فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره چهل و سوم / تابستان ۱۳۹۹

ارائه یک مدل انتخاب سبد سهام پایدار با تکنیک تحلیل پوششی داده ها، TOPSIS و برنامه ریزی عدد صحیح در بورس اوراق بهادار

صغری رضایی نوکنده[۱]
محسن واعظ قاسمی[۲]

تاریخ دریافت مقاله : ۹۸/۰۶/۱۳ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۸/۰۷/۰۳

چکیده

در دنیای پر رقابت امروزی شرط بقا و حضور در عرصه فعالیت، درست عمل کردن و برخورداری از کارایی و اثربخش بالاست، اینها به دست نمی‌آید مگر با برنامه‌ریزی، نظارت، کنترل و ارزیابی مستمر.

در راستای این هدف، سعی شده در این مقاله یک مدل ترکیبی ریاضی برای انتخاب و برنامه‌ریزی ترکیب بهینه‌ای از سهم‌ها با توجه به اهداف و الویت‌ها ارائه گردد، تا بالاترین سازگاری میان انتخاب نهایی و رتبه بندی اولیه هر سهم بدست آید.

مدل ارائه شده شامل سه مرحله و چندین گام است، روش SBM تحلیل پوششی داده‌ها(DEA) برای بازبینی اولیه سهم‌ها، تصمیم‌گیری چند شاخصه‌ای(TOPSIS)در شرایط عدم قطعیت، برای ارزیابی و رتبه‌بندی سهم‌ها در دو مرحله انفرادی و دسته‌بندی شده و برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح (IP) برای انتخاب بهترین سبد سهام به همراه نمرات افزایش‌یافته با توجه به اولویت‌ها و محدودیت‌های سازمان، بکار رفته است. جمع آوری اطلاعات از سایت‌های معتبر پنج صنعت فعال خودروسازی، داروسازی، پتروشیمی، سیمان وصنایع غذایی صورت گرفته تا بهترین سبد سهام برای سرمایه گذاری با توجه به اثرگذاری الگوریتم‌ها و روش‌ها پیشنهاد شود.

کلمات کلیدی

انتخاب سبد سهام، تحلیل پوششی داده ها، تاپسیس، برنامه ریزی خطی، نمرات افزایش یافته

۱- گروه ریاضی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، گیلان، ایران.soghrarezayi7@gmail.com
۲- گروه ریاضی، واحد رشت، دانشگاه آزاد اسلامی، گیلان، ایران.(نویسنده مسئول)mohsen.vaez@iaurasht.ac.ir

مقدمه

در نظریه اقتصادی، رشد وتوسعه حاصل افزایش کارایی وبهره وری است. در واقع رعایت کارایی وتلاش برای افزایش بهره وری، مهم ترین توانایی شرکت ها برای ادامه فعالیت و بالندگی در محیط به شدت رقابتی امروز است .

با علم به اینکه در عصر اطلاعات و رقابت بین سازمان ها قرارداریم و هر سازمانی برای پیشی گرفتن از رقبای خود و حفظ و کسب مزیت رقابتی در صدد ایجاد روشی جدید برای تحول سازمان خود می‌باشد، لذا در راستای تحقق این مهم، در این تحقیق یک روش ترکیبی سه مرحله‌ای ارائه شده است، که در آن از تکنیک تحلیل پوششی داده ها، تاپسیس و برنامه ریزی عدد صحیح به همراه نمرات افزایش یافته استفاده شده تا روشی کاربردی بر مبنای محاسبات دقیق ریاضی برای انتخاب بهترین سبد سهام بکار رود.

بیشتر سازمان ها، اغلب با پیشنهادهای سهم های چندگانه یا سهم‌هایی که برای منابع کمیاب (مانند پول، نیروی انسانی، تجهیزات) درحال رقابت هستند، مواجه اند. انتخاب سهم ها و بهینه سازی سبد سهامی که بهترین همترازی را با اولویت‌های راهبردی سازمان داشته باشد، طوری که منابع لازم به آن اختصاص داده شود، کار دشواری است. نهایتا آنها سهم‌هایی را انتخاب می‌کنند که با شرایط چالش برانگیز و علائق گروه‌های مخالف سازگاری داشته باشد**[۳۴]**.

همانطور که تعداد سهم‌ها افزایش می یابد، فرایندهای تصمیم گیری نیز به دلایل زیر پیچیده تر می‌شود:**[۱۸و۷]**

۱- اهداف متعدد و مغایر
۲- اهداف متناسب با اهداف کمی وکیفی
۳- سهم های وابسته
۴- عدم اطمینان در داده ها با معیارهای خاص
۵- الزامات و محدودیت های سازمانی
۶- تعداد زیاد سبدهای سهام امکان پذیر و عملی

دراین تحقیق یک روش ترکیبی سه مرحله‌ای برای غلبه بر مشکلات PS ارائه شده است که بیشترین سازگاری را بین انتخاب سبد سهام نهایی و رتبه بندی اولیه سهم ها با در نظر گرفتن اهداف مختلف سازمان حفظ می‌کند.

مدل ارائه شده سه مرحله دارد و هر مرحله شامل چندین گام و روش است.

در این روش از تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) برای غربالگری اولیه، تصمیم‌گیری چند شاخصه‌ای (TOPSIS) برای رتبه بندی سهم‌ها و برنامه ریزی عددصحیح (IP) برای انتخاب مناسب‌ترین سبد سهام با توجه به اهداف سازمان استفاده شده است .

روش پیشنهادی دراین مطالعه نمرات فردی را از هرسهم به عنوان معیار انتخاب اصلی تعریف می‌کند و از یکپارچگی اجتناب ناپذیر ناشی از تعامل تابع هدف و محدودیت‌ها در مدل IP جلوگیری می‌کند. این امر با جایگزینی نمرات معیارهای اصلی با نمرات افزایش یافته(as) بدست می‌آید.

هدف اصلی معرفی شده در این تحقیق، تطبیق روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره استاندارد با فرایندهای انتقال اطلاعات و تصمیم گیری در سطوح مختلف در یک سازمان است، به طوریکه این رویکرد سه مرحله‌ای پیشنهاد شده بین انتخاب‌نهایی و رتبه بندی اولیه سهم ها با در نظرگرفتن اهداف و الزامات سازمانی، بالاترین هماهنگی را ایجاد می‌کند.

مروری بر ادبیات تحقیق

امروزه نقش برنامه ریزی و نظارت کارآمد و اجرای روش‌ها بر مبنای علمی، در بهبود و تعالی سازمان‌ها کاملا شناخته شده است. از این رو عملکرد سازمانها جهت شناسایی نقاط قوت و ضعف به منظور استفاده بهینه از منابع و امکانات در جهت دستیابی به اهداف و الزامات مورد نظر با توجه به اطلاعات موجود از اهمیت خاصی برخوردار بوده و توجه سازمان‌های مختلف را به خود جلب کرده است.

هدف اصلی از انجام این تحقیق ابتدا مطرح کردن موضوع بحث برای شناساندن این روش ومورد توجه قرار دادن آن در سازمان‌های مختلف می‌باشد. همچنین ارائه یک مدل کاربردی که بتواند با لحاظ کردن محدودیت ها، اهداف واولویت‌های سازمان مورد نظر ترکیب بهینه‌ایی از پروژه‌ها را برای سبد سهام انتخاب کند. شناسایی موضوع و مدل منعطف به کار رفته در این تحقیق با نمایش یک مورد عملی و نتایج آن، اهداف اساسی این تحقیق را کاملا آشکار می‌کند که در آن حداکثر تناسب بین سبد سهام نهایی و رتبه بندی اولیه پروژه ها، با در نظر گرفتن اهداف مختلف سازمان حفظ می‌شود.

اهداف این تحقیق را می‌توان به صورت زیر نیز بیان کرد:

۱- بررسی و ایجاد روش و تکنیکی برای ارزیابی پروژه‌ها و انتخاب سبد سهام متناسب با اهداف و محدودیت‌های هر سازمان .

۲- فراهم کردن شرایط و روش‌هایی که به تصمیم گیرنده بینش لازم را برای انتخاب سبد سهام متناسب می‌دهد.

در دنیای پر رقابت امروزی، تنها شرط بقاء و حضور در عرصه فعالیت‌ها، صحت عمل و برخورداری از کارایی و اثر بخشی بالاست و اینها بدست نمی‌آید مگر با برنامه ریزی، نظارت، کنترل و ارزیابی مستمر.

در همین راستا در این تحقیق یک مدل ترکیبی از تحلیل پوششی داده‌ها، تاپسیس و برنامه ریزی عدد صحیح ارائه شده است که بتواند براساس علم تحقیق در عملیات، سازمان‌ها را در جهت رسیدن به اهداف مورد نظر یاری رساند.

