فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره سی و هشتم / بهار ۱۳۹۸

تحلیل روش وزن مشترک در تحلیل پوششی داده ها بر پایه رضایت مشتریان شرکت های فعال در بورس اوراق بهادار تهران

زهرا بداقی[۱]
مهناز احدزاده نمین[۲]
شادی شاهوردیانی[۳]

تاریخ دریافت مقاله :۹۷/۰۱/۱۷ تاریخ پذیرش مقاله :۹۷/۰۳/۰۳

چکیده

مدل تحلیل پوششی داده‌های سنتی به واحد تصمیم گیرنده (DMU) اجازه می‌دهد، مطلوب‌ترین وزن ها را برای ارزیابی مقدار کارایی استفاده کند. این نوع ارزیابی با بیشترین انعطاف پذیری ممکن است از رتبه بندی کامل DMU ها جلوگیری کند و نتایج ارزیابی برای DMU ها غیر قابل قبول باشد. برای حل این مشکل در تحلیل پوششی داده ها یک روش وزن مشترک بر پایه مفهوم از درجه رضایت DMU ها معرفی گردیده است. همچنین برای حل مدل وزن مشترک بر پایه مفهوم درجه رضایت، از آنجایی که مدل بکاربرده شده در این تحقیق یک مدل غیرخطی است، یک الگوریتم ارائه شده است. در این مقاله به ارزیابی کارایی شرکت های تولیدی فعال در بورس اوراق بهادار تهران خواهیم پرداخت. کارایی وزن مشترک بر پایه مفهوم از درجه رضایت را برای شرکت های تولیدی بورس اوراق بهادار تهران برای سال های ۱۳۹۴ و ۱۳۹۵ را محاسبه نموده ایم. نتایج نشان می دهد که این روش بدون هیچ تداخلی شرکت ها را در طی این دو سال رتبه بندی خواهد نمود.

کلمات کلیدی

بورس اوراق بهادار تهران، تحلیل پوششی داده ها، روش وزن مشترک بر پایه درجه رضایت، رتبه‌بندی.

۱ کارشناسی ارشد، گروه مدیریت مالی، واحد شهرقدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.z68.bodaghi@gmail.com
۲ استادیار، گروه ریاضی، واحد شهرقدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول) .
ahadzadehnamin@yahoo.com
۳ استادیار، گروه مدیریت مالی، واحد شهرقدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.shshahverdiani@gmail.com

مقدمه

امروزه اغلب سازمان‌ها در محیطی رقابتی و پویا در حال فعالیت هستند. محیطی که دارای متغیرهای در حال تغییر بوده و امکان پیش بینی تغییرات بسیار مشکل است. ارزیابی عملکرد، از مهمترین فرایندهای راهبردی است که ضمن ارتقای پاسخگویی، میزان تحقق اهداف و برنامه‌های هرسازمان را مشخص می‌کند. جهت دستیابی به یکی از مهم ترین اهداف دولت ها یعنی توسعه پایدار اقتصادی، توسعه بورس اوراق بهادار به عنوان یکی از ابزارهای مهم مطرح است. نقش با اهمیتی که شرکت‌های سرمایه‌گذاری بر بورس اوراق بهادار دارند، این است که می توانند در فرآیند قیمت‌گذاری تاثیر گذاشته و قیمت سهام را به سمت ارزش واقعی خود سوق دهند و در نتیجه به ارتقای کارایی و ثبات بازار سرمایه و در نهایت بهبود روند توسعه پایدار اقتصادی کمک نماید.

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) اندازه کارایی واحد های تصمیم‌گیری با چندین ورودی و خروجی را به صورت نسبت خروجی‌های وزن دار شده به ورودی های وزن دار شده به دست می آورد(چارنز و همکاران، ۱۹۷۸). وقتی هر واحد تصمیم گیری می تواند مطلوب ترین وزن های ورودی و خروجی را برای حاصل شدن ماکزیمم مقدار کارایی اختیار کند، بنابراین شاخص کارایی بدست آمده برابر بهترین سطح کارایی برای هر واحد تصمیم گیری است. اما ارزیابی واحدهای تصمیم گیری براساس انتخاب مجموعه وزن های متفاوت غیر قابل قبول است.

لذا بعضی محققان با ارتباط دادن DEA و بعضی تکنیک های دیگر مانند برنامه ریزی چندهدفه، مدل هایی جهت تولید یک مجموعه وزن مشترک برای ارزیابی واحد های تصمیم گیری و رتبه بندی آنها ارائه دادند (رجوع شود به رول و گولانی (۱۹۹۴)، دویل و گرین (۱۹۹۴)، بیلتون و ویکر (۱۹۹۳)، لی و رو (۱۹۹۹) ، کاوو و وانگ (۲۰۰۵) ، چن و همکاران (۲۰۰۹) و زهره بندیان و همکاران (۲۰۱۰)). کاوو و وانگ (۲۰۰۵) با استفاده از روش جواب های توافقی در برنامه ریزی چندهدفه ،یک مدل وزن مشترک ارائه دادند، که در آن از کارایی هر واحد به عنوان نقطه ایده آل آن واحد استفاده شده است و مینمم فاصله از این نقطه با استفاده از نرم های مختلف اقلیدوسی به عنوان یک هدف برای تبدیل مسئله چند هدفه به تک هدفه در نظر گرفته شده است. مدل کاوو و وانگ (۲۰۰۵)، مدل غیرخطی است. چن و همکاران(۲۰۰۹) با ارائه یک مدل خطی برای ارزیابی کارایی واحد ها، یک مدل چند هدفه ای خطی برپایه وزن مشترک ارائه دادند، که می توان با استفاده از روش جواب های توافقی آن را تبدیل به یک مدل تک هدفه خطی کرد و آن را حل نمود. زهره بندیان و همکاران (۲۰۱۰) نیز در راستای کار کاوو و همکاران (۲۰۰۵) یک مدل خطی چند هدفه برای وزن مشترک ارائه دادند.

وی و همکاران(۲۰۱۶) به ارائه یک روش وزن مشترک بر پایه درجه رضایت پرداختند. همچنین با دو الگوریتم طریقه به دست آوردن جواب های منحصر به فرد و بهینه پاراتو را نشان دادند.

شرکت های سرمایه گذاری یکی از تسهیل کنندگان انتقال سرمایه در بخش های مختلف تولید، خدمات و هر چه موثرتر نمودن بازار سرمایه و برقراری رقابت صحیح با بازار های پول و ... هستند. از آنجا که عملکرد هر سازمان به عنوان یک اصل، در حد امکان باید اندازه گیری شود. وجود یا عدم وجود نظام ارزیابی عملکرد موثر و کارآمد با حیات و مرگ سازمان رابطه ای مستقیم دارد، تا آنجا که فقدان آن را به عنوان بیماری سازمانی قلمداد کرده اند. بدون اندازه گیری مبنای برای ارزیابی وجود نخواهد داشت و آنچه را که نتوان ارزیابی کرد، اداره درست آن نیز ممکن نخواهد بود. لذا ضروری است برای اعمال مدیریت صحیح و موثر از الگوی عملی برای ارزیابی عملکرد شرکت های فعال در بازار بورس بهره بگیریم تا بتوانیم میزان تلاش و نتایج حاصل از کارکرد آن ها را نیز به طور مستمر مورد سنجش قرار دهیم. در بخش بعدی ابتدا به معرفی روش وزن مشترک بر پایه مفهوم درجه رضایت، ارائه شده به وسیله وی و همکاران (۲۰۱۶) ، خواهیم پرداخت. در بخش سوم، مدل وزن مشترک را برای ارزیابی۲۴ شرکت های تولیدی فعال در بورس اوراق بهادار تهران استفاده خواهیم نمود. بخش چهارم نتیجه گیری و پیشنهادات آتی را خواهیم داشت.

