فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره پنجاه و سه / زمستان ۱۴۰۱
نوع مقاله : علمی پژوهشی
صفحات : ۳۳-۱۶

انتخاب سبد سهام بهینه با رویکرد ارزش در معرض ریسک چندافقی پارامتریک و ناپارامتریک

محمدعلی طبیبی[۱]
سیدمحمدرضا داودی[۲]
عبدالمجید عبدالباقی‌عطاآبادی[۳]

تاریخ دریافت مقاله : ۱۴۰۰/۱۰/۱۲ تاریخ پذیرش مقاله : ۱۴۰۰/۱۲/۰۶

چکیده

ارزش در معرض ریسک یکی از معیارهای پرکاربرد سنجش ریسک است که حداکثر ضرر یک سبد سهام را برای یک سطح اطمینان مشخص و در یک افق زمانی معلوم اندازه می‌گیرد. ارزش در معرض ریسک چندافقی، مفهوم ارزش در معرض ریسک را برای یک سرمایه‌گذاری با مجموعه‌ای از افق‌های سررسید توسیع می‌دهد. بدین صورت تاثیر ریسک نقدشوندگی کاهش می‌یابد و سرمایه‌گذار از فرصت تصمیم‌گیری فروش در یک مجموعه زمانی برخوردار است. در پژوهش حاضر دو مدل سبد سهام بر اساس ارزش در معرض ریسک چندافقی طراحی‌می‌گردد که اولی ناپارامتریک و بر اساس شبیه‌سازی تاریخی و دومی‌به صورت پارامتریک و بر اساس توزیع مخلوط نرمال-لاپلاس چندگانه در جهت برازش مناسب داده‌های دمی‌است. نتیجه مطالعه تجربی مدل‌های طراحی شده بر روی یک سبد سهام با هشت شاخص‌از بورس‌اوراق‌بهادارتهران در بازه۱۳۹۰تا۱۳۹۹ نشان می‌دهد که رویکرد پارامتریک در داده‌های آزمون و در معیار متوسط بازده و نسبت شارپ، نسبت به رویکرد ناپارامتریک یا همان شبیه‌سازی تاریخی عملکرد بهتری دارد. همچنین خطای نسبی بین ارزش در معرض ریسک چندافقی پیش‌بینی شده توسط سبد سهام و مقدار مشاهده شده آن در داده‌های تست در رویکرد پارامتریک کمتر است.

کلمات کلیدی

ارزش در معرض ریسک، ارزش در معرض ریسک چندافقی، توزیع نرمال-لاپلاس، الگوریتم مقدار مورد انتظار- بیشینه‌سازی.

۱-گروه مدیریت صنعتی، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی ، دهاقان، ایران. Ali_tabibi110@yahoo.com
۲-گروه مدیریت، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران. (نویسنده مسئول) smrdavoodi@ut.ac.ir
۳-گروه مدیریت، واحد شاهرود، دانشگاه صنعتی، شاهرود، ایران. abdolbaghi@shahrood.ac.ir

مقدمه

بازار سرمایه یکی از راه‌های تامین مالی برای شرکت‌ها و یکی از روش‌های کسب درآمد برای سرمایه‌گذاران است. کسب درآمد در این بازار مستلزم پذیرش ریسک است و بنابراین یکی از چالش‌های اصلی در مدیریت سرمایه، برآورد مناسب و به اندازه از ریسک است. در مالی برای اندازه گیری ریسک از معیارهای مختلفی همچون انحراف معیار، نیم انحراف معیار، ارزش در معرض ریسک، ریزش مورد انتظار، ضریب بتا، ضریب تغییرات، مجموع قدر مطلق انحراف و .... استفاده می‌شود. ارزش در معرض ریسک در دسته معیارهای اندازه گیری ریسک نامطلوب قرار دارد و این بدان معنی است که آن بخش از تغییرات قیمتی که برای سرمایه‌گذار ایجاد منفعت اضافه (نسبت به بازده مورد انتظار) می‌کند را در نظر نمی‌گیرد. این نحوه اندازه‌گیری با واقعیت و برداشتی که از ریسک در ذهن سرمایه‌گذاران بعنوان مخاطره یا ضرر وجود دارد، هماهنگی بیشتری دارد.

سنجش ریسک یک سبد سهام، برای یک افق زمانی معلوم صورت می‌گیرد و از این رو افق زمانی یا سررسید، یک پارامتر ثابت از قبل مشخص است. چالش اصلی پژوهش حاضر، انتخاب سبد سهام بهینه تحت این فرض است که افق زمانی به جای یک تک نقطه ثابت بتواند داخل یک مجموعه از افق‌های زمانی مقدار بگیرد. برای این منظور در ادبیات تحقیق، مفهوم ارزش در معرض ریسک برای یک سرمایه‌گذاری با مجموعه‌ای از افق‌های سررسید توسیع داده شده است که به آن ارزش در معرض ریسک چندافقی گفته می‌شود. ارزش در معرض ریسک چندافقی، حساسیت مدل را نسبت به افق سرمایه‌گذاری تک نقطه‌ای خنثی می‌کند و سرمایه‌گذار می‌تواند در یک بازه زمانی سبد خود را نقد کند که این مطلب می‌تواند تاثیر ریسک‌هایی همچون نقدشوندگی (خصوصاً در بازارهای کم عمق مانند بورس اوراق بهادار تهران) را کاهش بدهد. هدف پژوهش حاضر ارائه دو مدل انتخاب سبد سهام بر اساس معیار ارزش در معرض ریسک چندافقی به شکل پارامتریک و نا پارامتریک و مقایسه عملکرد آنها است. در ادامه ساختار مقاله شامل بخش مبانی نظری و پیشینه تحقیق، روش پژوهش، یافته‌های پژوهش، نتیجه‌گیری و پیشنهادها و محدودیت‌های تحقیق است.

مبانی نظری و پیشینه تحقیق

ارزش در معرض ریسک یا VaR[1] حداکثر ضرر یک سبد سهام را در یک سطح اطمینان مشخص و برای یک دوره سرمایه‌گذاری مشخص اندازه می‌گیرد. ارزش در معرض ریسک برای اولین بار توسط گروه ریسک متریکس[2](۱۹۹۶) بعنوان یک معیار ریسک که مستقیماً با ضرر مرتبط است معرفی گردید و امروزه تبدیل به یکی از محبوب‌ترین معیارهای سنجش ریسک در صنعت مالی شده است و معیار

