مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره بیست و پنجم / زمستان ۱۳۹٤

برآورد ارزش در معرض خطر فلزات اساسی با استفاده از رویکرد گارچ چند متغیره

ابراهیم عباسی[۱]
فاطمه صادقی[۲]

تاریخ دریافت: ۹۴/۱/۲۵ تاریخ پذیرش: ۹۴/۵/۸

چکیده

در این پژوهش به محاسبه ارزش در معرض ریسک (VaR) سبدی از ۴ فلز اساسی بورس لندن شامل روی، سرب، مس و آلومینیوم پرداخته می‌شود که در بازه‌ی زمانی ده سال از ۲ ژانویه ۲۰۰۳ الی ۱۹ ژانویه ۲۰۱۳ (۱۲ دی ۱۳۸۱ الی ۳۰ دی ۱۳۹۱) شامل ۲۷۰۴ مشاهده می‌باشد که از سایت بورس لندن گرفته شده است. به دلیل فقدان داده‌های مناسب و کافی جهت بررسی فلزات در بورس کالای ایران، از داده‌های معادل در بورس فلزات لندن (LME) استفاده شد. علت این جایگزینی، ارتباط مستقیم قیمت این فلزات در بورس کالای ایران با بورس فلزات لندن می‌باشد. به عنوان نمونه:

(قیمت دلار اتاق ارز)*1.07*(100+ قیمت آلومینیوم در LME) = قیمت آلومینیوم در بورس کالای ایران

(قیمت دلار اتاق ارز)*1.1*(360+ قیمت مس درLME) = قیمت مس در بورس کالای ایران

به همین منظور برای تخمین ماتریس کواریانس شرطی از سه مدل گارچ چندمتغیره پارامتریک یعنی VECH، BEKK و CCC با دو فرض نرمال بودن توزیع بازده دارایی‌ها و دارا بودن توزیع t استیودنت برای آن‌ها استفاده می‌شود. سپس سبد فلزات را یکبار با اوزان بهینه و بار دیگر با اوزان مساوی تشکیل داده و ارزش در معرض ریسک آن‌ها محاسبه و با هم مقایسه شده‌اند. در پایان نیز از طریق آزمون پس‌نگر مبتنی بر تابع زیان و آزمون نسبت شکست‌های احتمالی کوپیک، دقت مدل‌های VaR بررسی شد. نتایج نشان می‌دهد که انتخاب سطوح اطمینان مختلف و اوزان متفاوت بر نتایج محاسبات ارزش در معرض ریسک تأثیرگذار است. همچنین با استفاده از آزمون پس‌نگر مبتنی بر تابع زیان با اوزان بهینه مدل VECH و با اوزان مساوی مدل BEKK دقت بیشتری دارند و با استفاده از آزمون نسبت شکست‌های احتمالی کوپیک با اوزان بهینه مدل CCC و با اوزان مساوی مدل BEKK و VECH دارای دقت بیشتری هستند.

واژه‌های کلیدی: آزمون پس‌نگر، نسبت شکست‌های احتمالی کوپیک، محاسبه ریسک، ماتریس کواریانس شرطی.

۱- دانشیار و عضو هیئت علمی دانشگاه الزهرا Abbasiebrahim2000@yahoo.com
۲- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مدیریت مالی دانشگاه الزهرا fatima.sadeghy@gmail.com

۱- مقدمه

پیش‌بینی تلاطم یکی از مهم‌ترین موضوعات مورد مطالعهٔ در بازارهای مالی دنیا است. تلاطم به عنوان یک عامل مؤثر در تعیین ریسک سرمایه‌گذاری، می‌تواند نقش مهمی در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذاران ایفا کند. مدیریت ریسک در واقع فرایندی است که تلاش می‌کند تا ریسک موردنظر سرمایه‌گذاران را با توجه به بازده مورد انتظارشان فراهم کرده و آن را در مسیری درست قرار دهد. امروزه، مدیریت ریسک لزوماً معادل کاهش ریسک نبوده و هدف از مدیریت ریسک، پرهیز از ریسک نیست بلکه در این نوع مدیریت، بیشتر به جست‌وجوی فرصت‌ها پرداخته می‌شود. به‌دلیل توسعه بازارهای مالی، معرفی ابزار نوین مالی و تجارب به‌دست آمده از بحران‌های بزرگ مالی که منجر به ورشکستگی و زیان قابل توجه نهادهای گوناگون شده‌اند، نیاز به معرفی مدل‌های جدید محاسبه، پیش‌بینی و مدیریت ریسک، با شدت بیشتری احساس می‌شود. یکی از شاخص‌هایی که در سال‌های اخیر در زمینه مدیریت و اندازه‌گیری درجه ریسک مورد توجه و کاربردی است شاخص ارزش در معرض ریسک (VaR[1]) است. ارزش در معرض ریسک در مورد دارایی‌هایی همچون سبد ارزی، سبد سهام، طلا و جواهر و معاملات روزانه نفت کاربرد دارد که دارای تغییرات و نوسانات سریع و روزانه هستند. بسیاری از شرکت‌ها، مایل هستند نسبت به میزان ریسک موجود در سرمایه‌گذاری‌ها در فلزات اساسی مطلع باشند. ارزش در معرض ریسک که سرمایه در معرض ریسک نیز نامیده می‌شود به عنوان یک معیار آماری، حداکثر زیان مورد انتظار از نگهداری یک دارایی یا سبد را در یک دوره زمانی مشخص و با سطح اطمینان معلوم محاسبه و به صورت کمی گزارش می‌کند. به عبارت دیگر ارزش در معرض ریسک مبلغی از ارزش سبد یا دارایی را مشخص می‌کند که انتظار می‌رود ظرف یک دوره زمانی مشخص و با میزان احتمال معین از دست برود. هدف اصلی این تحقیق، محاسبه‌ی ارزش در معرض ریسک سبدی از چهار فلز از بورس فلزات لندن با استفاده از مدل GARCH چند متغیره است که در آن از سه مدل تصریح واریانس استفاده شده است.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

ریاضیات VaR عموماً توسط تئوری پرتفوی هری مارکویتز[2] گسترش داده شد. تمرکز بر ریسک بازار و تأثیر حرکات همزمان این ریسک‌ها اساس چگونگی محاسبه VaR محسوب می‌شد. امروزه سبد شرکت‌های سرمایه‌گذاری و بانک‌های تجاری، بزرگ‌تر و پرنوسان‌تر می‌شود و نیاز به ارزیابی ریسک پیچیده‌تر و به هنگام‌تر احساس می‌شود. در سال ۱۹۸۶ ارزش در معرض ریسک معیاری برای سبد شرکت‌های با درآمد ثابت ایجاد کرد که بر مبنای حد بالای کواریانس بازده اوراق قرضه با سررسیدهای متفاوت بود. نزدیک به

سال ۱۹۹۰، برخی شرکت‌های مالی خدماتی، معیار ابتدایی از ارزش در معرض ریسک با واریانس عریض‌تر ارائه دادند. بعد از بحران‌های متعدد که در نتیجه استفاده از اهرم‌ها و مشتقات در سال‌های ۱۹۹۳ تا ۱۹۹۵ اتفاق افتاد، شرکت‌ها نیاز مبرم به یک معیار جامع ارزیابی ریسک پیدا کردند. در سال ۱۹۹۵ دستیابی عمومی به داده‌ها را بر مبنای واریانس و کواریانس اوراق بهادار مختلف و دارایی‌های متفاوت فراهم شد. این خدمات، ریسک‌متریک نامیده شدند و اصطلاح ارزش در معرض ریسک برای تشریح ارزیابی مورد استفاده قرار گرفت. تحقیقات نظری مربوط با ارزش در معرض ریسک به عنوان معیار ارزیابی ریسک، توسط جوریون[۳] مطرح شد که از VaR برای مدیریت ریسک به عنوان استاندارد صنعت استفاده کرد. تحقیقات حاضر روی محاسبه VaR با استفاده از روش‌های مختلف محاسبه تا مدل‌های متفاوت، تمرکز دارند. اولین طبقه‌بندی روش‌های محاسبه VaR، سه روش سنتی شبیه‌سازی تاریخی، مونت‌کارلو و واریانس_کواریانس را بیان می‌کند. مشکلات محاسبه در این زمینه وقتی بروز می‌کند که تعداد دارایی‌ها در سبد افزایش یابد. مدل سنتی محاسبه ارزش در معرض ریسک، مبتنی بر نرمال بودن توزیع بازده و وجود رابطه خطی بین عوامل بودند. در حالی‌که در دنیای واقعی چنین شرایطی کمتر اتفاق می‌افتد. بنابراین در شرایطی که ما با توزیع غیرنرمال یا رابطه غیرخطی روبرو باشیم، کاربرد این روش‌ها نتایج نادرستی حاصل می‌کنند. اما مدل GARCH با غلبه بر این موانع معیار مناسبی برای تخمین ارزش در معرض ریسک می‌باشد.[11]

