مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی‌ام / بهار ۱۳۹۶

# ارائه الگوریتم ترکیبی برای بهینه‌سازی چند هدفه سبد سهام به وسیله برنامه‌ریزی فازی

جواد بهنامیان[۱]
محمد مشرفی[۲]

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۵/۱۰ تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۷/۲۶

## چکیده

مسأله انتخاب سبد سهام، از جمله مسائلی با اهمیت برای سرمایه‌گذاران بورس است بطوریکه با سرمایه‌گذاری بر روی چندین سهام در عوض یک سهم خاص، بتوانند در سطح معینی از ریسک بیشترین بازدهی و با کمترین ریسک به ازای سطح معینی از بازدهی را بدست آورند. آنچه تا به امروز در محاسبات مالی و در زمینه انتخاب سبد سهام و سرمایه‌گذاری عنوان شده است بگونه‌ای است که سرمایه‌گذاری‌های موجود از لحاظ درجه ریسک و نرخ بازده، با هدف در نظر گرفتن امکانات مالی و سایر سیاست‌های فراروی خود، اولویت‌بندی شده تا در نهایت پورتفوی مطلوب تشکیل گردد. در اینجا و در شرایطی که فرد سرمایه‌گذار با دارایی‌های متفاوتی روبرو می‌گردد، بایستی در مورد تعداد دارایی‌های انتخابی و میزان سرمایه‌گذاری در هر کدام از آنها، تصمیم‌گیری نموده و در نتیجه به نوعی دچار یک نوع عدم قطعیت در انتخاب‌های خویش می‌گردد. در این پژوهش با در نظر گرفتن مفاهیم فازی در بحث بهینه‌سازی سبد سهام، عدم قطعیت موجود در این مسأله مدلسازی شده است. در ادامه با استفاده از روش بونیسون اولویت بین هر یک از سهام مشخص شده تا از آشفتگی در تصمیم‌گیری کاسته شود و در نهایت با ارائه نیز به دلیل پیچیدگی موجود در مسأله، الگوریتم ترکیبی بر پایه الگوریتم‌های جستجوی همسایگی متغیر و ژنتیک، ارائه و برای اعتبارسنجی با سایر الگوریتم‌های حل مقایسه شده است.

**واژه‌های کلیدی:** سبد سهام، منطق فازی، روش بونیسون، الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر.

۱- استادیار دانشگاه بوعلی سینا، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی صنایع (نویسنده مسئول)؛ Behnamian@basu.ac.ir
۲- کارشناسی ارشد دانشگاه بوعلی سینا، دانشکده مهندسی، گروه مهندسی صنایع؛ mohammadmoshrefi1371@gmail.com

### ۱- مقدمه

از مباحث مهم در بازارهای سرمایه، بحث انتخاب سبد سرمایه گذاری بهینه بوده و در این رابطه، بررسی و مطالعات زیادی با توجه به میزان ریسک و بازده آن توسط سرمایه‌گذاران انجام شده است. معمولا فرض بر این است که سرمایه‌گذاران ریسک را دوست ندارند و از آن گریزانند و همواره در پی آن هستند تا در اقلامی از دارایی‌ها سرمایه‌گذاری کنند، که بیشترین بازده و کمترین ریسک را داشته باشند. به عبارتی دیگر سرمایه‌گذاران به بازده سرمایه‌گذاری به عنوان یک عامل مطلوب می‌نگرند و به واریانس بازده (ریسک) به عنوان یک عنصر نامناسب نظر دارند. مدلی که در این تحقیق ارائه شده با در نظر گرفتن هر دو این توابع هدف و با در نظر گرفتن شرایط حاکم بر عناصر تشکیل دهنده سبد می‌باشد. در نتیجه می‌توان برای رسیدن به چنین هدفی نیاز است با توجه به اطلاعات مالی و شرایط حاکم بر سرمایه گذاری در دنیای واقعی، برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهاد نمود. جهت تحصیل اوراق بهادار و هرگونه سرمایه گذاری انواع متفاوتی از هزینه ایجاد می‌شود. در این بین مهمترین عامل هزینه، هزینه خرید می‌باشد، اما عوامل هزینه دیگری نیز مانند هزینه ثابت ممکن است وجود داشته باشد. هدف از این پژوهش، در نظر گرفتن عدم قطعیت در مدل‌های مربوط به بهینه‌سازی سبد سهام برای نزدیک شدن مدل به دنیای واقعی است. مسأله مورد توجه در اینجا دارای دو هدف کمینه‌سازی هزینه سرمایه‌گذاری و کمینه‌سازی نسبت ریسک به بازده هر سهم است. هم از نظر سوددهی و هم از نظر ریسک، بحث انتخاب سهام دارای شاخص‌های فازی بوده که با استفاده از دخالت اوزانی فازی سرمایه‌گذار، یک عدد فازی ذوزنقه‌ای به این منظور در نظر گرفته شده است. از سوی دیگر یافتن روشی مناسب برای اولویت‌بندی سهام با هدف ایجاد دیدی مناسب در سرمایه‌گذار نسبت به وضعیت کلان پیش‌رو و افق بلند مدت سرمایه‌گذاری، در این تحقیق مورد توجه بوده و در نتیجه با استفاده از روش بونیسون، سهام اولویت‌بندی شده و در نهایت مدل غیر فازی با استفاده از الگوریتم ترکیبی حل شده است. الگوریتم پیشنهادی در این پژوهش، یک الگوریتم ترکیبی شامل ژنتیک و الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر است. در نهایت نیز برای تحلیل بهتر روند طی شده، نتایج بدست آمده از الگوریتم ترکیبی با نتایج سایر الگوریتم‌ها مقایسه شده است.

### ۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

بهینه‌سازی سبد سهام از اوایل سال ۱۹۵۲ مورد توجّه محققان قرار گرفته است. نظریه نوین پورتفوی که اولین بار توسط مارکوویتز مطرح شد، فرآیند سازمان‌یافته‌ای را بسوی تشکیل پورتفویی با بالاترین نرخ بازده مورد انتظار در سطح معینی از ریسک ایجاد نمود. بنابر نظریه مارکوویتز، سرمایه‌گذار برای یک سطح معین از بازده، می‌تواند با حداقل کردن ریسک سرمایه‌گذاری، واریانس پورتفوی را حداقل نماید، یا در سطح معینی از ریسک که برای سرمایه‌گذار قابل تحمل باشد، می‌تواند بازده حداکثری را در نظر بگیرد که نرخ بازده مورد انتظار پورتفوی را افزایش دهد (لین و دیگران، ۲۰۰۷). رفتار سهام در بازار، مانند بسیاری از پدیده‌های طبیعی، رفتاری غیر خطی است. مدل‌های خطی از تشخیص صحیح رفتار غیر خطی عاجز هستند

و تنها می‌توانند بخش خطی رفتار را خوب تشخیص دهند. بنابراین نیاز به الگوها و مدل‌های غیرخطی برای شناسایی رفتار سهام، تأثیر بسزایی در پیش‌بینی آتی سهام و اتخاذ تصمیم مناسب دارد. عشقی و عبدالعلی‌زاده (۱۳۸۲) در مقاله‌ای تحت عنوان کاربرد الگوریتم ژنتیک در انتخاب یک مجموعه دارایی از سهام بورس اوراق بهادار با استفاده از الگوی خاصی از الگوریتم ژنتیک، استفاده از عملگر تقاطعی دو نقطه برش و عملگر جهشی معاوضه، به انتخاب مجموعه‌ای از دارایی از بین سهام گوناگون پرداخته است.در محیط واقعی، اطلاعات در بازارهای مالی ناقص است و تصمیمات باید تحت شرایط عدم قطعیّت آغاز شود. با این وجود، تئوری احتمال یکی از روش‌های اصلی بکار رفته برای آنالیز عدم قطعیّت است. چند نوع عدم قطعیت وجود دارد که نمی‌تواند با تئوری احتمال آنالیز شود. بازارهای مالی نیز تحت تأثیر عواملی مانند ریسک بالا و سود کم هستند که با تئوری احتمال بدست نمی‌آید. این نوع عدم قطعیت بر اساس ابهامات برخی عوامل مالی هستند. از آن‌جایی که لطفی‌زاده (۱۹۶۸) تئوری مجموعه‌های فازی را پیشنهاد داد، تشخیص داده شد که این نوع عدم قطعیت‌ها به وسیله مجموعه‌های فازی بدست می‌آیند. برنامه ریزی ریاضی فازی زمانی معرفی شد که زیمرمن (۱۹۸۵) عملگر بیشینه کمینه را در مسأله برنامه‌ریزی خطی استفاده کرد. پارا (۲۰۰۰) از یک برنامه‌ریزی چند معیاره فازی در مدل انتخاب سبد سهام، استفاده کرد. فانگ (۲۰۰۵) یک مسأله تعادل مجدد سبد سهام با معیارهای مذکور و با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی فازی و با بهره‌گیری از توابع عضو منطقی در برنامه‌ریزی ریاضی فازی را مطرح کرد. ژوپتا و همکاران (۲۰۰۷) از برنامه‌ریزی ریاضی فازی در مدل انتخاب سبد سهام با انحراف نیمه مطلق و همچنین با پنج معیار استفاده کردند. نتایج مقایسات مقالات مختلف را می‌توانید در جدول (۱) مشاهده نمایید.

**جدول ۱- نتایج مقایسات مقالات مختلف**

| نویسندگان مقالات مرتبط | وزن‌دهی به هر یک از شاخص ها | بهینه سازی چند هدفه | توجه به لووپ در قاعده همسایگی | تلفیق دو تابع هدف با قاعده *AHP* | حداقل نرخ مورد انتظار سرمایه گذار | بررسی فضای پیوسته | بررسی فضای گسسته | استفاده از تابع توزیع یکنواخت | بررسی فضای حل بزرگتر |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| شمس و دستخوان (۱۳۸۷) | | | | | ✓ | | ✓ | | |
| لین و لیو (۲۰۰۸) | ✓ | ✓ | | | | ✓ | | | ✓ |
| ایرینا بولشوکوا (۲۰۰۹) | | | | | ✓ | ✓ | | | ✓ |
| کونو و یامازاکی (۱۹۹۱) | ✓ | | | | ✓ | ✓ | | | ✓ |
| تحقیق جاری | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |

## ۳- مدل‌سازی و فازی

در اینجا دو تابع هدف کمینه‌سازی هزینه‌ها و بیشینه کردن بازده هر سهم به صورت یک تابع هدف مطرح است. برای این کار قصد داریم از روش $LP$ متریک استفاده کنیم. رویکردی دیگر این است که با استفاده از روش لکسیکوگراف است. قبل از آغاز مدل‌سازی بایستی متغیرها و پارامترهای مدل به شرح زیر معرفی گردند.