استاندارد ریسک برای بانک‌ها است(هو و همکاران۲۰۱۴،۳). در حالت کلی دو رویکرد عمده برای محاسبه و برآورد ارزش در معرض ریسک وجود دارد که شامل رویکردهای پارامتریک و ناپارامتریک است. در روش ناپارامتریک هیچ محدودیتی بر توزیع بازده‌ها وضع نمی‌شود و ارزش در معرض ریسک بر اساس چندک‌های توزیع تجربی بازده‌های تاریخی و یا چندک بازده‌های پیش‌بینی شده محاسبه می‌شود. روش شبیه سازی تاریخی و شبیه سازی مونت کارلو جزء این رویکرد می‌باشند. در رویکرد پارامتریک، ارزش در معرض ریسک بر اساس فروض مشخص درباره نوع توزیع بازده و نیز در مورد پویایی‌های مدل نوسان، برآورد می‌شود. بعنوان نمونه مدل‌های نوسان نوع گارچ۴ جز این دسته می‌باشند[۳]. تحقیقات داخلی زیادی به بررسی سبد سهام بهینه با تابع هدف ارزش در معرض ریسک پرداخته‌اند که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد. زمانی و همکاران (۱۴۰۰) به تحلیل ارتباط وضعیت مالی شرکت و ارزش در معرض خطر با تأکید بر نقش مدیریت ریسک پرداختند.. بابالویان و همکاران(۱۳۹۹) با استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی، ارزش در معرض ریسک سهام در بازار تهران را با بازارهای بین‌المللی سهام مقایسه کردند که نتایج تحقیق نشان می‌دهد دنباله چپ و دنباله راست توزیع بازده شاخص‌ها، پهن و متراکم است. بیاتی و پورزرندی(۱۳۹۹) سبد سهامی‌را با معیار ارزش در معرض ریسک به همراه تکنیک میانگین متحرک موزون نمایی با هدف طراحی یک مدل ترکیبی بهینه برای نگهداری ذخایر ۶ ارز ارائه کردند. کشاورز حداد و زابل(۱۳۹۹) به بررسی دقیق‌ترین روش پارامتریک جهت برآورد ارزش در معرض ریسک طلا با رویکرد ارزش فرین پرداختند. مهراسا و محمدی(۱۳۹۸) از ارزش در معرض ریسک برای بررسی حداکثر تغییرات قیمت سبد نفت اوپک استفاده کردند. شفیعی و همکاران(۱۳۹۸) جهت محاسبه دقیق تر ارزش در معرض ریسک، از نظریه ارزش فرین و معادلات دیفرانسیل تصادفی استفاده کردند. شهیکی تاش و همکاران (۱۳۹۲) در پژوهشی به محاسبه ارزش در معرض ریسک برای شاخص بازده و قیمت نقدی در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند و ارزش در معرض ریسک را با استفاده از سه توزیع نرمال، تی استیودنت و توزیع خطای تعمیم یافته مورد محاسبه قرار دادند.

یکی از پارامترهایی که در تعریف ارزش در معرض ریسک بدان اشاره شد، افق زمانی سرمایه‌گذاری (سررسید) است. چالش اصلی پژوهش حاضر، انتخاب سبد سهام بهینه تحت این فرض است که افق زمانی به جای یک تک نقطه ثابت بتواند داخل یک مجموعه از افق‌های زمانی مقدار بگیرد. بنابراین مدل سبد سهام بهینه پژوهش از ارزش در معرض ریسک با در نظر گرفتن عدم قطعیت در افق زمانی بهره می‌برد. سبد سهامی‌که بدین صورت بدست می‌آید نسبت به افق زمانی مقاوم یا استوار است. این مطلب

تاثیر ریسک‌هایی همچون نقد شوندگی را کاهش داده و امکان انتخاب زمان مناسب را برای فروش به سرمایه‌گذار می‌دهد و از بعد روحی از میزان اضطراب سرمایه‌گذار می‌کاهد.

اولین پژوهش سرمایه‌گذاری مرتبط با افق سرمایه‌گذاری نامشخص، مربوط به مرتون[۵] (۱۹۷۱) است که آن هدف، انتخاب بهترین سبد سرمایه‌گذاری تحت این فرض است که زمان سررسید از توزیع پواسون پیروی می‌کند.هاکانسون[۶] (۱۹۶۹) و ریچارد[۷] (۱۹۷۵) استراتژی‌های سرمایه‌گذاری، مصرف و بیمه عمر را با طول عمر نامشخص مطالعه کردند. مارتلینی و اوروسویچ[۸] (۲۰۰۶) از مدل بهینه سازی میانگین-واریانس ایستا با زمان خروج نامشخص استفاده کردند تا تاثیر عدم قطعیت زمان پایان را بر روی سبدهای‌های کارا مطالعه کنند. آنها دریافتند که وقتی توزیع زمان پایان و توزیع درآمد دارایی‌ها مستقل از یکدیگر باشند، سبد کارآمد به توزیع زمان پایان بستگی ندارد. هوانگ و همکاران[۹] (۲۰۰۸) مساله انتخاب سبد سهام را با زمان پایان نامعلوم در نظر گرفتند. آنها از استراتژی بدترین حالت برای معیار ریسک ریزش مورد انتظار در زمانی که هیچ اطلاعاتی در مورد زمان خروج در دسترس نبوده است، استفاده کردند. بلانشت اسکالیت و همکاران[۱۰] (۲۰۰۸) مساله انتخاب سبد سهام پویا را با زمان پایان نامشخص مطالعه کردند و نشان دادند که سبد سهام تحت تأثیر عدم قطعیت زمان پایان قرار دارد. کیخایی[۱۱] (۲۰۱۶) مدل بهینه سازی میانگین-واریانس را به موقعیتی که هر دارایی زمان پایان متفاوتی دارد، توسعه داد و شرایطی را ارائه کرد که تحت آن مجموعه مطلوب مسئله کلی، مستقل از توزیع زمان خروج است. دایر[۱۲] (۲۰۲۰) به ریسک افق زمانی در صورت تمایل سرمایه‌گذار به رسیدن سطح مشخصی از ثروت برای سبد سرمایه‌گذاری پرداخت. یک مدل انتخاب سبد سهام پویا با استفاده از داده‌های بازده بلندمدت ایالات متحده در مدل میانگین- واریانس نشان می‌دهد که می‌توان با سرمایه‌گذاری سهم قابل توجهی از سبد سرمایه‌گذاری در بازار سهام، مقدار زیادی از ریسک افق زمانی را از بین برد. لین و همکاران[۱۳](۲۰۲۰) مساله انتخاب سبد سهام پویا بدون هیچ افق سرمایه گذاری از پیش تعیین شده را به کمک یک فرآیند عملکرد رو به جلو استوار فرموله کردند که منعکس کننده ترجیح پویای سرمایه گذار است که با تحول بازار سازگار است. سریا و همکاران[۱۴](۲۰۲۱) به مدل سازی انتخاب سبد سهام میانگین-واریانس چندگانه بر روی افق‌های سرمایه‌گذاری افزایشی در بازار نرخ بهره تصادفی بدون آربیتراژ زمان پیوسته پرداختند. نتیجه نشان می دهد که وقتی هزینه‌های تراکنش در نظر گرفته می‌شود، مرز میانگین-واریانس تعدیل‌شده با مدل پژوهش از استراتژی‌های بهینه میانگین- واریانس سنتی از نظر نسبت شارپ بهتر عمل کند.

