در سطح اطمینان ۹۹٪ است.

در این پژوهش مدلهای متفاوتی را برای تخمین بازده یک قدمی در دنباله‌ی چپ سری زمانی بازده به کار برده‌ایم که شامل مدل واریانس کواریانس با فرض نرمال، شبیه‌سازی تاریخی، رویکرد شبیه‌سازی مونت کارلو مبتنی بر فرآیند قدم زدن تصادفی است. همچنین از رویکرد پنجره غلتان[۱۷]

با اندازه ۱۰۰۰استفاده کرده‌ایم. بدین معنی که پنجره اول از داده‌ی اول تا ۱۰۰۰ام می‌باشد و مدل از این داده‌ها برای تخمین و پیش‌بینی داده‌ی ۱۰۰۱ام استفاده می‌کند. در گام بعدی پنجره از داده‌ی دوم تا داده‌ی ۱۰۰۱ام ادامه می‌یابد و این داده‌ها برای پیش‌بینی داده‌ی ۱۰۰۲ام مورد استفاده قرار می‌گیرند. این فرآیند تا پیش‌بینی داده‌ی آخر ادامه می‌یابد.

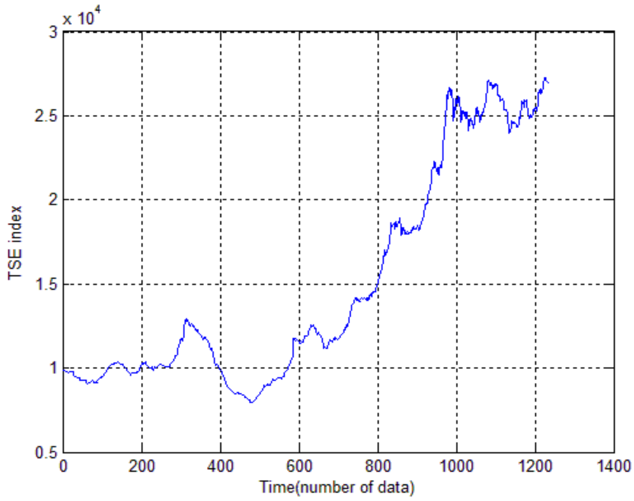
معیاری که در این پژوهش جهت سنجش عملکرد نسبی هر مدل مورد استفاده قرار می‌گیرد نسبت خطا[۱۸] است. این معیار در مقاله‌ی گنچی و سلچوک (۲۰۰۴) نیز مورد استفاده قرار گرفته است (Gency & Selcuk, 2004). یک خطا زمانی رخ می‌دهد که بازده حقیقی بزرگتر از بازده پیش‌بینی شده در روز مشخصی باشد. نسبت خطا به صورت تعداد کل خطاها تقسیم بر تعداد کل داده‌های پیش‌بینی شده حاصل می‌شود. توجه کنید که نسبت خطا در صدک qام درواقع همان (1-q) است. به عنوان مثال نسبت خطای انتظاری در صدک ۹۵٪ برابر با ۵٪ است. ما انتظار داریم که مدل صحیح دارای نسبت خطای برابر با ۵٪ در این صدک خاص باشد. اگر مقدار نسبت خطا زیاد باشد ریسک را کمتر برآورد کرده و در نتیجه کفایت سرمایه جهت مقابله با ریسک را کمتر برآورد می‌کنیم و اگر نسبت خطا کم باشد سرمایه بیشتری را برای مقابله با ریسک در نظر می‌گیریم که مشکلاتی از قبیل خواب سرمایه و چگونگی سرمایه‌گذاری عایدات این سرمایه به وجود می‌آید. بنابراین مطالب ما از سه نوع معیار نسبت خطا جهت مقایسه مدلها بهره برده‌ایم که در ادامه این معیارها تشریح خواهد شد.