$n$ : تعداد کل سهامی که می‌شود انتخاب کرد.

$j$ : نوع ورق بهاداری که می‌توان آنها را در هر مقداری بدست آورد.

$n_j$: حداکثر اوراقی که از نوع سهام $j$ عرضه می‌شود.

$R_{jt}$: نرخ بازده ورق بهادار $j$ در زمان $t$

$\delta^2 R_{jt}$: واریانس نرخ بازده ورق بهادار $j$ در زمان $t$ (ریسک ورق بهادار $j$ در زمان $t$ )

$X_j$ : میزان سرمایه گذاری از نظر تعداد سهم خریده شده در ورق بهادار $j$

$C_j$: هزینه خرید یک واحد ورق بهادار $j$

$f_j$ : هزینه ثابت ورق بهادار $j$

$R_e$: حداقل بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار

مفروضات تحقیق به شرح زیر است:

۱) اطلاعات در ابتدای برنامه‌ریزی در دسترس هستند.

۲) عدم قطعیت از نوع فازی در تصمیم‌گیری لحاظ شده و اعداد فازی ذوزنقه‌ای برای مدلسازی فاری استفاده شده است.

۳) فضای مورد بررسی بصورت پیوسته در نظر گرفته شده است.

۴) همچنین میانگین بدست آمده به ازای هر سهم به عنوان یک پایه در نظر گرفته شده و بدین منظور روزهایی که قیمت سهم مورد نظر ما به قیمتی بالاتر از میانگین قیمت فروش رفته است به عنوان سود در نظر گرفته شده و در غیر این‌صورت تحت عنوان افت قیمت و ضرر در نظر گرفته شده است.

۵) هزینه ثابت در انتخاب سبد سهام لحاظ شده است.

در اینجا منظور از هزینه ثابت، هزینه هایی است که یک سرمایه گذار در خرید سهام یا جهت شرکت در یک سرمایه گذاری، بدون توجه به تعداد سهام یا میزان سرمایه گذاری انجام شده با آن رو به رو می گردد. برای نمونه فرض کنید سرمایه‌گذاری می‌خواهد میزانی از سرمایه گذاری خود را در تالار بورس تهران، میزانی را در تالار بورس نیویورک و میزانی را در صنعت ساختمان سرمایه‌گذاری نماید. بنابراین چنین سرمایه‌گذاری به محض اینکه بخواهد هرکدام از موارد یاد شده را در سبد سهام مورد نظر خود شرکت دهد،

با هزینه های ثابت آن (ایاب وذهاب، تماس هـای تلفنـی یـا اینترنتـی، هزینـه هـای جـانبی قبـل از انجـام معاملات) روبرو خواهد بود که مسلما هر کدام دارای هزینه ثابت مخصوص به خود هستند. البته نوعی دیگـر از هزینه ثابت ورق بهادار در دریافت مشاوره است. کسانی که با سرمایه گذاری آشنا نیستند، سازمان بـورس یا کارگزاری مورد نظر یک مشاور مالی تخصیص یافته و طبق یک توافق فی مـابین در صـورت سـود کـردن ناشی از فروش سهام، بخشی از از سود به مشاور اختصاص می‌یابد. در ارتباط با مورد اول که جابجـایی بـین کشورها برای سرمایه گذاری است، در دنیای واقعی این امر کمتر رخ می دهد و اینکـه مجموعـه‌ای از اوراق بهادار دارای یک میزان هزینه ثابت معاملات باشند، بدین معنی که اگر یک نوع از این اوراق در سبد سرمایه گذاری قرار گیرد، هزینه ثابت معاملات مجموع آنها نیز لحاظ می‌شود.
تابع هدف مسأله بصورت زیر خواهد بود.

$$Min\ Z = \sum_{j=1}^{n}\left(C_j X_j + f_j\right) \tag{۱}$$

$$Min\ Z = \sum_{j=1}^{n}\frac{\delta^2 r_j}{rj}X_j \tag{۲}$$

و مجموعه محدودیت‌ها را نیز بصورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$St\colon \sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \le b_i \qquad i = 1, \dots, m \tag{۳}$$

$$X_j \ge 0 \quad j = 1 \dots n \tag{۴}$$

که در آن $X = (X_j : j = 1, \dots n)$، بردار متغیرهای تصمیم‌گیری است که بایـد تعیـین شـوند و بقیـه پارامترها، متغیرهایی هستند که باید در مسأله داده شوند. همچنـین $C = (C_j : j = 1 \dots n)$ بـردار ضـرایب هزینه و $b = (b_i : i = 1 \dots m)^T$، بردار سمت راست و $\frac{\delta^2 r_j}{rj}$ یک ماتریس $m \times n$ است که از درجه دوم است. همچنین $A = (a_{ij})_{m\times n}$، ماتریس ضرایب محدودیت‌ها می‌باشد. در اینجا ماتریس درجه دوم ذکر شده کـه آنرا $Q$ می‌نامیم و همان $\frac{\delta^2 r_j}{rj}$ است، متقارن و نیمه معین مثبت است. حال فرض کنید که از نظر سرمایه‌گذار، هر یک از توابع هدف دارای اهمیّتی باشند که این اهمیت را با قرار دادن و اختصاص دادن وزنی بـه آنهـا در توابع تأثیر می‌دهد، در نتیجه شکل توابع هدف (۱) و (۲) بصورت زیر تغییر می‌کنند.

$$Min\ Z = W_1 \sum_{j=1}^{n}\left(C_j X_j + f_j\right) \tag{۵}$$

$$Min\ Z = W_2 \sum_{j=1}^{n}\frac{\delta^2 r_j}{rj}X_j \tag{۶}$$

$$St{:}\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \le b_i \qquad i=1,\ldots,m \tag{۷}$$

$$X_j \ge 0 \quad j=1\ldots n \tag{۸}$$

حال این سؤال مطرح است که یک تغییر کوچک در تابع هدف (۵)، آیا تغییر بزرگی نسبت به تابع هدف (۶)ایجاد نمی‌کند؟ بطور قطع همین‌گونه است. این دو تابع هدف از یک جنس نیستند زیرا تابع هدف (۵) از جنس هزینه است که شامل داده‌هایی در مقیاس بزرگ است. مدل (۶) در ارتباط با ریسک و بازده سخن می‌گوید که شامل داده‌هایی کوچک و اعشاری است. در نتیجه این دو تابع هدف، می‌بایست بی‌مقیاس شوند که در درجه اول روش $LP$ متریک به نظر صحیح می‌آید. حال بهترین مقداری که از تابع هدف (۵) بدست می‌آید با $Best_I$ و بهترین مقداری که از تابع هدف (۶) بدست می‌آید با $Best_{II}$ نامگذاری می‌شود. با در نظر گرفتن دو تابع هدف بصورت همزمان تابعی بصورت زیر بدست می‌آید.

$$Min\ [min\left(W_1\sum_{j=1}^{n}\left(C_jX_j+f_j\right)\right)+min\left(W_2\sum_{j=1}^{n}\frac{\delta^2 r_j}{rj}X_j\right)] \tag{۹}$$

$$St{:}\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \le b_i \qquad i=1,\ldots,m \tag{۱۰}$$

$$X_j \ge 0 \quad j=1\ldots n \tag{۱۱}$$

حال اگر بهترین مقدار هر تابع را که پیشتر محاسبه شد، با بکارگیری قاعده $LP$ متریک وارد تابع هدف (۹) شود، در نهایت تابع هدف بصورت ذیل تبدیل می‌گردد.

$$Min[\left(\frac{min\left(W_1\sum_{j=1}^{n}\left(C_jX_j+f_j\right)\right)-Best_I}{Best_I}\right)+\left(\frac{min\left(W_2\sum_{j=1}^{n}\frac{\delta^2 r_j}{rj}X_j\right)-Best_{II}}{Best_{II}}\right)] \tag{۱۲}$$

$$St{:}\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \le b_i \qquad i=1,\ldots,m \tag{۱۳}$$

$$X_j \ge 0 \quad j=1\ldots n \tag{۱۴}$$

تابع هدف و مدل (۹) را به صورت ماتریسی، می‌توان بصورت زیر نوشت.

$$Min\ Z = W_1(CX + f) + W_2QX \qquad (۱۵)$$

$$St: \quad AX \le b, \qquad X \ge 0 \qquad (۱۶)$$

که در آن هدف، یافتن متغیرهای تصمیم‌گیری تحت قیود می‌باشد، بطوریکه هدف، کمینه گردد. مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم‌گیری $X_j \ge 0$ به ازای $j = 1, 2, \dots, n$، تابعی از پارامترهای $a_{ij}$ و $b_i, C_j, f_j$ به ازای $j = 1, 2, \dots, n$ هستند. بنابراین، تغییر هر یک از این پارامترها، متغیرهای تصمیم‌گیری و در نتیجه مقدار بهینه تابع هدف نیز فازی خواهد بود و مسأله برنامه‌ریزی متداول درجه دوم تعریف شده، بصورت مدل (۱۵)، می‌تواند تبدیل به مسأله برنامه‌ریزی درجه دوم فازی شود که شکل کلی آنرا در مدل (۱۷) آمده است. در این تابع هدف کاری شبیه به روش بونیسون انجام شده است.