تحلیل پوششی داده ها DEA

واژه DEA مخفف Analysis Envelopment Data می‌باشد که به معنی تحلیل پوششی داده‌ها یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی، برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ای(DMU) است که چندین ورودی و چندین خروجی دارند. اندازه گیری کارایی به دلیل اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان همواره مورد توجه محققین قرار داشته است. فارل در سال ۱۹۵۷، با استفاده از روشی همانند اندازه‌گیری کارایی در مباحث مهندسی، به اندازه‌گیری کارایی برای واحد تولیدی اقدام کرد. موردی که فارل برای اندازه گیری کارایی مد نظر قرار داد شامل یک ورودی و یک خروجی بود. فارل با استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده و اصول حاکم بر آن‌ها، مجموعه‌ای با عنوان مجموعه امکان تولید، ارائه و قسمتی از مرز آن را به عنوان تابع تولید معرفی نمود. این مرز را مرز کارا نیز می‌نامند و واحدهای تصمیم گیرنده‌ای که روی این مرز قرار می‌گیرند، کارا ارزیابی می‌شوند. از آنجائیکه تحلیل پوششی داده‌ها، تکنیک ارزیابی کارایی نسبی واحدهای تصمیم گیرنده است، حداقل یکی از واحدها روی مرز و بقیه واحدها در زیر آن قرار دارند[۱۲].

در واقع تحلیل پوششی داده‌ها مبتنی بر یکسری بهینه‌سازی با استفاده از برنامه‌ریزی خطی می‌باشد که به آن روش ناپارامتریک نیز گفته می‌شود. در این روش منحنی مرزی کارا از یک سری نقاط که بوسیله برنامه ریزی خطی تعیین می‌شود ایجاد می‌گردد. برای تعیین این نقاط می‌توان از دو فرض بازدهی ثابت و متغیر، نسبت به مقیاس استفاده کرد. روش برنامه ریزی خطی پس از یک سری بهینه سازی مشخص می‌کند که آیا واحد تصمیم گیرنده مورد نظر روی مرز کارایی قرار گرفته است و یا خارج آن قرار دارد؟ بدین وسیله واحدهای کارا و ناکارا از یکدیگر تفکیک می‌شوند. تکنیک DEA تمام داده‌ها را تحت پوشش قرار داده و به همین دلیل تحلیل پوششی داده‌ها نامیده شده است[۱].

در رو های تحلیل پوششی داده‌ها بر خلاف برخی روش‌های عددی، مشخص بودن وزن ها از قبل و تخصیص آن‌ها به ورودی‌ها و خروجی‌ها لازم نیست . همچنین این روش‌ها نیازی به اشکال تابعی از قبل تعیین شده(مانند روش‌های رگرسیون آماری) و یا شکل صریح تابع تولید (مانند برخی روش‌های پارامتری) ندارند.

برنامه ریزی خطی، تحلیل پوششی داده‌ها را قادر می‌سازد، تا از روش‌های حل مسأله برنامه‌ریزی خطی و قضایای دوگان استفاده کند و به این ترتیب منبع ومقدار ناکارایی را برای هر ورودی و خروجی مشخص کند. تحلیل پوششی داده‌ها همچنین فرصت‌های زیادی را برای همکاری میان تحلیل گر و تصمیم گیرنده ایجاد می‌کند. این همکاری‌ها می‌تواند در راستای انتخاب ورودی و خروجی واحدهای تحت ارزیابی و چگونگی عملکرد و الگویابی نسبت به مرز کارا باشد.

در زمینه تحلیل پوششی داده‌ها مطالب فراتری نیز ارائه شده که می‌توان برای بررسی بیشتر به آنها مراجعه کرد[۱۴و۲۴].

مدل‌های DEA که تا به حال ارائه شده‌اند را می‌توان به دو دسته مدل‌های شعاعی،شامل مدل CCR و مدل BCC و مدل‌های غیرشعاعی، شامل مدل‌های جمعی و مدل SBM تقسیم کرد. بازده به مقیاس بیانگر پیوند بین تغییرات ورودی ها وخروجی های یک سیستم می‌باشد.

یکی از توانایی‌های روشDEA ، کاربرد الگوهای مختلف متناظر با بازده به مقیاس‌های متفاوت وهمچنین اندازه گیری بازده به مقیاس واحدهاست.

الف: بازده به مقیاس ثابت: یعنی هر مضربی از ورودی‌ها همان مضرب از خروجی‌ها را تولید می‌کند. الگوی CCR بازده به مقیاس واحدها را ثابت فرض می‌کند. بنابراین واحدهای کوچک و بزرگ، با هم مقایسه می‌شود.

ب: بازده به مقیاس متغیر : یعنی هر مضربی از ورودی‌ها همان مضرب از خروجی‌ها یا کمتر از آن و یا بیشتر از آن را، در خروجی‌ها تولید می‌کند. الگوی BCC بازده به مقیاس را متغیر فرض می‌کند [۶].

برحسب آنکه کدام یک از مجموعه های خروجی یا ورودی به عنوان مجموعه امکان تولید در نظر گرفته شود به ترتیب مدل SBM با بازده به مقیاس متغیر و ثابت را خواهیم داشت.

برخی از مزایای روشDEA:

- در این روش واحد اندازه‌گیری حساس نیست ونهاده‌ها می‌توانند دارای واحدهای مختلفی باشند.

• روش DEA یک روش مدیریتی است که کارایی واحدها را ، به طور نسبی اندازه گیری می‌کند و راهکارهای مدیریتی ارائه می‌کند .

• روشDEA ، به مقایسه واحدها با یکدیگر می‌پردازد و از ایده ال گرایی محض به دور است.

• روش DEA فقط کارایی را مشخص می‌کند و نقطه ضعف سایر سیستم های اندازه گیری که نوعی مطلق گرایی را دنبال می‌کنند، ندارند وکارا بودن در یک الگو یک کمیت دست یافتنی است .

محدودیت های الگوی DEA در مقایسه با سایر الگوها :

• چون DEA یک تکنیک ریاضی و عددی محض است از این رو خطاهای اندازه گیری ممکن است تغییرات عمده ای در نتیجه به همراه داشته باشد از این رو می بایست پس از شناسایی واحد کارا به کنترل مجدد داده ها و ستاده ها اقدام و از صحت آن اطمینان حاصل نمود .

• این روش صرفاً یک روش ریاضی و بر اساس برنامه ریزی خطی است و توانایی مقایسه متغیرهای کیفی واحدهای تصمیم گیری را ندارد .

• اگر تنها یکی از داده‌ها و ستاده‌های واحدهای تصمیم‌گیری تغییر کند، تغییرات اساسی در درجه کارایی واحدهای تصمیم‌گیری پیش خواهد آمد وتوافق کلی درمورد داده‌ها وستاده‌ها وجود ندارد.

مدلCCR

این مدل، اولین مدل DEA برای اندازه گیری کارایی واحدهای تصمیم گیرنده است که در سال ۱۹۷۸ توسط چارنز، کوپر و رودز[۵]،ارائه شد. این الگو دارای بازده ثابت به مقیاس است و سعی دارد، با انتخاب وزن های بهینه، برای متغیرهای ورودی و خروجی واحد تحت بررسی، کسر کارایی این واحد را، به گونهای بیشتر کند که کارایی سایر واحدها، از حد بالای یک، تجاوز نکند. این الگو در دو ماهیت ورودی و خروجی و در سه شکل کسری، مضربی و پوششی مطرح شده است.

مدل CCR در فرم پوششی با ماهیت ورودی که همواره شدنی بوده و بهینه متناهی دارد و جواب بهین در شرط $0 \leq \theta^* \leq ۱$ صدق می کند به صورت زیر است.

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \theta \\
&s.t \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j \leq \theta x_o, \qquad (۱)\\
&\quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j \geq y_o, \\
&\quad \lambda_j \geq 0, \qquad (j = 1, \dots, n).
\end{aligned}
$$

شرط لازم کارایی تحت مدل فوق این است که $\theta^*=1$. زیرا $\theta^*=1$ ، به این معنی است که امکان کاهش متناسب در همه ورودی های DMU_o ، در مجموعه امکان تولید T_{CCR} وجود ندارد.

مدل BCC

مدل BCC توسط بنکر،چارنز و کوپر در سال ۱۹۸۴، مطرح شد. این مدل بر اساس حرف اول نام پدید آورندگانش نامگذاری شده است. بر خلاف مدل CCR که فرض بر بازدهی ثابت نسبت به مقیاس است در مدل BCC فرض بر بازدهی متغیر نسبت به مقیاس می باشد. استفاده از بازده متغیر نسبت به مقیاس موجب می شود با محاسبه کارایی فنی بر حسب مقادیر کارایی ناشی از مقیاس و کارایی ناشی از مدیریت ، تحلیل بسیار دقیقی ارائه گردد. فرم پوششی مدلBCC در ماهیت ورودی برای ارزیابی DMU_o به صورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \theta \\
&s.t \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j \le \theta x_o, \\
&\quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j \ge y_o, \\
&\quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \qquad \lambda_j \ge 0, \qquad , \qquad j = (1, \dots, n).
\end{aligned}
\tag{۲}
$$

لذا مدل BCC در ماهیت ورودی همان مدل CCR در ماهیت ورودی (۱) بوده که شامل قید تحدب یعنی $\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1$ است.