در روش حداقل زیر برآورد[۱۹] در یک صدک معین، ما تنها به مدلهایی توجه می‌کنیم که بر طبق نسبت خطا، تخمین کمتری از ریسک را تولید کرده و این مدلها را بر اساس نزدیکی به مقدار انتظاری مرتب می‌کنیم. به عنوان مثال در سطح اطمینان ۹۵٪ اگر نسبتهای خطای تخمینی VaR در ۳ مدل برابر با ۵.۵٪، ۵.۳٪ و ۵.۱٪ باشد آنگاه مدلی که نسبت خطای ۵.۱٪ دارد به عنوان بهترین مدل انتخاب می‌شود.در روش حداقل بیش‌برآورد[۲۰]، تنها به مدلهایی توجه می‌کنیم که بر طبق نسبت خطای VaR در یک صدک مشخص، ریسک را بیشتر برآورد کرده‌اند و این مدلها را بر حسب نزدیکی به نسبت خطای انتظاری مرتب می‌کنیم. مثلا فرض کنید در نسبت خطای انتظاری ۵٪، نسبت خطای VaR در ۳ مدل متفاوت به ترتیب برابر با ۴.۵٪، ۳.۵٪ و ۱٪ شده است. مدلی که نسبت خطای ۴.۵٪ دارد به عنوان بهترین مدل انتخاب می‌شود چون کمترین بیش‌برآورد را دارا می‌باشد. نهایتا در یک رویکرد عمومی، در روش کمترین اختلاف[۲۱]، مدلی کهدر یک صدک معین نسبت خطای آن کمترین اختلاف را از نسبت خطای انتظاری دارا باشد به عنوان بهترین مدل انتخاب می‌شود. اینکه کدامیک از این معیارها اهمیت بیشتری داشته و اولویت دارد، بسته به اهداف

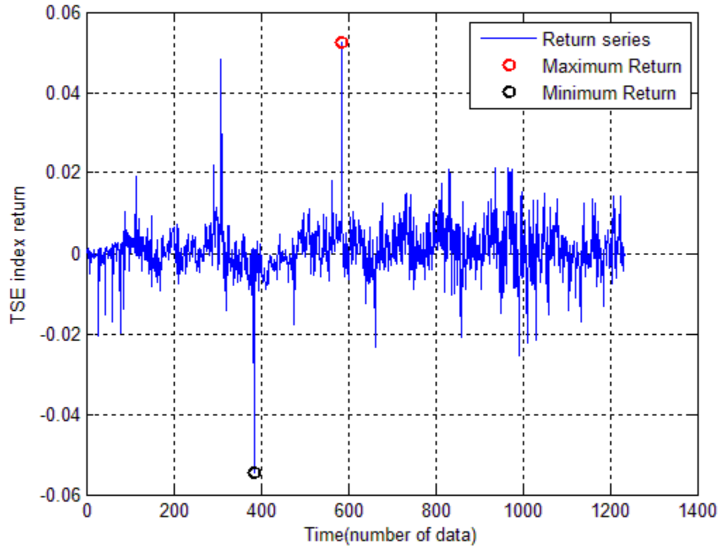
محاسبات و نظر کارشناسان متفاوت است. در بخش بعدی به پیاده‌سازی روش معرفی شده و مقایسه نتایج در بورس اوراق بهادار تهران خواهیم پرداخت.

۴- نتایج پژوهش حاصل از مطالعات موردی

در این پژوهش جهت پیاده‌سازی روش معرفی شده، از اطلاعات شاخص کل و پنج شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران (TSE) استفاده کرده‌ایم. این پنج شرکت از بین شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران که پذیرش آنها قبل از فروردین ۱۳۸۶ به ثبت رسیده و قابل معامله بوده‌اند به صورت تصادفی انتخاب و اطلاعات آنها به کمک نرم‌افزار "ره‌آورد نوین۳ " استخراج شده است، که شامل سری زمانی بازده‌ی روزانه از فروردین ماه ۱۳۸۶ تا فروردین ماه ۱۳۹۱ می‌باشند، این دوره تقریبا ۱۲۵۰ روز معاملاتی را در بر می‌گیرد.در شکل ۲تغییرات سطوح شاخص کل و در شکل ۳تغییرات بازده شاخص کل را در طول این دوره مشاهده می‌کنید.