در نظر گرفتن ارزش در معرض ریسک با افق زمانی مجموعه‌ای مقدار، برای اولین بار توسط هو[۱۵]

و همکاران (۲۰۱۴) مورد مطالعه قرار گرفت. آنها یک مدل سبد سهام بهینه بر اساس ارزش در معرض ریسک چندافقی ارائه کردند و برای حل آن از شبیه سازی مونت کارلو استفاده کردند. نتیجه بهینه‌سازی نشان می‌دهد که تفاوت اساسی بین ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک چندافقی وجود دارد. هو و همکاران (۲۰۲۰) از داده‌های تاریخی برای محاسبه ارزش در معرض ریسک چندافقی استفاده کردند و بر اساس آن یک مدل بهینه سازی سبد سهام ارائه کردند و آن را بر روی یک سبد سهام با ۳۰ دارایی مورد ارزیابی قرار دادند.

در پژوهش حاضر از دو رویکرد برای محاسبه ارزش در معرض ریسک چندافقی با هدف طراحی یک مدل سبد سهام بهینه استفاده می‌شود. رویکرد اول ناپارامتریک است و بر شبیه سازی با استفاده از داده‌های تاریخی استوار است. در رویکرد دوم که یک رویکرد پارامتریک است، اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک بر اساس اختصاص توزیع احتمال به بازده سبد سهام محاسبه می‌شود. توزیع‌های احتمالی زیادی برای شبیه سازی رفتار بازده در دم دارایی‌های مالی در ادبیات تحقیق مورد استفاده قرار گرفته‌اند که از آن جمله می‌توان به توزیع‌های حدی، توزیع نرمال، نرمال وارون، هایپربولیک، تی و ... اشاره کرد. توزیع نرمال برای دارایی‌هایی مناسب است که دم‌های باریک دارند و توزیع‌های‌هایپربولیک مثل توزیع لاپلاس[۱۶] برای دارایی‌های با ویژگی دم پهن یا چاق مناسب است. بدلیل وجود افق‌های زمانی مختلف در سبد سهام پژوهش (که موجب خوشه بندی توزیع احتمال بازده سبد سهام می شود)، ترکیبی از توزیع‌ها جهت برازش مناسب به توزیع بازده سبد مورد استفاده قرار خواهد گرفت. برای پوشش دم‌های باریک و چاق(پهن) نیز از توزیع نرمال-لاپلاس استفاده خواهد شد. بنابراین ایده اصلی و نوآوری پژوهش حاضر استفاده از توزیع مخلوط نرمال-لاپلاس چندگانه بعنوان یک رویکرد پارامتریک در سبد سهام ارزش در معرض ریسک چندافقی می باشد. برای برآورد پارامترهای توزیع مخلوط از الگوریتم مقدار مورد انتظار-بیشینه سازی[۱۷] استفاده خواهد شد و عملکرد مدل‌های پارامتریک و ناپارامتریک مورد مفایسه قرار خواهند گرفت. جزئیات مربوط به پیاده سازی مدل‌ها در بخش روش پژوهش ارائه می‌شود.

روش پژوهش

اولین رویکرد در مدل سازی ارزش در معرض ریسک و سبد سهام شکل گرفته بر اساس آن، رویکرد ناپارامتریک شبیه‌سازی با استفاده از داده‌های تاریخی است. در این رویکرد، سبد سهام برای یک افق زمانی نامشخص در مجموعه $\{t_1, t_2, ..., t_{T-1}, t_T\}$ بسته می‌شود. در ادامه از مجموعه اندیس‌های $I = \{1, 2, 3, ..., N\}$ برای نشان دادن دارایی‌ها و از $H = \{1, 2, 3, .., T\}$ برای نمایش افق‌های

سرمایه‌گذاری استفاده می‌شود. در رویکرد شبیه‌سازی، با استفاده از داده‌های تاریخی در فواصل زمانی منظم نسبت به سناریوسازی برای افق‌های زمانی H اقدام می‌شود. هر سناریوی تاریخی را می‌توان به صورت یک ماتریس نشان داد که در این حالت یک سناریوی تاریخی نوعی ξ^k به شکل

$$\xi^k = \begin{bmatrix} \xi_{11}^k & \xi_{21}^k & \cdots & \xi_{N1}^k \\ \xi_{12}^k & \xi_{22}^k & \cdots & \xi_{N2}^k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \xi_{1T}^k & \xi_{2T}^k & \cdots & \xi_{NT}^k \end{bmatrix} \quad k = 1,2,...,K \qquad (۵)$$

است که ξ_{ti}^k نشان دهنده بازده دارایی i در افق زمانی یا سررسید t است. فرض کنید تعداد K سناریوی تاریخی تشکیل گردد. در صورتی که سبد سهام با بردار $x = [x_1, x_2, ..., x_N]^T$ نشان داده شود، متناظر با هر سناریوی تاریخی یک بردار از بازده‌های سبد برای سررسیدهای مختلف ایجاد می‌شود که با R^k نشان داده می‌شود. بنابراین

$$R^k = \xi^k x = [r_1^k, r_2^k, ..., r_T^k]^T \quad k = 1,2,...,K \qquad (۶)$$

فرض کنید R متغیر تصادفی نشان دهنده بازده سبد سهام (با در نظر گرفتن مجموعه افق‌های زمانی) باشد. ایده اصلی در تعریف ارزش در معرض ریسک چندافقی، بر روی اجتماع بازده‌های تولید شده توسط تمام سناریوهای تاریخی شکل می‌گیرد. بر این اساس اگر مجموعه $R_s = \bigcup_{k,t=1}^{K,T} \{r_t^k\}$ نشان دهنده اجتماع تمام بازده‌ها باشد، می‌توان آن را بعنوان یک نمونه آماری از متغیر تصادفی R در نظر گرفت. ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان $1-\tau$ (معادلاً سطح خطای τ)با $MHVaR_{1-\tau}$[۱۸] نشان داده می‌شود و به صورت

$$MHVaR_{1-\tau} = -q_\tau(R) \qquad (۷)$$

تعریف می‌شود که در آن q_τ تابع محاسبه چندک τاست. در رویکرد سناریوسازی تاریخی با وجود نمونه R_s می‌توان ارزش در معرض ریسک چندافقی را به صورت گسسته محاسبه و برآورد کرد. در نهایت مدل سبد سهام ارزش در معرض ریسک چندافقی به صورت رابطه(۸) مدل سازی می‌شود.

$$\begin{aligned} &\min \quad MHVaR_{1-\tau} \\ &\bar{r}^T x \geq r_0,\ 1^T x = 1,\ x \geq 0 \end{aligned} \qquad (۸)$$

که در آن $\bar{r}$ بردار متوسط بازده دارایی‌های سبد است که برای دارایی i ام (درایه i ام)به صورت

$$(\bar{r})_i = \frac{1}{K \times T} \sum_{k,t} \zeta_{ti}^{k} \qquad (۹)$$

تعریف می‌شود و r_0 حداقل بازده مورد انتظار سرمایه‌گذار است. محدودیت $\bar{r}^T x \geq r_0$ نشان می‌دهد که سرمایه‌گذار به دنبال یک حداقل بازده از سرمایه‌گذاری خود است.