مبانی نظری تحقیق

مدل CCR

فرض کنیم n واحد تصمیم گیرنده $(j = 1, \dots, n)DMU_j = (x_j, y_j)$ مفروض باشد. که در آن، $x_j \in R^m$ ،$x_j \geq 0$ و $x_j \neq 0$،$(j = 1, \dots, n)$ نشان دهنده بردار ورودی و $y_j \in R^s$، $y_j \geq 0$ و $y_j \neq 0$،$(j = 1, \dots, n)$ نشان دهنده بردار خروجی است. ماتریس ورودی X، ماتریسی است که ستون‌های آن را بردارهای ورودی DMU_jها، $(j = 1, \dots, n)$ تشکیل داده است، یعنی $X = [x_1, \dots, x_n]$ و به طور مشابه ماتریس خروجی Y به صورت $Y = [y_1, \dots, y_n]$ در نظر گرفته می شود. $(d \in \{1, \dots, n\})DMU_d$، نشان دهنده‌ی واحد تحت ارزیابی است. از مدل زیر که مدل مضربی CCR می باشد(چارنز و همکاران، ۱۹۷۸)، استفاده خواهیم کرد:

$$E_d^{max} = \max E_d = \sum_{r=1}^{s} u_{rd}\, y_{rd} \qquad (۱)$$

S.t

$$\sum_{r=1}^{s} u_{rj}\, y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_{ij}\, x_{ij} \leq 0,\ \text{j=1,.....,n}$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_{ij}\, x_{id} = 1$$

$$u_{rj} \geq 0, \qquad v_{ij} \geq 0 \quad ; \quad r = 1, \dots s\,, \;\; i = 1, \dots, m, \qquad j = 1, \dots, n$$

تعریف۱ (کارائی قوی): DMU_O تحت مدل (۱) کارای قوی است هرگاه دو شرط زیر برقرار باشند.

۱. $u^{*} y_o = 1$

۲. حداقل یک جواب بهینه مانند (U^{*}, V^{*}) از مدل(۲,۲) موجود باشد به طوری‌که . $U^{*} > 0 \;\; , V^{*} > 0$

توجه کنید که برای ارزیابی DMU ها یعنی بررسی این که کدام یک از سایرین بهتر است و سایرین دارای چه ضعفی، کجا و چه مقدار هستند، اصولی باید برقرار باشد:

DMU ها باید متجانس باشند؛ یعنی ورودی ها و خروجی هایشان باید هم جنس باشند.

تمام داده ها می بایست در یک زمان جمع آوری شده یا مستقل از زمان باشد.

تعداد DMU ها برای ارزیابی متناهی است.

ورودی ها و خروجی ها می بایست نا منفی بوده و حداقل یک مؤلفهٔ بردارِ ورودی، مثبت و یک مؤلفهٔ بردارِ خروجی، مثبت باشد.

خروجی ها فقط وابسته به بردار ورودی داده شده باشد.

یک اصل تجربی: $n \geq 3(m + s)$. (n تعداد واحد های تصمیم گیرنده، m تعداد ورودی ها، s تعداد خروجی ها می باشد.)

مدل وزن مشترک

یک مجموعه مشترک از وزن ها برای محاسبه کارایی DMU ها استفاده خواهد شد. به طور کلی مجموعه مشترک از وزن ها می تواند به صورت زیر تعریف شود (وی و همکاران، ۲۰۱۶).

$$\mathbf{W} = \left\{(\mu_r, \omega_i) \,|\, \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0 \;\; , u_r \geq 0, \;\; v_i \geq 0 \;\; \forall\, i, r, j \right\} \qquad (۲)$$

وقتی مجموعه مشترک وزن ها از W برای ارزیابی کارایی DMU ها استفاده می شود، هر DMU ممکن است آرمان کارایی بالا و پایین داشته باشد. به سادگی کران بالای آرمان برای هر DMU با

استفاده از کارایی CCR به دست می آید، زیرا کارایی CCR از هر DMU با توجه به مطلوب ترین وزن‌ها به دست می آید. بنابراین کران بالای آرمان برای هر DMU به وسیله $E_j^{max*} = \mathrm{E_j}$ داده می شود که $\mathrm{E_j}$ کارایی $\mathrm{DMU_j}$ تولید شده به وسیله مدل مضربیCCR است.

همچنین تشخیص مینیمم مقدار کارایی برای هر DMU زمانی که وزن مشترک از مجموعه W برای ارزیابی کارایی DMU ها انتخاب می شود، ساده است و این مقدار برابر صفر است. اما کارایی صفر برای کران پایین آرمان مناسب نخواهد بود، زیرا این حالت زمانی اتفاق می افتد که وزن خروجی از وزن های مشترک همگی مساوی با صفر باشند. اما این مجموعه مشترک از وزن ها برای هر DMU غیر قابل قبول هستند. مجموعه مشترک از وزن ها که برای ارزیابی کارایی DMU ها استفاده می‌شود، باید حداقل یک DMU کارا نشان دهد. کران پایین آرمان $\mathrm{E_j^{min}}$ برای هر DMU به صورت رابطه (۳) زیر محاسبه می شود.

$$\mathbf{E_j^{min}} = \min_{\mathbf{d=1,\dots,n;\ d\neq j}} \left\{ \min_{(\mu_{rd}^*,\, \omega_{id}^*)} \frac{\sum_{r=1}^{s} u_{rd}^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_{id}^* x_{ij}} \right\},\ \boldsymbol{j = 1, \dots, n} \qquad (۳)$$

در رابطه (۳)، $\{\mathrm{u_{rd}^*},\ \mathrm{v_{id}^*}\ \forall \mathrm{i, r}\}$ مجموعه مطلوب از وزن های DMU_d برای مدل مضربی CCR تولید می شود (جواب بهینه چندگانه ممکن است برای DMU_dتولید شود). با توجه به رابطه (۳) می توان دید که کران پایین کارایی یک DMU زمانی به دست می آید که مجبور به استفاده مجموعه از وزن ها باشیم که برای DMU دیگر مطلوب ترین باشد. به ویژه مجموعه ای که کم ترین کارایی را تولید می کند.

بر پایه آرمان های کران بالا و پایین برای DMU ها مجموعه مشترک وزن ها را به صورت(۴) زیر دوباره تعریف می کنیم.

$$\mathbf{W^R} = \left\{ \begin{array}{c} (\mathbf{u_r, v_i}) \,|\, \sum_{r=1}^{s} \mathbf{u_r y_{rj}} - \mathbf{E_j^{max}} \sum_{i=1}^{m} \mathbf{v_i x_{ij}} + \mathbf{s_j^1} = \mathbf{0}, \quad \forall \mathbf{j} \\ \sum_{r=1}^{s} \mathbf{u_r y_{rj}} - \mathbf{E_j^{min}} \sum_{i=1}^{m} \mathbf{v_i x_{ij}} - \mathbf{s_j^2} = \mathbf{0}, \ \forall \mathbf{j} \\ \sum_{i=1}^{m} \mathbf{v_i} \sum_{i=1}^{m} \mathbf{x_{ij}} = \mathbf{n} \\ \mathbf{v_i \geq 0}, \quad \forall \mathbf{i} \\ \mathbf{u_r \geq 0}, \quad \forall \mathbf{r} \\ \mathbf{s_j^1 \geq 0}, \quad \forall \mathbf{j} \\ \mathbf{s_j^2 \geq 0}, \quad \forall \mathbf{j} \end{array} \right\} \qquad (۴)$$

در رابطه(۴) قید $\sum_{i=1}^{m} v_i \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = n$ به منظور نقض جواب بدیهی اضافه شده است. همچنین دسته قید $\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \leq 0 \ \ (j = 1, \dots, n)$را حذف نموده ایم. زیرا با توجه به محدودیت های $\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - E_j^{min} \sum_{i=1}^{m} v x_{ij} - s_j^2 = 0$ و $s_j^1 \geq 0$ این محدودیت زاید خواهد بود. می توان از مدل (۴) دید که وقتی یک مجموعه مشترک از وزن ها برای ارزیابی کارایی DMU ها انتخاب می شود، تضمین اینکه همه کارایی DMU ها بین کران بالا و پایین آرمان باشد، ضروری خواهد بود. بر اساس رابطه(۴) مجموعه مشترک از وزن های مختلف می تواند بر پایه معیار های مختلف برای ارزیابی کارایی DMU ها انتخاب شود. یک معیار مهم اینست که وزن مشترک انتخابی باید به وسیله همه DMU ها تصدیق شوند.