$$Min\ \tilde{Z} = \widetilde{W}_1 \sum_{j=1}^{n} (\tilde{C}_j \tilde{X}_j + \tilde{f}_j) + \widetilde{W}_2 \sum_{j=1}^{n} \tilde{Q}_{ij} \tilde{X}_j \qquad (۱۷)$$

$$St: \sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ij} \tilde{X}_j \le \tilde{B}_i \qquad i = 1, \dots \dots, m \qquad (۱۸)$$

$$\tilde{X}_j \ge 0 \quad j = 1, \dots, \dots, n \qquad (۱۹)$$

حال اگر مساله دو هدفه فازی با روش $LP$ متریک حل و با روش لکسیکوگراف به یک تابع هدف تبدیل شود، آنگاه نیاز است توان‌های بیشتر از یک در روش $LP$ متریک برای حالت فازی مشخص شود. در واقع کاری که در اینجا انجام می‌شود، برقراری ارتباط بین روش بونیسون با روش $LP$ متریک و در نهایت حل این توابع هدف با یکی کردن آنها به روش لکسیکوگراف است. به عنوان نوآوری، به غیر از مقادیر فازی تعداد هر سهم، برای سایر متغیرهای تصمیم که به صورت فازی هستند، توابع عضویتی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_{\tilde{A}_{ij}} = \{\left(a_{ij}, \mu_{\tilde{A}_{ij}}(a_{ij})\right), \ a_{ij} \in S(\tilde{A}_{ij})\} \qquad (۲۰)$$

$$\mu_{\tilde{B}_i} = \{\left(b_i, \mu_{\tilde{B}_i}(b_i)\right), \ b_i \in S(\tilde{B}_i)\} \qquad (۲۱)$$

$$\mu_{\tilde{C}_j} = \{\left(C_j, \mu_{\tilde{C}_j}(C_j)\right), \ C_j \in S(\tilde{C}_j)\} \qquad (۲۲)$$

$$\mu_{\tilde{Q}_{ij}} = \{\left(\frac{\delta^2 r_j}{rj}, \mu_{\tilde{Q}_{ij}}\left(\frac{\delta^2 r_j}{rj}\right)\right), \ \frac{\delta^2 r_j}{rj} \in S(\tilde{Q}_{ij})\} \tag{۲۳}$$

$$\mu_{\tilde{f}_j} = \{\left(f_j, \mu_{\tilde{f}_j}(f_j)\right), \ f_j \in S(\tilde{f}_j)\} \tag{۲۴}$$

که در روابط بالا $S(\tilde{A}_{ij})$، $S(\tilde{B}_i)$ ، $S(\tilde{C}_j)$ ، $S(\tilde{Q}_{ij})$ و $S(\tilde{f}_j)$ به ترتیب تکیه‌گاه‌های اعداد فـازی، متغیرهـای تصمیم است. حال می‌بایست شرایطی بررسی شود که مسأله مورد بصورت یک مسأله برنامه‌ریزی درجه دوم فازی که در آن ضرایب هزینه، ضرایب محدودیت‌ها و بردار منابع اعدادی فازی می‌باشند.

$$Min\ \tilde{Z} = \widetilde{W}_1 \sum_{j=1}^{n} (\tilde{C}_j X_j + f_j) + \widetilde{W}_2 \sum_{j=1}^{n} \frac{\delta^2 r_j}{rj} X_j \tag{۲۵}$$

$$St: \sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ij} \tilde{X}_j \leq \tilde{B}_i \qquad i = 1, \dots \dots, m \tag{۲۶}$$

$$\widetilde{X}_j \geq 0 \qquad j = 1, \dots \dots, n \tag{۲۷}$$

حالت دوم، مسأله درجه دوم فازی است که علاوه بر ضرایب هزینه، ضرایب محدودیت‌ها و بردار منابع، ضرایب درجه دوم نیز مقادیری فازی می‌باشند.

$$Min\ \tilde{Z} = \widetilde{W}_1 \sum_{j=1}^{n} (\tilde{C}_j \tilde{X}_j + \tilde{f}_j) + \widetilde{W}_2 \sum_{j=1}^{n} \tilde{Q}_{ij} \tilde{X}_j \tag{۲۸}$$

$$St: \sum_{j=1}^{n} \tilde{A}_{ij} \tilde{X}_j \leq \tilde{B}_i \qquad i = 1, \dots \dots, m \tag{۲۹}$$

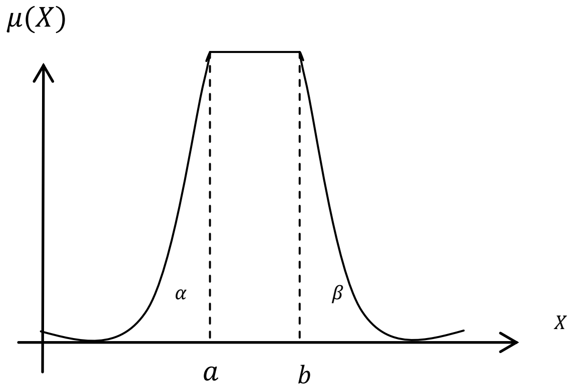
$$\widetilde{X}_j \geq 0 \qquad j = 1, \dots \dots, n \tag{۳۰}$$

از آنجایی که در مدل‌های اخیر، برخی از پارامترهای ورودی مسأله مقادیر فازی می‌باشند، مقدار بهینه تابع هدف نیز فازی خواهد بود. در مرحله بعد بایستی با یافتن مقادیری برای کران بالا و کران پایین تابع هدف در هر سطح $\alpha$، $\alpha \in [0, 1]$، مقدار بهینه فازی برای هر یک از دو مسأله بالا بدست آید. در اینجا ابتدا روشی برای حل مسأله فازی که فقط ضرایب هزینه فازی است ارائه شده و سپس به مدل پیچیده‌تر مسأله فازی درجه دوم با ضرایب هزینه و متغیرها و محدودیت فازی بسط داده شده است. در این روش ابتدا

برای هر مسأله برنامه‌ریزی درجه دوم فازی، یک زوج از مسأله دو سطحی فرموله می‌شود که کرانهای بالا و پایین مقدار بهینه فازی را در هر سطح $\alpha \in [0\,,1]$ نتیجه می‌دهند.

### ۳-۱- حل مدل به روش بونیسون

در این روش، فرض بر آن است‌که عملیات جبری بر روی اعداد فازی$L - R$ ذوزنقه‌ای را می‌توان به صورت پارامتریک تخمین زد. این تقریب بصورت $(a\,,b\,,\alpha\,,\beta)$خواهد بود.




**شکل۱- نمایش اعداد فازی ذوزنقه‌ای**

اگر$D = (\,a\,,b\,,\alpha\,,\beta\,)$ عدد فازی یکم و $N = (a'\,,b'\,,\alpha'\,,\beta')$ عدد فازی دوم باشد، عملیات جبری بر روی این اعداد فازی بصورت ذیل تعریف می‌گردد.

$$D(+)N = (\,a + a'\,,b + b'\,,\alpha + \alpha'\,,\beta + \beta')$$ (۳۱)

$$D(-)N = (\,a - b'\,,b - a'\,,\alpha + \beta'\,,\beta + \alpha')$$ (۳۲)

$$D(.)N = (aa'\,,bb'\,,a\alpha' + \alpha a' - \alpha\alpha'\,,b\beta' + b'\beta + \beta\beta')$$ (۳۳)

$$D(:)N = (\frac{a}{b'}\,,\frac{b}{a'}\,,\frac{a\beta' + b\alpha}{b'(b' + \beta')}\,,\frac{b\alpha' + a'\beta}{a'(a' - \alpha')}$$ (۳۴)

البته دقت نمایید که حاصلضرب و تقسیم دو عدد فازی ذوزنقه‌ای، یک عدد فازی ذوزنقه‌ای نیست و فرمول‌های ارائه شده، تخمینی می‌باشند. با استفاده از موارد فوق به سادگی می‌توان مطلوبیت گزینه‌های

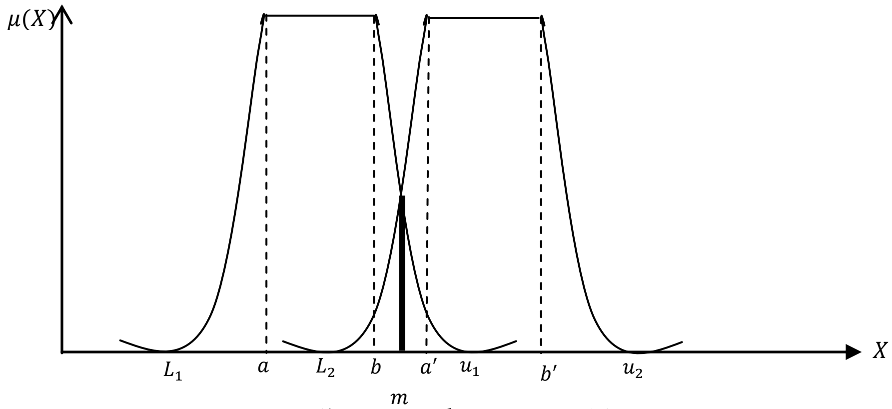
مختلف را به صورت $u_i = \sum_{j=1}^{n} W_j . n_{ij}$ بدست آورد. البته $W_j$ و $n_{ij}$ ممکن است قطعی یا فازی به صورت $L-R$ باشند. پس از محاسبه $u_i$ ها، باید درجه بزرگی یک عدد فازی بر اعداد فازی دیگر بدست آید. بطور کلی درجه بزرگی یک عدد فازی از عدد فازی دیگر از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V(M_1 \geq M_2) = sup[\, min\ (\ \mu_a(x_1), \mu_{a'}(x_2)\ )] \quad x_1 \geq x_2 \tag{۳۶}$$

حال اگر $M_1$ و $M_2$ دو عدد فازی $L-R$ ذوزنقه‌ای باشند، رابطه فوق را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$\begin{cases} V(M_1 \geq M_2) = 1 \qquad b \geq a' & (۳۷) \\ V(M_1 \geq M_2) = hgt(M_1 \cap M_2)\ \text{در غیر اینصورت} & (۳۸) \end{cases}$$

در شکل (۲)، نمایش بزرگی دو عدد فازی را مشاهده می‌کنید که در آنخط تیره‌تر، $hgt(M_1 \cap M_2)$ ارتفاع ناحیه اشتراک دو عدد فازی ذوزنقه ای است.