شکل ۲. تغییرات سطوح شاخص کل TSE از فروردین ۸۶ تا فروردین ۹۱



شکل ۳. بازده روزانه شاخص TSE از فروردین ۸۶ تا فروردین ۹۱

همچنین ویژگی‌های آماری سری زمانی بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در بازه‌ی زمانی مذکور در جدول ۱آمده است.

جدول ۱. مشخصات آماری سری زمانی درصد بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

تعداد نمونه	میانگین (٪)	انحراف معیار (٪)	کشیدگی	چولگی	مینیمم (٪)	ماکسیمم (٪)
1250	0.0817	0.6359	14.7672	0.3260	-5.3	5.4

حداکثر و حداقل بازده روزانه در طول این دوره با توجه به شاخص کل TSE به ترتیب برابر با 5.4% و 5.3%- می‌باشد. میانگین بازده روزانه در این مدت برابر 0.0817% است که بر بازده سالانه‌ی 22.66% دلالت دارد (با فرض ۲۵۰ روز کاری در سال). همچنین انحراف استاندارد روزانه-0.64%، دلالت بر محیطی نوسان‌پذیر دارد. کشیدگی[۲۲]درصد بازدهی شاخص بورس اوراق بهادار تهران برابر است با 14.7672 که نشان می‌دهد توزیع بازده از توزیع نرمال فاصله زیادی دارد. همچنین در اینجا برای نشان دادن تفاوت میان توزیع تجربی و توزیع نرمال از آزمون JB[۲۳] استفاده کرده‌ایم. مقدار آماره آزمون JB به کشیدگی و چولگی توزیع بستگی دارد. در نتیجه این آزمون

مقدار آماره JB و مقدار P-value در سطح اطمینان ۹۹٪ به ترتیب برابر با 7.1471e+003 و 1.0000e-003 بدست می‌آید که به معنی رد فرض نرمال بودن توزیع تجربی است.

در این مطالعه برای محاسبه‌ی نسبت خطا، پنجره مشاهده (دوره مشاهده) را ۲۵۰ بار حرکت خواهیم داد، در نتیجه طول دوره‌ی مشاهده برای شاخص کل بورس اوراق بهادار شامل ۱۰۰۰ روز خواهد بود. این بدین معنی است که ۱۰۰۰مشاهده در دوره‌ی مشاهده برای تخمین VaR استفاده می‌شود و مشاهده‌ی بلافاصله بعد از آن به عنوان دوره‌ی آزمون برای ارزیابی عملکرد مدل استفاده خواهد شد. همچنین برای انجام محاسبات و پیاده‌سازی مدل از نرم‌افزار MATLAB 7.12و رایانه‌ای خانگی با پردازنده ۲ گیگاهرتز و حافظه رم یک گیگابایتی استفاده کرده‌ایم.

جهت اجرای فرآیند شبیه‌سازی مونت‌کارلو در تخمین ارزش در معرض ریسک روزانه، هر روز را به شش زیر بازه تقسیم می‌کنیم (n=6)، و شبیه‌سازی را برای تولید ۱۰۰۰ بازده تصادفی بر اساس داده‌های دوره مشاهده ادامه می‌دهیم. توجه کنید که انتخاب این پارامترها بر اساس تجربه محققان این تحقیق (جهت دستیابی به بهینه زمان اجرا و دقت مناسب) بوده است و بر اساس هدف اجرا قابل تغییرند.