مدل SBM

مدل SBM ،مدلی غیر شعاعی است به این معنی که کاهش ورودی یا افزایش خروجی به طور همگن و در دو مدل مختلف بررسی نمی شود بلکه به طور همزمان ،امکان کاهش ورودی و افزایش خروجی آن هم به صورت غیر همگن در نظر گرفته می‌شود. برحسب آنکه کدام یک از مجموعه‌های خروجی یا ورودی به عنوان مجموعه امکان تولید در نظر گرفته شود به ترتیب مدل SBM با بازده به مقیاس متغیر و ثابت را خواهیم داشت. مدل SBM با بازده به مقیاس ثابت به این شکل است:

$$
\begin{aligned}
\rho o = \min & \frac{1 - \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \frac{S_i^-}{X_{io}}}{1 + \frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s} \frac{S_r^+}{Y_{ro}}} \\
& \text{st.} \sum_{j=1}^{n} \lambda_j X_j + S^- = X_o \\
& \sum_{j=1}^{n} \lambda_j Y_j + S^+ = Y_o \quad S^-, S^+ \ge 0 \,, \lambda_j \ge 0 \qquad \forall j
\end{aligned}
\tag{۳}
$$

مدل SBM با بازده به مقیاس متغیر به این شکل است:

$$\rho o = \min \frac{1 - \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{S_i^-}{X_{io}}}{1 + \frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s}\frac{S_r^+}{Y_{ro}}}$$

$$\text{st.} \qquad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j X_j + S^- = X_o \qquad (۴)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j Y_j + S^+ = Y_o$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1 \qquad S^-, S^+ \geq 0\,, \lambda_j \geq 0 \qquad \forall\ j$$

تابع هدف در مدل SBM نسبت متوسط ناکارایی ورودی ها توسط ناکارایی خروجی‌هاست.

معادله کارایی در مدل خروجی CCR ،DMU_o با ورودی، خروجی $(X_o\ ,\ Y_o)$ ، مدل SBM کاراست اگر $\rho o = 1$. در مقاله کوآتن نشان داده شده است که DMU_o در مدل SBM (با بازده به مقیاس ثابت) کاراست، اگرفقط در مدلCCR کارا باشد.

مدلSBM با بازده به مقیاس متغیر در مقایسه با مدل BCC، دارای برتری‌های زیر است:

۱-در برابر انتقال ورودی ها و خروجی ها به مقدار ثابتی پایدار است.

۲- $(X_o\ ,Y_o)$ را بر مرز قوی تصویر می‌کند در حالی که این امر در مورد مدل های CCR وBCC الزاما برقرار نیست.

۳- مزیت دیگر مدل SBM برسایر مدل های غیر شعاعی، مانندBCC و CCR ، این است که تصویر حاصل از این مدل، یک نقطه کارای قوی است، در مدل های شعاعی برای تصویر واحد تحت ارزیابی بر مرز قوی، لازم است که یک مدل کمکی دیگر نیز حل شود[۱۷].

مدل ابر کارایی SBM

در ارزیابیDMU های متجانس به وسیله DMU به هرDMU یک نمره کارایی بین ۰و۱ داده نسبت می‌دهیم و اگر مقدار کارایی DMU ای، یک باشد. این DMU کارا است. حال اگر در ارزیابی DMU های متجانس، تعدادی از DMU ها کارا شوند، چگونه می‌توان تمایزی بین عملکرد آنها قائل شد. به چه صورت می‌توانیم، تشخیص دهیم که کدام یک از این DMU ها نسبت به دیگری ارجعیت دارد؟ برای پاسخ به این سوال، محققین، روش‌هایی را ارائه دادند که به کمک آنها می‌توان برخی یا تمامی DMU های کارا را مرتب نمود، این مفهوم در DEA رتبه بندی نامیده می‌شود.روش‌های

زیادی برای رتبه بندی وجود دارد که از جمله آنها، روش ابرکارایی اندرسون وپترسون است که در سال ۱۹۹۳ ارائه شد. آنها جهت رتبه بندی DMU ها با حذف DMU مورد نظر از مجموعه امکان تولید واجرای مدل DEA برای باقیمانده DMU ها، یک نمره رتبه بندی به دست آوردند. این مدل که به AP مشهور است برای مدل SBM به صورت زیر است.

$$\rho o = \min \frac{1 - \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \frac{S_i^-}{X_{io}}}{1 + \frac{1}{s}\sum_{r=1}^{s} \frac{S_r^+}{Y_{ro}}}$$

$$\text{st.} \sum_{j=1 \quad j\neq 0}^{n} \lambda_j X_j + S^- = X_o$$

$$\sum_{j=1 \quad j\neq 0}^{n} \lambda_j Y_j + S^+ = Y_o$$

$$\sum_{j=1 \quad j\neq 0}^{n} \lambda_j = 1 \qquad S^-, S^+ \geq 0 \, , \lambda_j \geq 0 \;\; \forall j$$

تصمیم گیری چند شاخصه TOPSIS

بسیاری از صاحبنظران مدیریت معتقدند که کانون اصلی مدیریت را تصمیم گیری تشکیل می‌دهد. تصمیم گیری چند معیاره را می‌توان مجموعه ای از روش‌ها و رویه‌هایی تعریف نمود که سعی دارند بر روی چندین شاخص یا معیار اغلب ناسازگار، تحلیلی مناسب جهت انتخاب یک گزینه انجام دهند.

مدل تصمیم‌گیری و رتبه‌بندی TOPSIS نخستین بار بوسیله هوانگ و یون برای حل مساله MADM توسعه یافت. تاپسیسی که توسط هوانگ و یون در سال ۱۹۸۱ توسعه یافت ساده است اما رویکرد رتبه بندی پیچیده‌ای را در کاربردهای علوم و مهندسی در دنیای واقعی بکاربرده است .

روش استاندارد تاپسیس بطور همزمان فاصله با ایده آل مثبت و راه حل آیده آل منفی را با توجه به آلترناتیوها در نظر می‌گیرد و بیشترین نزدیکی نسبی را به راه حل ایده آل به عنوان بهترین آلترناتیو انتخاب می‌کند. یک مزیت نسبی برای تاپسیس توانایی سریع آن برای شناسایی بهترین آلترناتیو است.

مراحل اصلی تشکیل فرآیند رتبه بندی تاپسیس در محیط ارزیابی به صورت زیر است:

فرض کنید $A_1, A_2, \dots \dots, A_m$ ، m آلترناتیو ممکن و $C_1, C_2, \dots \dots, C_n$ معیار هایی هستند که آلترناتیو براساس آنها سنجیده می‌شوند، x_{ij} نیز عملکرد آلترناتیو A_i با توجه به معیار C_j می‌باشد، ماتریس تصمیم برای این مسأله بصورت زیر می باشد.(بطوری که w_j وزن معیار C_j می باشد.)

$$w = [w_1, w_2, \dots, w_n]$$

	C_1	C_2	....	C_n
A_1	x_{11}	x_{12}	....	x_{1n}
A_2	x_{21}	x_{22}	....	x_{2n}
:	:	:		:
A_m	x_{m1}	x_{m2}	....	x_{mn}

$$n_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}^2}} \quad , j = 1,2, \dots . m, \ i = 1,2, \dots . n \qquad (۵)$$

$$v_{ij} = n_{ij} w_{ij} \qquad , j = 1.2, \dots \dots , m \quad , \quad i = 1,2, \dots \dots , n \qquad (۶)$$

$$A^+ = \{v_1^+, \dots , v_n^+\} = \left\{ \left(\max_j v_{ij} \;\middle|\; i \in I \right) , \left(\min_j v_{ij} \middle|\; i \in J \right) \right\} \qquad (۷)$$

$$A^- = \{v_1^-, \dots , v_n^-\} = \left\{ \left(\min_j v_{ij} \;\middle|\; i \in I \right) , \left(\max_j v_{ij} \middle|\; i \in J \right) \right\}$$

(I وابسته به معیارمنفعت و J وابسته به معیار هزینه است). محاسبه جدایی هر آلترناتیو از مقادیر راه حل ایده آل مثبت و ایده آل منفی با استفاده از فاصله اقلیدوسی n بعدی بدست می‌آید.

$$d_j^+ = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (v_{ij} - v_i^+)^2} \qquad , j = 1,2, \dots . , m \qquad (۸)$$

$$d_j^- = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (v_{ij} - v_i^-)^2} \qquad , j = 1,2, \dots . , m$$

$$R_j = \frac{d_j^-}{d_j^+ + d_j^-} \quad , j = 1,2, \dots . m, \qquad (۹)$$

همانطور که مشاهده می‌شود در $R_j = [\,0,1]$ شاخص بیانگر وزن نسبی فاصله‌ای است که آلترناتیو j ام از ایده آل منفی دارد بنابراین هر چقدر مقدار R_j برای گزینه‌ای بیشتر باشد فاصله از ایده آل منفی بیشتر و در نتیجه رتبه بالاتری نسبت به سایز گزینه‌ها خواهد داشت. در بهترین حالت A_j بر روی A^+ قراردارد که $R_j = 1$ می‌گردد و در بدترین حالت A_j بر روی A^- قراردارد و $R_j = 0$ می‌شود [۱۳].