**شکل۲- درجه بزرگی دو عدد فازی**

برای محاسبه $X = hgt(M_1 \cap M_2)$ با استفاده از تشابه مثلثات به صورت ذیل عمل می‌شود.

$$\frac{X}{1} = \frac{u_1 - m}{u_1 - b} \tag{۳۹}$$

$$\frac{X}{1} = \frac{L_2 - m}{L_2 - a'} \tag{۴۰}$$

از حل دو معادله فوق در یک دستگاه معادلات، نتایج ذیل حاصل خواهد شد:

$$u_1 - m = X(u_1 - b)$$

$$L_2 - m = X(L_2 - a') \rightarrow \left(\text{ضرب در}\right)(-1) \;\; = \;\; m - L_2 = X(a' - L_2)$$

$$X = hgt\,(M_1 \cap M_2) = \frac{u_1 - L_2}{(u_1 - b) - (L_2 - a')} \qquad (۴۱)$$

بنابراین، درجه بزرگی یک عدد فازی ذوزنقه‌ای از اعداد فازی دیگر بصورت زیر بدست می‌آید.

$$V(M_1 \geq M_2) = 1 \qquad \text{اگر} \quad a \geq b' \qquad (۴۲)$$

$$V(M_1 \geq M_2) = hgt(M_1 \cap M_2) = \frac{u_1 - L_2}{(u_1 - b) - (L_2 - a')} \qquad \text{در غیر اینصورت} \qquad (۴۳)$$

همچنین، درجه بزرگی یک عدد فازی ذوزنقه‌ای از $K$ عدد فازی ذوزنقه‌ای دیگر، برابر است با:

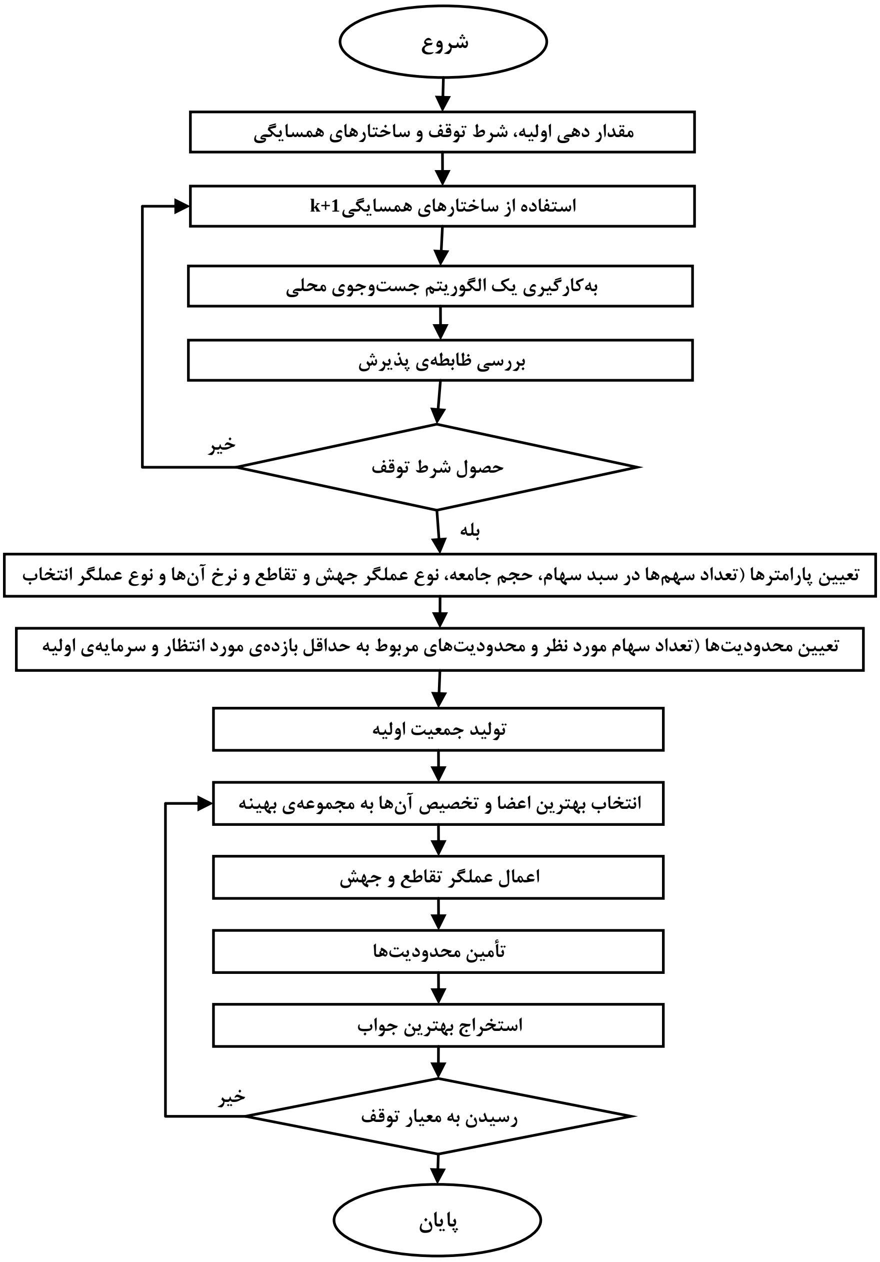
$$V = (M_1 \geq M_2\,, M_3\,, \ldots, M_k) = V(M_1 \geq M_2)\,\text{و}\,V(M_1 \geq M_3)\,\text{و}\ldots\,\text{و}\;V(M_1 \geq M_k) \qquad (۴۴)$$

## ۴- الگوریتم ترکیبی

در این پژوهش، الگوریتم ترکیبی متشکل از الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر برای ایجاد یک جواب اولیه مناسب و الگوریتم ژنتیک به صورت شکل است. مشخصات الگوریتم ژنتیک چند هدفه استفاده شده در این پژوهش به شرح جدول (۲) است.

**جدول۲- مشخصات الگوریتم ژنتیک ترکیبی**

| | | | |
|---|---|---|---|
| تابع عمل‌گر جهش ناگهانی | تابع گوسی | نوع جمعیت | بردار دوگانه |
| مقیاس عمل‌گر جهش ناگهانی | ۱ | اندازه جمعیت | ۵۰ |
| تعداد نسل‌ها | ۲۰ | تابع انتخاب | چرخ گردان رولت |
| محدودیت و تأخیر زمانی | نامحدود | نرخ عمل‌گر ضربدری | ۰,۸ |
| محدودیت تعداد نسل | نامحدود | تابع عمل‌گر ضربدری | پراکنده |
| دقت تغییر در تابع هدف | ۰,۰۰۰۰۰۱ | نرخ نخبه‌گرایی و مهاجرت | ۰,۲ |




**شکل ۳- روند الگوریتم ترکیبی**

الگوریتم ژنتیک بر اساس اندازه جمعیت تعریف شده و ۵۰ سبد سهام را به عنوان کروموزوم تولید و فرآیند تکامل را با ۲۰ نسل ادامه می‌دهد و در انتها، ۵۰ سبد طراحی شده به کمک الگوریتم ژنتیک بر اساس معیارهای ریسک و بازده اولویت‌بندی می‌شود.

دو شرط اساسی برای انتخاب نسبت وزنی سهام ($W_i$) مورد استفاده در سبد سهام که برای الگوریتم تعریف گردید که بصورت $0 \leq W_i \leq 1$ و $\sum_{i=1}^{n} W_i = 1$ است. در اینجا ورودی‌های مسأله شامل پنجاه داده به صورت عدد بین صفر و یک بوده که به پنجاه سهم اطلاق می‌گردد و هر کدام از این اعداد نشانگر درجه اهمیت آن سهم از دید فرد سرمایه‌گذار است که از روش بونیسون بدست می‌آید. حال با تقسیم هر عدد بر مجموع اعداد نسبت داده شده به هر سهم، بایستی عمل بی‌مقیاس‌سازی انجام شود. حال با نسبت دادن اعداد صفر و یک به هر سهم بر اساس وزن آن و بکارگیری تقاطع و جهش در هر کروموزوم، فضای حل جستجو شود. به این منظور در ابتدا بطور تصادفی عددی در فاصله صفر و یک تولید شده و به هر ژن اختصاص می‌یابد. به کروموزوم زیر توجه نمایید.

| $j_1$ | $j_2$ | $j_3$ | $j_4$ | $j_5$ |
|---|---|---|---|---|
| ۰,۱۲ | ۰,۳۵ | ۰,۸۱ | ۰,۷۵ | ۰,۵۶ |

**شکل۴- تخصیص عدد تصادفی بین صفر و یک به هر ژن**

سپس دو عدد از ژن‌ها را به تصادف انتخاب کرده و عدد تخصیص داده شده به آن را صفر می‌نماییم و عمل بی‌مقیاس سازی را انجام می‌دهیم تا مجموع اوزان برابر با یک گردد.

| $j_1$ | $j_2$ | $j_3$ | $j_4$ | $j_5$ |
|---|---|---|---|---|
| ۰ | ۰,۳۵ | ۰,۸۱ | ۰,۷۵ | ۰ |
| $j_1$ | $j_2$ | $j_3$ | $j_4$ | $j_5$ |
| ۰ | ۰,۱۸۳ | ۰,۴۲۴ | ۰,۳۹۳ | ۰ |

**شکل۵- بی مقیاس سازی ژن**

در الگوریتم پیشنهادی از چهار نوع جهش استفاده شده است. در یک حالت، یک ژن را به تصادف با ژن دیگر جابجا شده و در حالت دیگر یک ژن در بین دو ژن دیگر قرار داده شده و بقیه ژن‌ها به جلو انتقال داده شده است. در حالت دیگر کروموزوم در حول یک ژن به چرخش درمی‌آید. در یک حالت ابداعی دیگر، کل کروموزوم معکوس همانند شکل ۶ می‌گردد. برای تقاطع، دو کروموزوم در نظر گرفته شده و تقاطع از ژن‌هایی اعمال می‌شود که به تصادف مقدار صفر دارند. برای آنکه کروموزم مورد نظر، تنها مقادیر گسسته را جستجو نکند و مقادیر پیوسته نیز بررسی شود، یک تابع توزیع یکنواخت معرفی شده که مقدار آن در بازه [-۰,۲,۰,۲] است.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $j_1$ | $j_2$ | $j_3$ | $j_4$ | $j_5$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $j_5$ | $j_2$ | $j_3$ | $j_4$ | $j_1$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $j_5$ | $j_4$ | $j_3$ | $j_2$ | $j_1$ |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $j_1$ | $j_5$ | $j_2$ | $j_3$ | $j_4$ |

**شکل ۶- جهش هر کروموزوم**

حال به تصادف یک عدد از این بازه انتخاب شده و به اعداد ژن‌های کروموزم اضافه می‌شود. حال اگر مقادیر آنها مثبت باشد، جهش‌های مد نظر انجام شده امّا اگر به عنوان مثال، یکی از آنها مقدار منفی باشد، مقدار آن صفر شده و بعد از آن جهش‌ها انجام می‌شود. به عنوان مثال و با توجه به شکل زیر فرض کنید ۰,۲- به تصادف انتخاب شود. حال این عدد را بصورت زیر به اعداد کروموزم اصلی اضافه خواهد شد.