رویکرد دوم در محاسبه ارزش در معرض ریسک چندافقی، پارامتریک و با استفاده از توزیع‌های احتمالی است. در این رویکرد فرض می‌شود که توزیع بازده سبد (با در نظر گرفتن همه افق‌های زمانی) از توزیع چگالی احتمال مخلوط پیروی می‌کند. ایده اصلی استفاده از توزیع‌های مخلوط، وجود سررسیدهای مختلف در سبد سهام است که می‌تواند ترکیبی از توزیع‌ها را برای برازش مناسب سازد. توزیع مخلوطی که در پژوهش مورد استفاده قرار می‌گیرد، توزیع مخلوط نرمال-لاپلاس چندگانه است که در آن توزیع‌های نرمال و لاپلاس با کمک ضرایب (با مجموع یک) به صورت خطی با هم ترکیب می‌شوند. انتظار می‌رود ترکیب توزیع نرمال با ویژگی دم باریک و توزیع لاپلاس با ویژگی دم پهن بتواند به صورت مناسبی به داده‌های بازده برازش پیدا کند. توزیع لاپلاس دارای تابع چگالی احتمال

$$h(u) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2}} \exp\{(-\sqrt{2})\frac{|u-\mu|}{\sigma}\} \qquad (۱۰)$$

است که به μ پارامتر مکان یا میانگین و به σ پارامتر مقیاس یا انحراف معیار گفته می‌شود. در توزیع مخلوط نرمال-لاپلاس برای برآورد پارامترهای دو توزیع بهمراه ضرایب خطی ارتباط دهنده آنها از رویکرد مقدار مورد انتظار- بیشینه سازی یا EM[۱۹] استفاده خواهد شد. در ابتدا الگوریتم EM برای توزیعی مخلوط شامل یک توزیع نرمال و یک توزیع لاپلاس بیان می‌گردد. تابع چگالی این ترکیب به صورت

$$f(u) = (1-\delta)\varphi_{\theta_1}(u) + \delta h_{\theta_2}(u) \qquad (۱۱)$$

است که در آن $\theta_1 = (\mu_1, \sigma_1)^T$ و $\theta_2 = (\mu_2, \sigma_2)^T$ پارامترهای متناظر با توزیع نرمال با تابع چگالی احتمال φ و توزیع لاپلاس با چگالی احتمال h است. الگوریتم EM برای محاسبه پارامترهای توزیع مخلوط نرمال-لاپلاس برگرفته از [۷] در جدول(۱) ارائه شده است.

جدول۱ : الگوریتم EM برای محاسبه پارامترهای توزیع مخلوط نرمال-لاپلاس

فرض کنیم داده‌های در اختیار مجموعه $\{r_t\}_{t=1}^{N}$ باشد.

۱-در ابتدا قرار می‌دهیم:

$$r_t^{(0)} = r_t \quad , \delta^{(0)} = 0.5$$

$$\tilde{\mu}_1^{(0)} = N^{-1}\sum_{t=1}^{N} r_t^{(0)} \ , \ \tilde{\sigma}_1^{(0)} = N^{-1}\sum_{t=1}^{N}(r_t^{(0)} - \tilde{\mu}_1^{(0)})^2$$

$$\tilde{\mu}_2^{(0)} = N^{-1}\sum_{t=1}^{N} r_t^{(0)} \ , \ \tilde{\sigma}_2^{(0)} = \sqrt{2}N^{-1}\sum_{t=1}^{N}| r_t^{(0)} - \tilde{\mu}_2^{(0)} |$$

۲-با برآورد صورت گرفته برای پارامترها، احتمال هر مشاهده تحت دو توزیع محاسبه می‌شود:

$$\tilde{p}_{1t}^{(0)} = \varphi_{\tilde{\theta}_1}(r_t^{(0)}) \quad \tilde{p}_{2t}^{(0)} = h_{\tilde{\theta}_2}(r_t^{(0)})$$

۳-بر اساس احتمال‌های مشاهده شده، دو وزن (متناسب با دو توزیع) با مجموع یک به هر مشاهده نسبت داده می‌شود:

$$\tilde{w}_{1t}^{(0)} = \frac{\tilde{p}_{1t}^{(0)}(1-\delta^{(0)})}{\tilde{p}_{1t}^{(0)}(1-\delta^{(0)}) + \tilde{p}_{2t}^{(0)}\delta^{(0)}}, \tilde{w}_{2t}^{(0)} = \frac{\tilde{p}_{2t}^{(0)}\delta^{(0)}}{\tilde{p}_{1t}^{(0)}(1-\delta^{(0)}) + \tilde{p}_{2t}^{0}\delta^{(0)}}$$

۴-بر اساس وزن‌های محاسبه شده، پارامترها و داده‌ها مطابق روابط زیر به روزرسانی می‌گردد:

$$\tilde{r}_{1t}^{(1)} = \tilde{w}_{1t}^{(0)} r_t^{(0)}, \ \tilde{r}_{2t}^{(1)} = \tilde{w}_{2t}^{(0)} r_t^{(0)}, \tilde{\delta}^{(1)} = N^{-1}\sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_{2t}^{(0)}$$

$$\tilde{\mu}_1^{(1)} = N^{-1}\sum_{t=1}^{N} \tilde{r}_{1t}^{(1)} / \sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_{1t}^{(0)} \ , \ \tilde{\sigma}_1^{(1)} = N^{-1}\sum_{t=1}^{N}(\tilde{r}_{1t}^{(1)} - \tilde{\mu}_1^{(1)})^2 / \sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_{1t}^{(0)}$$

$$\tilde{\mu}_2^{(1)} = N^{-1}\sum_{t=1}^{N} \tilde{r}_{2t}^{(1)} / \sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_{2t}^{(0)} \ , \ \tilde{\sigma}_2^{(1)} = \sqrt{2}N^{-1}\sum_{t=1}^{N}| \tilde{r}_{2t}^{(1)} - \tilde{\mu}_2^{(1)} | / \sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_{2t}^{(0)}$$

۵-با بروزرسانی‌های صورت گرفته، مراحل ۲ تا ۴ برای رسیدن به یک همگرایی در پارامترها یا تعداد تکرار مشخص ادامه می‌یابد.

با توجه به وجود افق‌های زمانی مختلف در ساختار ارزش در معرض ریسک چندافقی، می‌توان از چند توزیع نرمال و چند توزیع لاپلاس یا توزیع مخلوط نرمال-لاپلاس چندگانه استفاده کرد. در ادامه فرض می‌شود K توزیع نرمال باK توزیع لاپلاس به کمک ضرایب $\delta^1, \delta^2, ..., \delta^{2K}$ مخلوط گردد. برای برآورد اولیه پارامترها(اولین تقریب) از الگوریتم کی مینز[۲۰] بهمراه الگوریتم جدول(۱) استفاده می‌گردد. در ابتدا، داده‌ها به کمک الگوریتم کی مینز به K دسته طبقه بندی می‌گردد و در هر دسته به کمک الگوریتم جدول(۱) عملیات تقریب پارامترها برای توزیع مخلوط نرمال-لاپلاس (یک نرمال و یک لاپلاس) صورت می‌گیرد. پارامترهای برآورد شده این مرحله، بعنوان اولین تقریب جهت مخلوط سازی چندگانه مورد

استفاده قرار می‌گیرد. مراحل این الگوریتم بر اساس الگوریتم جدول (۱) به شرح جدول(۲) توسعه یافته است.