انگل مدل همبستگی پویای شرطی (DCC) را ارائه داد، وی همبستگی بین شاخص میانگین صنایع داوجونز و شاخص ترکیبی نزدک برای ۱۰ سال داده‌های روزانه و نیز همبستگی بین سهام و اوراق قرضه و نرخ ارز را محاسبه کرد. وی مدل‌های اسکالر بک[۴] ، دیاگ بک[۵]، دی سی سی ایما(DCC IMA)[۶]، دی سی سی ال ال آی ان تی (DCC LL INT)[۷]، دی سی سی ال ال ام آر (DCC LL MR)[۸]، ام آی ۱۰۰ (MA100)[۹] ، اوقارچ (OGARCH)[۱۰] را مورد مقایسه قرار داد. هدف یافتن مدل ویژه‌ای بود که بتواند ماتریس‌های بزرگ کواریانس را تخمین بزند. انگل دریافت که ویژگی خاص مدل‌های DCC این است که در پیش بینی نوسان با مدل‌های یک متغیره و چند متغیره با یکدیگر سازگارند. یعنی هنگامی که یک متغیر جدید به سیستم اضافه می‌شود پیش‌بینی نوسان دارایی‌ها تغییر نخواهد کرد و همبستگی‌ها ثابت خواهد ماند [10] .کاربردهای دیگر MGARCH، محاسبه نرخ پوشش ریسک سری زمانی می‌باشد. به صورت تجربی، نرخ پوشش ریسک ثابت بوسیله OLS مثل شیب رگرسیون بازده نقدی روی بازده‌های آتی تخمین زده شده-است، زیرا این برابر است با تخمین نرخ کواریانس نقدی و آتی بیشتر از واریانس آتی. چون مدل MGARCH دومتغیره برای بازده‌های نقدی و آتی مستقیما ماتریس واریانس-کواریانس شرطی خودشان را مشخص می-کنند، نرخ پوشش ریسک می‌تواند با نتیجه جنبی تخمین و بوسیله مشاهدات جدید که در دسترس هستند بروز درآیند [17]. لدوئیت و دیگران، شیوه جدیدی برای تخمین ماتریس کواریانس وابسته به زمان در چارچوب Diagonal –vech که حالتی از مدل GARCH(1,1) چند متغیره است، ارائه دادند. این مدل برای مشکلاتی از قبیل وجود مقیاس‌های بزرگ، ایجاد ماتریس کواریانس شرطی نیمه معین مثبت و عدم تحمیل محدودیت‌های غیرواقعی، از نظر محاسباتی آسان است. آن‌ها مدلشان را با دو مدل GARCH(1,1) سنتی

دیگر شامل مدل همبستگی ثابت شرطی و مدل BEKK دیاگونال مقایسه کردند. آن‌ها دریافتند که در زمینه معیارهایی چون صحت پیش‌بینی، وجود پسماندهای استاندارد شده، تخمین ارزش در معرض ریسک، انتخاب سبد و روش GARCH چندمتغیره منعطف عملکرد بهتری دارد. آنها بسط GARCH(1.1) نامتقارن را برای تحقیقات آتی پیشنهاد دادند.[13]

لی و دیگران (۲۰۰۶)، در پژوهشی که روی VaR شاخص‌های روزانه سهام آمریکا، اروپا، ژاپن، آلمان، فرانسه، کانادا و ایتالیا انجام دادند به این نتیجه رسیدند که در مقایسه روش‌های مختلف محاسبه در بین مدل‌های پذیرفته شده، مدل DCC-GARCH(1.1)-t می‌تواند به عنوان بهترین مدل در ارزیابی VaR در نظر گرفته شود و مدل DCC-GARCH(1.1) در مرتبه دوم قرار می‌گیرد، در حالی که میانگین متحرک ساده۱۱(SMA)، بدترین مدل است. انگیزه اولیه این تحقیق این است که همبستگی بین دارایی‌ها در طول زمان ثابت نیست.[14]

لی و بین (۲۰۰۸) ، برای تعیین بهترین مدل در برآورد VaR، ۹۹ درصد و ۹۹,۵ درصد پرتفوی بازار سهام کره، مدل‌های مختلفی را از نظر صحت پیش‌بینی و استقلال وقایع بررسی نمودند. آنها ۵ مدل یک متغیره شامل میانگین متحرک ساده(SMA) ، میانگین متحرک موزون نمایی ۱۲(EWMA)، مدل GARCH با توزیع نرمال، مدل GARCH با توزیع مدل های t و مدل شبیه‌سازی تاریخی (HS) و سه مدل چند متغیره شامل مدل همبستگی ثابت شرطی (CCC)، مدل همبستگی پویای شرطی (DCC) و مدل GARCH اورتوگونال (O-GARCH) را مورد مقایسه قرار دادند. آن‌ها دریافتند که عملکرد کلی مدل‌های چند متغیره در ارزیابی VaR سبدی بهتر از مدل‌های یک متغیره است[15]. تز و تسو (2002)، دو مدل GARCH چندمتغیره با همبستگی وابسته به زمان ارائه دادند (VC-MGARCH۱۳ و CC-MGARCH۱۴). آن‌ها بیان کردند که ماتریس همبستگی شرطی از نوعی میانگین متحرک خودرگرسیو قابل قیاس پیروی می‌کند. آن‌ها نشان دادند که همبستگی شرطی بین دارایی‌های یک سبد ثابت نیست. بنابراین مدل MGARCH با همبستگی ثابت در این شرایط کافی نخواهد بود و بسط این‌گونه مدل‌ها ضروری است. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که مدل VC-MGARCH در مقایسه با مدل CC-MGARCH عملکرد بهتری دارد [18]. پیکارجو ابتدا ارزش در معرض ریسک با استفاده از مدل‌های ARMA و GARCH محاسبه و مشخص کرد که شرکت در شرایط مناسبی قرار داشته و ریسک غیرمتعارفی آن را تهدید نخواهد کرد [1]. در تحقیقی که فلاح شمس انجام داد سعی گردید که کارایی مدل‌های ریسک‌سنجی شرکت جی. پی. مورگان و مدل اقتصاد-سنجی GARCH جهت تخمین ارزش در معرض ریسک (VaR) در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نوسانات شاخص کل مورد بررسی قرار گیرد. با انجام آزمون شکست‌های احتمالی کوپیک، در سطح اطمینان 95٪ و 99٪، مشخص گردید که کارایی مدل‌های اقتصادسنجی GARCH و ریسک‌سنجی تفاوت معنی‌داری نداشته و هر دو مدل از کارایی مناسبی برای پیش‌بینی ریسک بازار برخوردار می‌باشند [3].

محمدی و دیگران چندین مدل GARCH را در پیش‌بینی مقادیر ارزش در معرض ریسک، در مورد دو سبد متشکل از شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران، مورد بررسی قرار دادند. نتایج به دست آمده نشان می-

دهد که اول اینکه پیش‌بینی مقادیر ارزش در معرض ریسک یک روزه و ده روزه با استفاده از توزیع‌های لپتوکرتیک از دقت و عملکرد بالاتری برخوردار می‌باشند. دوم اینکه انتخاب حجم‌های نمونه‌ای متفاوت بر تعداد و نتایج مدل‌هایی که ارزش در معرض ریسک را به درستی تخمین می‌زنند تأثیرگذار است [5].

۳- فرضیه پژوهش

با استفاده از مدل GARCH چند متغیره، می‌توان ارزش در معرض ریسک پرتفویی از فلزات اساسی را برآورد کرد.

۴- روش‌شناسی پژوهش

در این پژوهش از مدل‌های CCC–GARCH، VECH-GARCH و BEKK-GARCH بر روی دو توزیع نرمال و t استیودنت برای محاسبه ارزش در معرض ریسک شرطی پارامتریک سبدی از ۴ فلز از فلزات اساسی بورس لندن استفاده شده است. داده‌ها، حاوی قیمت‌های روزانه ۴ فلز اساسی بورس لندن شامل روی، سرب، مس و آلومینیوم در بازه‌ی زمانی ده سال از ۲ ژانویه ۲۰۰۳ الی ۱۹ ژانویه ۲۰۱۳ (۱۲ دی ۱۳۸۱ الی ۳۰ دی ۱۳۹۱) شامل ۲۷۰۴ مشاهده می‌باشد که از سایت بورس لندن گرفته شده است. سپس با استفاده از آزمون پس‌نگر مبتنی بر تابع زیان و آزمون نسبت شکست‌های احتمالی کوپیک دقت مدل‌ها مورد بررسی قرار گرفتند. ضمن آنکه برای تشکیل سبد از دو سری اوزان، یکی اوزان بهینه و دیگری اوزان مساوی استفاده شده است. برای بدست آوردن اوزان بهینه نرم‌افزار MATLAB و جهت محاسبه ماتریس‌های واریانس شرطی نرم‌افزار e-views به کار رفته است.