برنامه ریزی عدد صحیح

از جمله مسائل برنامه ریزی خطی، مسائلی هستند که در آنها برخی یا همه متغیرها عدد صحیح باشند . این متغیرهای صحیح می‌توانند فقط صفر و یک باشند و یا سایر متغیرهای صحیح .

برنامه ریزی متغیرهای عدد صحیح نوع خاصی از برنامه ریزی خطی است که در آن یک یا چند متغیر باید عدد صحیح باشند. این مدلها کاربردهای زیادی در مسائل واقعی دارند زیرا بسیاری از متغیرها در دنیای واقعی به صورت اعداد صحیح هستند و مقادیر اعشاری قابل قبول نیستند. مثلا اگر متغیر های مسئله ، تعداد نیروی استخدام باشد، عددی مانند ۳/۵ برای آن معنا نخواهد داشت. برای حل چنین مسائلی روش‌های خاصی ارائه شده است.

انواع مدل برنامه ریزی عدد صحیح عبارتند از:

۱- برنامه ریزی با اعداد صحیح آمیخته(MIP) : در این مدل برنامه ریزی عدد صحیح، برخی از متغیرها صحیح و برخی دیگر عدد حقیقی هستند.فرم کلی این مسائل به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} Min_x \quad & c^T x \\ & Ax \le b \\ & x \ge 0 \quad , \quad x \in Z^n \times R^{n-p}. \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

که در آن c برداری n تایی، b برداری m تایی، A ماتریسی $m\times n$، p اسکالر صحیح مثبت و بردار n تایی x مجهولات مساله است.

۲- برنامه ریزی با اعداد صحیح محض(IP) : در این مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح، همه متغیرهای مساله مقید به داشتن مقدار صحیح هستند. فرم کلی این نوع مسائل به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} Min_x \quad & c^T x \\ & Ax \le b \\ & x \ge 0 \quad , \quad x \in Z^n. \end{aligned} \qquad (۱۱)$$

که در آن c برداری n تایی، b برداری m تایی، A ماتریسی $m\times n$ و بردار nتایی x مجهولات مساله است.

۳- برنامه ریزی با اعداد صحیح صفر و یک(BIP) : در این نوع مسائل برنامه ریزی عدد صحیح، همه متغیرهای مساله، مقید به داشتن مقدار صفر و یک هستند. فرم کلی این نوع مسائل به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} Min_x \quad & c^T x \\ & Ax \le b \end{aligned} \qquad (۱۲)$$

$$x \geq 0 \quad , \quad x \in \{0,1\}.$$

که در آن c برداری n تایی، b برداری m تایی،A ماتریسی $m \times n$ و بردارn تایی x مجهولات مساله است.

روش اجرای تحقیق

یک سبد سهام، کلکسیونی از سهم‌هاست که برای سازمان خاصی کنار هم گذاشته می‌شود. این سبد سهام غالباً برای منابع کمیاب، نیروی انسانی، امور مالی و زمان با هم در رقابت هستند. PSفرآیند انتخاب سبدهای سهم، از سهم‌های موجود ارائه شده، بدون تخطی کردن از منابع سازمانی موجود یا محدودیت‌های خشک و خشن سازمانی و الزامات است. در این پژوهش گستره‌ای وسیع از تکنیک‌های متنوع برای تخمین و ارزیابی و انتخاب کردن سبدهای انفرادی (بازده اقتصادی، درخت تصمیم گیری، مشابه سازی و غیره) ارائه شده است[۲۰]. روش‌های PS شامل بررسی همزمان و رتبه‌بندی تعدادی از سهم‌ها براساس معیارهای خاص است، سهم هایی که بیشترین امتیاز را دارند، بدون تخطی از منابع موجود برای یک سبد انتخاب می‌شوند. یک روش رتبه بندی چند معیاره ممکن است به تنهایی برای حل مشکلات پیچیده زندگی واقعی با الزامات و محدودیت‌های خاص کافی نباشد[۳۱و۴].

علاوه بر این، این روش‌ها، معمولاً تعامل میان سهم‌ها با منابع مشترک را در نظر نمی‌گیرند. در این مقاله چندین روش برای غلبه بر این مشکلات پیشنهاد شده‌است. بیشتر این روش‌ها از برنامه‌ریزی عدد صحیح(IP) استفاده می‌کنندیا دقیق‌تر، برنامه‌ریزی صفرویک (که به هر سهم متغیر صفرویک اختصاص می‌دهند بطوریکه در صورت انتخاب سهم $x_i = 1$ و درغیر اینصورت$x_i = 0$ است). مدل‌های IP و مخلوط (MIP) معمولاً برای حل مشکلات تک هدف استفاده می‌شود [۳۰و۲۸و۲۳و۲۲]. برنامه ریزی آرمانی صفرویک برای ترکیب چند شاخصه در هنگام استفاده از روش ارزیابی چند معیاره استفاده می‌شود [۳۴و۳۰و۲۴و۱۹و۱۱و۳]. برخی از محققان نیز تحلیل پوششی داده ها(DEA) را برای حل این مشکلات بکار برده‌اند[۲۷و۲۶و۱۰]. روش دیگری که معمولاً برای حل این مشکلات استفاده می‌شود یک رویکرد دو مرحله‌ای است که در مرحله اول ابتدا یک ارزیابی چند معیاره با استفاده از روش تصمیم گیری چند شاخصه برای هر سهم بصورت انفرادی انجام می‌شود. سپس یک مدل IP به داده ارزیابی سهم برای محاسبه تابع هدف و محدودیت ها اعمال می شود[۲۲و۲۱و۱۴و۲]. روش‌های معرفی شده بالا تمایل دارند تا مرحله نهایی از انتخاب سبد سهام را حل کنند بدون اطمینان از اینکه سبد سهام انتخاب شده نهایی با اهداف و الزامات سازمان متناسب باشد.

استوارت (۱۹۹۱) یکی از اولین برنامه های یک مدل کوله پشتی (غیر خطی) را برای پاسخ به

مشکلات بهینه سازی چند معیاره ارائه می‌دهد. ضعف اصلی این رویکرد این است که رتبه بندی سهم ها را بر اساس نمرات چند معیاره خود حفظ نمی‌کند. در این برنامه ریزی عدد صحیح به دلیل محدودیت بودجه و تابع هدفی که به دنبال بهترین ترکیب از سهم ها می‌باشد، رتبه سهم ها بر طبق امتیاز چند معیاره‌ای که از مرحله‌ی چند شاخصه بدست آمده لحاظ نمی‌شود و سهم ها با امتیاز پایین و هزینه کم ممکن است به سهم ها با هزینه بالا ترجیح داده شوند[۳۲و۲۱و۱۰].

هدف اصلی معرفی شده در این مقاله تطبیق روش‌های تصمیم گیری چند معیاره استاندارد با فرآیندهای انتقال اطلاعات و تصمیم‌گیری در سطوح مختلف در یک سازمان است. به این ترتیب، انتخاب اولیه بصری فرآیندها از طریق DEA به همراه ارزیابی TOPSIS معرفی شده‌اند تا اطلاعات متفاوت مراحل تصمیم گیری را در فرآیند PS یک سازمان تقلید کنند. با این وجود، ما از این حقیقت آگاهیم که پس از این بخاطر این انعطاف پذیری، ناسازگاری‌هایی می‌تواند به‌سادگی میان اهداف تعریف شده و مراحل ارزیابی اولیه و هرگونه تغییرات اضافی اولیه بوسیله دیگر اعضای سازمان بوجود آید.