جدول۲ : الگوریتم EM برای محاسبه پارامترها توزیع مخلوط نرمال-لاپلاس چندگانه

۱-برای ۲K توزیع شامل k توزیع نرمال و K توزیع لاپلاس، تقریب اولیه پارامترها برابر تقریب بهینه مرحله کی مینز تعریف می‌گردد و و تقریب اولیه ضرایب مخلوط سازی به صورت مساوی در نظر گرفته می‌شود. در ادامه k توزیع اول، نرمال و k توزیع بعدی لاپلاس در نظر گرفته می‌شود.

$$\tilde{\theta}_k = (\tilde{\mu}_k^{(0)}, \tilde{\sigma}_k^{(0)})^T,\ \tilde{\delta}_k^{(0)} = 1/(2K) \quad k = 1,2,..,2K$$

۲- با برآورد صورت گرفته برای پارامترها، به هر مشاهده 2K مقدار احتمال نسبت داده می‌شود:

$$\tilde{p}_{kt}^{(0)} = \varphi_{\tilde{\theta}_k}(r_t^{(0)}) \quad k = 1,2,...,K,\ \tilde{p}_{kt}^{(0)} = h_{\tilde{\theta}_k}(r_t^{(0)}) \quad k = K+1,...,2K$$

۳-بر اساس احتمال‌های مشاهده شده، 2K وزن با مجموع یک به هر مشاهده نسبت داده می‌شود:

$$\tilde{w}_{kt}^{(0)} = \frac{\tilde{p}_{kt}^{(0)}(\delta_k^{(0)})}{\sum_{k=1}^{2K} \tilde{p}_{kt}^{(0)} \delta_k^{(0)}} \quad k = 1,2,..,2K$$

۴- بر اساس وزن‌های محاسبه شده، پارامترها و داده‌ها مطابق روابط زیر به روزرسانی می‌گردد:

$$\tilde{\delta}_k^{(1)} = \sum_{t=1}^{n} (\tilde{w}_{kt}^{(0)} \times \tilde{\delta}_k^{(0)}) / \sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_{kt}^{(0)} \quad k = 1,2,..,2K,\ \tilde{r}_{kt}^{(1)} = \tilde{w}_{kt}^{(0)} r_t^{(0)} \quad k = 1,2,..,2K$$

$$\tilde{\mu}_k^{(1)} = N^{-1} \sum_{t=1}^{N} \tilde{r}_{kt}^{(1)} / \sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_{kt}^{(0)},\ \tilde{\sigma}_k^{(1)} = N^{-1} \sum_{t=1}^{N} (\tilde{r}_{kt}^{(1)} - \tilde{\mu}_k^{(1)})^2 / \sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_{kt}^{(0)} \quad k = 1,...,K$$

$$= N^{-1} \sum_{t=1}^{N} \tilde{r}_{kt}^{(1)} / \sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_{kt}^{(0)},\ \tilde{\sigma}_k^{(2)} = \sqrt{2} N^{-1} \sum_{t=1}^{N} |\tilde{r}_{kt}^{(1)} - \tilde{\mu}_k^{(1)}| / \sum_{t=1}^{n} \tilde{w}_{kt}^{(0)} \quad k = K+1,...,2K$$

۵- با بروزرسانی‌های صورت گرفته، مراحل ۲ تا ۴ برای رسیدن به یک همگرایی در پارامترها یا تعداد تکرار مشخص ادامه می‌یابد.

در رویکرد پارامتریک پس از محاسبه $R_s = \bigcup_{k,t=1}^{K,T} \{r_t^k\}$ برای یک سبد مشخص، مطابق الگوریتم بیان شده در جدول(۲)، توزیع احتمال مخلوط مناسب نرمال-لاپلاس چندگانه با انتخاب $K = T$ برای متغیر تصادفی Rبرآورد می‌گردد که این تابع چگالی احتمال با f نشان داده می‌شود. اگر y یک متغیر تصادفی باشد برای محاسبه چندک های آن می توان از رابطه

$$q_\tau = \arg\min_\theta E[\rho_{\tau,1}(Y - \theta)] \qquad (۱۲)$$

استفاده کرد که $\rho_{\tau,\gamma} = |\tau - 1_{\{u<0\}}||u|^\gamma$ را تابع ارزیاب[۲۱] می‌گویند[۷]. بر این اساس با استفاده

از رابطه

$$q_\tau = \arg\min_\theta E[\rho_{\tau,1}(R-\theta)] \qquad (۱۳)$$

نسبت به محاسبه ارزش در معرض ریسک چندافقی در رابطه (۷) اقدام می‌شود. در رابطه (۱۳) با بیان نحوه محاسبه ارزش در معرض ریسک چندافقی برای یک سبد مشخص به صورت پارامتریک، سبد بهینه شکل گرفته بر اساس رویکرد پارامتریک نیز مشابه مدل (۸) تعریف می‌شود.

یافته‌های پژوهش

در این بخش ضمن بیان مراحل پیاده سازی و بهینه سازی دو مدل انتخاب سبد سهام پارامتریک و ناپارامتریک بر اساس معیار ارزش در معرض ریسک چندافقی، به بررسی عملکرد وسودآوری آنها می‌پردازیم. سبد سهام نمونه ای پژوهش از ۸ شاخص یا صنعت از بورس اوراق بهادار تهران شامل شاخص‌های بانک‌ها ، مواد شیمیایی، مواد دارویی، خودرو، کاشی و سرامیک، کانی فلزی، سیمان و فنی-مهندسی در بازه ۱۳۹۰/۰۱/۶ تا ۱۳۹۹/۱۲/۲۶ تشکیل شده است. در عمل برای انتخاب یک شاخص بعنوان دارایی باید یک سبد سهام متنوع متشکل از سهام زیر مجموعه آن شاخص تشکیل گردد و بدین صورت سبد نمونه ای پژوهش به اندازه کافی متنوع می باشد. سرمایه‌گذار می‌تواند در یک بازه زمانی شامل ۱۴ تا ۱۸ روز بعد از بسته شدن سبد نسبت به فروش آن اقدام کند. بنابراین مجموعه افق‌های زمانی شامل ۵ عضو یعنی افق زمانی ۱۴ روزه، ۱۵ روزه، ۱۶ روزه، ۱۷ روزه و ۱۸ روزه می باشد. آمار توصیفی مربوط به ۱۳۵ بازده ۱۴ روزه از دارایی‌ها در افق زمانی پژوهش در جدول(۳) ارائه شده است.