۴-۱- مدل ناهمسانی واریانس شرطی(ARCH[۱۵])

ممکن است واریانس شرطی در طول زمان ثابت نبوده و تغیر کند. مثلاً از متغیرهای توضیحی معادله رگرسیونی پیش‌بینی متغیر تبعیت کند. این امر که در ادبیات اقتصادسنجی به واریانس ناهمسانی شهرت دارد در سال ۱۹۸۲ توسط رابرت انگل[۱۶] مورد تحلیل قرار گرفت و بر این اساس مدل‌هایARCH معرفی شدند.[7] برای درک روش انگل باید توجه داشت که پیش‌بینی شرطی بر پیش‌بینی غیرشرطی ارجحیت دارد. به منظور تخمین، مدل ARMA مانایی را $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ فرض می‌کنیم و می‌خواهیم y_{t+1} را پیش‌بینی کنیم. به طور مشابه اگر واریانس$\{\varepsilon_t\}$ ثابت نباشد، می‌توان برای تخمین حرکات ماندگار واریانس از مدل ARMA استفاده کرد. برای مثال اگر$\{\hat{\varepsilon}_t\}$ پسماندهای مدل $y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ باشد، آنگاه واریانس شرطی y_{t+1} عبارت است از:

$$(\varepsilon_{t+1})^2 = E_t\,[(y_{t+1} - a_0 - a_1 y_t)^2]\ E_t = VaR(y_{t-1}|y_t) \qquad \text{معادله (۱)}$$

بنابراین $E_t\varepsilon_{t+1}^2$ برابر با σ^2 است. اکنون فرض می‌کنیم که واریانس شرطی ثابت نیست. استراتژی ساده برای این کار مدل‌سازی واریانس شرطی در یک فرایند AR(q) با استفاده از مربع پسماندهاست:

$$\hat{\varepsilon}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \alpha_2\hat{\varepsilon}_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q\hat{\varepsilon}_{t-q}^2 + \upsilon_t \qquad \text{(۲) معادله}$$

υ_t یک فرایند نوفه سفید است.

اگر تمام مقادیر $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ برابر با صفر باشد واریانس ثابت و برابر با α_1خواهد بود. از طرفی واریانس شرطی y_t مطابق با فرایند خودرگرسیو در معادله فوق است. بنابراین می‌توان از این معادله برای پیش‌بینی واریانس شرطی در زمان t+1 استفاده کرد:

$$E_t\hat{\varepsilon}_{t+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1\hat{\varepsilon}_t^2 + \alpha_2\hat{\varepsilon}_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q\hat{\varepsilon}_{t+1-q}^2 \qquad \text{(۳) معادله}$$

به همین دلیل مدل ناهمسانی واریانس خودرگرسیو شرطی (ARCH) نامیده می‌شود. پسماندهای مدل ARCH می‌توانند از یک فرایند خودرگرسیو، یک مدل ARMA یا یک مدل رگرسیون استاندارد بدست آیند.

۴-۲- مدل ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم‌یافته (GARCH)

بولرسلو[17] مدل انگل را با تکنیکی که واریانس شرطی را در فرآیند ARMA بیان می‌کرد، گسترش داد. تعمیم‌یافته مدل ARCH(p,q) که GARCH(p,q) نامیده می‌شود، خودرگرسیونی و میانگین متحرک را با هم، در ناهمسانی واریانس به کار می‌گیرد. مدل GARCH(p,q)، شامل تأخیرات واریانس شرطی (MA) یا تعداد واژه‌های GARCH، (q)؛ و تأخیرات خودرگرسیونی (AR) یا تعداد واژه‌های ARCH خطی (p) است [9]. شکل معادله فرآیند GARCH(p,q) چنین است:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q}\alpha_i\,\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p}\beta_j\sigma_{t-j}^2 \qquad \text{(۴)معادله}$$

که p و q به ترتیب مرتبه‌های فرایندهای GARCH و ARCH می‌باشند و ε_t جزء اخلال است. در این مدل فرض بر این است که اجزای اخلال از توریع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ_t^2 برخوردار می‌باشند. تمامی پارامترهای این مدل مثبت و شرط $\alpha + \beta < 1$ در آنها برقرار است.[6]

۴-۳- مدل‌های گارچ چند متغیره پارامتریک

مدل‌های گارچ چندمتغیره[18] توسعه یافته مدل‌های ساده گارچ می‌باشند و در اواخر دهه ۱۹۸۰ و اوایل دهه ۱۹۹۰ توسعه یافتند. از کاربردهای مهم مدل‌های گارچ چندمتغیره مطالعه تأثیر نوسانات دارایی‌ها بر

یکدیگر می‌باشد. فرض کنید بردار r_t بردار سری زمانی بازده بوده و شامل N بازده است و I_{t-1} مجموعه‌ی اطلاعات جمع‌آوری شده تا زمان t است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$r_t = \mu_t + \varepsilon_t$$ (معادله ۵)

$$\varepsilon_t = H_t^{1/2} z_t$$ (معادله ۶)

که μ_t مقدار انتظاری شرطی r_t با توجه به اطلاعات گذشته (I_{t-1}) بوده و ε_t مقادیر پسماند است. همچنین $H_t^{1/2}$ یک ماتریس مثبت معین N×N است و بردار z_t دارای گشتاورهای اول و دوم زیر است:

$$E(z_t) = 0$$ (معادله ۷)

$$Var(z_t) = I_N$$ (معادله ۸)

بطوریکه I_N ماتریس واحد از مرتبه N است. به راحتی می‌توان نشان داد که ماتریس واریانس شرطی r_t برابر H_t است. بنابراین $H_t^{1/2}$ یک ماتریس N×N مثبت معین بوده، به طوری که H_t واریانس شرطی r_t است. H_t و μ_t هر دو وابسته به بردار مجهول I_{t-1} هستند [12]. در ادامه به مدل‌های گارچ، BEKK[۱۹]، VECH و مدل‌های ترکیب خطی گارچ تک‌متغیره، CCC[۲۰] می‌پردازیم.

۴-۳-۱- مدل Diagonal VECH (گارچ برداری قطری)

این روش از جمله روش‌هایی است که به طور مستقیم به مدل‌سازی ماتریس کواریانس شرطی می‌پردازد. در واقع شایع‌ترین مدل GARCH چندمتغیره، مدل VECH می‌باشد. این مدل متضمن مثبت بودن ضرائب مدل و به دنبال آن معین مثبت بودن ماتریس کواریانس نیست، بنابراین برای روابط پویای بین نوسان سری‌ها چندان مناسب نمی‌باشد. بولرسو، انگل و وولدریج رویکرد میانگین متحرک وزنی نمایی را برای معرفی مدل تعمیم دادند. مدل ساده گارچ برداری(۱،۱) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h_t = c + A\eta_{t-1} + Gh_{t-1}$$ معادله (۹)

$$h_t = vech(H_t)$$ معادله (۱۰)

$$\eta_t = vech(\varepsilon_t \acute{\varepsilon}_t$$ معادله (۱۱)

Ht : ماتریس کواریانس شرطی

اپراتور vech روی یک ماتریس مربع تعریف شده و مقادیر روی قطر اصلی و زیر قطر اصلی را به صورت بردار می‌دهد. همچنین تعداد پارامترهای این مدل برابر با N(N+1)(N(N+1)+1)/2 است. مثلاً به ازای N=۳ باید ۷۸ پارامتر تخمین زده شود. برای حل این مشکل معمولا محدودیت‌هایی روی مدل اعمال می‌شود.

بالرسلو مدل گارچ برداری قطری۲۱ را پیشنهاد کرد که در آن ماتریس‌های A و G قطری فرض شده و عناصر $h_{i\,jt}$ صرفاً وابسته به وقفه‌های خود و مقادیر یک دوره‌ی گذشته $\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt}$ هستند. این محدودیت تعداد پارامترها را به N(N+5)/2 کاهش می‌دهد، اما همچنان در مدلهای با بعد زیاد، تخمین پارامترها دشوار خواهد بود.[6]

۴-۳-۲- مدل Diagonal-BEKK

مدل‌های BEKK شکل خاصی از مدل‌های گارچ برداری (VECH) هستند. این مدل‌ها کاربرد وسیعی در مدل‌سازی چندمتغیره‌ی واریانس شرطی دارند. با توجه به اینکه در یک مدل گارچ برداری تضمین مثبت معین بودن H_t بدون اعمال محدودیت‌های قوی مشکل است، انگل و کرونر[۲۲] مدل BEKK را پیشنهاد کردند. یک مدل BEKK(1,1) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_t = C^{*'}C^* + A^{*'}\varepsilon_{t-1}\varepsilon_{t-1}'A^* + G^{*'}H_{t-1}G^* \qquad \text{معادله(۱۲)}$$