به عنوان مثال : فرض کنید که سه سهم A و B و C دارای امتیاز چند معیاره ۰/۶۵ و ۰/۴ و ۰/۳ و هزینه ۵۰۰۰۰ و ۲۰۰۰۰ و ۲۵۰۰۰۰ دلار در دسترس است. با فرض اینکه ، امتیازات چند معیاره را به عنوان ضرایب تابع هدف استفاده کنیم ترکیب سهم های B و C برسهم A ترجیح داده خواهند شد. زیرا (امتیاز ادغامی) مجموع نمره آنها ۰/۶۵ < ۰/۴+ ۰/۳ و هزینه کل آنها ۵۰۰۰۰ > ۲۰۰۰۰ + ۲۵۰۰۰۰ است. مدل IP سهم های B و C را به جای سهم A انتخاب خواهد کرد، هرچند که امتیاز فردی آنها کمتر از امتیاز A است. این وضعیت به این دلیل است که با استفاده از فرمول IP می‌توان ترکیبی از سهم ها را با یک سهم مقایسه کرد. ما در این مقاله به منظور بکارگیری روش IP برای این مشکل، نتایج نهایی استفاده شده برای امتیازات چند معیاره هر سهم را مورد بررسی قرار می دهیم. بنابراین ، اگر گزینه A انتخاب نشود در حالیکه گزینه های دیگری با معیارهای مشابه (نوع بررسی یکسان ، دپارتمان یکسان و غیره) و امتیاز چند معیاره کمتر انتخاب شوند، طرفدار گزینه A می‌تواند یک اعتراض منطقی به فرآیند وارد نماید. (در این حالت کل فرآیند تردید پذیر خواهد شد).

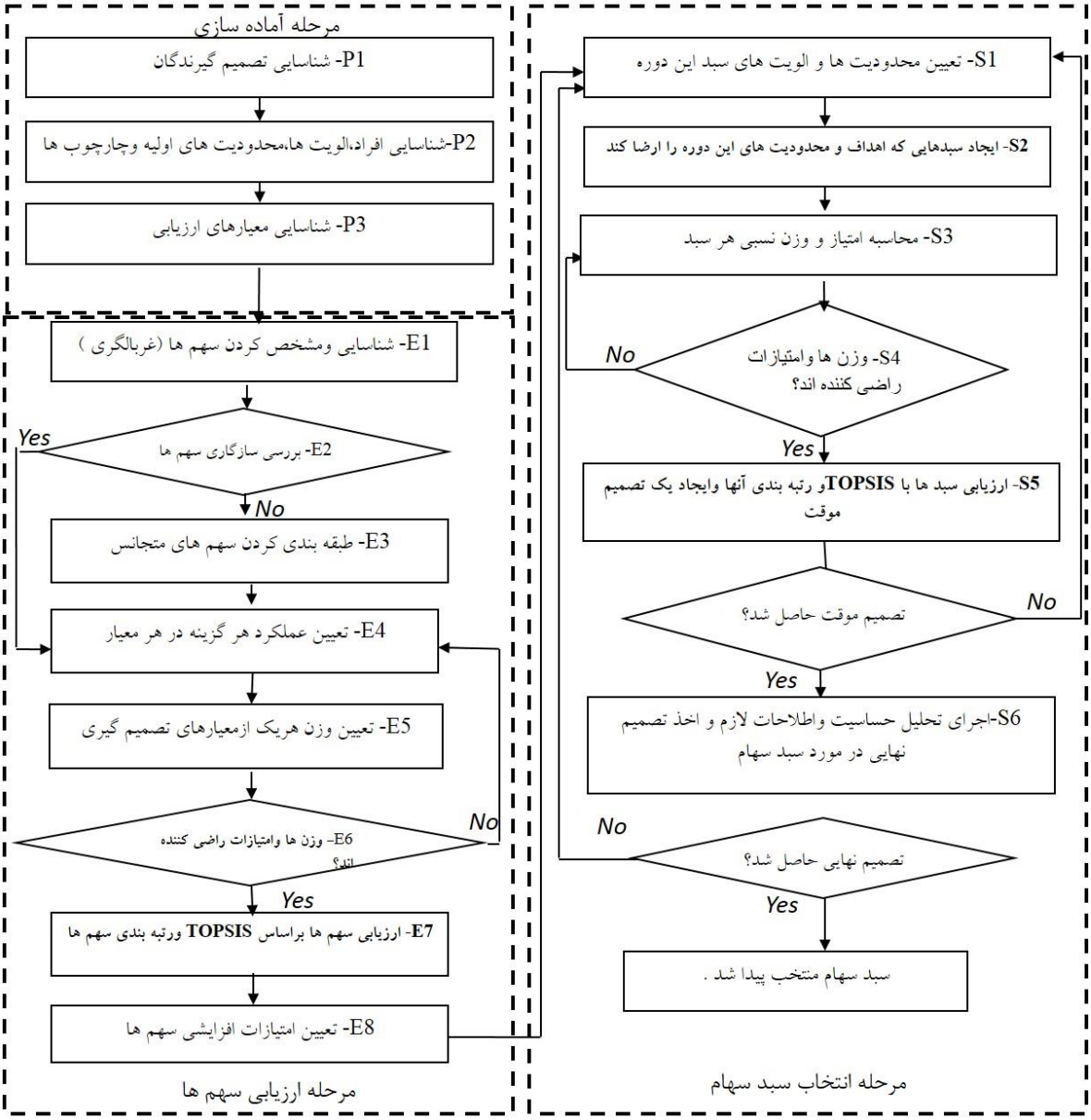
روش پیشنهادی در این مقاله، ویژگی انفرادی از هرسهم را به عنوان معیار انتخاب اصلی تعریف می‌کند و از یکپارچگی اجتناب ناپذیر ناشی از تعامل تابع هدف و محدودیت‌ها در مدل IP جلوگیری می‌کند. این مهم با جایگزین کردن امتیازهای چند شاخصه اصلی با امتیازات افزایش یافته در تابع هدف بدست می‌آید. رویکرد سه مرحله‌ای پیشنهاد شده بین انتخاب نهایی در رتبه بندی اولیه سهم با

در نظر گرفتن اهداف و الزامات سازمانی مربوطه، بالاترین هماهنگی را ایجاد می‌کند. مشارکت اصلی ما، علاوه بر طراحی سیستماتیک فرآیند تصمیم گیری سازمانی، با الگوریتم جدیدی تعریف می‌شود که با حفظ نمرات افزایش یافته، رتبه بندی اولیه تعیین شده توسط تصمیم گیرندگان (DMs) را حفظ می‌کند، زمانی که محدودیت های جدید در سطح دوم درون سازمان معرفی می‌شوند. این محدودیت‌های اضافی(جدید) همراه با ساختار کوله پشتی مشکل بهینه سازی نهایی IP ، منجر به مجموعه‌ای از راه‌حل‌های سبد سهام می‌شود که توسط سهم هایی غیر از آن سهم های با ارزش بالاتر در اهداف سازمانی اولیه، ساخته شده اند. ما ساختار تصمیم را تعریف کرده ایم تا اهداف اولیه در تمام مراحل تأیید و حفظ شوند[۲۰].

اجرای روش پیشنهادی

روش پیشنهادی این مقاله فرآیندی است که در آن یکپارچگی TOPSIS، DEA ، IP خطی چارچوبی بسیار سازمان یافته و سیستماتیک دارد. چارچوب ترکیبی پیشنهادی، تمامی مراحل لازم را در PS از زمان ایجاد یک سهم تا انتخاب سبد نهایی پوشش می دهد. چارچوب سه مرحله‌ای کلی ارائه شده در این تحقیق با تحقیقات انجام یافته به وسیله آرچر و قاسم زاده مشابهت دارد و شامل سه مرحله اصلی: مرحله آماده سازی ، مرحله ارزیابی سهم ها و مرحله انتخاب سبد سهام است.

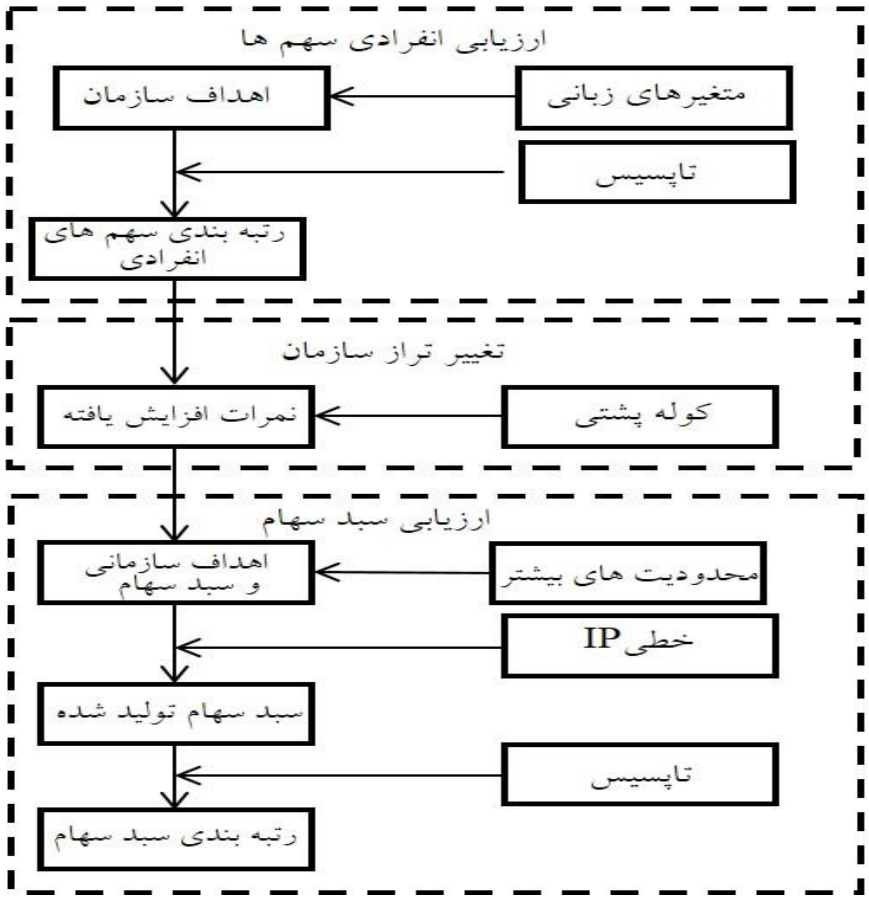
شکل ۱ : نمودار متدولوژی تصمیم گیری برای انتخاب سبد سهام