مدل وزن مشترک و درجه رضایت

فرض کنید که هر DMU_d در انتخاب وزن مشترک در نظر گرفته شود. در اینصورت DMU_d تمایلی برای انتخاب وزن مشترکی دارد که به کران بالای آرمان E_d^{max} برسد. اما تمایلی برای انتخاب مجموعه از وزن مشترک که سبب شود کارایی کمتر یا مساوی با کران پایین آرمان E_d^{min} شود، نخواهد داشت. بر اساس این مشاهدات یک مشخصه درجه رضایت برای DMU_d که رضایت آن را از انتخاب وزن مشترک نشان می دهد، (وی و همکاران، ۲۰۱۶)تعریف نموده اند.

تعریف۲: درجه‌رضایت از DMU_d درمجموعه از وزن مشترک$(u_1, u_2, \dots, u_s, v_1, v_2, \dots, v_m)$ انتخابی از W^R به صورت زیر تعریف می شود.

$$\psi_d = \frac{\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rd}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{id}} - E_d^{min}}{E_d^{max} - E_d^{min}} \qquad \forall \ d \qquad (۵)$$

توجه کنید که$\psi_d \in [0,1] \ , \ \forall d$. اگر DMU_d درجه رضایت مساوی با ۱ داشته باشد، وزن مشترک انتخابی آن به کران بالای آرمان E_d^{max} رسیده است. این منجر می شود که DMU_d به بهترین وضعیت رضایت برسد، وقتی که مطلوب ترین وزن ها را برای ارزیابی وزن مشترک DMUها انتخاب می کند. اگر DMU_d درجه رضایت مساوی با صفر داشته باشد، در اینصورت وزن مشترکی انتخابی به کران پایین آرمان E_d^{min}خواهد رسید، که کران پایین وضعیت رضایت برای DMU_d حاصل می شود. هر چه درجه رضایت DMU_d نزدیکتر به ۱ باشد، در انتخاب مجموعه از وزن مشترک بهتر خواهد بود.

قضیه ۱: فرض کنید که $(u_1, u, \dots, u_s, v_1, v_2, \dots, v_m)$ یک مجموعه از وزن مشترک انتخابی برای W^R باشد. در اینصورت داریم:

$$\psi_d = \frac{\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rd}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{id}} - E_d^{min}}{E_d^{max} - E_d^{min}} = \frac{s_d^2}{(s_d^1 + s_d^2)} \qquad (۶)$$

که در آن s_d^1 و s_d^2 متغیر های کمکی تعریف شده برای DMU_d در (۴)هستند.

اثبات: *به مرجع (وی همکاران، ۲۰۱۶) مراجعه کنید.*

مدل انتخاب وزن مشترک

در این قسمت یک مدل max-min برای انتخاب وزن های مشترک DMU ها توسط وی همکاران (۲۰۱۶) ارائه شده است استفاده خواهیم نمود. معتقدیم که در انتخاب وزن مشترک باید رضایت همه ای DMU ها را در نظر گرفت. باید ماکزیمم درجه رضایت برای همه ای DMU ها جستجو کرد حتی اگر رسیدن به اینکه همه DMU ها دارای درجه رضایت ۱ باشند، غیر ممکن باشد. همچنین معتقدیم که انتخاب مجموعه مشترک از وزن ها نباید نتایجی با بیشترین اختلاف درجه رضایت برای DMU ها داشته باشد. چون اختلاف زیاد درجه رضایت در میان DMU ها تمایل آن ها را در قبول وزن های مشترک به ویژه برای DMU های با درجه رضایت پایین تر کاهش می دهد. بنابراین مدل (۷)که توسط (وی و همکاران، ۲۰۱۶)ارائه شده است را برای انتخاب وزن مشترک همه DMU ها بکار میگیریم.

$$\max_{\mu,w} \min_{j=1,2,\dots,n} \frac{s_j^2}{(s_j^1 + s_j^2)} \qquad (۷)$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - E_j^{max} * \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + s_j^1 = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - E_j^{min} * \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} - s_j^2 = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = n$$

$$v_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m$$

$$\mathbf{u_r \geq 0} \qquad \mathbf{1 = 1, \dots, s}$$

$$\mathbf{s_j^1 \geq 0} \qquad \mathbf{j = 1, \dots, n}$$

$$\mathbf{s_j^2 \geq 0} \qquad \mathbf{j = 1, .., n}$$

مدل (۷) بر پایه مجموعه مشترک از وزن های W^R ساخته شده است. از مدل (۷) می توان دید که این مدل ماکزیمم درجه رضایت DMU ها که درجه رضایت آن ها کمترین اختلاف را داشته باشد، را جستجو خواهد نمود.یعنی مدل (۷) می تواند به عنوان مدلی برای ماکزیمم درجه رضایت از همه‌ی DMU ها در نظر گرفته شود. (Li et al, 2013)

مدل (۷) یک مسئله برنامه ریزی چند هدفه است. با تغییر متغییر $\Phi = \min_{j=1,2,\dots,n} \frac{s_j^2}{\left(s_j^1+s_j^2\right)}$ به یک مسئله برنامه ریزی تک هدف تبدیل خواهد شد.

$$\max_{\mu,w} \Phi \qquad (۸)$$

$$s.t \qquad \sum_{r=1}^{s} \mathbf{u_r y_{rj}} - \mathbf{E_j^{max}} * \sum_{i=1}^{m} \mathbf{v_i x_{ij}} + \mathbf{s_j^1 = 0}, \quad \mathbf{j = 1, 2, \dots, n}$$

$$\sum_{r=1}^{s} \mathbf{u_r y_{rj}} - \mathbf{E_j^{min}} * \sum_{i=1}^{m} \mathbf{v_i x_{ij}} - \mathbf{s_j^2 = 0}, \quad \mathbf{j = 1, 2, \dots, n}$$

$$\sum_{i=1}^{m} \mathbf{v_i} \sum_{i=1}^{m} \mathbf{x_{ij}} = \mathbf{n}$$

$$\frac{s_j^2}{\left(s_j^1 + s_j^2\right)} \geq \mathbf{\Phi} \qquad \mathbf{j = 1, 2, \dots, n}$$

$$\mathbf{v_i \geq 0} \quad \mathbf{i = 1, \dots, m}$$

$$\mathbf{u_r \geq 0} \qquad \mathbf{j = 1, 2, \dots, s}$$

$$\mathbf{s_j^1 \geq 0} \qquad \mathbf{j = 1, 2, \dots, n}$$

$$\mathbf{s_j^2 \geq 0} \qquad \mathbf{j = 1, 2, \dots, n}$$

با حل مدل (۸) می توان مجموعه مشترک از وزن ها برای DMU ها تولید نمود.