که در آن Ht ماتریس کواریانس شرطی و A_k^* ,G_k^* و C^* ماتریسهای N×N و C^* بالامثلثی است. مدل‌های BEKK شکل خاصی از مدل‌های گارچ برداری هستند، لکن پارامترهای مدل BEKK ، برخلاف مدل گارچ برداری، مستقیماً تأثیر وقفه‌ها را روی عناصر H_t نشان نمی‌دهند. علی‌رغم اعمال محدودیت‌های مختلف روی مدل‌های BEKK، معمولاً زیاد بودن پارامترها همچنان یک مشکل اساسی است. تعداد پارامترهای این مدلN(5N+1)/2 می‌باشد. لذا عجیب نیست که این مدل‌ها به ندرت در موارد با بعد بیش از سه یا چهار بکار بروند. مدل‌های عاملی و روشهای قطری کردن از طریق اعمال یک ساختار دینامیک روی تمامی عناصر H_t این مشکل را تا حدود زیادی برطرف کرده‌اند.[8]

۴-۳-۳- مدل همبستگی شرطی ثابت (CCC)

برای تخمین ماتریس کواریانس شرطی، مدل CCC از جمله روش‌هایی است که به صورت غیرمستقیم و از طریق همبستگی شرطی، مدل‌سازی می‌کند. مدل CCC فرض می‌کند که همبستگی شرطی ρ_t ثابت است، در حالی که وابسته به زمان بودن کواریانس شرطی تنها می‌تواند به وابسته به زمان بودن کواریانس شرطی نسبت داده‌شود. فرمول مدل (CCC) عبارت است از :

$$h_{i,t} = \omega_i + k_i h_{i,t-1} + \lambda_i r_{i,t-1}^2 \qquad i = 1,2 \qquad \text{معادله(۱۳)}$$

و

$$\rho_{12,t} = \rho \qquad \text{معادله (۱۴)}$$

۴-۴- ارزش در معرض ریسک

مفهوم VaR، یک شیوه پذیرفته شده برای فهم نحوه اندازه‌گیری ریسک یک سبد است. اصولاً هدف ارزش در معرض ریسک، حداکثر نمودن ارزش سبدی است که در یک دوره زمانی مشخص با یک سطح اطمینان مشخص و معین می‌تواند دچار سود یا زیان شود.

فرض کنید سبدی از n دارایی مختلف داریم و بازده آن‌ها دارای توزیع چند متغیره نرمال با میانگین μ و ماتریس واریانس _ کواریانس H است. μ یک بردار $n \times 1$ و H یک ماتریس $n \times n$ است که واریانس‌ها در قطر اصلی و کواریانس‌ها در دیگر جایگاه‌ها قرار دارد. بردار سطری w را به عنوان نسبت‌های سرمایه‌گذاری شده در هر دارایی در نظر بگیرید که ابعاد آن $1 \times n$ است. بدین ترتیب میانگین و واریانس سبد دارایی از طریق روابط زیر بدست می‌آید:

$$\mu_p = W\mu$$ معادله (۱۵)

$$\sigma_p^2 = WH_tW^T$$ معادله (۱۶)

اگر قیمت سبد دارایی در دوره‌ی t-۱ را با P_{t-1} نشان دهیم. ارزش در معرض ریسک طی h دوره نگهداری و سطح اطمینان $1-\alpha$ برابر است با:

$$VaR_{ht} = -P_{t-1}(h\mu_{p,t} - \sqrt{h}\ \sigma_{p,t}\ Z_\alpha)$$ معادله (۱۷)

۴-۵- ارزیابی مدل‌های ارزش در معرض ریسک

آزمون‌های دقت VaR نتایج واقعی عملکرد را با نتایج پیش‌بینی مدل‌های ریسک مقایسه می‌کنند تا از این طریق میزان دقت مدل‌های موجود ارزیابی گردد.[4]

۴-۵-۱- پس‌آزمایی[۲۳]

هر تکنیکی که برای محاسبه VaR بکار برده شود، را می‌توان با استفاده از " پس‌آزمایی " کنترل کرد. این آزمون شامل سنجش عملکرد برآوردهای VaR ، در گذشته می‌باشد.

پس‌آزمایی مبتنی تابع زیان صفر و یک

در این تابع که توسط لوپز ارائه گردید، هر مقدار زیان واقعی که بیشتر از مقدار ارزش در معرض ریسک باشد به عنوان یک استثناء تلقی می‌گردد و به آن عدد یک اختصاص می‌یابد. در غیر این صورت، تابع مقدار صفر به خود می‌گیرد. این تابع زیان عمدتاً بر تعداد استثنائات متمرکز می‌باشد و به ابعاد زیان توجهی ندارد. به این ترتیب خواهیم داشت.

$$l_{i,t+1} = \begin{cases} 1 \quad \text{if} \qquad \Delta p < VaR_{i,t} \\ 0 \quad \text{if} \qquad \Delta p \geq VaR_{i,t} \end{cases}$$ معادله (۱۸)

لوپز پیشنهاد می‌کند که یک تابع احتمال درجه‌ی دوم به عنوان تابع نمره استفاده کنیم که به شرح ذیل است:

$$QPS = \frac{2}{n}[T_1(C_1 - P)^2 + T_2(C_2 - P)^2]$$ معادله (۱۹)

تعداد پیش‌بینی VaR : n   تعداد استثنا ها : T_1 تعداد نمرات صفر: T_2

$C_1 = 1$ و $C_2 = 0$

درصد استثنائات مورد انتظار در این پژوهش ۵ درصد و ۱ درصد است یعنی سطح احتمال ۹۵ ٪ و ۹۰ ٪ می‌باشد.)[16]

پس‌آزمایی نسبت شکست‌های احتمالی کوپیک

نسبت احتمالی کوپیک(LR) دارای توزیع خی- مربع با یک درجه آزادی بوده و دارای آماره زیر است:

معادله (۲۰)
$$LR = 2\ln\left[\frac{V^f(1-V)^{T-f}}{\alpha^f(1-\alpha)^{T-f}}\right]$$

در معادله بالا، LR همان نسبت احتمالی، f تعداد شکست‌ها (تعداد دفعاتی که زیان واقعی از زیان برآورد شده توسط VaR بزرگتر است)، T تعداد کل پیش‌بینی‌های انجام شده توسط مدل VaR، V نسبت شکست و α سطح خطای مورد نظر مدل VaR می‌باشند. در این آزمون زمانی که LR محاسبه شده بر اساس داده‌های مدل بیشتر از مقدار بحرانی استخراج شده از توزیع خی – مربع باشد، در این صورت در سطح اطمینان مورد نظر می‌توان ادعا نمود که درصد خطای پیش‌بینی مدل (یعنی حالتی که مقدار زیان پیش‌بینی شده بیشتر از زیان واقعی باشد) حداکثر به میزان سطح خطای تعیین شده (α) خواهد بود و مدل از اعتبار مناسب در پیش‌بینی VaRبرخوردار خواهد بود [3] .

۵- یافته‌های پژوهش

در این پژوهش ارزش در معرض ریسک شرطی از روش GARCH چند متغیره برای سبدی از فلزات اساسی بورس لندن، محاسبه شده است. داده‌ها، حاوی قیمت‌های روزانه ۴ فلز اساسی بورس لندن شامل روی، سرب، مس و آلومینیوم در بازه‌ی زمانی ده از ۲ ژانویه ۲۰۰۳ الی ۱۹ ژانویه ۲۰۱۳ (۱۲ دی ۱۳۸۱ الی ۳۰ دی ۱۳۹۱) شامل ۲۷۰۴ مشاهده که از سایت LME[۲۴] استخراج شده است. همچنین از نرم افزارهای EViews و MATLAB برای بدست آوردن نتایج و پردازش داده‌ها بهره استفاده شده است. نرخ بازده روزانه قیمت‌ها از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

معادله (۲۱)
$$r_t = Ln\left(\frac{P_t}{P_{t\ 1}}\right)$$

که r_t و pt به ترتیب معرف بازده و قیمت در روز t می‌باشند.

در ابتدا همبستگی بین دارایی‌های سبد بررسی می‌شود. اگر بین دارایی‌های یک سبد، همبستگی وجود داشته باشد به این معنا که دارایی‌ها به هم وابسته و برهم اثرگذار باشند، چگونگی محاسبه‌ی ریسک سبد، متفاوت از حالتی است که دارایی‌ها بر یکدیگر اثر نگذارند و پیچیدگی بیشتری دارد. ماتریس همبستگی بازده‌های سبد به صورت زیر است:

	بازده روی	بازده سرب	بازده مس	بازده آلومینیوم
بازده آلومینیوم	0/174043	0/151571	0/167876	۱
بازده مس	0/724699	0/65562	1	0/167876
بازده سرب	0/680364	1	0/65562	0/151571
بازده روی	1	0/680364	0/724699	0/174043

طبق ماتریس فوق بازده آلومینیوم با بازده مس و سرب و روی وابستگی ضعیفی دارد، این در حالی است که بازده مس به بازده سرب و بازده روی وابسته است. همچنین بازده دو فلز سرب و روی، به یکدیگر وابسته هستند.