رویکرد سه مرحله‌ای که در این مقاله ارائه شده شامل مرحله ارزیابی‌اولیه می‌شود که در آن سهم‌ها به صورت جداگانه ارزیابی می‌شوند و اطلاعات موجود و الزامات تعیین شده در هنگام تعیین رتبه بندی اولیه باید به طور مطلوب حفظ شود، همانطور که ما به سوی مرحله بعدی حرکت می‌کنیم تا سبد

سهام ساخته شود. در این مرحله، ما در مرحله انتقال قرار داریم، جایی که یک مدل کوله پشتی برای ارزیابی انفرادی هر سهم به منظور تولید نمرات افزایش یافته بکار گرفته می‌شود. این نمرات افزایش یافته از مشکلات IP خطی بکار رفته برای ارزیابی سبد سهام بالقوه از سهم‌های نامرغوب در برابر سهم‌های موثرتر جلوگیری می‌کند. هنگامی که نمرات افزایش یافته محاسبه می‌شود، الزامات اضافی در مرحله تصمیم گیری نهایی درون سازمان معرفی می‌شود. باتوجه به این الزامات اضافی، یک رتبه بندی جدید براساس تعاملات بالقوه سهم ها در طی یک سرمایه گذاری تعریف می‌شود. به این ترتیب قادر به ایجاد یک سبد سهام خواهیم بود که ما را مطمئن سازد سهم های منتخب با اهداف و الزامات سازمانی اولیه تا حد امکان متناسب است.

شکل ۲ : فرآیند انتقال اطلاعات در داخل سازمان و PS



شکل۲ ، چارچوب PS را که در شکل ۱ تکمیل شده است، با تمرکز بر روند انتقال اطلاعات داخل سازمان، تکمیل می‌کند. مراحل اصلی شرح داده شده در شکل۲ موارد زیر هستند:

• **ارزیابی انفرادی سهم‌ها** : اولویت‌ها و محدودیت‌های تحمیل شده توسط سازمان معمولاً به صورت متغیرهای زبانی ارائه می‌شود. اهمیت زیاد این متغیرهای اولیه از طریق مراحل مختلف ارزیابی، انتخاب ما را از یک روش TOPSIS ترکیبی تعیین کرده اند تا با دقت رتبه بندی ابتدایی سهم‌های انفرادی و موارد مربوط به سبد سهام نهایی را شرح دهند.

• **تغییر تراز سازمان** : همانطور که قبلاً گفته شد سبک و سنگین کردن و ارزیابی و بررسی امتیازات چند معیاره TOPSIS که توسط هر سهم انفرادی و هزینه های آنها در هنگام تعیین سبد سهام نهایی انجام می‌شود، منجر به تعریف ما از نمرات افزایش یافته می‌شود. رتبه بندی اولیه سهم‌ها (بدست آمده از بکارگیریTOPSIS) اطلاعات مهمی را فراهم می‌کند که باید در طی مراحل باقی مانده فرآیند PS حفظ شود. امتیازات افزایش یافته هر سهم برای حفظ این اطلاعات در هنگام تعریف سبد سهام نهایی اختصاص داده شده است.

• **ارزیابی سبد سهام** : پس از تعریف کردن نمرات افزایش یافته، ما یک مدل IP خطی را پیشنهاد می‌دهیم‌که محدودیت‌های بیشتری را شامل‌می‌شود. توجه‌کنید که این محدودیت‌ها در مرحله اولیه فرآیندPSدردسترس‌نبودند و بعداز آن باید واردشوند. این محدودیت‌ها در سطوح مختلف سازمانی تحمیل می‌شوند، تا از تاثیر آنها بر ارزیابی اولیه TOPSIS جلوگیری کنند و برکل سبد سهام، نه تنها بر سهم‌های انفرادی تأثیر می‌گذارند. به عنوان مثال : سبد سهام نهایی ممکن است لازم باشد که یک سهم خاص را شامل شود که حتی در مرحله انتخاب اولیه در نظر گرفته نشده است، این وضعیت، باید برای فرآیندهای ارزیابی محاسبه شود تا ترکیب ساختار سبد سهام نهایی تعیین شود [۱۹].

مرحله مقدماتی : مرحله مقدماتی سه گام زیر تشکیل شده است :

P1: شناسایی تصمیم گیرندگان (DMs): در این مرحله همه اعضای درگیر کارگروه‌ها و تمام تصمیم گیرندگان یا اعضای کمیته دخیل در فرآیندPS انتخاب می‌شوند. P2 : شناسایی اهداف، اولویت‌ها و محدودیت‌های اولیه دوره و چارچوب‌های انتخاب فعلی: در این مرحله، تمام اهداف سازمانی و الزامات و محدودیت های مربوط به فرآیند PS فرموله می‌شوند. P3: شناسایی معیارهای ارزیابی: در این مرحله تصمیم گیرندگان تمام معیارهای مربوط به شکل PS را شناسایی و فرموله می‌کنند. برای پردازش بیشتر می‌توان این معیارها را به شکل سلسله مراتبی و یا شبکه‌ای سازماندهی کرد.

مرحله ارزیابی سهم‌ها : ابتدا ارزش‌گذاری و تعیین اهداف و پیشنهادها برای برنامه‌های بعدی هر سهم مورد بررسی قرار می‌گیرد.

E1: تعیین و غربالگری سهم ها: تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) در این مرحله برای ارزیابی عملکرد هر سهم و شناسایی سهم های ناکارآمد برای حذف استفاده می‌شود.در این مقاله، از مدل استاندارد SBM برای ارزیابی کارایی سهم ها و حذف سهم های ناکارآمد از بررسی‌های بعدی استفاده می‌شود. هدف این مرحله کاهش دادن زمان ارزیابی، هزینه محاسباتی و اندازه مساله است، که با حذف گزینه های نامناسب و ادامه کار با کارایی بالا انجام می‌شود.

E2: بررسی تجانس سهم ها: به منظور ارزیابی سهم ها ، تصمیم گیرندگان باید تأیید کنند که همه سهم ها متجانس هستند، تا به آنها اجازه دهد که به طور مستقیم به مرحله E4 حرکت کنند. در غیر این صورت، تصمیم گیرندگان باید با گام بعدی ادامه دهند.

E3: دسته بندی سهم‌ها برای متجانس بودن: همیشه سهم ها بطورطبیعی متجانس نیستند. گاهی اوقات تصمیم گیرنده نیاز دارد آنها را در گروه هایی طبقه بندی کند. شاخص های مختلفی برای دسته بندی وجود دارد که می‌تواند برای انجام آن بکار رود.

E4: تعیین عملکرد هر سهم بر اساس هر معیار: اگر تصمیم گیرنده بتواند یک واحد برای هر معیار شناسایی نماید آنگاه به آسانی می‌تواند هر سهم را بر اساس هر معیار ارزیابی نماید. به عنوان مثال : هزینه و بازگشت سرمایه یک سهم را می‌توان براساس مقدار های پولی نمایش داد. اما برای معیارهایی مانند همبستگی استراتژیک و رقابت، یافتن متغیری که به توانیم به صورت کمی آنها را بیان کنیم سخت است. بنابراین می‌توان ازسه رویکرد متفاوت که قادرند عملکرد سهم ها را دراین نوع معیارها بیابند استفاده نمود. رویکرد رتبه مستقیم ، تابع ارزش و مقیاس عملکرد. کبلی (۲۰۰۹) یک توصیف از خصوصیات هر رویکرد ارائه می‌دهد.