جدول۳ :آمار توصیفی بازده ۱۴ روزه هشت شاخص موجود در سبد سهام

شاخص آماری / دارایی	میانگین	میانه	انحراف معیار استاندارد	آماره جارک برا	مقدار احتمال
فنی مهندسی	۰,۰۱۸	-۰,۰۰۰۲	۰,۱۱۰	۵۹,۸۲	۰
سیمان	۰,۰۱۳	-۰,۰۰۶۲	۰,۰۷۵	۴۶۰,۳	۰
کانی فلزی	۰,۰۲۰	۰,۰۰۰۷	۰,۰۸۶	۱۹۷,۱	۰
کاشیسرامیک	۰,۰۱۷	-۰,۰۰۴۳	۰,۰۹۴	۵۷۸,۳	۰
خودرو	۰,۰۱۱	-۰,۰۱۰۶	۰,۱۰۳	۴۵,۴۳	۰
مواد دارویی	۰,۰۱۹	-۰,۰۰۴۱	۰,۰۶۵	۱۵۲۲	۰
مواد شیمیایی	۰,۰۲۰	۰,۰۰۴۴	۰,۰۶۴	۱۵۵,۸	۰
بانک‌ها	۰,۰۱۰	-۰,۰۰۲۲	۰,۰۷۱	۳۸۸,۷	۰

مقدار احتمال آماره جارک برا نشان می‌دهد که که توزیع بازده هیچ یک از دارایی‌ها از توزیع نرمال تبعیت نمی‌کند و لذا توزیع نرمال به صورت کامل نمی‌تواند نشان دهنده رفتار بازده باشد. در رویکرد اول بعنوان یک رویکرد ناپارامتریک از سناریوسازی تاریخی استفاده می‌شود. بر این اساس، داده‌ها به فواصل زمانی منظم ۱۴ تا ۱۸ روزه تقسیم می‌شود. از ۱۳۵ سناریوی تاریخی موجود، ۱۰۰ سناریوی تاریخی برای بهینه سازی مدل سبد سهام و ۳۵ سناریوی تاریخی برای تست استفاده گردید. همچنین مطابق رابطه(۹)، بازده مورد انتظار برای دارایی‌های سبد سهام با در نظر گرفتن افق‌های پنج گانه مطابق جدول (۴) است.

جدول۴ :بازده مورد انتظار دارایی‌ها

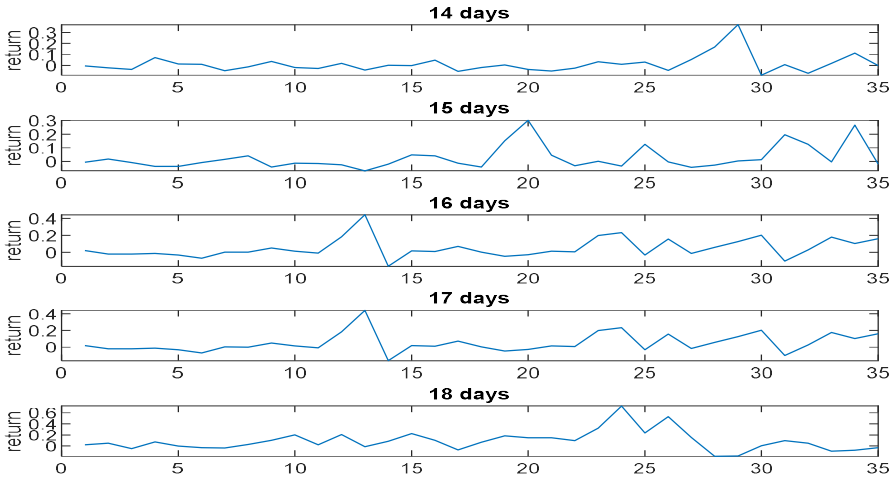
دارایی	بازده مورد انتظار	دارایی	بازده مورد انتظار
فنی مهندسی	۰,۰۲۸۹	خودرو	۰,۰۲۴۸
سیمان	۰,۰۲۶۴	مواد دارویی	۰,۰۳۰۰
کانی فلزی	۰,۰۲۹۶	مواد شیمیایی	۰,۰۲۸۹
کاشی و سرامیک	۰,۰۳۱۳	بانک ها	۰,۰۲۰۳

ارزش اولیه سبد برابر ۱ واحد پول، سطح اطمینان برابر ۰/۹۵ و حداقل بازده مورد انتظار سبد برابر ۰/۰۱۶ در نظر گرفته شد که بیش از دو برابر نرخ بهره بانکی ۲۰ درصدی برای یک دوره ۱۴ روزه است. برای بهینه سازی مدل انتخاب سبد سهام بر اساس معیار ارزش در معرض ریسک چندافقی در رابطه (۷) از الگوریتم تجمعی ذرات در نرم افزار متلب با ۲۰۰ ذره و ۱۰۰۰ تکرار استفاده شد و قیود به صورت جریمه به تابع هدف اضافه شدند. پس از فرآیند بهینه سازی، سبد سهام بهینه مطابق جدول(۵) محاسبه گردید.

جدول۵ :سبد سهام بهینه با رویکرد ناپارامتریک (شبیه‌سازی تاریخی)

دارایی	وزن بهینه	دارایی	وزن بهینه
فنی	۰,۲۶۷۰	خودرو	۰,۲۳۵۶
سیمان	۰,۰۶۳۲	مواد دارویی	۰
کانی فلزی	۰	مواد شیمیایی	۰,۲۸۰۸
کاشی و سرامیک	۰	بانک ها	۰,۱۵۳۱

عملکرد سبد سهام بهینه بر روی ۳۵ داده تست در افق‌های ۵ گانه در نمودار (۱) ارائه شده است.



نمودار۱: عملکرد سبد ناپارامتریک در داده‌های تست در افق‌های زمانی ۵ گانه

خلاصه عملکرد سبد بر روی داده‌های تست در جدول (۶) ارائه شده است. در این جدول نسبت شارپ از تقسیم بازده به ریسک (ارزش در معرض ریسک چندافقی) محاسبه می‌شود و نشان می‌دهد که به ازای یک واحد ریسک بیشتر، چه بازده‌ای حاصل می‌شود.

جدول۶: عملکرد سبد سهام بهینه با رویکرد ناپارامتریک (شبیه‌سازی تاریخی)

داده‌های تست	داده‌های آموزشی	شاخص عملکرد
۰,۰۵۵۳	۰,۰۲۶۵	متوسط بازده
۰,۰۷۷۰	۰,۰۷۴۶	ارزش در معرض ریسک چندافقی
۰,۷۱۸۲	۰,۰۳۵۵۲	نسبت شارپ

بر اساس اطلاعات جدول(۷)، برآورد ارزش در معرض ریسک چندافقی در داده‌های تست برابر ۰/۰۷۷۰است که نسبت به مقدار مورد انتظار ۰/۰۷۴۶ دارای خطای نسبی ۰/۰۳۲۱ است. نسبت شارپ در داده‌های تست نشان می‌دهد که به ازای یک واحد ریسک بیشتر با معیار ارزش در معرض ریسک چندافقی،۰,۷۱۸۲واحد به بازده اضافه می‌شود.

در رویکرد دوم بعنوان یک رویکرد پارامتریک با توجه به وجود ۵ افق زمانی، از توزیع مخلوطی شامل ترکیب ۵ توزیع نرمال و ۵ توزیع لاپلاس برای مدل سازی توزیع بازده سبدهای سهام استفاده گردید. این توزیع مخلوط بر روی ۵۰۰ داده (۱۰۰ سناریو آموزشی با ۵ افق زمانی) مورد تقریب قرار گرفت. ابتدا داده‌ها به کمک دستور kmeans در متلب به ۵ گروه طبقه بندی شده و در هر گروه یک تقریب اولیه

مطابق الگوریتم ارائه شده در جدول(۱) برای بازده و انحراف معیار توزیع‌های نرمال و لاپلاس محاسبه گردید. پس از برآورد اولیه ، با استفاده از الگوریتم جدول(۲) نسبت به برآورد پارامترها اقدام گردید که نتیجه برای سبد سهام بهینه در جدول(۷) ارائه شده است. در این جدول N برای توزیع نرمال و L برای توزیع لاپلاس استفاده شده است.