۵-۱- آزمون ریشه واحد

در مدل‌سازی یک سری زمانی، ابتدا باید اطمینان حاصل کرد که سری زمانی داده‌ها مانا باشد. مانا نبودن سری زمانی، ممکن است موجب بروز رگرسیون کاذب شود. رگرسیون کاذب وقتی به وجود می‌آید که در واقعیت هیچ رابطه‌ی با مفهومی بین متغیرهای مدل وجود ندارد، اما رابطه رگرسیونی بین این متغیرها به دست می‌آید. در سری‌های زمانی مالی معمولاً نامانایی ناشی از این واقعیت است که سطح ثابتی برای بازده-ها وجود ندارد. در ادبیات سری‌های زمانی، چنین سری زمانی نامانایی، سری زمانی نامانای دارای ریشه واحد[۲۵] نامیده می‌شود [17]. بمنظور آزمون مانایی سری بازده از آزمون دیکی- فولر تعمیم‌یافته[۲۶] به عنوان پرکاربردترین آزمون‌های تست ریشه واحد استفاده شده است. در این آزمون فرض صفر وجود ریشه واحد و فرض مقابل عدم وجود ریشه واحد در سری زمانی می‌باشد. ریشهٔ واحد داشتن به معنای نامانا بودن است. بنابراین چنانچه آماره آزمون فاصله معناداری از صفر نداشته باشد، فرض صفر را رد نمی‌شود و در غیر این-صورت رد خواهد شد. نتایج بصورت زیر است:

جدول(۱): نتایج آزمون ریشه واحد به روش دیکی- فولر گسترش یافته

سطح اطمینان		آلومینیوم	مس	سرب	روی
Test critical values	٪۹۹	-3/961443	-3/961436	-3/961436	-3/961436
	٪۹۵	-3/411472	-3/411468	-3/411468	-3/411468
	٪۹۰	-3/127594	-3/127591	-3/127591	-3/127591
آزمون دیکی فولر تعمیم یافته		-28/12735 (0/0000)	-54/58014 (0/0000)	-53/51982 (0/0000)	-52/32008 (0/0000)

۵-۲- آزمون ضریب لاگرانژ[۲۷]

قبل از تخمین معادلات باید پسماندها را جهت وجود همبستگی پیاپی آزمود. در این مرحله اجزای اخلال مدل خودهمبسته برداری به منظور تعیین اثرات ARCH یا وجود همبستگی پیاپی بررسی می‌شوند. به این منظور آزمون ضریب لاگرانژ که با وقفه‌ای معین بالاترین مقدار همبستگی پیاپی را مشخص می‌کند، به کار گرفته می‌شود. فرض‌های آماری آزمون LM به صورت زیر است:

$H_0: a_1 = a_2 = \cdots = a_q = 0$ معادله (۲۲)

$H_1: a_i > 0$ برای کمتر از یک $i = 1,2, \dots, q$

فرض صفر بیانگر عدم وجود اثرات ARCH در اجزای اخلال با وقفه معین است. با توجه به مقادیر به دست آمده از آزمون LM تا ۱۰ وقفه و مقادیر احتمالی مربوط به هر آزمون، مدل خودهمبسته برداری تا ۴ وقفه نخست، فرض صفر مبنی بر عدم وجود اثرات ARCH رد می‌شود و مدل در پسماندهای خود دارای اثرات ARCH می‌باشد.

جدول (۲): نتایج آزمون وجود اثرات ARCH

VAR Residual Serial Correlation LM Tests

Lags	LM-Stat	Prob
1	86.38735	0.0000
2	125.0221	0.0000
3	154.0026	0.0000
4	165.0518	0.0000
5	13.87746	0.6078
6	8.957244	0.9152
7	9.953552	0.8690
8	22.80908	0.1189
9	13.56976	0.6307
10	17.74167	0.3392

۵-۳- مدل‌های گارچ چند متغیره پارامتریک

۵-۳-۱- مدل Diagonal VECH (گارچ برداری قطری)

با استفاده از معیارهای اطلاعاتی، وقفه بهینه برای محاسبه ARCH و GARCH جهت حداقل‌سازی تفاوت خوبی برازش مدل، در دو حالت توزیع نرمال و t استیودنت، DVECH(1,1) با توزیع نرمال است. با این وقفه کوچکترین مقدار برای هر معیار اطلاعاتی رخ می‌دهد. برای معیار اطلاعاتی آکائیک 19.96854- ، معیار اطلاعاتی شوارتز 19.78949- و معیار اطلاعاتی هنان کوئین 19.90379- کمترین مقدار می‌باشد. مقادیر معیارهای اطلاعاتی تعیین وقفه بهینه گارچ در جداول ذیل آمده است:

جدول(۳): مقادیر معیارهای اطلاعاتی مدل VECH با فرض توزیع نرمال برای بازده فلزات

multivariate Normal distribution						
VECH						
ARCH	0	1	1	1	2	2
GARCH	1	0	1	2	1	2
Log likelihood	4604.368	-589000000.0	27069.48	27056.12	27014.67	26982.89
Avg. log likelihood	0.425857	-545028.4	2.503652	2.502416	2.498582	2.495642
Akaike info. criterion	-3.353583	4360228.0	-19.96854*	-19.9513	-19.9206	-19.8897
Schwarz criterion	-3.1964	4360228.00	-19.78949*	-19.7504	-19.7197	-19.667
Hannan-Quinn criter.	-3.296733	4360228.00	-19.90379*	-19.8786	-19.8479	-19.8091

جدول(۴): مقادیر معیارهای اطلاعاتی مدل VECH با فرض توزیع t استیودنت برای بازده فلزات

multivariate t-student distribution						
VECH						
ARCH	0	1	1	1	2	2
GARCH	1	0	1	2	1	2
Log likelihood	30908.5	31098.94	31439.19	28457.05	28457.05	28457.11
Avg. log likelihood	2.858722	2.876336	2.907806	2.631988	2.631988	2.631993
Akaike info. criterion	-22.8158	-22.95667	-23.201	-20.9871	-20.9871	-20.9797
Schwarz criterion	-22.65636	-22.79727	-23.0198	-20.784	-20.784	-20.7548
Hannan-Quinn criter.	-22.75812	-22.89903	-23.1355	-20.9137	-20.9137	-20.8984

ضرائب مدل بهینه (۱و۱) VECH-GARCH با فرض توزیع نرمال و با روش حداکثر راستنمایی طبق معادله (۹) به شرح زیر است:

معادله (۲۳)

$$C=\begin{bmatrix} \text{۴/۰۴۳}E-\text{۰۶} & \text{۴/۱۲}E-\text{۰۶} & \text{۷/۵۴}E-\text{۰۵} & \text{۳/۷۴}E-\text{۰۶} \\ & \text{۴/۸۷}E-\text{۰۶} & \text{۶/۸۴}E-\text{۰۵} & \text{۴/۸۱}E-\text{۰۶} \\ & & \text{۰/۰۰۱۲۹۱} & \text{۵/۹۴}E-\text{۰۵} \\ & & & \text{۵/۸۶}E-\text{۰۶} \end{bmatrix}$$

$$A=\begin{bmatrix} \text{۰/۰۴۴۷۲۳} & \text{۰/۰۴۰۴۳۸} & \text{۰/۰۴۴۴۵۴} & \text{۰/۰۵۰۷۶۶} \\ & \text{۰/۰۴۳۱۶۵} & \text{۰/۰۴۳۷۰۵} & \text{۰/۰۴۶۶۴۵} \\ & & \text{۰/۰۴۶۶۷۲} & \text{۰/۰۵۱۹۸۳} \\ & & & \text{۰/۰۶۰۴۱۴} \end{bmatrix}$$

$$G=\begin{bmatrix} \text{۰/۹۴۷۸۹۷} & \text{۰/۹۴۵۲۶۳} & \text{۰/۶۴۳۳۲۱} & \text{۰/۹۳۳۴۹۷} \\ & \text{۰/۹۴۳۵۲۸} & \text{۰/۶۳۸۹۰۴} & \text{۰/۹۳۱۹۷۳} \\ & & \text{۰/۴۷۷۶۹۸} & \text{۰/۶۲۷۶۹۳} \\ & & & \text{۰/۹۲۰۸۱۹} \end{bmatrix}$$

ضرائب فوق استخراج شده از خروجی نرم‌افزار می‌باشد. جهت تطبیق فرمول به کار رفته شده برای محاسبه ماتریس کواریانس در خروجی نرم‌افزار یعنی

$GARCH = M + A_1 *RESID(-1)*RESID(-1)' + B_1 *GARCH(-1)$

با معادله (۹)، باید گفت ماتریس M، A1 و B1 در معادله فوق به ترتیب همان ماتریس‌های C، A و G هستند.