یک الگوریتم برای حل مدل انتخاب وزن مشترک

متاسفانه مدل انتخاب وزن مشترک (۸) یک مدل برنامه ریزی غیر خطی است، که نمی توان مستقیما آن را حل کرد. برای به دست آوردن جواب بهینه از مدل (۸)، الگوریتم (۱) در این بخش را ارائه می دهیم. الگوریتم (۱) می تواند مدل (۸) را به صورت خطی حل کند. ابتدا مدل (۹) زیر را داریم:

$$\max_{\mu,w} \xi \qquad (۹)$$

$$s.t \quad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - E_j^{max} * \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + s_j^1 = 0, \quad j = 1,2,\dots,n$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - E_j^{min} * \sum_{i=1}^{m} v x_{ij} - s_j^2 = 0, \quad j = 1,2,\dots,n$$

$$\sum_{i=1}^{m} v_i \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = n$$

$$(1-\Phi)s_j^2 - \Phi s_j^1 + s_j^3 = 0 \qquad j = 1,2,\dots,n$$

$$s_j^3 \le \xi \qquad j = 1,2,\dots,n$$

$$v_i \ge 0 \quad i = 1,\dots,m$$

$$u_r \ge 0 \qquad j = 1,2,\dots,s$$

$$s_j^1 \ge 0 \qquad j = 1,2,\dots,n$$

$$s_j^2 \ge 0 \qquad j = 1,2,\dots,n$$

$$\xi \ , s_j^3 \qquad j = 1,2,\dots,n$$

متناظر با مدل (۸) و (۹) قضیه زیر را داریم:

قضیه ۲: فرض کنید که مقدار بهینه تابع هدف مدل (۸) برابر Φ^* باشد و مقدار بهینه تابع هدف مدل (۹) برابر ξ^* وقتی که $\Phi = \Phi' \in [0,1]$ است.اگر $\xi^* \le 0$ باشد آن گاه $\Phi^* \geqslant \Phi'$. .

اثبات: به مرجع (وی و همکاران) مراجعه شود.

قضیه ۳: فرض کنید که مقدار بهینه تابع هدف مدل (۸) برابر Φ^* باشد و مقدار بهینه تابع هدف مدل (۹) برابر ξ^* وقتی که $\Phi = \Phi' \in [0,1]$ است.اگر $\xi^* > 0$ باشد آن گاه $\Phi' < \Phi^*$.

اثبات: به مرجع (وی و همکاران) مراجعه شود.

بر اساس قضایای ۲و۳، الگوریتم زیر را برای حل مدل (۸) با استفاده از مدل (۹) داریم:

الگوریتم

مرحله ۱: فرض کنید که کران بالای Φ^* به صورت $\overline{\Phi} = 1$ همچنین کران پایین از Φ^* برابر $\underline{\Phi} = -0.01$ و $\Phi' = \left(\overline{\Phi} + \underline{\Phi}\right)/2$.

مرحله ۲: مدل (۹) را حل می کنیم و قرار می دهیم $\Phi = \Phi'$ و مجموعه جواب بهینه $\left\{v_i', u_r', s_j^{1'}, s_j^{2'}, s_j^{3'}, \zeta', \forall i, r, j\right\}$ را به دست می آوریم. اگر داشته باشیم $\xi' \leq 0$ قرار می دهیم $\Phi^* = \Phi'$ و $\underline{\Phi} = \Phi'$ و $\left\{v_i^*, u_r^*, s_j^{1*}, s_j^{2*}, \forall i, r, j\right\} = \left\{v_i', u_r', s_j^{1'}, s_j^{2'} \; \forall i, r, j\right\}$ در اینصورت به مرحله ۳ بروید. در غیراینصورت اگر داشته باشیم $\xi' > 0$ قرار می دهیم $\overline{\Phi} = \Phi'$ و به مرحله ۳ می‌رویم.

مرحله ۳: اگر $\overline{\Phi} - \underline{\Phi} \leq \varepsilon (\varepsilon \geq 0)$ باشد الگوریتم پایان می یابد. در غیر اینصورت$= \Phi'$ $\left(\overline{\Phi} + \underline{\Phi}\right)/2$ و به مرحله ۲ بروید.

در الگوریتم فوق، ε یک عدد غیر ارشمیدسی است. به راحتی همگرای الگوریتم را می توان نشان داد. توجه کنید که الگوریتم را با $\underline{\Phi} = 0$ شروع نمی کنیم و با $\underline{\Phi} = -0.01$ شروع می نمایم. این مطلب باعث می شود حداقل در یک تکرار از الگوریتم $\xi' \leq 0$ را به دست آوریم، اگر با $\underline{\Phi} = -0.01$ شروع کنیم (در واقع می تواند هر عدد کوچک منفی مانند 0.01- باشد.). این تضمین می‌کند که Φ^* و جواب بهینه $\left\{v_i^*, u_r^*, s_j^{1*}, s_j^{2*}, \forall i, r, j\right\}$ از مدل (۸) همیشه قبل از الگوریتم پایان یابد. وقتی الگوریتم (۱) پایان می یابد، جواب بهینه از مدل (۸) یعنی $\left\{\Phi^*, v_i^*, u_r^*, s_j^{1*}, s_j^{2*}, \forall i, r, j\right\}$ تولید می شود.

مثال عددی

در این بخش روش وزن مشترک بر پایه درجه رضایت معرفی شده در فصل قبل را برای ارزیابی کارایی و رتبه بندی شرکت های فعال در بورس اوراق بهادار تهران استفاده خواهیم نمود.

معرفی شرکت ها در جامعه آماری

همانطور که در فصل قبل به آن اشاره شد، شرکت ها مورد مطالعه در این مقاله شامل شرکت های تولیدی زیر مجموعه ۵ صنعت برتر کشور در سال های ۱۳۹۴ و ۱۳۹۵ هستند که در بورس اوراق بهادار تهران مشغول به فعالیت می باشند. این شرکت ها شامل ۲۴ شرکت هستند. اسامی این شرکت ها در جدول (۱) زیر آورده شده است.

جدول (۱): اسامی شرکت های فعال در بورس اوراق بهادار مورد مطالعه در این مقاله

شماره شرکت	اسم شرکت	شماره شرکت	اسم شرکت
۱	پتروشیمی خارک	۱۳	صنایع شیمیایی ایران
۲	پتروشیمی خراسان	۱۴	سیمان هرمزگان
۳	ایران ترانسفو	۱۵	کاغذ پارس
۴	ایران خودرو	۱۶	فروشگاه رفاه
۵	پالایش نفت اصفهان	۱۷	سیمان دشتستان
۶	پالایش نفت بندر عباس	۱۸	صنایع پتروشیمی خلیج فارس
۷	پتروشیمی جم	۱۹	فولاد خوزستان
۸	پتروشیمی فجر	۲۰	فولاد مبارکه اصفهان
۹	پتروشیمی مبین	۲۱	گروه بهمن
۱۰	چادرملو	۲۲	پتروشیمی شازند
۱۱	سیمان آرتا اردبیل	۲۳	گل گهر
۱۲	صنایع بهداشتی ساینا	۲۴	ملی صنایع مس ایران

انتخاب متغیرها جهت ارزیابی عملکرد

جهت ارزیابی و سنجش کارایی شرکت های تحت بررسی با توجه به مدل وزن مشترک بر پایه درجه رضایت، نیاز به انتخاب معیارهای مناسبی است که در مدل قرار گیرند، تا سنجش دقیقی از عملکرد شرکت ها انجام شود. لذا با توجه به مطالعات فراوان در این زمینه و مطالعات مقالات و پایان‌نامه‌ها و همچنین پژوهش‌های گذشته و مطالعات میدانی و کسب نظر از خبرگان این صنعت ، تعداد ۷ مورد متغیر برای سنجش انتخاب شد. که به شرح زیر است :