| $j_1$ | $j_2$ | $j_3$ | $j_4$ | $j_5$ |
|---|---|---|---|---|
| ۰,۱۲ | ۰,۳۵ | ۰,۸۱ | ۰,۷۵ | ۰,۵۶ |

| $j_1$ | $j_2$ | $j_3$ | $j_4$ | $j_5$ |
|---|---|---|---|---|
| -۰,۰۸ | ۰,۱۵ | ۰,۶۱ | ۰,۵۵ | ۰,۳۶ |

| $j_1$ | $j_2$ | $j_3$ | $j_4$ | $j_5$ |
|---|---|---|---|---|
| ۰ | ۰,۱۵ | ۰,۶۱ | ۰,۵۵ | ۰,۳۶ |

**شکل ۷- جستجوی فضای پیوسته و گسسته**

## ۵- نتایج پژوهش

### ۵-۱- نتایج عددی با توجه به اطلاعات بازار بورس داخلی

در این پژوهش، اطلاعات مورد نیاز با مراجعه به کتابخانه سازمان بورس و شرکت آتی سازان بازار و نرم‌افزارهای تدبیر پرداز و ره‌آورد نوین گردآوری شده است. جامعه آماری، کلیه شرکت‌های پذیرفته شده سازمان بورس اوراق بهادار تهران و نمونه آماری، داده‌های ۵۰ شرکت از انواع مختلف در حوزه‌های گوناگون در یک دوره شش ماهه است. قیمت‌های در نظر گرفته شده در واقع میانگین قیمت‌های مربوط به آن سهم در طول دوره شش ماهه اول دی ماه سال ۹۴ تا آخر تیر ماه سال ۹۵ است. بر اساس روابط فوق و دخیل کردن شاخص‌های فازی، اولویت‌بندی سهام به صورت ذیل شده است.

**جدول ۳- اولویت‌بندی سهام**

| اولویت | نام سهام |
|---|---|
| ۱ | داروسازی دکتر عبیدی، نخ‌ریسی پارسیلون، پتروشیمی شازند، شرکت ذوب‌آهن سپاهان، بانک دی، شرکت دریایی سینا، گروه فن‌آوا |
| ۲ | شرکت قند سیلاخور، شرکت فولاد کرمان، شرکت ذوب‌آهن اصفهان |
| ۳ | شرکت نفت لاوان |
| ۴ | سینا کاشی، کاشی جم، شرکت تبرک |
| ۵ | کیمی دارو، شرکت فولاد مبارکه، بانک حکمت ایرانیان، سرمایه‌گذاری رنا(هلدینگ)، بانک ملت، شرکت رب مسمّا، کارخانجات شهید قندی، تولید نیروی برق دماوند |
| ۶ | شرکت توسعه استان کرمان، نساجی یزد، شرکت نفت آبادان |
| ۷ | نساجی مازندران، شرکت ذوب‌آهن ملایر |
| ۸ | ایران‌خودرو، سایپا، کرمان موتور، شرکت قند فریمان |
| ۹ | گروه سرمایه‌گذاری میراث فرهنگی |
| ۱۰ | شرکت میدکو |
| ۱۱ | پتروشیمی اهواز |
| ۱۲ | پتروشیمی شاوان |
| ۱۳ | شرکت کود لردگان |
| ۱۴ | بانک صادرات، خودرو دیزل، شرکت دل‌پذیر |
| ۱۵ | نساجی بروجرد، شرکت فولاد خوزستان |
| ۱۶ | دیار خودرو، پوروتون، داروسازی اکسیر، نخ‌ریسی اراک |
| ۱۷ | ریل پرداز سیر، شرکت سحر، شرکت ذوب آلومینیوم اراک، شرکت نفت بندر عباس |
| ۱۸ | داروسازی انکولوژی سبحان |

در این قسمت، نتایج بدست آمده از اجرای الگوریتم مورد نظرمان برای سبد یک سهامی تا سبد ۵۰ سهمی بدست آمده است و با نتایج آن در نرم‌افزار *GAMS* مورد مقایسه قرار گرفته است. جدول ۴ مربوط به *LP* متریک نسبت ریسک به بازده مورد نظر و کمینه‌سازی هزینه ناشی از سرمایه‌گذاری در سهام بدست آمده است.

**جدول۴- نسبت ریسک به بازده و کمینه هزینه**

| تعداد سهام | نسبت ریسک به بازده | | کمینه هزینه | | تعداد سهام | نسبت ریسک به بازده | | کمینه هزینه | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | الگوریتم | گمز | الگوریتم | گمز | | الگوریتم | گمز | الگوریتم ترکیبی | گمز |
| ۱ | ۰,۰۳ | ۰,۰۳ | ۵۴۰,۴۸ | ۵۳۹۰,۵۴ | ۲۶ | ۰,۰۵ | – | ۲۹۵۵۳۲,۲۶ | – |
| ۲ | ۰,۱۹ | ۰,۱۹ | ۹۷۵,۷۷ | ۹۷۵,۱۲ | ۲۷ | ۱,۰۰ | – | ۳۰۰۰۰۵,۴۸ | – |
| ۳ | ۰,۰۵ | ۰,۰۵ | ۱۴۴۵,۳۴ | ۱۴۳۲,۷۵ | ۲۸ | ۰,۰۱ | – | ۳۶۳۷۵۰,۲۸ | – |
| ۴ | ۰,۳۳ | ۰,۳۲ | ۲۴۹۰,۱۵ | ۲۴۷۵,۷۵ | ۲۹ | ۰,۰۰ | – | ۳۶۰۰۵۰,۵۵ | – |
| ۵ | ۰,۱۷ | ۰,۱۶ | ۴۷۶۰,۸۲ | ۴۷۵۶,۲۵ | ۳۰ | ۰,۰۳ | – | ۳۷۵۱۲۵,۶۸ | – |
| ۶ | ۰,۰۹ | ۰,۰۹ | ۵۷۵۵,۱۵ | ۵۷۲۰,۶۵ | ۳۱ | ۰,۱۵ | – | ۳۷۵۹۶۱,۷۱ | – |
| ۷ | ۰,۷۳ | ۰,۷۲ | ۷۴۸۰,۲۴ | ۷۴۰۰,۱۲ | ۳۲ | ۰,۰۹ | – | ۴۲۰۰۵۰,۸۹ | – |
| ۸ | ۰,۱۳ | ۰,۱۱ | ۱۰۴۵۰,۹ | ۱۰۳۲۰,۵۶ | ۳۳ | ۰,۲۰ | – | ۴۷۵۵۵۵,۵۶ | – |
| ۹ | ۰,۱۲ | ۰,۱۱ | ۱۰۷۹۰,۱ | ۱۰۵۰۰,۳۶ | ۳۴ | ۰,۲۹ | – | ۴۸۰۰۰۵,۱۱ | – |
| ۱۰ | ۰,۰۹ | ۰,۰۹ | ۱۵۴۶۵,۸ | ۱۴۲۶۰,۸۵ | ۳۵ | ۰,۰۵ | – | ۴۴۵۹۵۰,۲۱ | – |
| ۱۱ | ۰,۱۰ | ۰,۱۰ | ۱۹۷۵۰,۲ | ۱۸۶۵۲,۰۰ | ۳۶ | ۰,۱۱ | – | ۴۳۵۷۲۰,۵۸ | – |
| ۱۲ | ۰,۳۶ | ۰,۳۵ | ۲۳۷۵۰,۴ | ۲۰۰۵۰,۷۸ | ۳۷ | ۰,۱۵ | – | ۵۹۰۵۴۱,۱۲ | – |
| ۱۳ | ۰,۱۸ | ۰,۱۶ | ۳۸۹۶۰,۴ | ۳۶۷۵۰,۴۵ | ۳۸ | ۰,۲۳ | – | ۵۸۵۹۵۰,۷۵ | – |
| ۱۴ | ۰,۰۶ | ۰,۰۶ | ۳۷۴۵۰,۲ | ۳۵۱۲۰,۰۰ | ۳۹ | ۰,۲۶ | – | ۵۹۰۷۵۰,۱۱ | – |
| ۱۵ | ۰,۳۵ | ۰,۳۳ | ۴۵۹۵۰,۱ | ۴۲۷۸۰,۳۵ | ۴۰ | ۰,۱۰ | – | ۶۲۰۷۹۰,۲۸ | – |
| ۱۶ | ۰,۲۸ | ۰,۲۷ | ۷۵۴۵۰,۱ | ۷۰۰۰۰,۵۶ | ۴۱ | ۰,۲۹ | – | ۶۶۰۰۰۵,۱۴ | – |
| ۱۷ | ۰,۱۶ | ۰,۱۴ | ۸۷۴۵۰,۵ | ۸۳۲۵۵,۱۲ | ۴۲ | ۰,۵۰ | – | ۶۵۵۴۵۰,۷۸ | – |
| ۱۸ | ۰,۱۵ | ۰,۱۵ | ۹۵۳۲۰,۲ | ۹۴۸۰۰,۴۵ | ۴۳ | ۰,۲۶ | – | ۷۹۰۰۰۰,۱۴ | – |
| ۱۹ | ۰,۵۶ | ۰,۵۵ | ۹۰۰۰۰,۸ | ۸۹۱۲۰,۵۰ | ۴۴ | ۰,۱۸ | – | ۷۱۵۲۸۰,۳۹ | – |
| ۲۰ | ۰,۲۵ | ۰,۲۵ | ۱۲۵۶۵۲ | ۱۲۰۰۰۰,۸۹ | ۴۵ | ۰,۰۹ | – | ۷۰۰۰۰۵,۶۵ | – |
| ۲۱ | ۰,۰۵ | ۰,۰۵ | ۱۲۰۳۶۰ | ۱۱۹۰۰۰,۳۲ | ۴۶ | ۰,۴۸ | – | ۷۵۴۱۲۰,۳۳ | – |
| ۲۲ | ۰,۰۷ | – | ۱۹۰۰۲۰ | – | ۴۷ | ۰,۱۵ | – | ۹۳۲۴۵۱,۰۰ | – |
| ۲۳ | ۰,۰۹ | – | ۱۸۵۲۵۰ | – | ۴۸ | ۰,۱۱ | – | ۸۹۵۴۰۱,۰۰ | – |
| ۲۴ | ۰,۱۴ | – | ۲۱۰۳۳۵ | – | ۴۹ | ۰,۱۰ | – | ۱۰۰۰۰۰۰,۵۵ | – |
| ۲۵ | ۰,۱۳ | – | ۲۹۵۳۲۰ | – | ۵۰ | ۰,۶۰ | – | ۹۵۵۹۷۸,۳۶ | – |

### ۵-۲- نتایج عددی با توجه به اطلاعات مقالات مشابه

در این بخش برگرفته از ادبیات شامل الگوریتم‌های شبیه‌سازی تبرید، کلونی مورچگان، جستجوی همسایگی متغیر برای اعتبار سنجی الگوریتم ترکیبی استفاده شده و نتایج در جداول ۸ و ۹ گزارش شده است.