E5: تعیین وزن هر یک از معیارهای تصمیم گیری: به منظور ارزیابی سهم ها، گروه تصمیم گیری باید مقدار ارزش هر سهم را بر پایه معیارهای مختلف بسنجد. برای بدست آوردن مطلوبیت کل هر سهم باید ارزش آن سهم در معیارهای مختلف را با هم ترکیب کند.

E6: رضایت از نمرات و وزن: این مرحله رضایت اعضای گروه با وزن و نمره را تضمین می‌کند. بعضی اعضای گروه ممکن است پس از مشاهده نتایج ارزیابی نمرات، وزن تعیین شده را تغییر دهند. اگر گروه با وزن و نمره رضایت نداشته باشد، باید مراحل E4 و E5 تکرارشوند تا تمام تصمیم‌گیران با

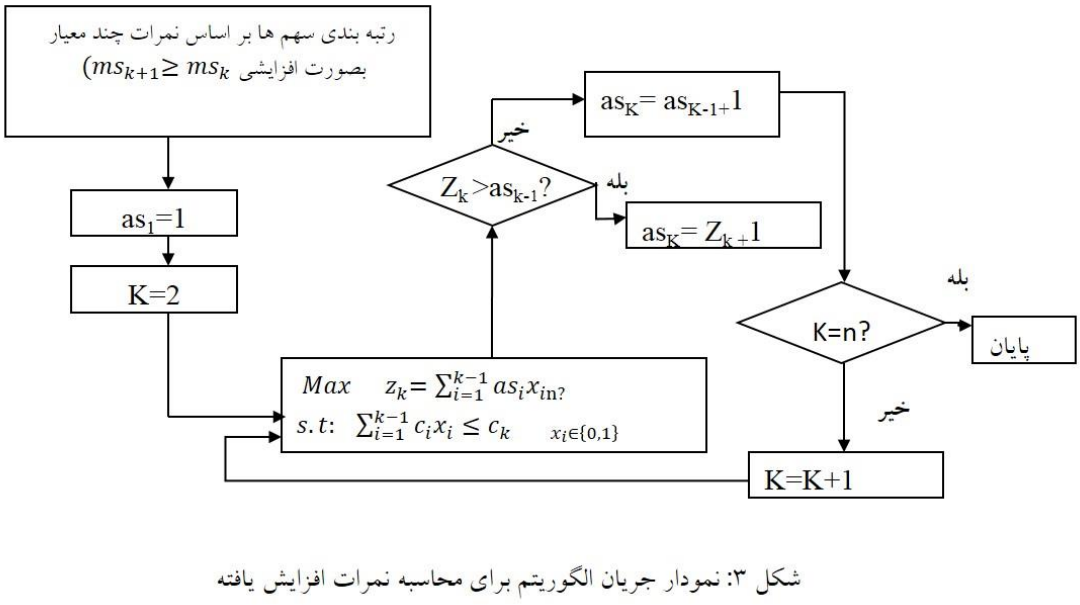
این نتایج سازگار شوند.

E7: ارزیابی سهم ها براساس TOPSIS و تهیه لیست رتبه بندی سهم‌ها

E8: تعیین امتیازات افزایش یافته سهم ها: هدف این مرحله اثبات پایداری میان نتایج بدست آمده از مدل خطی (IP) بکار رفته در مرحله انتخاب سبد و رتبه بندی از رویکرد چند شاخصه اولیه است. پس برای انجام آن، ما نمرات چند معیاره اولیه هر آلترناتیو R_i , i را به همراه نمرات افزایش یافته در تابع هدف IP جایگذاری می‌کنیم. با استفاده از نمرات افزایش یافته مشکل دست کم گرفتن سهم های خوب اما با هزینه بالا حل می‌گردد و رتبه اولیه بدست آمده در گام قبل برای سهم ها تا حد ممکن در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین با بکار بردن نمرات افزایش یافته در تابع هدف، این نقص از مدل برطرف می شود و همزمان رتبه اولیه سهم ها بشدت تحریف نمی‌گردد. یک رویکرد ساده می‌تواند اختصاص امتیاز به سهم ها بر اساس رتبه اولیه آنها باشد. به طوری که امتیاز سهم i بزرگتر از جمع امتیازات همه سهم‌هایی که بدتر از سهم i هستند باشد. این مطلب بر پایه پیش‌بینی‌های انجام گرفته از طریق مرحله ارزیابی TOPSIS صورت می گیرد. بنابراین اگر امتیاز ۱ را به بدترین سهم اختصاص دهیم نمره سهم بعدی ۲=۱+۱ و بعدی ۴(۱+۲+۱) خواهد بود و بر مبنای آن بطور آشکاری نمرات افزایشی شامل اعداد طبیعی است. در ادامه این رویکرد برای سهم n امتیاز بهترین سهم 2^{n-1} است، بنابراین تفاوت زیادی در ضرایب تابع هدف برای بیش از ۲۰ سهم وجود دارد. این شرایط اساسی همچنین باید هزینه سهم‌ها را شامل شود، زیرا مشکل بهینه سازی که در مرحله بعدی فرآیند اعمال شده است، سهم ها را با توجه به نمرات و هزینه‌های آن دسته بندی می‌کند. هنگامی که سهم‌های تلفیقی با هم ترکیب می‌شوند روش IP ضرورتاً و دقیقا آنهایی را که بخاطر نمرات چند معیاری شان بوسیله اهداف اولیه سازمان ترجیح داده شده‌اند انتخاب نمی‌کند. الگوریتم ما از این اتفاق با اختصاص دادن نمرات افزایش جدید به همه سهم‌ها جلوگیری می‌کند، بطوریکه آنها نمی‌توانند با یک سبدسهام انفرادی اما ارزان‌تر ترجیح داده شده، جایگزین شوند. به این وسیله ما می‌خواهیم نگذاریم تصمیم‌گیرنده برای بهینه‌سازی با هرنوع ترکیب کردن، سهم‌هایی را انتخاب کند که نمرات چند معیاری ترکیبی بالاتر اما هزینه ترکیبی پایین‌تری نسبت به سهم های اولیه ترجیح داده شده، دارند. بنابراین نمرات اختصاص یافته به یک سهم ترجیح داده شده باید بالاتر از جمع نمرات افزایش یافته دریافت شده بوسیله آن سهم‌ها با نمرات چند معیاری پایین‌تر باشد اما ترکیب کردن هزینه‌ها و نمرات توسط چه کسی آنها را برای سبدهای اولیه ترجیح داده شده قابل توجیه می‌سازد. به منظور تعیین کردن نمره سهم k تنها آن دسته از سهم‌هایی را در نظر می‌گیریم که در هزینه و رتبه پایین تر از k هستند بدین منظور برای پیدا کردن نمره

افزایشی ($as_i, i = 1, \dots, m$) ابتدا سهم ها را بر طبق امتیاز چند شاخصه (ms) بطور صعودی رتبه بندی می‌کنیم $(ms_{k+1} \geq ms_k \ , k = 1, \dots, m)$. برای بدترین سهم as را برابر یک در نظر گرفته $(as_1 = 1)$ سپس برای k امین سهم مسئله کوله پشتی زیر را حل می‌کنیم. اگر $z_k < as_{k-1}$ آنگاه as_{k-1} را یک واحد افزایش دهیم تا as_k بدست آید. در مقابل اگر $z_k > as_{k-1}$ پس as_k را برابر $z_k + 1$ قرار می‌دهیم.

$$Max \quad z_k = \sum_{i=1}^{k-1} as_i x_i \qquad (۱۳)$$
$$s.t: \quad \sum_{i=1}^{k-1} c_i x_i \leq c_k \qquad x_i \in \{0,1\} \qquad (k = 1, \dots, n)$$



شکل ۳: نمودار جریان الگوریتم برای محاسبه نمرات افزایش یافته

مرحله انتخاب سبد سهام

پس از ارزیابی و رتبه‌بندی سهم‌ها نمی‌توان بدون آن که محدودیت‌ها و اولویت‌های دیگر را در نظر گرفت به آسانی به سهم های دارای رتبه بالاتر بودجه اختصاص داد(تا جایی که بودجه به اتمام برسد).

s_1 : تعیین محدودیت‌ها و اولویت‌های سبد سهام در این دوره: محدودیت و اولویت‌های اولیه تعیین شده در گام دوم که در سراسر مرحله دوم فرآیند PS موجودبود و منجر به رتبه‌بندی اولیه گردید،

در s_1 تصمیم گیرندگان، تصمیم می‌گیرند کدامیک از محدودیت‌های مربوط به مساله را کنار بگذارد یا اضافه کند. برای مثال : مدیر ممکن است یک سهم خاص را به عنوان سهم طلایی شناخته می‌شود در سبد نهایی اضافه کند. همانطور که قبلاً گفته شد این محدودیت‌ها در سطوح مختلفی در درون سازمان تحمیل می‌شوند و در زمان انجام ارزیابی اولیه TOPSIS در نظر گرفته نمی‌شود. مثال‌هایی از محدودیت‌های بالقوه که می‌توانند بر فرآیندهای انتخاب سبد تاثیر بگذارند در زیر می‌آید.