متغیر ها :

۱) بازده دارایی
۲) بازده سرمایه
۳) نسبت جاری
۴) نسبت آنی
۵) نسبت نقدینگی
۶) دوره وصول مطالبات
۷) نسبت بدهی

تعیین متغیر های ورودی و خروجی برای سنجش کارایی

با توجه به اینکه در این پژوهش برای سنجش کارایی و رتبه بندی شرکت های در جامعه آماری مورد مطالعه از تکنیک وزن مشترک که زیر مجموعه تحلیل پوششی داده ها است، استفاده می شود، بنابراین جهت استفاده از این مدل نیاز به تعیین شاخص ورودی‌ها و خروجی‌ها می باشیم. یکی از اصول تحلیل پوششی داده ها تعیین ورودی ها و خروجی ها مطابق هزینه و سود است. به عبارت ساده‌تر هر شاخصی که کاهش آن مدنظر تصمیم گیرنده یا مدیر باشد، شاخص ورودی و هر شاخصی که افزایش آن مدنظر تصمیم گیرنده یا مدیر (مطابق با تصمیم اتخاذ شده برای واحد تصمیم گیرنده) باشد، شاخص خروجی نامیده می شود. با توجه به متغیرهای تحقیق فوق این دو دسته به صورت زیر می باشند:

متغیر های ورودی: دوره وصول مطالبات (I_1)، نسبت بدهی (I_2)

متغیر های خروجی : بازده دارایی (O_1)، بازده سرمایه (O_2)، نسبت جاری (O_3)، نسبت آنی (O_4)، نسبت نقدینگی (O_5)

گردآوری اطلاعات برای شرکت ها

به منظور گردآوری اطلاعات در خصوص معیارهای شرکت‌های مورد نظر، از مستندات و گزارش‌های سالیانه شرکت‌ها استفاده شده است، همچنین برای جمع‌آوری اطلاعات تکمیلی در ارتباط با برخی از معیارها به بانک های اطلاعاتی هریک از واحد های تصمیم‌گیری(شرکت‌ها) مراجعه

شده است. داده های مربوط به ورودی و خروجی شرکت‌ها به ترتیب برای سال ۱۳۹۴ و۱۳۹۵ در جداول ۲ و۳ زیر آورده شده است.

جدول ۲: اطلاعات مربوط به ورودی و خروجی شرکت ها در سال ۱۳۹۴

شرکت ها	I_1	I_2	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
۱	0.36	164.83	0.64	1.89	2.35	343.30	**44.15**
۲	0.12	97.99	4.42	7.05	9.21	183.85	**53.09**
۳	0.7	648.17	0.05	0.05	1.21	74.98	**8.42**
۴	0.86	177.84	0.02	0.02	1.01	5.36	**0.60**
۵	0.48	20.56	0.39	0.39	1.26	33.06	**12.90**
۶	0.69	85.61	0.03	0.03	1.03	6.27	**1.13**
۷	0.42	138.77	0.07	0.07	1.19	150.85	**29.81**
۸	0.22	115.14	0.33	0.33	2.49	70.99	**28.67**
۹	0.61	253.19	0.01	0.01	0.51	34.93	**9.76**
۱۰	0.33	212.37	1.24	1.24	2.44	198.33	**32.56**
۱۱	0.62	60.16	0.09	0.42	1.09	66.82	**11.61**
۱۲	0.62	3.03	0.06	0.68	1.3	17.085	**4.21**
۱۳	0.21	186.09	2.11	3.71	4.2	72.98	**25.42**
۱۴	0.54	139.95	0.29	0.98	1.37	112.95	**24.03**
۱۵	0.42	123.02	0.01	0.86	1.14	25.53	**18.98**
۱۶	0.67	73.12	0.13	0.79	1.09	34.50	**4.95**
۱۷	0.36	28.29	0.26	0.42	0.99	25.21	**9.71**
۱۸	0.45	1,428.48	0.01	0.01	1.39	74.31	**15.74**
۱۹	0.8	83.34	0.04	0.04	0.53	26.49	**2.95**
۲۰	0.54	170.87	0.06	0.06	0.94	10.58	**4.00**
۲۱	0.33	777.74	0.04	0.04	1.1	37.49	**10.49**
۲۲	0.53	53.52	0.06	0.67	1.19	112.82	**21.17**
۲۳	0.51	172.28	0.03	0.03	0.79	22.99	**8.32**
۲۴	0.41	184.61	0.02	0.02	1.05	10.84	**4.08**

جدول ۳: اطلاعات مربوط به ورودی و خروجی شرکت ها در سال ۱۳۹۵

شرکت ها	I_1	I_2	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
۱	195.83	0.47	28.82	214.57	1.74	1.37	**0.42**
۲	100.16	0.15	46.94	149.50	8.05	6.09	**3.61**
۳	783.10	0.77	2.31	21.50	1.18	0.09	**0.09**
۴	123.58	0.89	0.54	6.27	0.80	0.01	**0.01**
۵	44.53	0.50	13.18	40.12	1.24	0.16	**0.16**
۶	86.42	0.65	7.43	40.79	1.10	0.04	**0.04**
۷	149.27	0.53	22.21	111.45	1.06	0.11	**0.11**
۸	224.88	0.56	16.90	67.20	1.81	0.12	**0.12**
۹	148.99	0.33	20.14	56.60	1.96	0.36	**0.36**
۱۰	98.39	0.44	8.65	18.55	0.53	0.02	**0.02**
۱۱	49.44	0.67	5.90	32.92	0.99	0.36	**0.14**
۱۲	95.61	0.66	7.20	32.98	1.33	0.73	**0.08**
۱۳	270.62	0.20	21.91	64.96	4.52	3.97	**2.14**
۱۴	170.18	0.62	13.15	65.88	1.15	0.83	**0.16**
۱۵	202.88	0.31	22.87	37.31	1.93	1.37	**0.00**
۱۶	108.92	0.72	5.46	45.58	1.04	0.81	**0.16**
۱۷	33.63	0.46	1.38	3.41	0.91	0.48	**0.38**
۱۸	570.17	0.44	1.51	3.69	0.36	0.05	**0.05**
۱۹	69.05	0.60	8.02	30.59	0.85	0.11	**0.11**
۲۰	187.28	0.56	4.78	14.03	1.04	0.09	**0.09**
۲۱	1,674.15	0.26	0.30	0.90	1.31	0.22	**0.22**
۲۲	62.5696	0.4625903	29.50495	114.5691	1.570873	1.026967	**0.35872**
۲۳	268.14	0.58	7.48	24.20	0.65	0.03	**0.03**
۲۴	96.50	0.31	9.71	21.49	1.56	0.12	**0.12**

اجرای مدل وزن مشترک به منظور سنجش کارایی شرکت ها

در این پژوهش هدف محاسبه کارایی با استفاده از مدل وزن مشترک برای شرکت های تولیدی فعال در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش معرفی شده در فصل قبل می باشد. مراحل کار به ترتیب در زیر آورده خواهد شد.

در مرحله اول با استفاده از مدل (۱) مقدار $E_d^{\max *}$ (d=1,…,n) را برای شرکت ها محاسبه خواهیم نمود. نتایج اجرای مدل (۱) برای سال ۱۳۹۴و ۱۳۹۵ در جدول (۴) زیر آورده شده است.