مقادیر نسبتهای خطای محاسبه شده بر اساس روشهای شبیه‌سازی تاریخی (HS)، واریانس-کواریانس (VC) و شبیه‌سازی مونت کارلو (MCS) در سطح اطمینان ۹۵٪ ، ۹۷.۵٪ و ۹۹٪ را در جداول ۲ تا ۵ مشاهده می‌کنید. در

جدول ۲، معیار انتخاب بهترین جواب بر اساس نسبت خطا در روش حداقل زیر برآورد است. همانطور که مشاهده می‌کنید بر اساس این معیار رویکردهای واریانس-کواریانس و شبیه‌سازی تاریخی به نتایج بهتری دست یافتند. در جدول ۳، معیار انتخاب بهترین جواب بر اساس نسبت خطا در روش حداقل بیش برآورد است. همانطور که مشاهده می‌کنید بر اساس این معیار رویکرد شبیه‌سازی مونت کارلو به وضوح به نتایج بهتری رسیده است و در نهایت جدول ۴، مقایسه نتایج روشها بر اساس معیار کمترین اختلاف از نسبت خطا را نشان می‌دهد، که بازهم روش شبیه‌سازی مونت کارلو موفقیت بیشتری در محاسبه بهترین جواب دارا می‌باشد. این موضوع که کدام معیار نسبت به معیار دیگر اولویت دارد بسته به نظرات کارشناسان و اهداف کاربردی محاسبات متفاوت است.

جدول ۲. نسبت خطای روشهای محاسبه VaR در صدکهای متفاوت- معیار سنجش بهترین جواب: حداقل زیربرآورد

	نسبت خطای انتظاری ۵٪			نسبت خطای انتظاری ۲.۵٪			نسبت خطای انتظاری ۱٪		
	HS	VC	MCs	HS	VC	MCs	HS	VC	MCs
شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران	٪۸.۸	٪۷.۲	٪۴	٪۷.۲	٪۵.۶	٪۲.۴	٪۲	٪۳.۲	۰
شرکت ملی مس	٪۴.۸	٪۴.۴	٪۴.۲	٪۴.۴	٪۳.۲	٪۲.۸	٪۳.۲	٪۰.۴	٪۰.۴
پتروشیمی خارک	٪۲.۴	٪۲.۸	٪۳.۲	٪۲.۴	٪۱.۶	٪۲	٪۱.۶	٪۰.۴	٪۰.۴
سرمایه‌گذاری ساختمان ایران	٪۱۲.۴	٪۱۱.۶	٪۰.۴	٪۷.۶	٪۶.۴	۰	٪۲.۴	۰	۰
ایران ترانسفو	٪۱۷.۶	٪۱۷.۶	٪۱.۲	٪۱۲.۸	٪۶	٪۰.۸	٪۷.۲	٪۰.۴	٪۰.۸
معدنی و صنعتی گل گهر	٪۴.۸	٪۴.۸	٪۴.۴	٪۴.۸	٪۲.۸	٪۲.۴	٪۲.۸	٪۰.۴	٪۰.۴

جدول ۳. نسبت خطای روشهای محاسبه VaR در صدک‌های متفاوت- معیار سنجش بهترین جواب: حداقل بیش برآورد

	نسبت خطای انتظاری ۵٪			نسبت خطای انتظاری ۲.۵٪			نسبت خطای انتظاری ۱٪		
	HS	VC	MCs	HS	VC	MCs	HS	VC	MCs
شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران	٪۸.۸	٪۷.۲	٪۴	٪۷.۲	٪۵.۶	٪۲.۴	٪۲	٪۳.۲	۰
شرکت ملی مس	٪۴.۸	٪۴.۴	٪۴.۲	٪۴.۴	٪۳.۲	٪۲.۸	٪۳.۲	٪۰.۴	٪۰.۴
پتروشیمی خارک	٪۲.۴	٪۲.۸	٪۳.۲	٪۲.۴	٪۱.۶	٪۲	٪۱.۶	٪۰.۴	٪۰.۴
سرمایه‌گذاری ساختمان ایران	٪۱۲.۴	٪۱۱.۶	٪۰.۴	٪۷.۶	٪۶.۴	۰	٪۲.۴	۰	۰
ایران ترانسفو	٪۱۷.۶	٪۱۷.۶	٪۱.۲	٪۱۲.۸	٪۶	٪۰.۸	٪۷.۲	٪۰.۴	٪۰.۸
معدنی و صنعتی گل گهر	٪۴.۸	٪۴.۸	٪۴.۴	٪۴.۸	٪۲.۸	٪۲.۴	٪۲.۸	٪۰.۴	٪۰.۴