۵-۳-۲- مدل Diagonal-BEKK

با استفاده از معیارهای اطلاعاتی، وقفه بهینه برای محاسبه ARCH و GARCH جهت حداقل‌سازی تفاوت خوبی برازش مدل، در حالت توزیع نرمال و t استیودنت، گارچ (1,1) BEKK با توزیع نرمال است. این

کوچکترین مقدار برای معیار اطلاعاتی آکائیک 19.98448-، معیار اطلاعاتی شوارتز 19.83164- و معیار اطلاعاتی هنان کوئین 19.92921- می‌باشد. مقادیر معیارهای اطلاعاتی تعیین وقفه بهینه گارچ در زیر آمده-است:

جدول(۵): مقادیر معیارهای اطلاعاتی مدل BEKK با فرض توزیع نرمال برای بازده فلزات

multivariate Normal distribution						
BEKK						
ARCH	0	1	1	1	2	2
GARCH	1	0	1	2	1	2
Log likelihood	25436.02	-876000000.0	27079.03	27082.06	27081.89	27022.42
Avg. log likelihood	2.3526	-810079.5	2.504535	2.504815	2.504799	2.499299
Akaike info criterion	-18.7718	6480636.0	-19.98448*	-19.9838	-19.9836	-19.9367
Schwarz criterion	-18.6276	6480636.00	-19.83164*	-19.8222	-19.8221	-19.7664
Hannan-Quinn criter.	-18.7196	6480636	-19.92921*	-19.9253	-19.9252	-19.8751

جدول(۶): مقادیر معیارهای اطلاعاتی مدل BEKK با فرض توزیع t استیودنت برای بازده فلزات

multivariate t-student distribution						
BEKK						
ARCH	0	1	1	1	2	2
GARCH	1	0	1	2	1	2
Log likelihood	30985.07	31029.29	28456.91	28456.92	28456.92	28456.94
Avg. log likelihood	2.865804	2.869893	2.631974	2.631976	2.631976	2.631977
Akaike info criterion	-22.8769	-22.90957	-21.0033	-21.0003	-21.0003	-20.9974
Schwarz criterion	-22.73056	-22.76328	-20.8482	-20.8366	-20.8366	-20.8249
Hannan-Quinn criter.	-22.824	-22.85667	-20.9472	-20.9411	-20.9411	-20.935

ضرائب مدل (۱و۱) BEKK با روش حداکثر راستنمایی طبق معادله (۱۲) به صورت ذیل می‌باشد:

$$C=\begin{bmatrix} ۰/۰۰۱۲۶۹ & ۳/۷۱E-۰۵ & ۴/۴۵E-۰۵ & ۴/۳۲E-۰۵ \\ & ۵/۳۲E-۰۶ & ۳/۴۱E-۰۶ & ۳/۳۸E-۰۶ \\ & & ۳/۰۵E-۰۶ & ۲/۶۸E-۰۶ \\ & & & ۴/۷۶E-۰۶ \end{bmatrix}$$

معادله (۲۴)

$$A=\begin{bmatrix} ۰/۱۷۹۰۳۵ & & & \\ & ۰/۲۵۴۲۸۸ & & \\ & & ۰/۱۹۵۰۶۸ & \\ & & & ۰/۲۱۵۸۷۷ \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} ۰/۶۶۳۸۱۶ & & & \\ & ۰/۹۵۹۳۱۹ & & \\ & & ۰/۹۷۷۱۹۰ & \\ & & & ۰/۹۷۲۷۸۰ \end{bmatrix}$$

ضرائب فوق استخراج شده از خروجی نرم‌افزار می‌باشد. جهت تطبیق فرمول به کار رفته شده برای محاسبه ماتریس کواریانس در خروجی نرم‌افزار یعنی

$$GARCH = M + A_1*RESID(-1)*RESID(-1)'*A_1 + B_1*GARCH(-1)*B_1$$

با معادله(۱۲)، باید گفت ماتریس M،A1 وB1 در معادله فوق بترتیب همان ماتریس‌های C، A وG معادله (۱۲) هستند.

۵-۳-۳- مدل همبستگی شرطی ثابت (CCC)

با توجه به معیارهای اطلاعاتی حاصل از تغییر وقفه‌های GARCH یعنی تأخیرات واریانس شرطی (q) و تأخیرات خودرگرسیونی (p)، با استفاده از معیارهای اطلاعاتی، وقفه‌ی بهینه برای محاسبه‌ی ARCH و GARCH جهت حداقل‌سازی تفاوت خوبی برازش مدل، در دو حالت توزیع نرمال و t استیودنت، گارچ CCC (1,1) با توزیع نرمال است. مقادیر معیارهای اطلاعاتی تعیین وقفه بهینه گارچ در جداول ذیل آمده است:

جدول(۷): مقادیر معیارهای اطلاعاتی مدل CCC با فرض توزیع نرمال برای بازده فلزات

multivariate Normal distribution						
CCC						
ARCH	0	1	1	1	2	2
GARCH	1	0	1	2	1	2
Log likelihood	26024.230	181.0944	27024.1100	27022.47	27035.56	27036.43
Avg. log likelihood	2.407	0.0167	2.4995	2.499303	2.500514	2.500595
Akaike info criterion	-19.207	-0.0852	-19.9439*	-19.9397	-19.9428	-19.9406
Schwarz criterion	-19.0629	0.0590	-19.7910*	-19.7781	-19.7878	-19.7767
Hannan-Quinn criter.	-19.1549	-0.0330	-19.8886*	-19.8812	-19.8809	-19.8855

جدول(۸) : مقادیر معیارهای اطلاعاتی مدل CCC با فرض توزیع t استیودنت برای بازده فلزات

multivariate t-student distribution						
CCC						
ARCH	0	1	1	1	2	2
GARCH	1	0	1	2	1	2
Log likelihood	30958.82	31063.91	31412.09	31431.16	31414.04	31395.64
Avg. log likelihood	2.863375	2.873096	2.905299	2.907062	2.905479	2.903777
Akaike info criterion	-22.8574	-22.93519	-23.1899	-23.201	-23.1883	-23.1718
Schwarz criterion	-22.71113	-22.7889	-23.0348	-23.0372	-23.0246	-22.9993
Hannan-Quinn criter.	-22.8045	-22.88229	-23.1338	-23.1418	-23.1291	-23.1094

ضرائب مدل بهینه CCC-GARCH(۱و۱) با فرض توزیع نرمال، با استفاده از روش حداکثر راستنمایی طبق معادله (۱۳) در ذیل آمده است:

$$\mathrm{H}_{(i)} = \mathrm{C}_{(i)} + \mathrm{A}_{۱(i)}\varepsilon^{۲}_{(i)}(-۱) + \mathrm{G}_{۱(i)}\mathrm{H}_{(i)}(-۱)$$

$$COV(i, j) = R(i, j) \times \sqrt{H_i \times H_j} \qquad \text{معادله(۲۵)}$$

$$\mathrm{C}_۱ = ۰/۰۰۱۲۹۳ \quad , \quad \mathrm{C}_۲ = ۵/۸۷\mathrm{E}-۰۶$$

$$\mathrm{C}_۳ = ۳/۹۱\mathrm{E}-۰۶ \ , \quad \mathrm{C}_۴ = ۶/۸۸\mathrm{E}-۰۶$$

$$\mathrm{A}_۱(۱) = ۰/۰۲۸۸۶۱ \quad , \quad \mathrm{A}_۱(۲) = ۰/۰۶۴۳۸۹$$

$$\mathrm{A}_۱(۳) = ۰/۰۳۹۲۴۳ \quad , \quad \mathrm{A}_۱(۴) = ۰/۰۴۷۲۳۴$$

$$\mathrm{B}_۱(۱) = ۰/۴۴۷۰۲۴ \quad , \quad \mathrm{B}_۱(۲) = ۰/۹۱۵۴۹۵$$

$$\mathrm{B}_۱(۳) = ۰/۹۵۰۱۲۳ \quad , \quad \mathrm{B}_۱(۴) = ۰/۹۳۹۸۱۳$$

$$\mathrm{R} = \begin{bmatrix} & ۰/۲۲۱۶۰۸ & ۰/۲۳۱۲۷۶ & ۰/۱۹۲۵۵۴ \\ & & ۰/۷۲۶۴۱۶ & ۰/۶۴۰۰۹۹ \\ & & & ۰/۶۷۹۵۶۴ \end{bmatrix}$$

ضرائب فوق استخراج شده از خروجی نرم‌افزار می‌باشد. جهت تطبیق فرمول به کار رفته شده برای محاسبه ماتریس کواریانس در خروجی نرم‌افزار یعنی

GARCH(i) = M(i) + A_1(i)*RESID(i)(-1)^2 + B_1(i)*GARCH(i)(-1)

با معادله (۱۳)، باید گفت ماتریس M(i)، A1(i) وB1(i) درمعادله فوق بترتیب همان ماتریس‌های Wi، λi وki هستند.