جدول ۴: کارایی * E_j^{max} و رتبه برای شرکت های فعال در بورس اوراق بهادار تهران

شرکت ها	کارایی * E_j^{max} در سال ۱۳۹٤	رتبه اولیه شرکت در سال ۱۳۹٤	کارایی * E_j^{max} در سال ۱۳۹۵	رتبه اولیه شرکت در سال ۱۳۹۵
۱	1	1	0.70382	2
۲	1	1	1	1
۳	0.06734	19	0.02716	22
٤	0.05478	21	0.07917	18
٥	0.988	2	0.62811	3
٦	0.11242	14	0.27657	9
۷	0.53942	5	0.46156	5
۸	0.45353	8	0.19198	16
۹	0.072	17	0.28687	8
۱۰	0.4773	7	0.18565	17
۱۱	0.50922	6	0.39684	6
۱۲	1	1	0.21638	14
۱۳	0.29755	10	0.478	4
۱٤	0.40105	9	0.23854	12
۱٥	0.27546	11	0.23643	13
۱٦	0.22294	12	0.24223	11
۱۷	0.58088	4	0.3349	7
۱۸	0.09508	15	0.01443	23
۱۹	0.14562	13	0.26105	10
۲۰	0.05558	22	0.06833	20
۲۱	0.07005	18	0.07661	19
۲۲	0.97791	3	1	1
۲۳	0.08713	16	0.05927	21
۲٤	0.05816	20	0.21341	15

* E_j^{max} می تواند یک ملاک برای رتبه بندی واحد ها باشد. اما با توجه به جدول (۴) مشاهده می‌شود که شرکت‌های ۱،۲و۱۲ در سال ۱۳۹۴ همچنین شرکت های ۲و۲۲ در سال ۱۳۹۵ کارا می‌باشند، زیرا مقدار کارایی آن برای یک شده است. لذا دارای رتبه یکسان یک هستند. برای رفع

این مشکل از مدل وزن مشترک و الگوریتم بیان شده در بخش قبل استفاده می کنیم.

با توجه به وزن های به دست آمده برای هر شرکت در هر سال می توان $E_j^{\min\ *}$ را با استفاده از فرمول زیر محاسبه نمود:

$$E_j^{\min\ *} = \min_{\substack{d=1,\dots,n \\ d\neq j}} \left\{ \min_{(\mu_{rd}^*, w_{id}^*)} \frac{\sum_{r=1}^{s} u_{rd}^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_{id}^* x_{ij}} \right\} \qquad j = 1, \dots, n$$

که نتایج حاصل از این محاسبه در جدول (5) آورده شده است.

جدول (5): کارایی $E_j^{\min\ *}$ برای شرکت های فعال در بورس اوراق بهادار تهران

شرکت ها	کارایی $E_j^{\min\ *}$ در سال ۱۳۹۴	کارایی $E_j^{\min\ *}$ در سال ۱۳۹۵
۱	0.014132	**0.080978**
۲	0.014344	**0.815658**
۳	0.00012	**0.003497**
۴	0.011181	**0.000577**
۵	0.006106	**0.000166**
۶	0.010898	**0.002875**
۷	0.014212	**0.010154**
۸	0.006302	**0.000144**
۹	0.013612	**0.031068**
۱۰	0.011711	**0.002658**
۱۱	0.013988	**0.000125**
۱۲	0.002282	**0.005258**
۱۳	0.000557	**0.037412**
۱۴	0.013956	**0.035001**
۱۵	0.006364	**0.100799**
۱۶	0.014021	**0.028597**
۱۷	0.006116	**0.025243**
۱۸	0.004308	**0.002831**
۱۹	0.019759	**0.005887**
۲۰	0.011274	**0.002899**
۲۱	0.004053	**0.000207**
۲۲	0.013983	**0.030464**
۲۳	0.006427	**0.000139**
۲۴	0.011255	**0.000264**

در ادامه از الگوریتم معرفی شده در فصل قبل استفاده نموده و کارایی وزن مشترک برای ۲۴ شرکت تولیدی فعال در بورس اوراق بهادار تهران را محاسبه می نمایم. ابتدا الگوریتم را برای داده های سال ۱۳۹۴ اجرا خواهیم نمود.

مرحله ۱: ابتدا قرار می دهیم $\bar{\Phi} = 1$ و $\underline{\Phi} = -0.01$ و $\Phi' = \left(\bar{\Phi} + \underline{\Phi}\right)/2$ و $\varepsilon = 0.01$ مدل (۹) را با $\Phi' = \left(\bar{\Phi} + \underline{\Phi}\right)/2$ حل می کنیم. مشاهئه می شود که $\zeta' \geq 0$ برای DMU_3 (واحد تحت ارزیابی) می باشد.

مرحله ۲: $\Phi^* = 0.495$ و $\underline{\Phi} = -0.01$ و $\bar{\Phi} = 0.495$. از آن جای که $|\bar{\Phi} - \underline{\Phi}| \leq \varepsilon$ نشده است، مدل (۹) را با $\Phi' = \left(\bar{\Phi} + \underline{\Phi}\right)/2 = 0.2425$ حل می کنیم. مشاهده می شود که $\zeta' > 0$ می باشد(برای DMU_3 تحت ارزیابی).همین روند را مطابق با جدول (۶) تا مرحله هفتم ادامه می دهیم تا زمانی که

$|\bar{\Phi} - \underline{\Phi}| \leq 0.01$ باشد.

جدول (۶): نتایج حاصل از مرحله (۱) الگوریتم برای داده های ۱۳۹۴

مرحله	Φ^*	$\bar{\Phi}$	$\underline{\Phi}$	$\Phi' = \left(\bar{\Phi} + \underline{\Phi}\right)/2$	$\lvert\bar{\Phi} - \underline{\Phi}\rvert \leq \varepsilon = 0.04$	علامت ζ'
۱		۱	-۰/۰۱	۰/۴۹۵	×	+
۲	۰/۴۹۵	/۴۹۵	-۰/۰۱	0.2425	×	+
۳		0.2425	-۰/۰۱	0.11625	×	+
۴		0.11625	-۰/۰۱	0.053125	×	+
۵		0.053125	-۰/۰۱	0.021625	×	+
۶		0.021625	-۰/۰۱	0.0057	0.0315	+

مطابق با الگوریتم ، جواب بهینه مرحله ششم که شامل وزن های ورودی و خروجی و مقدار بهینه ζ' به ازایی $\Phi' = 0.0215625$ می باشد، در جداول (۷) و (۸) آورده شده است.