### جدول۸- مقایسه نتایج سهام

| تعداد سهام | شبیه‌سازی تبرید | جستجوی متغیر | الگوریتم ترکیبی | کلونی مورچگان | گمز |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۰٫۳۵۳۶۴ | ۰٫۴۰۰۰۷ | ۰٫۰۲۸۵۱۶ | ۰٫۲۸۶۴۷۸ | ۰٫۰۲۶۲۵۲۸۵ |
| ۲ | ۰٫۲۰۰۰۷ | ۰٫۲۲۰۰۳۱ | ۰٫۲۰۲۳۵۸۴ | ۰٫۱۹۵۰۰۱ | ۰٫۱۹۰۶۷۹۳۴ |
| ۳ | ۰٫۰۵۳۱۴۴۴ | ۰٫۰۵۴۱۲۵۵ | ۰٫۰۵۳۰۰۱۴ | ۰٫۰۵۲۴۷۸۹ | ۰٫۰۵۰۱۴۴۳۳۹ |
| ۴ | ۰٫۳۳۹۳۲۵ | ۰٫۳۴۲۱۵۳ | ۰٫۳۲۹۸۵۵ | ۰٫۳۲۷۵۴۸ | ۰٫۳۱۷۵۹۶۳۳ |
| ۵ | ۰٫۱۶۹۵۴۷ | ۰٫۱۷۴۵۸۱ | ۰٫۱۶۸۴۲۱۸ | ۰٫۱۶۹۴۲۵۸ | ۰٫۱۵۶۳۰۲۱ |
| ۶ | ۰٫۰۹۲۲۷۳۶ | ۰٫۰۹۳۲۱۴۸ | ۰٫۰۹۱۹۴۵۸۲ | ۰٫۰۹۱۳۶۵۸۷۴ | ۰٫۰۸۹۹۵۰۹۸ |
| ۷ | ۰٫۷۴۲۵۹۸۶ | ۰٫۷۴۹۵۸۲ | ۰٫۷۳۰۰۵ | ۰٫۷۲۹۸۴۱۲ | ۰٫۷۱۵۷۲۳۶ |
| ۸ | ۰٫۱۳۹۳۶۵ | ۰٫۱۴۰۰۲ | ۰٫۱۲۹۵۶۴۱ | ۰٫۱۲۵۸۶۴ | ۰٫۱۱۲۷۷۵ |
| ۹ | ۰٫۱۱۵۲۳۵ | ۰٫۱۱۹۰۰۳ | ۰٫۱۱۹۲۵۶ | ۰٫۱۱۲۴۰۵ | ۰٫۱۰۹۵۰۵ |
| ۱۰ | ۰٫۰۹۵۱۳۰۰۲ | ۰٫۰۹۵۲۱۳۵۸ | ۰٫۰۹۳۲۵۴۸۷ | ۰٫۰۹۳۱۲۵۴۷ | ۰٫۰۹۲۲۱۹۹۲۳ |
| ۱۱ | ۰٫۱۰۰۰۰۷ | ۰٫۱۰۰۵۴۷ | ۰٫۰۹۹۹۹۵۸ | ۰٫۱۰۰۰۰۰۲ | ۰٫۰۹۸۲۶۶۷۳ |
| ۱۲ | ۰٫۳۸۲۵۴۸۹ | ۰٫۳۸۲۰۰۵ | ۰٫۳۶۲۳۱۴۸ | ۰٫۳۶۳۱۴۷۸ | ۰٫۳۴۵۷ |
| ۱۳ | ۰٫۱۰۱۰۰۴ | ۰٫۱۹۲۱۶ | ۰٫۱۷۵۴۱۲۳ | ۰٫۱۷۳۲۶۸ | ۰٫۱۵۷۳ |
| ۱۴ | ۰٫۰۶۱۲۰۰۳۸ | ۰٫۰۶۱۹۷۴۵۸ | ۰٫۰۶۰۱۴۷۸ | ۰٫۰۶۰۰۱۷۹ | ۰٫۰۵۹۳۹۸۳ |
| ۱۵ | ۰٫۳۶۸۴۷۵ | ۰٫۳۶۹۵۴۷ | ۰٫۳۵۰۰۱۲ | ۰٫۳۴۹۸۷۵ | ۰٫۳۳۴۵ |
| ۱۶ | ۰٫۲۸۱۲۴۵۸ | ۰٫۲۸۸۲۱۴۵ | ۰٫۲۷۵۵۶۸ | ۰٫۲۷۲۱۲۵ | ۰٫۲۶۹۹۸ |
| ۱۷ | ۰٫۱۵۲۳۶۵۴ | ۰٫۱۵۲۹۵۴۱ | ۰٫۱۵۵۸۴۵۲ | ۰٫۱۴۲۶۵۸ | ۰٫۱۴۲۷۸ |
| ۱۸ | ۰٫۱۵۸۷۴۵۲ | ۰٫۱۶۳۲۵۵ | ۰٫۱۵۲۱۴۵۸ | ۰٫۱۵۰۱۲۴۵ | ۰٫۱۴۸۷۰ |
| ۱۹ | ۰٫۵۸۷۴۵۲ | ۰٫۵۸۹۲۴۵ | ۰٫۵۶۴۷۸۱ | ۰٫۵۵۱۲۴۷۸ | ۰٫۵۵۱۴ |
| ۲۰ | ۰٫۲۸۴۵۷۲۱ | ۰٫۲۸۵۶۴۷ | ۰٫۲۵۱۴۷۸۲ | ۰٫۲۵۰۰۲۱۴ | ۰٫۲۴۸۷۵ |
| ۲۱ | ۰٫۰۵۵۹۲۲۷ | ۰٫۰۵۶۲۱۴۷ | ۰٫۰۵۴۹۱۲۵ | ۰٫۰۵۴۹۵۶۴ | ۰٫۰۵۴۰۸ |
| ۲۲ | ۰٫۰۶۷۶۰۳۹۹ | ۰٫۰۶۷۷۳۲۱۴۵ | ۰٫۰۶۶۹۴۷۸ | ۰٫۰۶۶۷۸۱۴ | _ |
| ۲۳ | ۰٫۰۹۱۵۵۰۵ | ۰٫۰۹۱۶۸۵۴ | ۰٫۰۹۰۴۵۸۷ | ۰٫۰۹۰۵۸۴۲ | _ |
| ۲۴ | ۰٫۱۴۳۸۰۶ | ۰٫۱۵۴۸۹۷ | ۰٫۱۴۴۵۷۸ | ۰٫۱۳۳۸۱۲ | _ |
| ۲۵ | ۰٫۱۳۰۸۰۱ | ۰٫۱۳۲۱۴۵۸ | ۰٫۱۳۰۰۲۵ | ۰٫۱۳۵۴۷۸ | _ |
| ۲۶ | ۰٫۰۴۹۲۱۲ | ۰٫۰۵۰۰۰۸ | ۰٫۰۴۹۱۰۰۲ | ۰٫۰۴۹۲۰۱ | _ |
| ۲۷ | ۰٫۱۰۰۰۰۰۰۹ | ۰٫۱۰۰۴۸ | ۰٫۹۹۹۹۹۹۷ | ۰٫۹۹۹۹۹۹۷ | _ |
| ۲۸ | ۰٫۰۱۱۵۰۲۸ | ۰٫۰۱۱۶۳۵۸ | ۰٫۰۱۰۳۶۵ | ۰٫۰۱۰۶۵۴ | _ |
| ۲۹ | ۰٫۰۰۰۵۶ | ۰٫۰۰۰۶۲۱ | ۰٫۰۰۰۵۵۶۲۴ | ۰٫۰۰۰۵۵۰۹ | _ |
| ۳۰ | ۰٫۰۳۰۹۵۴۹ | ۰٫۰۳۱۰۰۰۵ | ۰٫۰۳۰۲۵۸۴ | ۰٫۰۳۰۲۱۵ | _ |
| ۳۱ | ۰٫۱۵۶۰۸۴۲ | ۰٫۱۵۶۸۷ | ۰٫۱۵۰۰۱۴ | ۰٫۱۵۰۱۴۷ | _ |
| ۳۲ | ۰٫۸۴۷۱۷۴۸ | ۰٫۸۴۹۷۱۴۲۵ | ۰٫۸۹۹۹۳۵ | ۰٫۸۹۹۲۱۸۶ | _ |
| ۳۳ | ۰٫۲۰۰۱۰۳ | ۰٫۲۱۵۴۷۸ | ۰٫۲۰۳۲۵۵ | ۰٫۲۰۹۸۷۴ | _ |
| ۳۴ | ۰٫۲۸۶۸ | ۰٫۲۹۹۹۹ | ۰٫۲۸۵۱۳ | ۰٫۲۸۴۱۴ | _ |
| ۳۵ | ۰٫۰۴۶۳۹۰ | ۰٫۰۴۶۵۴۰ | ۰٫۰۴۶۰۰۰۰۷ | ۰٫۰۴۵۹۲۱۴ | _ |