جدول ۴. نسبت خطای روشهای محاسبه VaR در صدک‌های متفاوت- معیار سنجش بهترین جواب: کمترین اختلاف

	نسبت خطای انتظاری ۵٪			نسبت خطای انتظاری ۲.۵٪			نسبت خطای انتظاری ۱٪		
	HS	VC	MCs	HS	VC	MCs	HS	VC	MCs
شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران	٪۸.۸	٪۷.۲	٪۴	٪۷.۲	٪۵.۶	٪۲.۴	٪۲	٪۳.۲	۰
شرکت ملی مس	٪۴.۸	٪۴.۴	٪۴.۲	٪۴.۴	٪۳.۲	٪۲.۸	٪۳.۲	٪۰.۴	٪۰.۴
پتروشیمی خارک	٪۲.۴	٪۲.۸	٪۳.۲	٪۲.۴	٪۱.۶	٪۲	٪۱.۶	٪۰.۴	٪۰.۴
سرمایه‌گذاری ساختمان ایران	٪۱۲.۴	٪۱۱.۶	٪۰.۴	٪۷.۶	٪۶.۴	۰	٪۲.۴	۰	۰
ایران ترانسفو	٪۱۷.۶	٪۱۷.۶	٪۱.۲	٪۱۲.۸	٪۶	٪۰.۸	٪۷.۲	٪۰.۴	٪۰.۸
معدنی و صنعتی گل گهر	٪۴.۸	٪۴.۸	٪۴.۴	٪۴.۸	٪۲.۸	٪۲.۴	٪۲.۸	٪۰.۴	٪۰.۴

۶- نتیجه‌گیری و بحث

طی دو دهه اخیر و پس از مورد توجه قرار گرفتن مدیریت ریسکِ سبدهای مشتمل بر دارایی-های مالی، معیار سنجش ریسک مبتنی بر احتمال که از آن تحت عنوان ارزش در معرض ریسک یاد می‌شود، اهمیت بسزایی یافت. در همین راستا، محققان با در نظر گرفتن فروضی متفاوت، روشهای گوناگونی را جهت اندازه‌گیری این معیار ارائه نمودند. روش شبیه‌سازی تاریخی و واریانس-کواریانس از رایج‌ترین روشهای سنجش ارزش در معرض ریسک هستند که با ایراداتی همچون متکی بودن بر داده‌های محدود گذشته و یا فرض نرمال بودن داده‌ها مواجه‌اند. یکی از بهترین رویکردهایی که جهت رفع این مشکلات پیشنهاد شده است روش شبیه‌سازی مونت کارلو می‌باشد که به خصوص در شرایطی که با کمبود داده جهت محاسبه ارزش در معرض ریسک مواجه‌ایم بسیار مفید است. همچنین این روش با تئوری حرکت تصادفی قیمت دارایی‌های مالی قابل انطباق است.

در این مطالعه روشهای شبیه‌سازی تاریخی، واریانس-کواریانس و مونت کارلو در سنجش ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران و پنج سهم نمونه از این بازار مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که بسته به انتخاب معیار مقایسه و صدک مورد مطالعه، بهترین روش دستیابی به جواب متفاوت است ولی با صرفنظر از معیار حداقل زیربرآورد می‌توان گفت که شبیه-سازی مونت کارلو روشی قابل اتکا در سنجش ارزش در معرض ریسک خصوصا در سطوح اطمینان بالا بوده و صلاحیت بیشتری در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک دارایی‌های مورد مطالعه دارد.