۵-۴- محاسبه ارزش در معرض ریسک

همان‌طور که گفته شد برای محاسبه ارزش در معرض ریسک یک‌بار از اوزان بهینه و بار دیگر از اوزان مساوی استفاده شده است. برای محاسبه اوزان بهینه سبد و برای کمینه‌سازی ریسک آن از نرم‌افزار MATLAB و دستور port up به این منظور استفاده شده است. اوزان بهینه‌ی آن به صورت زیر است:

$$\mathrm{W} = \begin{bmatrix} \text{روي} & \text{سرب} & \text{آلومينيوم} & \text{مس} \\ ۰/۲۹۵۳ & ۰/۰۴۴۸ & ۰/۰۲۹۳ & ۰/۶۳۰۳ \end{bmatrix}$$

در این پژوهش پس از تخمین مدل‌ها، مقادیر میانگین و واریانس شرطی برای یک دوره آتی پیش‌بینی گردیدند. سپس با استفاده از معادله (۱۷) مقادیر ارزش در معرض ریسک در سطوح اطمینان ۹۰٪ و ۹۵٪

برای بازده‌های سبدهای مورد بررسی محاسبه گردیدند. ارزش در معرض ریسک یک روزه سبد در سطح اطمینان‌های ۹۵٪ و ۹۰٪ با سه مدل بهینه BEKK، VECH و CCC به صورت زیر است:

جدول(۹): ارزش در معرض ریسک با مدل‌ها و سطوح اطمینان مختلف

اوزان مساوی	اوزان بهینه	VaR 0.1		اوزان مساوی	اوزان بهینه	VaR 0.05
0.03129	0.02378	VECH		0.03745	0.0285	VECH
0.02967	0.03311	BEKK		0.03552	0.03965	BEKK
0.02977	0.0339	CCC		0.03563	0.04059	CCC

۵-۵- ارزیابی مدل‌های ارزش در معرض خطر

در این پژوهش از دو روش پس‌آزمایی مبتنی بر تابع زیان صفر و یک و پس‌آزمایی نسبت شکست‌های احتمالی کوپیک استفاده شده است. از طریق این روش‌ها، دقت مدل‌های VaR به لحاظ آماری مورد آزمون قرار می‌گیرند. اگر دقت یک مدل از لحاظ آماری رد نشود، مدلی قابل قبول خواهد بود. در روش پس‌آزمایی مبتنی بر تابع زیان صفر و یک هرچه نمره‌ی یک مدل کمتر باشد، مدل بهتری است و در سطوح بالاتر رتبه‌بندی جای می‌گیرد [2] و در روش پس‌آزمایی نسبت شکست‌های احتمالی کوپیک زمانی که LR محاسبه شده بر اساس داده‌های مدل بیشتر از مقدار بحرانی استخراج شده از توزیع کای دو باشد، در این صورت در سطح اطمینان مورد نظر می‌توان ادعا نمود که درصد خطای پیش‌بینی مدل یعنی حالتی که مقدار زیان پیش‌بینی شده بیشتر از زیان واقعی باشد حداکثر به میزان سطح خطای تعیین شده (α) خواهد بود و مدل از اعتبار مناسب در پیش‌بینی VaRبرخوردار خواهد بود [3]. نحوه انجام آزمون پس‌نگر به این صورت است که یک حجم نمونه انتخابی به صورت پنجره‌ای رو به جلو بر روی مقادیر پیش‌بینی شده سایر مشاهدات حرکت داده می‌شود و مقادیر ارزش در معرض ریسک با احتساب تک تک مشاهداتی که به این حجم نمونه انتخابی اضافه می‌شوند محاسبه می‌گردند و این کار تا رسیدن به آخرین مشاهده ادامه می‌یابد. در هر مورد، مقادیر ارزش در معرض ریسک بدست آمده با مقدار بازده روز گذشته مقایسه شده و اگر مقدار آن از بازده مربوطه بیشتر باشد به عنوان یک استثناء ثبت می‌گردد. با توجه به فرمول‌های ذکر شده و مقادیر و استثنائات موجود، مقدار تابع زیان صفر و یک برای هریک از مدل‌ها و در سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۰٪ و اوزان بهینه و مساوی، به صورت جدول زیر است:

جدول(۱۰): مقادیر تابع زیان با مدل‌ها و سطوح اطمینان مختلف

مقادیر تابع زیان	VECH		BEKK		CCC	
سطح اطمینان	۹۵٪	۹۰٪	۹۵٪	۹۰٪	۹۵٪	۹۰٪
با اوزان بهینه	0.032	0.068	0.005	0.028	0.005	0.028
با اوزان مساوی	0.005	0.028	0.014	0.036	0.005	0.036

حداکثر میزان تابع زیان که هنوز مدل به منظور تخمین، از درجه اعتبار ساقط نشده است زمانی رخ می‌دهد که حداکثر تعداد استثنائات به میزان تعداد مشاهدات ضربدر $(1 - \alpha)$ باشد. بنابراین بزرگترین مقدار برای سطح اطمینان ۹۵٪، ۰/۰۹۵ و در سطح اطمینان ۹۰٪، ۰/۱ است. با توجه به جدول(۱۰)، دقت تمامی مدل‌های تخمینی در همه حالت‌ها، از لحاظ آماری رد نمی‌شود و قابل قبول هستند. با توجه به فرمول‌ها و مقادیر استثنائات، مقدار آماره LR برای هریک از مدل‌ها و در سطوح اطمینان ۹۵٪ و۹۰٪ و اوزان بهینه و مساوی، بصورت زیر است.

جدول(۱۱): مقادیر آماره LR با اوزان بهینه و سطوح اطمینان مختلف

مدل	سطوح اطمینان	آمارهLR	مقداربحرانی توزیع کای دو
VECH	90%	7.78453	۶,۶۳۵
	95%	4.54876	3.841
BEKK	90%	۱۴,۹۷۷۹۷	۶,۶۳۵
	95%	۷,۲۳۶۸۹۵	3.841
CCC	90%	۱۹,۴۷۵۵۴	۶,۶۳۵
	95%	۷,۲۳۶۸۹۵	3.841

جدول(۱۲):مقادیر آماره LR باوزان مساوی و سطوح اطمینان مختلف

مدل	سطوح اطمینان	آماره LR	مقداربحرانی توزیع کای دو
VECH	90%	۱۹,۴۷۵۵۴	۶,۶۳۵
	95%	۷,۲۳۶۸۹۵	3.841
BEKK	90%	۱۹,۴۷۵۵۴	۶,۶۳۵
	95%	۷,۲۳۶۸۹۵	3.841
CCC	90%	۱۴,۹۷۷۹۷	۶,۶۳۵
	95%	۴,۲۳۳۷۵۶	3.841

با توجه به جداول ۱۱ و ۱۲، در هر دو حالت اوزان مساوی و اوزان بهینه در تمام سطوح اطمینان، مقدار آماره LR از مقداربحرانی توزیع K–مربع بیشتر است، بنابراین مدل از اعتبار مناسب در پیش‌بینی VaRبرخوردار است.

۶- بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش سه نوع مدل GARCH چندمتغیره پارامتریک برای تخمین ریسک بازار سبدی از چهار فلز اساسی، استفاده شده است که هدف از پژوهش میسر شد. این مدل‌ها شامل مدل CCC، VECH و BEKK می‌باشند. براساس محاسبات، وقتی از اوزان بهینه برای تشکیل سبد استفاده شد، در سطح اطمینان ۹۵٪ و ۹۰٪، مدل VECH تخمین مناسب‌تر و کم‌ریسک‌تری را نسبت به بقیه ارائه داد. زمانی که از اوزان مساوی و برابر برای تشکیل سبد استفاده شد. در سطح اطمینان ۹۵٪، مدل BEKK با تفاوت کمی از مدل CCC، مدل بهتر شناخته شد، که این در حالی رخ می‌دهد که دقت مدل CCC و VECH از مدل BEKK بیشتر است. جالب توجه است که مدل VECH محاسبه شده با اوزان بهینه و در سطح اطمینان ۹۰٪، که کمترین ریسک را در میان همه مدل‌ها و حالت‌ها داراست، از کمترین دقت در این سطح اطمینان برخوردار است که این نظریه تز و تسو[18] را مبنی بر برتری مدل VECH بر CCC تأیید می‌کند. البته همیشه استفاده از اوزان بهینه، نتیجه‌ی مطلوب‌تری نمی‌دهد و در هر دو سطح اطمینان، مدل BEKK حالت نقض همین قضیه می‌باشد. اما دقت آن در مقایسه با استفاده از اوزان بهینه کمتر است. در زیر مدل بهتر از نظر ارزش در معرض ریسک کمتر، در دو سطح اطمینان و با اوزان بهینه و مساوی آمده است:

جدول(۱۳): جدول مقایسه‌ای مدل‌های MGARCH در محاسبه ارزش در معرض ریسک

محاسبه ارزش در معرض کمتر	سطح اطمینان ۹۵٪	سطح اطمینان ۹۰٪
اوزان بهینه	VECH	VECH
اوزان مساوی	BEKK	BEKK