| تعداد سهام | شبیه‌سازی تبرید | جستجوی متغیر | الگوریتم ترکیبی | کلونی مورچگان | گمز |
|---|---|---|---|---|---|
| ۳۶ | ۰,۱۱۶۲۵ | ۰,۱۱۷۸۵۴ | ۰,۱۱۲۵۴۶ | ۰,۱۱۲۰۴ | _ |
| ۳۷ | ۰,۱۴۹۰۸ | ۰,۱۵۹۲۵ | ۰,۱۴۸ | ۰,۱۴۴۷ | _ |
| ۳۸ | ۰,۲۴۲۴۸۳۶ | ۰,۲۴۸۵۴۱۲ | ۰,۲۳۱۸۵۶۸ | ۰,۲۲۵۴۷۸ | _ |
| ۳۹ | ۰,۲۷۰۱۰۷ | ۰,۲۸۸۹۵۲۴ | ۰,۲۶۴۷۸۹ | ۰,۲۶۰۴۸۷ | _ |
| ۴۰ | ۰,۱۰۵۷۸ | ۰,۱۰۹۹۹ | ۰,۰۹۹۹۵۸ | ۰,۰۹۰۹۹۲۴ | _ |
| ۴۱ | ۰,۲۹۳۳۷۳۶ | ۰,۳۰۰۰۰۵ | ۰,۲۹۳۸۸۲۸۷ | ۰,۲۹۹۲۴۸۷ | _ |
| ۴۲ | ۰,۵۰۴۶۹۵۸ | ۰,۵۰۵۵۹ | ۰,۴۹۵۲۱۸ | ۰,۴۹۳۵۸۷ | _ |
| ۴۳ | ۰,۲۶۷۶۵۲۴ | ۰,۲۶۳۵۸۷ | ۰,۲۶۳۱۴۷۸ | ۰,۲۶۳۲۱۷۸ | _ |
| ۴۴ | ۰,۱۸۹۵۴۱۲ | ۰,۱۸۴۵۱۷ | ۰,۱۸۲۰۰۱۴ | ۰,۱۸۲۱۵۸۷ | _ |
| ۴۵ | ۰,۰۸۸۹۴۲۵۷ | ۰,۰۸۸۰۰۰۱ | ۰,۰۸۷۹۹۹۹ | ۰,۰۸۸۱۲۵۵۴ | _ |
| ۴۶ | ۰,۴۸۶۲۵۷۱ | ۰,۴۹۵۸۷۵ | ۰,۴۸۲۱۵۴ | ۰,۴۸۲۰۰۱۴ | _ |
| ۴۷ | ۰,۱۵۶۳۲۸ | ۰,۱۵۱۴۷۸ | ۰,۱۵۳۲۱۴۷ | ۰,۱۵۳۲۱۴۷ | _ |
| ۴۸ | ۰,۱۰۹۵۰ | ۰,۱۱۱۰۱ | ۰,۱۰۶۵۷۷ | ۰,۱۰۵۴۷ | _ |
| ۴۹ | ۰,۰۹۸۴۴۷۵۱ | ۰,۰۹۸۳۲۵۴ | ۰,۰۹۸۱۰۱۲۵ | ۰,۰۹۸۱۱۴۵ | _ |
| ۵۰ | ۰,۵۹۴۱۲۴۷ | ۰,۵۹۴۳۲ | ۰,۵۹۵۸۷۰ | ۰,۵۹۴۱۲۵ | _ |

### جدول۹- مقایسه نتایج کمینه هزینه سهام

| تعداد سهام | شبیه‌سازی تبرید | جستجوی متغیر | الگوریتم ترکیبی | کلونی مورچگان | گمز |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۵۴۳,۲۵۸ | ۵۴۵,۱۴۹ | ۵۴۰,۴۷۸ | ۵۴۰,۴۷۸ | ۵۳۹۰,۵۴۰ |
| ۲ | ۹۷۷,۲۱۴ | ۹۷۹,۹۹۹ | ۹۷۵,۷۶۸ | ۹۷۶,۹۱۲ | ۹۷۵,۱۲۰ |
| ۳ | ۱۴۴۵,۹۷۵۸ | ۱۴۴۹,۸۸۹ | ۱۴۴۵,۳۳۶۸ | ۱۴۴۵,۵۷۸ | ۱۴۳۲,۷۵ |
| ۴ | ۲۴۹۵,۶۵۲ | ۲۴۹۸,۱۴۵ | ۲۴۹۰,۱۴۵ | ۲۴۹۳,۴۸۹ | ۲۴۷۵,۷۵ |
| ۵ | ۴۷۶۳,۲۵۴ | ۴۷۶۸,۰۱۲ | ۴۷۶۰,۸۲۴۰ | ۴۷۶۱,۲۵۴ | ۴۷۵۶,۲۵ |
| ۶ | ۵۷۵۸,۳۶۹ | ۵۷۶۱,۳۲۵ | ۵۷۵۵,۱۴۵ | ۵۷۵۵,۴۵۸ | ۵۷۲۰,۶۵ |
| ۷ | ۷۴۸۹,۶۵۰ | ۷۴۹۳,۲۵۰ | ۷۴۸۰,۲۴۰ | ۷۴۸۵,۳۴۸ | ۷۴۰۰,۱۲ |
| ۸ | ۱۰۴۶۳,۹۹۹ | ۱۰۴۶۳,۱۲۸ | ۱۰۴۵۰,۹۸۴۵ | ۱۰۴۴۵,۴۸۷ | ۱۰۳۲۰,۵۶ |
| ۹ | ۱۰۸۰۰,۱۱۱ | ۱۰۸۰۵,۲۵۹ | ۱۰۷۹۰,۱۲ | ۱۰۷۹۵,۳۲۵ | ۱۰۵۰۰,۳۶۴ |
| ۱۰ | ۱۵۴۹۷,۲۲۵ | ۱۵۵۰۰,۰۴۵ | ۱۵۴۶۵,۸۸۴۵ | ۱۵۴۹۵,۰۳۶ | ۱۴۲۶۰,۸۵۰ |
| ۱۱ | ۱۹۷۶۳,۶۵۸ | ۱۹۷۷۰,۵۹ | ۱۹۷۵۰,۲۳۵ | ۱۹۷۵۶,۳۲۰ | ۱۸۶۵۲ |
| ۱۲ | ۲۳۷۶۸,۴۸۵ | ۲۳۷۸۵,۰۶۲ | ۲۳۷۵۰,۴۸۰ | ۲۳۷۶۳,۲۱۵ | ۲۰۰۵۰,۷۸۲ |
| ۱۳ | ۳۸۹۹۹,۰۵۶ | ۳۹۰۰۵,۹۹۹۹ | ۳۸۹۶۰,۴۸۲ | ۳۸۹۹۶,۱۲۸ | ۳۶۷۵۰,۴۵ |
| ۱۴ | ۳۷۶۷۴,۸۸۹ | ۳۷۸۹۳,۵۸۶ | ۳۷۴۵۰,۲۳۰ | ۳۷۵۴۰,۶۴۱ | ۳۵۱۲۰ |
| ۱۵ | ۴۶۰۳۰,۴۵۲ | ۴۶۰۵۰,۶۴۰ | ۴۵۹۵۰,۱۶۸ | ۴۶۰۰۰,۶۶۸ | ۴۲۷۸۰,۳۵۰ |
| ۱۶ | ۷۸۵۶۰,۴۹۵ | ۷۷۹۵۰,۳۲۸ | ۷۵۴۵۰,۱۲ | ۷۶۴۲۰,۳۲۵ | ۷۰۰۰۰,۵۵۵۹ |
| ۱۷ | ۸۸۹۵۰,۳۲۸ | ۸۹۷۰۰,۱۱۱ | ۸۷۴۵۰,۵۵۵۵۹ | ۸۸۹۰۰,۶۸۹ | ۸۳۲۵۵,۱۲ |