فهرست منابع

* پرهام, غ. (۱۳۸۹). فرآیندهای تصادفی. اهواز: دانشگاه شهید چمران
* شرکت ماتریس تحلیلگران سیستم های پیچیده. (۱۳۸۸). ریسک بازار، رویکرد ارزش در معرض خطر، چاپ اوّل. تهران: انتشارات آتی نگر.
* فرید, د., میر فخرالدینی, س., & رجبی پور میبدی, ع. ،. (۱۳۸۹). کاربست VaR و انتخاب پرتفوی بهینه با استفاده از تکنیک شبیهساز مونت کارلو (MCS) در بورس اوراق بهادار تهران. مجله دانش و توسعه، سال هجدهم، شماره ۳۱.
* نصرالهی, ز., شاهویری, م., & امیری, م. (۱۳۸۹). مقایسه مدل خودرگرسیونی واریانس ناهمسانی شرطی تعمیم یافته و شبیه سازی مونت کارلو برای تخمین ارزش در معرض ریسک پورتفولیوی ارز. فصلنامه پژوهشهای اقتصادی، سال دهم، شماره سوم, ۱۱۷-۱۴۱.

* A Assaf (2009), Extreme observations and risk assessment in the equity markets of MENA region: tail measures and Value-at-Risk .international review of financial analysis 109-116
* A Maghyereh .H Al-Zoubi (2006), Value-at-Risk under extreme values: the relative performance in MENA emerging stock markets .international journal of managerial finance, 154-172
* A. A Balkema .L de Haan (1974) (Residual lifetime at great age .Annals of Probability, (792-804)
* A. A Balkema L. de Haan (1974) Residual life time at great age .Annals of Probability, (792-804)
* A.J McNeil R Frey, (2000) Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: an Extreme Value Approach .Journal of Empirical Finance, 271-300
* B. B Mandelbrot, (2001) Scaling in financial prices: IV, Multifractal concentration . Quantitative Finance, 641-649
* B. V Gnedenko, (1943) Sur la distribution limite du terme d'une serie aleatoire . Annals of Mathematics, 44
* B.M Hill (1975) A simple general approach to inference about the tail of a distribution .Annals Statistics, 3
* Basel Committee .(1996) Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks .Basel Committee on Banking Supervision, Basel: Bank for International Settlements.
* D Duffie J Pan (1997) An overview of value at risk .Journal of Derivatives, 4
* G i Barone-Ades و .G Kostas, (2000) Non-parametric VaR techniques .Myths and Realities Working paper.
* H Sinaei E Mahmoudi, (2005) Effect of the News about Stock Split and Stock Dividend on Stock Price in Tehran Security Exchange . The Iranian Accounting and Auditing Review. Volume: 12, Issue: 1 (in Persian. (
* H Zhu .Y Wang .K Wang و .Y Chen, (2011) Particle Swarm Optimization (PSO) for the constrained portfolio optimization problem .Expert Systems with Applications,38
* H. N. E Bystrom, (2004) Managing extreme risks in tranquil and volatile markets using conditional extreme value theory .International Review of Financial Analysis, 13
* Investopedia, (2012) Monte Carlo Simulation With GBM Investopedia: http://www.investopedia.com/articles/07/montecarlo.asp#axzz29ZyY8opH
* J C Hull (2009) Options, Futures, and Other derivatives, 7th Edition .University of Torento.