جدول۷ : برآورد پارامترهای توزیع مخلوط

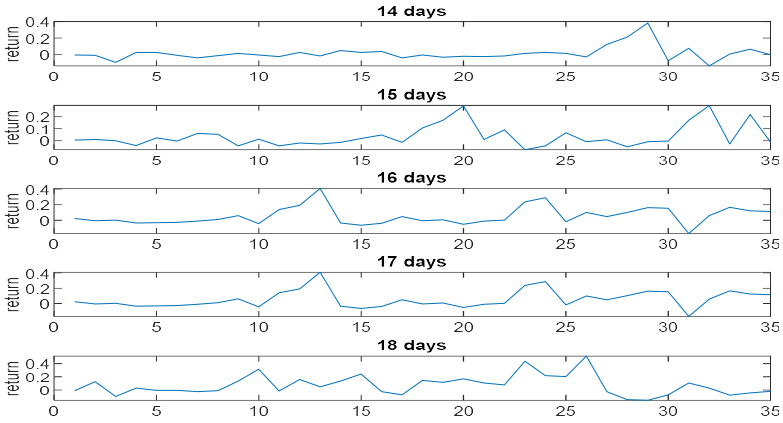
توزیع	ضرایب ترکیب	میانگین	واریانس
N1	۰,۰۷۷۳	۰,۱۱۲۸	۰,۰۰۰۳۳۳
N2	۰,۰۹۲۰	-۰,۰۵۱۵	۰,۰۰۰۱۹۷
N3	۰,۱۶۱۵	-۰,۰۲۲۲	۰,۰۰۰۱۶۵
N4	۰,۱۲۸۰	۰,۰۲۰۱	۰,۰۰۰۱۷۹
N5	۰,۲۰۲۷	-۰,۰۰۰۲	۰,۰۰۰۲۰۷
L1	۰,۰۵۵۲	۰,۱۷۳۵	۰,۰۰۰۴۸۵
L2	۰,۰۱۸۱	-۰,۱۴۵۵	۰,۰۰۰۱۵۹
L3	۰,۰۷۷۹	-۰,۰۸۴۰	۰,۰۰۰۳۴۱
L4	۰,۰۹۸۵	۰,۰۵۹۹	۰,۰۰۰۲۹۷
L5	۰,۰۸۸۴۶	۰,۲۲۵۰	۰,۰۱۶۰۸۰

سبد سهام بهینه به کمک الگوریتم تجمعی ذرات در نرم افزار متلب با ۲۰۰ ذره و ۱۰۰۰ تکرار در جدول(۸) ارائه شده است.

جدول۸ : سبد سهام بهینه با رویکرد پارامتریک

دارایی	وزن بهینه	دارایی	وزن بهینه
فنی مهندسی	۰,۳۹۰	خودرو	۰,۱۶۴
سیمان	۰,۲۴۰	مواد دارویی	۰
کانی فلزی	۰,۰۱۵	مواد شیمیایی	.
کاشی و سرامیک	۰,۰۸۹	بانک ها	۰,۱۴۱

عملکرد سبد سهام بهینه پارامتریک بر روی ۳۵ داده تست در افق‌های ۵ گانه در نمودار (۲) ارائه شده است.



نمودار۲ : عملکرد سبد پارامتریک در داده‌های تست در افق های زمانی ۵ گانه

خلاصه عملکرد سبد بر روی داده‌های تست در جدول (۹) ارائه شده است.

جدول۹ : عملکرد سبد سهام بهینه با رویکرد پارامتریک

داده‌های تست	داده‌های آموزشی	شاخص عملکرد
۰,۰۵۷۶	۰,۰۲۸۱	متوسط بازده
۰,۰۷۱۵	۰,۰۷۰۱	ارزش در معرض ریسک چندافقی
۰,۸۰۵۶	۰,۴۰۰۹	نسبت شارپ

[۲۲]بر اساس اطلاعات جدول(۱۰)، برآورد ارزش در معرض ریسک چندافقی در داده‌های تست برابر ۰,۰۷۱۵ است که نسبت به مقدار مورد انتظار ۰/۰۷۰۱دارای خطای نسبی ۰/۰۱۹۹۸ است. نسبت شارپ در داده‌های تست نشان می‌دهد که به ازای یک واحد ریسک بیشتر با معیار ارزش در معرض ریسک چندافقی، ۰/۸۰۵۶ واحد به بازده اضافه می‌شود. مقایسه جدول(۶) و (۹) حاکی از عملکرد بهتر مدل پارامتریک نسبت به مدل ناپارامتریک (شبیه‌سازی تاریخی) است. نتیجه مقایسه نشان می‌دهد که رویکرد پارامتریک در متوسط بازده کسب شده بر روی داده‌های تست، نزدیکی نسبی ارزش در معرض ریسک چندافقی مورد انتظار و ارزش مورد انتظار مشاهده شده در داده‌های تست و همچنین معیار نسبت شارپ به رویکرد شبیه‌سازی تاریخی برتری دارد

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

ارزش در معرض ریسک چندافقی یکی از معیارهای پرکاربرد سنجش ریسک در مالی و خصوصاً

نظریه سبد سهام است. این معیار برای سنجش ریسک تحت شرایط نامشخص بودن افق زمانی به ارزش در معرض ریسک چندافقی توسیع داده شده است. در این توسیع، سررسید سبد سهام می‌تواند به جای یک نقطه زمانی مشخص، داخل یک مجموعه مقدار بگیرد. در پژوهش حاضر دو رویکرد برای محاسبه ارزش در معرض ریسک چندافقی بیان شد و بر اساس آن دو سبد سهام بهینه تشکیل گردید. رویکرد اول به صورت ناپارامتریک و بر اساس شبیه‌سازی تاریخی و چندک‌ها صورت می‌گیرد و رویکرد دوم به صورت پارامتریک و بر اساس برازش توزیع مخلوط نرمال-لاپلاس چندگانه به توزیع بازده سبد صورت می‌گیرد. یکی از اهداف پژوهش تبیین عملیاتی نحوه پیاده سازی دو روش مذکور است که در بخش (۴) به آن اشاره شد. همچنین عملکرد و سودآوری دو مدل انتخاب سبد سهام بهینه در معیارهای نزدیکی نسبی ارزش در معرض ریسک چندافقی مورد انتظار و ارزش در معرض ریسک چندافقی مشاهده شده، متوسط بازده و نسبت شارپ بر روی ۱۰۰ داده آموزشی و ۳۵ دوره داده تست مورد مقایسه قرار گرفت. نتیجه مقایسه نشان می‌دهد که رویکرد پارامتریک در متوسط بازده کسب شده بر روی داده‌های تست، نزدیکی نسبی ارزش در معرض ریسک چندافقی مورد انتظار و ارزش مورد انتظار مشاهده شده در داده‌های تست و همچنین معیار نسبت شارپ به رویکرد شبیه‌سازی تاریخی برتری دارد. نتایج نشان می‌دهد که رویکرد پارامتریک نسبت به رویکرد سناریو سازی تاریخی به صورت مناسب‌تری می‌تواند رفتار دمی‌بازده را با وجود افق‌های زمانی متفاوت انعکاس دهد زیرا ارزش در معرض ریسک مفهومی‌بر اساس رفتار بازده در دم‌های توزیع است. عملکرد مناسب رویکرد پارامتریک را می‌توان به انتخاب توزیع نرمال-لاپلاس نسبت داد. توزیع نرمال برای دارایی‌هایی مناسب است که دم‌های باریک دارند و توزیع‌های هایپربولیک مثل توزیع لاپلاس برای دارایی‌های با ویژگی دم پهن یا چاق مناسب است و توزیع مخلوط نرمال- لاپلاس می‌تواند از هر دو بهره ببرد. به سرمایه‌گذاران، علاقمندان به مدل سازی مالی و مدیران صندوق‌های سرمایه‌گذاری پیشنهاد می‌شود تا در صورت تردید یا ترس از مقوله افق زمانی یا سررسید (خصوصاً در بورس اوراق بهادار تهران که روزهای زیادی و به تناوب قفل در صف خرید یا فروش است) از رویکرد ارزش در معرض ریسک پارامتریک معرفی شده در پژوهش حاضر استفاده کنند.