| تعداد سهام | شبیه‌سازی تبرید | جستجوی متغیر | الگوریتم ترکیبی | کلونی مورچگان | گمز |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱۸ | ۹۵۸۰۰,۳۶۰ | ۹۶۷۵۰,۲۵۰ | ۹۵۳۲۰,۲۵۰ | ۹۵۸۰۰,۳۲۰ | ۹۴۸۰۰,۴۴۵ |
| ۱۹ | ۹۷۸۵۰,۳۲۵ | ۹۹۳۶۱,۳۲۰ | ۹۰۰۰۰,۸۸۸۸ | ۹۵۶۳۰,۵۱۰ | ۸۹۱۲۰,۵ |
| ۲۰ | ۱۳۲۵۴۰,۸۸۵ | ۱۳۳۵۶۰,۸۵۰ | ۱۲۵۶۵۲,۲۳۰ | ۱۲۷۳۶۰,۳۰۹ | ۱۲۰۰۰۰,۸۸۸۸ |
| ۲۱ | ۱۳۳۶۵۴,۲۱۰ | ۱۴۵۳۶۰,۲۵۰ | ۱۲۰۳۶۰,۳۵۶ | ۱۲۵۵۴۰,۶۵۰ | ۱۱۹۰۰۰,۳۲ |
| ۲۲ | ۲۱۹۳۶۰,۳۲۵ | ۲۲۰۵۴۰,۳۶۰ | ۱۹۰۰۲۰,۳۵ | ۲۰۰۱۳۰,۳۶۰ | _ |
| ۲۳ | ۱۹۷۲۵۰,۳۶۰ | ۱۹۹۳۶۰,۱۲۵ | ۱۸۵۲۵۰,۳۲۵ | ۱۹۵۴۵۰,۲۱۰ | _ |
| ۲۴ | ۲۷۴۶۵۰,۹۶۰ | ۲۸۶۳۵۰,۴۵۰ | ۲۱۰۳۳۵,۵۱ | ۲۲۷۳۶۵,۵۴۶ | _ |
| ۲۵ | ۳۱۵۹۵۰,۴۱۰ | ۳۲۵۶۲۴,۲۵۸ | ۲۹۵۳۲۰,۱۴ | ۳۰۰۰۰۸,۹۵ | _ |
| ۲۶ | ۳۲۵۹۶۰,۱۵۶ | ۳۳۷۵۶۰,۱۴۰ | ۲۹۵۵۳۲,۲۶۰ | ۳۰۰۲۱۰,۶۶۲ | _ |
| ۲۷ | ۳۳۹۶۵۷,۷۵۰ | ۳۵۶۹۸۳,۰۰۵ | ۳۰۰۰۰۵,۴۸۱ | ۳۱۰۲۵۶,۹۸۵ | _ |
| ۲۸ | ۳۷۷۸۸۹,۲۵۴ | ۳۷۸۹۵۰,۲۱۵ | ۳۶۳۷۵۰,۲۸۴ | ۳۶۹۲۱۴,۰۱۵ | _ |
| ۲۹ | ۳۸۷۷۷۵,۵۵۶ | ۳۹۵۰۲۶,۱۸۹ | ۳۶۰۰۵۰,۵۵ | ۳۷۳۰۰۱,۲۳۰ | _ |
| ۳۰ | ۴۰۰۰۰۰,۰۰۱ | ۴۰۰۰۰۳,۱۲۹ | ۳۷۵۱۲۵,۶۷۵۴۲ | ۳۸۶۲۵۰,۲۵۴۱ | _ |
| ۳۱ | ۳۹۰۰۰۵,۲۸۰ | ۳۹۸۳۲۵,۰۱۴ | ۳۷۵۹۶۱,۷۱۰ | ۳۸۳۶۵۲,۲۵۰ | _ |
| ۳۲ | ۴۴۵۹۵۰,۴۹۰ | ۴۷۸۶۵۸,۳۲۰ | ۴۲۰۰۵۰,۸۸۸۸۹ | ۴۱۹۲۶۰,۶۵۰ | _ |
| ۳۳ | ۴۸۰۲۰۰,۳۶۷ | ۴۸۰۶۰۶,۳۵۶ | ۴۷۵۵۵۵,۵۵۵ | ۴۷۹۲۳۵,۲۶۱ | _ |
| ۳۴ | ۴۸۳۲۱۵,۲۱۰ | ۴۸۹۵۶۰,۴۷۸ | ۴۸۰۰۰۵,۱۱۱۳ | ۴۷۹۳۲۵,۹۸۰ | _ |
| ۳۵ | ۴۵۳۲۱۵,۹۴۵ | ۴۵۶۳۲۵,۸۷۳ | ۴۴۵۹۵۰,۲۱۴ | ۴۴۰۳۵۰,۹۲۰ | _ |
| ۳۶ | ۴۶۵۳۲۱,۹۴۷ | ۴۷۰۰۰۹,۳۵۰ | ۴۳۵۷۲۰,۵۸۴ | ۴۳۲۶۴۰,۳۲۵ | _ |
| ۳۷ | ۵۹۹۲۱۰,۹۴۵ | ۶۰۰۲۵۰,۳۲۴ | ۵۹۰۵۴۱,۱۲ | ۵۹۴۳۲۵,۳۶۹ | _ |
| ۳۸ | ۵۸۹۳۶۰,۹۴۰ | ۵۹۰۱۸۲,۳۶۰ | ۵۸۵۹۵۰,۷۵ | ۵۸۳۴۵۲,۳۶۰ | _ |
| ۳۹ | ۶۱۰۶۵۰,۴۹۳ | ۶۲۰۳۵۹,۴۵۸ | ۵۹۰۷۵۰,۱۱۱۱۱۹ | ۶۰۰۳۶۵,۸۴۰ | _ |
| ۴۰ | ۶۵۹۲۵۶,۹۸۰ | ۶۶۰۳۶۴,۹۸۷ | ۶۲۰۷۹۰,۲۷۵ | ۶۱۹۳۶۰,۵۸۷ | _ |
| ۴۱ | ۶۹۰۵۸۴,۶۵۱ | ۷۱۰۶۵۴,۹۸۰ | ۶۶۰۰۰۵,۱۴۳۳۳ | ۶۷۵۲۱۵,۳۹۸ | _ |
| ۴۲ | ۷۰۰۶۵۰,۸۹۰ | ۷۱۰۳۲۶,۳۲۵ | ۶۵۵۴۵۰,۷۸۲۱ | ۶۷۵۳۲۰,۲۶۵ | _ |
| ۴۳ | ۸۱۰۶۵۴,۳۲۵ | ۸۲۰۳۶۰,۱۴۰ | ۷۹۰۰۰۰,۱۴۰ | ۸۰۰۰۰۲,۳۹۰ | _ |
| ۴۴ | ۷۳۰۲۵۰,۳۴۹ | ۷۳۵۳۶۰,۴۴۹ | ۷۱۵۲۸۰,۳۹۰ | ۷۲۰۳۶۰,۸۵۰ | _ |
| ۴۵ | ۷۱۵۲۶۴,۱۲۰ | ۷۲۵۳۶۱,۲۸۰ | ۷۰۰۰۰۵,۶۵۲ | ۷۱۰۳۶۰,۶۵۰ | _ |
| ۴۶ | ۷۸۳۶۵۰,۸۹۵ | ۷۹۵۴۸۲,۷۷۹ | ۷۵۴۱۲۰,۳۳۳۳ | ۷۸۰۳۶۰,۲۳۹ | _ |
| ۴۷ | ۹۶۳۴۵۸,۲۵۹ | ۹۸۰۴۵۰,۳۶۹ | ۹۳۲۴۵۰,۹۹۷ | ۹۴۵۳۶۵,۳۶۱ | _ |
| ۴۸ | ۹۰۹۶۵۰,۲۱۸ | ۹۱۰۳۶۰,۳۲۸ | ۸۹۵۴۰۰,۹۹۹۹ | ۹۰۰۷۵۰,۳۳۶ | _ |
| ۴۹ | ۱۰۰۳۴۸۹,۲۳۶ | ۱۰۰۵۸۰۳,۲۸۰ | ۱۰۰۰۰۰۰,۵۵۴۸ | ۱۰۰۲۲۰۰,۵۶۹ | _ |
| ۵۰ | ۹۶۳۱۴۸,۲۶۰ | ۹۹۰۸۷۴,۳۲۷ | ۹۵۵۹۷۸,۳۶۱۳ | ۹۵۹۷۵۱,۳۲۵۷ | _ |

نتایج اولیه نشان می‌دهد هر سه الگوریتم تا حدودی بر یکدیگر منطبق هستند ولی الگوریتم کلونی مورچگان در تعداد ۷، ۹، ۲۳، ۲۴، ۲۵ و سهام بین ۳۵ تا ۴۱ عدد، نتیجه بهتری نسبت به الگوریتم‌های جستجوی متغیر و ترکیبی داشته است و از این نظر الگوریتم پیشنهادی عملکرد بهتری داشته ولی دقیقاً در همین سهام نیز الگوریتم پیشنهادی مورد نظر این مقاله از الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر، عملکرد بهتری داشته است. برای کمینه‌سازی هزینه سرمایه‌گذاری، الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر نسبت به الگوریتم ترکیبی جستجوی همسایگی متغیر و الگوریتم ژنتیک، عملکرد مناسبی نداشته و فاصله قابل توجهی بین نمودار این دو الگوریتم وجود دارد به گونه‌ای که از تعداد سهم ۱۳ به بعد این فاصله بیشتر شده و تا انتها ادامه می‌یابد و در بازه تعداد سهم ۲۳ تا ۳۱ و ۳۹ تا ۴۳ این فاصله در بیشترین حالت خود قرار دارد. الگوریتم کلونی مورچگان با شیب مناسبی نسبت به الگوریتم ترکیبی جستجوی همسایگی متغیر و ژنتیک تا ۵۰ سهم پیش رفته است و در سهام ابتدایی و تعداد سهم ۳۵ تا ۳۷ نسبت به الگوریتم پیشنهادی، نتیجه بهتری داشته اما در سایر نقاط، الگوریتم پیشنهادی این مقاله، نتایج بهتری را ارائه داده است.

## ۶- نتیجه‌گیری و بحث

در این پژوهش سعی شده است تا در مسئله انتخاب سبد سهام معیارهای فازی در تصمیم‌گیری خالت داده شوند. سپس با استفاده از روش *LP* متریک فازی این مدل گسترش یافته و با وزن‌دهی آن سعی شد تا تنوعی از جوابها متناسب با وزن‌ها حاصل گردد. همچنین با توجه غامض بودن مسئله مورد بررسی، برای حل مدل مورد نظر از الگوریتم فراابتکاری ترکیبی شامل جستجوی همسایگی متغیر و الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. در نهایت نیز به منظور بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، نتایج حاصل از آن بر روی تعداد زیادی مسئله نمونه با نتایج الگوریتم‌های در سایر مقالات، مورد مقایسه قرار گرفت. جمعبندی این بررسی نشان داد که نتایج الگوریتم ترکیبی کاملا قابل قبول و قابل رقابت با الگوریتمهای موجود در ادبیات است. به عنوان مطالعات آتی برای حل مسائل بهینه‌سازی سبد سهام می‌توان به شیوه تئوری بازی‌ها عمل کرد بطوریکه بورس به عنوان یک عامل متضاد با سرمایه‌گذار در نظر گرفته شده که از هر طریق مانع سود بردن او می‌گردد. در اینجا سرمایه‌گذار باید بداند که در صورت مشاهده فضایی در بازار بورس اعم از کاهش شاخص کل یا افزایش آن، کاهش قیمت سهامی او یا افزایش آن و یا حتی بسته شدن نماد سهم خریداری شده در بازار بورس، چه اقداماتی انجام دهد.

## فهرست منابع

* عشقی، کوروش. عبدالعلی‌زاده‌ی، شهیر. (۱۳۸۲)، " کاربرد الگوریتم ژنتیک در انتخاب یک مجموعه دارایی از سهام بورس اوراق بهادار تهران"، فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، شماره ۱۷، ۱۴۸-۱۷۵.
* ناصر شمس، حسین دستخوان، به کارگیری برنامه ریزی ریاضی فازی در مسئله ی تعیین سبد بهینه سهام، ششمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع، انجمن مهندسی صنایع ایران ۱۳۸۷.

- Lin, C. M., & Gen, M., (2007), "An effective decision-based genetic algorithm approach to multi-objective portfolio optimization problem", Applied Mathematical Sciences, 1(5), 201-210.
- Zadeh, L.A, (1978), " Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility", Fuzzy sets and systems, International Journal of General Systems, 2, 209-215
- Zimmermann, H.J., (1985), "Application of Fuzzy sets Theory to mathematical programming, Information Sciences, 36(1-2), 29-58.
- Parra, M. A., Terol, A. B., & Rodríguez Uría, M.V., (2001), "A fuzzy goal programming approach to portfolio selection", European Journal of Operational Research, 133(2), 287-297
- Fang, Y., Lai, K.K., & Wang, S-Y., (2006), "Portfolio rebalancing model with transaction costs based on fuzzy decision theory, European Journal of Operational Research, 175(2), 879-893.
- Lin, C. C., & Liu, Y.T., (2008), " Genetic algorithm for portfolio selection problem with transaction lost" , European journal of operational problem, 185(16), 393-401
- Konno, H., & Yamazaki, H., (1991), " Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its application to tokyo stock market", Management Science, 37(16), 519-531.