* J Danielsson ،C. G de Vries, (1997) b .(Tail index and quantile estimation with high frequency data .Journal of Empirical Finance , 4, 241-257
* J Danielsson ،C. G de Vries (1997) Value-at-risk and extreme returns .Working paper, London School of Economics.
* J Kennedy ،R Eberhart .(1995) Particle swarm optimization .IEEE International Conference on Neural Networks – Conference Proceedings, Vol. 4
* J Pickands (1975) .Statistical inference using extreme order statistics .Annals of Statistics, 3,119-131.
* John Holland (1975) .Adaption in Natural and Artificial Systems .University of Michigan Press.
* L.C Evans (2006) .An introduction to stochastic differential equations .Department of Mathematics, UC Berkeley.
* M Bohdalová (2007) A Comparison of Value-at-Risk Methods for Measurement of the Financial Risk .E-Leader, Prague, 1-6.
* M Gilli ،E Kellezi (2006) .An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk .Computational Economics, 1-23
* M Tasi ،L Chen (2011) The Calculation of Capital Requirement Using Extreme Value Theory .Economic Modeling, 390-395
* M. M. Dacorogna ،R. Gencay ،U. A. Muller ،R. B. Olsen ،O. V. Pictet (2001) An introduction to high-frequency finance .San Diego: Academic Press.
* Mark Manfredo ،Raymond Leuthold (2001) Value-at-Risk Analysis: A Review and the Potential for Agricultural Applications .Review of Agricultural Economics, 21, 99-110
* P Abad S Benito (2009) A Detailed Comparison of Value at Risk in International Stock Exchanges .Fundación De Las Cajas De Ahorros, Documento De Trabajo (452, 1-45
* P Chen Lin ،P Chang Ko (2009) .Portfolio value-at-risk forecasting with GA-based extreme value theory .Expert Systems with Applications,36, 2503-2512
* P Glasserman ،P Heidelberger ،P Shahbuddin. (2000) Efficient Monte Carlo Methods for Value-at-Risk .Computer Science/Mathematics (RC 21723 (97823.
* P Jorion (2003) Financial Risk Manager Handbook, second edition .Canada: John Wiley & Sons, Inc.
* P Jorion (2007) Value at Risk – the New Benchmark for Managing Financial Risk, 3rd Edition .The McGraw-Hill Companies, Inc.
* Philipe Jorion (2002) How Informative Are Value-at-Risk Disclosures ?The Accounting Review, 77, 911-931

* Philippe Jorion (2001) Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk .New York :NY: McGraw–Hill.
* R Engelbrecht (2003) A Comparison of Value-at-Risk Methods for Portfolios Consisting of Interest Rate Swaps and FRAs .Master Thesis, University of the Witwatersrand
* R Gency .F Selcuk .A Ulugulyagci (2003) EVIM: A Software Package for Extreme Value Analysis in MATLAB .Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics.
* R Gency F Selcuk (2004) extreme value theory and value-at-risk: relative performance in emerging markets .international journal of forecasting, 287-303
* R. A Fisher, L. H Tippett (1928) Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample .Proceeding of Cambridge Philosophical Society, 24, 180-190
* R.E. Perez K Behdinan (2007) Particle swarm approach for structural design optimization .Computers and Structures, vol. 85, 1579-1588
* S Manganelli و .R. F Engle (2001) Value at risk models in finance .Working paper, European Central Bank.
* Sh.M Ross (1983) Stochastic Processes .John Wily & Sons.
* T Linsmeier Neil Pearson (2000) Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk .Financial Analysts Journal, 56, 47-67
* T. J Chang .N Meade .J. E Beasley .Y. M Sharaiha (2000) Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation .Computers & Operations research, 27, 1271-1302
* T. J Linsmeier, N. D Pearson (1996) Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk .Working Paper, University of Illinois at Urbana- Champaign.
* wikipedia (2012) Monte Carlo methods in finance Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_methods_in_finance
* wikipedia (2012) b .(Random walk Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Random_walk
* Y. Shi R.C Eberhart. (1998) Parameter selection in particle swarm optimization: Evolutionary Programming VII .San Diego, CA/Berlin: Springer, 591-600

یادداشت‌ها

1.Value at Risk (VaR)
2. Bank for International Settlements
3.Variance-covariance
4.Historical simulation (HS)
5Brownian motion

[6] Geometric Brownian motion (GBM)
[7]Markov process
[8] Random Walk
[۹]به زبان ساده یک فرآیند قدم زدن تصادفی فرمولی ریاضی از مسیری شامل گامهای تصادفی پی در پی می‌باشد (wikipedia, 2012b)

[10] Efficient Market hypothesis
[11] Wiener Process
[12]Drift
[13]Shock
[14]Engelbrecht
[15]Bohdalová
[16]Abad and Benito
[17]Moving window
[18]Violation ratio
[19]Least underestimation
[20] Least overestimation
[21]Least distance
[22] kurtosis
[23]Jarque-Bera test