به کارگیری هریک از روش‌ها، تحت تأثیر نیازهای تحلیل‌گران مالی و تصمیم‌گیرندگان سازمان، نوع دارایی‌ها، میزان دقت و سرعت مدنظر قرار دارد. در حالت استفاده از سبد بهینه که در آن وزن مس بیش از بقیه می‌باشد و آلومینیوم و سرب بسیار کمتر از مس و روی قرار دارند، در سطوح اطمینان ۹۵٪ و ۹۰٪ مدل VECH ارزش در معرض ریسک کمتری را محاسبه می‌کند و مدل CCC، مقدار VaR را بسیار بیشتر تخمین می‌زند. ولی از نظر دقت محاسبات، CCC دقت بیشتر و VECH دقت کمتری دارد. زمانی که از هر ۴ فلز به یک میزان در سبد دارایی‌ها قرار داده شد، در سطح اطمینان ۹۰٪ مدل BEKK مدل مناسب‌تری به نظر می‌آید. مقدار محاسبه شده‌ی VaR در این حالت بسیار نزدیک‌تر به مدل CCC می‌باشد. جالب توجه این است که دقت هر دو مدل هم به یک میزان محاسبه شده است. با توجه به رابطه‌ی بین کواریانس‌های

شرطی، کواریانس شرطی بین آلومینیوم و سه فلز دیگر بسیار ضعیف است و این حاکی از ارتباط کم قیمت این فلز با سه فلز اساسی دیگر می‌باشد. ارتباط قیمتی دو فلز سرب و روی نسبت به بقیه بیشتر است. همبستگی ضعیف بین بازده آلومینیوم با سه فلز (مس، سرب و روی) نشان می‌دهد که تحلیل‌گران بازار و موسسات پیش‌بینی‌کننده نمی‌توانند قیمت آلومینیوم را براساس نوسانات قیمت فلزات دیگر پیش‌بینی کنند اما همبستگی بالای قیمتی بین سرب و روی امکان پیش‌بینی قیمت یک فلز را با فلز دیگر فراهم می‌کنند. مدیرانی که سبد سهام و صندوق‌های مشترک سرمایه‌گذاری خود را در بازار اوراق بهادار مبتنی بر فلزات اساسی معامله می‌کنند اگر بر اساس وزن بهینه تشکیل و طراحی شود ریسک سبد از طریق محاسبه ارزش در معرض خطر دقیق تر برآورد خواهد شد.

- در این پژوهش یکی از تصریح‌هایی که برای برازش مدل مورد استفاده قرار گرفت، مدل CCC بود که همبستگی شرطی را ثابت فرض می‌کند. یکی از ویژگی‌های مشهور در مورد پیوستگی نامتقارن بازارهای مالی، آن که این بازارها در بحران‌ها بیشتر از دوره‌های آسایش به یکدیگر مرتبط هستند. بنایراین فرض ثابت بودن ماتریس همبستگی مردود می‌شود. مدل DCC (Dynamic conditional correlation) با فرض عدم ثبات ماتریس همبستگی، معادلات میانگین و واریانس را تخمین می‌زند. به دلیل طبیعت چند متغیره‌ی مدل DCC-GARCH می‌توان روابط پویای متقابل بین اجزای سبد را به طور کامل محاسبه کرد. به جهت انعطاف این مدل در پویایی واریانس‌ها و کواریانس‌ها استفاده از آن توصیه می‌شود.
- توزیع نرمال شرطی نشان‌دهنده‌ی این است که بازده‌ها در هر ماه دارای توزیع نرمال می‌باشند اما پارامترهای توزیع دارای تغییرات از هر ماه به ماه دیگر هستند. بنابراین ممکن است که بازده‌ها دارای کشیدگی بالایی باشند. در این گونه موارد توزیع خطای تعمیم یافته GED or (Generalized Error Distribution) مدل مناسب‌تری ارائه می‌دهد. به این منظور می‌توان از مدل‌های GARCH-GED و EGARCH-GED بهره جست.

فهرست منابع

* پیکارجو، کامبیز و حسین‌پور، بدریه (۱۳۸۹) . اندازه گیری ارزش در معرض ریسک در شرکت های بیمه با استفاده از مدل GARCH. فصلنامه صنعت بیمه، شماره ۳ ، 58-33.
* رادپور، میثم و عبده تبریزی، حسین (۱۳۸۸). اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار. تهران: انتشارات آگاه.
* فلاح شمس، میرفیض (۱۳۸۹). بررسی مقایسه‌ای کارایی مدل ریسک سنجی و مدل اقتصادسنجی GARCH در پیش‌بینی ریسک بازار بورس اوراق بهادار تهران. مجله مهندسی مالی و مدیریت پرتفوی، شماره پنجم، ۱۳۷-۱۵۹.
* لشنی، عباس و عنصری، آرش (۱۳۸۳). ارزش در معرض خطر تکنیکی در محاسبه ریسک بازار. اولین کنفرانس ملی سرمایه‌گذاری مخاطره‌پذیر، تهران، جهاد دانشگاهی دانشکده مدیریت دانشگاه تهران.

* محمدی، شاپور، راعی، رضا و فیض آباد، آرش (۱۳۸۷). محاسبه ارزش در معرض ریسک پارامتریک با استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی در بورس اوراق بهادار تهران. تحقیقات مالی، شماره ۲۵، ۱۰۹ - ۱۲۴.

* Bollerslev, Tim, Engle, Robert F. & Wooldridge, Jeffrey M (1988).A Capital Asset Pricing Model with TimeVarying Covariances. The Journal of Political Economy, Vol. 96, No. 1, pp. 116-131.
* Engle, Robert F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimation of the Variance of United Kingdom Inflation. Econometrica, Vol. 50, No. 4, PP. 987-1007.
* Engle, Robert F. & Kroner, K.F. (1995). Multivariate simultaneous generalized ARCH. Econometric Theory, Vol. 11, pp.122–150.
* Engle Robert F. (2001).GARCH 101: The use of ARCH/GARCh models in applied econometrics. Journal of economic perspectives, Vol. 15, No. 4, pp. 157-168.
* Engle Rober F. (2002). Dynamic Conditional Correlation –A Simple Class of Multivariate GARCH Models. Forthcoming Journal of Business and Economic Statistics, Vol. 20, pp. 339-350.
* Jorion, Philippe (2003). Financial Risk Manager Handbook, second edition. New Jersey: John Wiley and Sons, Inc.
* Laurent, Sébastien, Rombouts, Jeroen V.K. & Violante, Francesco (2010).On the Forecasting Accuracy of Multivariate GARCH Models. Cahier de recherché/Working paper 1021, CIRPEE.
* Ledoit, Olivier, SANTA-CLARA, Pedro & Wolf, Michael (2003). Flexible Multivariate GARCH Modeling with an Application to International stock Markets. The Review of Economics and Statistics, Vol. 85, pp.735–747.
* Lee, MingChih, Chiou, JerShiou & Lin, ChoMin (2006). A study of value at risk on portfolio in stock return using DCC Multivariate GARCH. Applied Financial Economics Letters, vol. 23, pp.183-188.
* Lee, Sang Jin & Binh, Ki Beom (2008). Model Selection for Estimating Portfolio VaR in Korean Stock Market. AsiaPacific Journal of Financial Studies, vol.37, No. 5, pp. 877-913.
* Lopez, Jose A. (1999). Methods for Evaluating Value-at-Risk estimates, Federal Reserve Bank of San Francisco. Economic Review, Vol. 2, PP. 3-17.
* Tse, Yiu Kuen (2000). A test for constant correlations in a multivariate GARCH model. Journal of Econometrics, Vol. 98, pp. 107-127.
* Tse, Yiu Kuen & Tsui, Albert K.C. (2002). A Multivariate GARCH Model with TimeVarying Correlations. Journal of Business and Economic Statistics, Vol. 20, pp. 351-362

یادداشت‌ها

[1] .Value at Risk
[2] . Markowitz
[3] jorion
[4] SCALAR BEKK
[5] DIAG BEKK
[6] Dynamic Conditional Correlation With integrated moving average
[7] Dynamic Conditional Correlation by Log Likelihood for integrated process
[8] Dynamic Conditional Correlation by Log Likelihood With mean reverting model
[9] Moving Average of 100 days
[10] Orthogonal GARCH or principle components GARCH

[1] Simple moving average model
[12] Exponentially weighted moving average model
[13] Varying-Correlation MGARCH
[14] Constant-Correlation MGARCH
[15] Autoregressive Conditional Heteroskedasticity
[16] Engle (1982)
[17] Bollerslev
[18] Multivariate GARCH
[19] Baba-Engle-Kraft-Kroner
[20] Constant conditional correlation
[21] DVEC
[22] Engle, Kroner
[23] Back testing
[24] London metal exchange
[25] Unit-root nonstationary time series
[26] Augmented Dickey-Fuller (ADF)
[27] Lagrange Multiplier (LM)