محدودیت‌های پژوهش

نکته‌ای که در تعمیم نتایج پژوهش باید در نظر داشت این است که دارایی‌های سبد سهام نمونه‌ای پژوهش، شاخص‌های بازار هستند و این بدان مفهوم است که در عمل برای انتخاب یک شاخص بعنوان دارایی باید یک سبد سهام متنوع متشکل از سهام زیر مجموعه آن شاخص تشکیل گردد.

منابع

۱) بابا لویان شهرام، هاشم نیکو مرام و حمیدرضا وکیلی فرد. (۱۳۹۹). مقایسه ارزش در معرض ریسک سهام تهران با بازارهای سهام بین المللی با استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی. اقتصاد مالی، ۱۴(۵۲)، ۵۵-۸۰.

۲) بیاتی غلامرضا و محمد ابراهیم پورزرندی. (۱۳۹۹). طراحی مدل ارزیابی ریسک و تعیین پورتفوی بهینه ارزی بانکها تحت معیار ارزش در معرض ریسک و تکنیک میانگین متحرک موزون نمایی. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۱(۴۴)، ۴۴-۷۳.

۳) زمانی محمد، قدرت الله امام وردی و یداله نوری فرد. (۱۴۰۰). رویکرد معادلات ساختاری در تحلیل ارتباط وضعیت مالی شرکت و ارزش در معرض خطر با تأکید بر نقش مدیریت ریسک. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار ، ۱۲(۴۶)، ۹۷-۷۶.

۳) شفیعی امیر، رضا راعی و حسین عبده تبریزی. (۱۳۹۸). برآورد ارزش در معرض ریسک با رویکرد ارزش فرین و با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی. مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۰(۴۰)، ۳۲۵-۳۴.

۴) شهیکی تاش محمدنبی، محمداسماعیل اعزازی و لیلا غلامی‌بیمرغ. (۱۳۹۲). محاسبه ارزش در معرض ریسک (VAR) در بازار بورس اوراق بهادار تهران. تحقیقات توسعه اقتصادی، ۱۰، ۷۰-۵۱.

۵) کشاورز حداد غلامرضا و محمد امین زابل. (۱۳۹۹). ارزیابی روش‌های محاسبه ارزش در معرض ریسک طلا با لحاظ جریمه برای بیش‌برآورد ریسک. پژوهشنامه اقتصادی،۲۰(۷۷)،۱-۲۸.

۶) مهراسا مهتاب و تیمور محمدی. (۱۳۹۸). تئوری ارزش فرین و ارزش در معرض ریسک: کاربرد در بازار نفت ایران. پژوهشنامه اقتصاد انرژی ایران،۱۲(۱۲)،۱۵۱-۱۷۰.

7) Bellini, F., Cesarone, F., & Colombo, h., & Tardella, F. (2019). Risk Parity with Expectiles . Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=3419747.

8) Blanchet-Scalliet, C., Karoui, N.E., Jeanblanc, M., & Martellini, L. (2008). Optimal investment decisions when time-horizon is uncertain. J. Math. Econ, 44(11), 1100–1113.

9) Cerreia-Vioglio, S., Ortu, F., Rotondi, F., & Severino, F. (2021). On time-consistent multi-horizon portfolio allocation. Available at SSRN 3841052.

10) Direr, A. (2020). Portfolio Choice with Time Horizon. Available at SSRN:https://ssrn.com/abstract=3655782.

11) Hakansson, N.H. (1969). Optimal investment and consumption strategies under risk, an uncertain lifetime, and insurance. Int. Econ. Rev. (Philadelphia), 10(3), 443–466.

.12) Härdle. W, & Chen. C. (2020). TERES: Tail Event Risk Expectile Shortfall, Quantitative Finance, 1-13, DOI: 10.1080/14697688.2020.1786151.

13) Huang, D., Zhu, S.S., Fabozzi, F.J. & Fukushima, M. (2008). Portfolio selection with uncertain exit time: A robust CVaR approach. J. Econ. Dyn. Control, 32(2), 594–623.

1۴14) Huo. Y., Xu . C., & Shiina. K. (2020). Modeling and solving portfolio selection problems based on PVaR, Quantitative Finance,1-11.

15) Huo, Y., Xu, Chunhui., Osaka, K. & Huang, M. (2014). Period value at risk and its estimation by simulation. Information (Japan), 17, 2605-2617.

16) Keykhaei, R. (2016). Mean-variance portfolio optimization when each asset has individual uncertain exit-time. Pakistan J. Stat. Oper. Res, 12(4), 765–773.

17) Lin, Q., Sun, X., & Zhou, C. (2020). Horizon-unbiased investment with ambiguity. Journal of Economic Dynamics and Control, 114, 103896.

18) Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. J. Financ, 7(1), 77–91.

19) Merton, R.C. (1971). Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model. J. Econ. Theory, 3(4), 373–413.

20) Richard, S.F. (1975). Optimal consumption, portfolio and life insurance rules for an uncertain lived individual in a continuous time model. J. Financ. Econ2(2), 187–203.

21) Risk Metrics Group, Risk Metrics-Technical Document. J. P. Morgan/ Reuters, NY, 1996. Available online at: www.jpmorgan.com/Risk Management/RiskMetrics/RiskMetrics.html.

یادداشت‌ها :

1 Value at risk
2 RiskMetrics
3 Huo et al.
4 GARCH
5 Merton
6 Hakansson
7 Richard
8 Martellini and Urosevic
9 Huang et al.
10 Blanchet-Scalliet et al.
11 Keykhaei
12 Diere
13 Lin et al.
14 Cerreia et al.
15 Huo et al.
16 Laplace
17 Expectation-maximization
18 MHVaR: Multi-horizon value at risk
19 Expectation-Maximization
20 K-means
21 Check function