جدول (۷): مقدار ζ' مطابق با Φ' به دست آمده از مدل (۹) برای داده های سال ۱۳۹۴

شرکت ها	$\Phi' = 0.495$	$\Phi' = 0.2425$	$\Phi' = 0.11625$	$\Phi' = 0.053125$	$\Phi' = 0.0215625$	رتبه نهایی
۱	0.16827	0.04758	0.06788	0.1135	0.11542	**2**
۲	0.83332	0.03932	0.05262	0.10849	0.14459	**1**
۳	0.0819	0.0157	0.00027	0.00116	0.00306	**21**
۴	0.07592	0.13908	0.15986	0.14632	0.19469	**23**
۵	1.00E+10	0.00602	0.01988	0.02095	0.03987	**4**
۶	9.90E+09	0.11865	0.10718	0.10069	0.12625	**16**
۷	9.90E+09	0.11721	0.07428	0.0807	0.09482	**7**
۸	9.90E+09	0.01707	0.0524	0.03617	0.04062	**10**
۹	9.90E+09	0.1891	0.22748	0.13568	0.23441	**19**
۱۰	9.90E+09	0.05993	0.08147	0.06449	0.19027	**9**
۱۱	9.90E+09	0.57583	0.09994	0.07938	0.14943	**8**
۱۲	1.00E+10	0.75328	0.001	0.00465	0.00877	**3**
۱۳	1.00E+10	0.00001	0.0004	0.00155	0.0028	**12**
۱۴	9.90E+09	0.07334	0.11215	0.125	0.13349	**11**
۱۵	9.90E+09	0.02978	0.04326	0.03377	0.05679	**13**
۱۶	9.90E+09	0.12278	0.2072	0.11501	0.10224	**14**
۱۷	9.90E+09	0.01389	0.03799	0.04295	0.05372	**6**
۱۸	9.90E+09	0.04748	0.04783	0.04849	0.66637	**17**
۱۹	9.90E+09	0.21101	0.22733	0.2465	0.31512	**15**
۲۰	9.90E+09	0.09624	0.10764	0.14561	0.17001	**24**
۲۱	9.90E+09	0.06052	0.02696	0.11399	0.05477	**20**
۲۲	9.90E+09	0.03812	0.05828	0.10239	0.09883	**5**
۲۳	9.90E+09	0.09153	0.07382	0.10019	0.09627	**18**
۲۴	9.90E+09	0.13032	0.14712	0.12849	1.54404	**22**

جدول (۸): وزن های بهینه ورودی و خروجی ها حاصل از مدل (۹) به ازای $\Phi' = 0.0215625$ برای داده های سال ۱۳۹۴

شرکت ها	v_1^*	v_2^*	u_1^*	u_2^*	u_3^*	u_4^*	u_5^*
۱	0.0011	1.432	0.002	0.0002	0.0248	0	**0**
۲	0.0012	1.3963	0.0001	0.0001	0.0263	0.0001	**0.0001**
۳	0.0001	1.929	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	**0.0001**
۴	0.0001	1.929	0.0001	0.0001	0.0004	0.0001	**0.0001**
۵	0.0004	1.7836	0.01	0.0001	0.0052	0.0001	**0.0001**
۶	0.0004	1.7834	0.0001	0.0001	0.0094	0.0001	**0.0001**
۷	0.0001	1.915	0.002	0.0005	0.014	0.0001	**0**
۸	0.0011	1.4547	0.001	0.0001	0.0109	0.001	**0.0001**
۹	0.0036	0.2624	0.0001	0.0001	0.0127	0.0001	**0.0001**
۱۰	0.001	2.6633	0.0001	0.0001	0.0088	0.0001	**0.0001**
۱۱	0.0005	1.7346	0.001	0.0001	0.0195	0.0001	**0.0001**
۱۲	0.0011	1.4484	0.01	0.0001	0.0039	0.0001	**0.0001**
۱۳	0.0002	1.8771	0.0001	0.0001	0.0003	0.0001	**0.0001**
۱۴	0.0004	1.7687	0.0001	0.0001	0.0126	0.0001	**0.0001**
۱۵	0.0004	1.7749	0.0002	0.0001	0.0056	0.0001	**0.0001**
۱۶	0.0006	1.6867	0.001	0.0003	0.0156	0.0001	**0.0001**
۱۷	0.01	2.0086	0.0001	0.0001	0.0057	0.0001	**0.0001**
۱۸	0.0001	1.929	0.0001	0.0008	0.0001	0.0001	**0.0001**
۱۹	0.0001	1.929	0.0001	0.0002	0.0017	0.0001	**0.0001**
۲۰	0.0027	0.6709	0.01	0.0002	0.0001	0.0001	**0.0001**
۲۱	0.0026	0.7485	0.0001	0	0.0004	0.0001	**0.0001**
۲۲	0.0007	1.6404	0.0001	0.0001	0.0205	0.021	**0.0001**
۲۳	0.01	2.1354	0.0001	0	0.0088	0.0001	**0.0001**
۲۴	0.0041	0.0001	0.013	0.001	0.1367	0.0001	**0.0001**

رتبه بندی واحد های کارا با توجه به ستون دوم (از راست)جدول (۷) تعیین می شود. هر چه ζ' بزرگتر باشد، رتبه واحد بهتر خواهد بود. همانطور که مشاهده می شود هر واحد دارای رتبه منحصر به فردی می باشد با توجه به نتایج بدست آمده شرکت های پتروشیمی خراسان ، پتروشیمی خارک ، صنایع بهداشتی ساینا، پالایش نفت اصفهان و پتروشیمی شازند ، پنج رتبه برتر در بین ۲۴ شرکت تولیدی مورد مطالعه در سال ۱۳۹۴ می باشند که حاکی از حجم معاملات و سهام شناور آنها

دارد. همچنین شرکت های پتروشیمی مبین، گروه بهمن، ایران ترانسفو، ملی صنایع مس ایران، ایران خودرو جزوه پنج رتبه های آخر می باشند، که باتوجه به امکانات و مواد اولیه خروجی قابل قبولی تولید نکرده اند.

جهت رتبه بندی داده های ۲۴ شرکت تولیدی در سال ۱۳۹۵ مطابق روند فوق جدول های زیر را داریم. ابتدا باید الگوریتم را تا ۵ مرحله انجام دهیم تا $|\bar{\Phi} - \underline{\Phi}| \leq 0.03$شود. این نتایج در جدول (۹) آورده شده است.

جدول (۹): نتایج حاصل از الگوریتم برای داده های ۱۳۹۵

مرحله	Φ^*	$\bar{\Phi}$	$\underline{\Phi}$	$\Phi' = \left(\bar{\Phi} + \underline{\Phi}\right)/2$	$\lvert\bar{\Phi} - \underline{\Phi}\rvert \leq \varepsilon = 0.03$	علامت ζ'
۱		۱	-۰/۰۱	۰/۴۹۵	×	+
۲		۰/۴۹۵	-۰/۰۱	0.2425	×	+
۳		0.2425	-۰/۰۱	0.11625	×	+
۴		0.11625	-۰/۰۱	0.053125	×	+
۵		0.053125	-۰/۰۱	0.021625	×	+

همچنین جواب بهینه مرحله چهارم که شامل وزن های ورودی و خروجی و مقدار بهینه ζ' به ازایی $\Phi' = 0.0215625$ می باشد، در جداول (۱۰) و (۱۱) آورده شده است.

جدول (۱۰): مقدار ζ' مطابق با Φ' به دست آمده از مدل (۹) برای داده های سال ۱۳۹۵

شرکت ها	$\Phi' = 0.495$	$\Phi' = 0.2425$	$\Phi' = 0.11625$	$\Phi' = 0.053125$	$\Phi' = 0.0215625$	رتبه نهایی
۱	0.10579	0.03856	0.01082	0.00471	0.00191	**22**
۲	0.0821	0.08139	0.01914	0.00863	0.00361	**20**
۳	0.01118	0.00489	0.00089	0.00148	0.00123	**24**
۴	0.06435	0.04109	0.01524	0.00723	0.00282	**21**
۵	1.46485	0.25926	0.12575	0.05476	0.02097	**8**
۶	0.60382	0.11445	0.05488	0.02627	0.01019	**14**
۷	1.00352	0.2448	0.11735	0.10729	0.01672	**11**
۸	0.25106	0.1456	0.08084	0.02088	0.00664	**17**
۹	0.66571	0.34848	0.12788	0.05077	0.02607	**5**
۱۰	0.24436	0.0725	0.03428	0.01979	0.01633	**12**
۱۱	0.43412	0.16581	0.16883	0.09876	0.01927	**10**

۱۲	0.26963	0.08782	0.11031	0.0657	0.01305	**13**
۱۳	0.46362	0.52927	0.26946	0.13509	0.02169	**7**
۱۴	0.25988	0.31383	0.16995	0.06393	0.02021	**9**
۱۵	0.27566	0.30636	0.1752	0.06618	0.03474	**3**
۱۶	0.27398	0.28083	0.16633	0.06504	0.03209	**4**
۱۷	0.36998	0.33042	0.2293	0.07967	0.04283	**2**
۱۸	0.10502	0.00486	0.0019	0.00231	0.00601	**18**
۱۹	0.21784	0.10802	0.0648	0.03732	0.02472	**6**
۲۰	0.05601	0.02744	0.01049	0.00611	0.00508	**19**
۲۱	0.06499	0.03155	0.02364	0.00661	0.00776	**16**
۲۲	0.88764	1.03261	0.26026	0.26937	0.09244	**1**
۲۳	0.05133	0.02714	0.01141	0.01864	0.00168	**23**
۲۴	0.18159	0.16173	0.04769	0.0317	0.00785	**15**

جدول (۱۱): وزن های بهینه ورودی و خروجی ها حاصل از مدل (۹) به ازای

$\Phi' = 0.0215625$برای داده های سال ۱۳۹۵

شرکت ها	v_1^*	v_2^*	u_1^*	u_2^*	u_3^*	u_4^*	u_5^*
۱	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	**0.0001**
۲	0.0001	0.0075	0.0001	0.0001	0.0012	0.0086	**0.0001**
۳	0.0001	0.3763	0.0001	0.0001	0.0007	0.0001	**0.0001**
۴	0.0003	1.8249	0.0001	0.0001	0.0011	0.0001	**0.0001**
۵	0.0005	1.7435	0.0001	0.0001	0.0005	0.0001	**0.0001**
۶	0.0005	1.7513	0	0.0001	0.0001	0.0001	**0.0001**
۷	0.0004	1.7845	0.0001	0.0001	0.0015	0.0001	**0.0001**
۸	0.0001	1.929	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	**0.0001**
۹	0.0019	1.0828	0.0001	0.0001	0.0029	0.0001	**0.0001**
۱۰	0.0015	1.265	0.0001	0.0001	0.0005	0.0001	**0.0027**
۱۱	0.0007	1.6199	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	**0.0001**
۱۲	0.0008	1.6074	0.0001	0.0001	0.0001	0.0004	**0.0001**
۱۳	0.0007	1.637	0.0007	0.0001	0.0004	0.0001	**0.0001**
۱۴	0.0016	1.2227	0.0001	0.0001	0.0017	0.0021	**0.0001**
۱۵	0.0034	0.3367	0.0001	0.0002	0.0001	0.0001	**0.0001**
۱۶	0.003	0.53	0.0001	0.0001	0.0043	0.0001	**0.0001**
۱۷	0.0031	0.514	0.0002	0.0001	0.0047	0.0001	**0.0001**

۱۸	0.0018	1.1064	0.0001	0.0001	0.0034	0.0001	**0.0001**
۱۹	0.0019	1.0449	0.0001	0.0001	0.0078	0.0001	**0.0001**
۲۰	0.0006	1.6976	0.0001	0.0001	0.0049	0.0001	**0.0001**
۲۱	0.0007	1.6321	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	**0.0001**
۲۲	0.0024	0.8098	0.0001	0.0002	0.0023	0.0001	**0.0001**
۲۳	0.0001	1.929	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	**0.0001**
۲۴	0.0002	1.8956	0.0001	0.0001	0.0003	0.0001	**0.0001**

رتبه بندی واحد های کارا با توجه به ستون دوم (از راست)جدول (۱۰) تعیین می شود. هر چه ζ' بزرگتر باشد، رتبه واحد بهتر خواهد بود. . همانطور که مشاهده می شود هر واحد دارای رتبه منحصر به فردی می باشد با توجه به نتایج بدست آمده شرکت های پتروشیمی شازند، سیمان دشتستان، کاغذ پارس،فروشگاه رفاه و پتروشیمی مبین پنج رتبه برتر در بین ۲۴ شرکت تولیدی مورد مطالعه در سال ۱۳۹۵ می باشند که حاکی از حجم معاملات و سهام شناور آنها دارد. مشاهده مس شود که پنج شرکت های تولیدی برتر همگی رتبه خود رانسبت به سال ۱۳۹۴ بهبود داده اند.

نتیجه گیری

در این مقاله از یک مدل وزن مشترک در تحلیل پوششی داده ها به منظور ارزیابی کارایی و رتبه بندی ۲۴ شرکت های تولیدی فعال در بورس اوراق بهادار تهران استفاده کردیم. مدل مورد استفاده یک مدل وزن مشترک بر پایه درجه رضایت است، که اخیرا در این حوزه معرفی شده است. از آنجایی که مدل ارائه شده یک مدل غیر خطی است، الگوریتمی جهت یافتن جواب بهینه مدل معرفی گردید . با توجه به نتایج حاصل از حل مدل می توان رتبه بندی منحصر به فردی برای تمامی شرکت های ارائه نمود. در انتها برای ۲۴ شرکت های تولیدی فعال در بورس اوراق بهادار تهران در سال های ۱۳۹۴ و ۱۳۹۵ با استفاده از مدل معرفی شده بندی منحصزبفردی ارائه نموده ایم و نتایج بدست آمده را تفسیر نموده ایم. برای کار آتی میتوان بر روی شاخص های نادقیق بورس اوراق بهادار تهران پژوهش نمود و مدل وزن مشترک بر پایه درجه رضایت را برای داده های نادقیق، مانند بازه ای، منفی و فازی و... توسعه داد.

فهرست منابع

1) Banker, R.J., Charnes, A., Cooper, W.W., 1984. Some models for estimating technicaland scale inefficiencies in data envelopment analysis. Management Science 30(9),1078–1092.

2) Belton V and Vickers SP . Demystifying DEA-A visual interactive Approach based on multiple criteria analysis. J Opl Res Soc 44 (1993): 883-896

3) Charnes A, Cooper WW and Rhodes E .Measuring efficiency of ndecision making unit.Eur J Opl Res 2 (1978): 429-444.

4) Chen, Y-W. Larbani, M. Chang, Y-P.Multiobjective data envelopment analysis. . J Opl Res Soc (2009) 60: 1556-1566.

5) Doyle J .Multiattrbute choice for the lazy decision maker: Let the alternatives decide. Organ Behav Hum Decis Process 62: (1995): 87-100

6) Doyle J and Green R . Efficiency and cross efficiency in DEA: Derivations, meanings and uses. J Opl Res Soc 45 (1994): 567-578

7) Golany B and Yu G (1995). A goal programming-discriminantfunction approach to the estimation of an empirical productionfunction based on DEA results. J Prod Anal 6: 171–186

8) Kao C and Hung CT . Data envelopment analysis with common weight: The compromise solution approach. J Opl Res Soc (2005) 56: 1196-1203

9) Li X-B and ReeveseGR . A multiple criteria approach to data envelopment analysis .Eur J Opl Res 115 (1999): 507-517.

10) Li Y, Yang M, Chen Y, Dai Q and Liang L (2013). Allocating a fixed cost based on data envelopment analysis and satisfaction degree. Omega 41(1): 55–60.

11) Roll Y and GolanyB . Alternative methods of treating factor weights in DEA. Omega 21 (1993): 99-103.

12) Wierzbicki A (1980). The use of reference objectives in multiobjective optimization. In: Fandel G and Gal T (eds).Multiple Objective Decision Making, Theory and Application. Springer-Verlag, New York.

13) Wu, J., Chu, J., Zhu, Q., Li, Y., Liang, Y. (2016). Determining common weights in data envelopment analysis based on the satisfaction degree. Journal of the Operational Research Society, 1–13.