$$(i)\ \sum_{i\in s_A} x_i \le k \qquad (۱۴)$$

x_i یک متغیر ۱ و ۰ است. (اگر i انتخاب شود $x_i = 1$ و در غیر اینصورت $x_i = 0$)

S_A یک دسته ازسهم‌های متجانس است که متعلق به بخش ویژه‌ای است و k یک عدد ثابت است.

$$(ii)\quad x_i = 1 \qquad (۱۵)$$

سهم i یک سهم طلایی است.(یک سهم طلایی است که باید در سبد نهایی باشد.)

$$(iii) x_A + x_B \le 1 \qquad (۱۶)$$

سهم های A وB نمی توانند همزمان در سبد سهام نهایی قرار بگیرند.

$$(iv)\ \sum_{i=1}^{n} c_i x_i \le budg \qquad (۱۷)$$

C_i ارزش سهم i است، budg بودجه کل موجود است(n تعداد کل سهم هاست).

$$(v)\ x_B \le x_i \quad , \quad i \in p_B \qquad (۱۸)$$

p_B الزامات کلی سهم B هستند. (اگر الزامات یک سهم مورد تاکید و تایید قرار نگرفته باشد سهم انتخاب نمی شود.)

الزامات سهم هایی هستند که باید به همراه یک سهم داده شده انتخاب شوند. مثلا در موردB، اگر مورد دومی در یک سبدسهام در نظر گرفته شود چنانچه سهم پیش شناخته شده باشد این محدودیت، نمرات اختصاص یافته به سهم B را توسط TOPSIS در مرحله ارزیابی اولیه اصلاح می‌کند. مخصوصاً اگر شرایط برای دریافت نمرات بسیار متفاوت از شرایط و امتیازاتی باشد که به B اختصاص داده شده است. توجه کنید به منظور بدست آوردن یک راه حل عملی محدودیت‌ها نباید متناقض باشد تا فضا حل نشدنی و ناممکن نگردد.

S2 : ایجاد سبدهای سهامی که بر اهداف و محدودیت‌های این دوره تاکید می‌کنند: تعداد زیادی از سهم‌های سبد سهام می‌تواند تولید شود مخصوصاً زمانی که تعداد محدودیت‌ها کم و تعداد سهم زیاد

است. بنابراین حقیقت این است که تصمیم‌گیرنده یک مدل IP خطی (LIP) بکار می‌گیرد تا سبدهای سهام متفاوتی بیافریند و اولویت ها و محدودیت‌های متفاوتی را در نظر بگیرد. تابع هدف این مدل چنین است :

$$MaxZ = \sum_{i=1}^{n} as_i x_i \qquad (۱۹)$$

در این جا n تعداد سهم ها و as_i همچنین امتیاز افزایش یافته محاسبه شده برای سهم i است.

می‌دانیم که مدل IP خطی (LIP)تنها یک جواب بهینه تولید می‌کند. در برخی موارد این نتیجه به عنوان سبد نهایی پذیرفته می‌شود[۳۵]. اما در این مقاله به دنبال تولید سبدهای بیشتر برای یافتن جوابی بهتر می‌باشیم تا به تصمیم گیرندگان اجازه دهیم بهترین مورد موجود را انتخاب کنند. اگر الزامات و محدودیت‌های وارده در گام s_1 شناخته شوند، به عنوان یک محدودیت‌های جدید برای انتخاب بهترین سبد سهام به لحاظ ارزیابی های اولیه وارد می‌شوند ودر نتیجه یک دسته سبد بهینه ایجاد می‌شود. در این روش تصمیم‌گیرندگان می‌توانند دوباره روش TOPSIS را برای سبدهای بدست آمده و انتخاب بهترین از میان آنها بکار ببرند. در حالی که هر دو مورد اهداف اولیه سازمان به همراه محدودیت‌های جدید وارد شده در یک سطح سازمانی مختلف که در آغاز غیرقابل دسترس بودند را برای تصمیم گیرندگان در نظر می‌گیرد. در ادامه نتیجه اولیه به عنوان یک محدودیت جدید وارد شده و مساله دوباره حل می‌شود به این منظور که سبد دوم را بیافریند. این فرایند ها تکرار می‌شوند تا مدل متوقف شود. برای مثال : فرض‌کنید در اولین راه‌حل سهم‌های۱ و ۲ و ۴ انتخاب شده‌اند، ما این سهم‌ها را به عنوان محدودیت به مدل اضافه می کنیم $x_1 + x_2 + x_4 \leq 2$ و مدل را دوباره حل می‌کنیم. توجه کنید گام فعلی یک دسته از سبدهای بهینه را ایجاد می‌کند که ممکن است بالقوه انتخاب شوند و حالات و جهت های وابسته به آنها در رتبه بندی نهایی بر پایه نمرات TOPSIS بدست آمده بوسیله هر سبد، خواهد بود. اگر این مدل نتایجی را تولید نکند در این مرحله اولیه تصمیم گیرندگان باید محدودیت‌های معرفی شده در گام قبلی را اصلاح و کلا دوباره مدل را حل کنند. روش PS ارائه شده در این مقاله قطعی است زیرا ما هیچ گونه ارتباط اتفاقی میان سهم ها یا پارامترها را آنگاه که سبد را تشکیل می دهیم در نظر نگرفته ایم و هر نوع وابستگی نسبت به اطلاعات اضافی و محدودیت‌های معرفی شده توسط تصمیم گیرندگان سازمانی درگامs_1پیش از روشIP در مرحله انتخاب سبد مورد استفاده قرار می‌گیرد[۳۲و۱۶و۹و۸].

S3 : وزن های نسبی و نمرات را برای هر سبد محاسبه کنید. پس از ایجاد مدل های عملی تصمیم گیرنده ها می‌توانند وزن‌های جدیدی را برای معیارها در نظر بگیرند. توجه کنید که اهمیت هر معیار

برای یک سهم متفاوت از اهمیت آنها برای یک سبد است بنابراین تعامل میان سهم‌ها در سبد، نتیجه‌هایی را ارزیابی و تعیین می کند که در گام S5 زیر بکار رفته است.

S4: تاکید بر رضایتمندی از امتیازات و وزن ها را بررسی کنید. در این گام تصمیم گیرندگان وزن‌های معیارها و نمرات سبد را مرور می‌کنند که اگر رضایتمندی آن‌ها برآورده نشود در این مورد باید به گام قبلی بازگردند و بازنگری لازم را انجام دهند و اگر رضایتمندی حاصل شود باید به گام بعدی رفته و ادامه دهند.

S5: ارزیابی سبد تولید شده را با TOPSIS انجام دهید تا یک لیست از سبدهای سهام رتبه بندی شده تولید شود و یک تصمیم پیش بینانه (موقت) بگیرید. در این گام ، سبدهای سهام را با استفاده از TOPSIS رتبه بندی می نماییم. به احتمال زیاد تصمیم گیرندگان سبدهایی که رتبه های بالاتری دارند را به عنوان تصمیم موقت انتخاب می کنند. اگر گروه با تصمیم موقت ، موافقت کند وارد گام بعدی شده در غیر اینصورت گروه باید به گام های S_1تا S_4 برگشته و اصلاحات لازم را در محدودیت ها و امتیازات و وزن های سبدهای ارائه شده انجام دهند.

S_6 : تحلیل حساسیت را بکار ببرید و یک تصمیم نهایی درباره سبد سهام بگیرید. در این گام تاثیر جواب ها را با تغییر در متغیرها و پارامترهای مدل به کمک تحلیل حساسیت د بررسی می‌کنیم. تحلیل حساسیت به این سوال که" یک متغیر چه تفاوتی در جواب مدل ایجاد می کن؟" پاسخ می‌دهد. اگر یک تغییر کوچک تاثیر زیادی بر سبد ایجاد کند تصمیم گیرندگان باید بحث کنند تا به توافق برسند که سبد دیگری را انتخاب کنند یا همین سبد را نگه دارند. به نظر می رسد به این نکته توجه گردد که تحلیل حساسیت برای مساله خطی عدد صحیح بسیار حیاتی می باشد زیرا یک تغییر کوچک در ضریب می تواند منجر به تغییر بزرگ در حل مساله گردد. در پایان این گام تصمیم گرفته می‌شود که آیا سبد سهام انتخاب شده پذیرفته شود یا به گام S_1 تا S_6 بازگردیم. هر وقت که سبد سهام انتخاب شده تصمیم گیرنده را راضی کند بعنوان تصمیم نهایی پذیرفته می‌شود[۲۰].

مطالعه موردی در بورس اوراق بهادار

در این بخش، کاربردی بودن مدل ارائه شده و تاثیر الگوریتم و روندها را نشان می‌دهیم.

مرحله مقدماتی

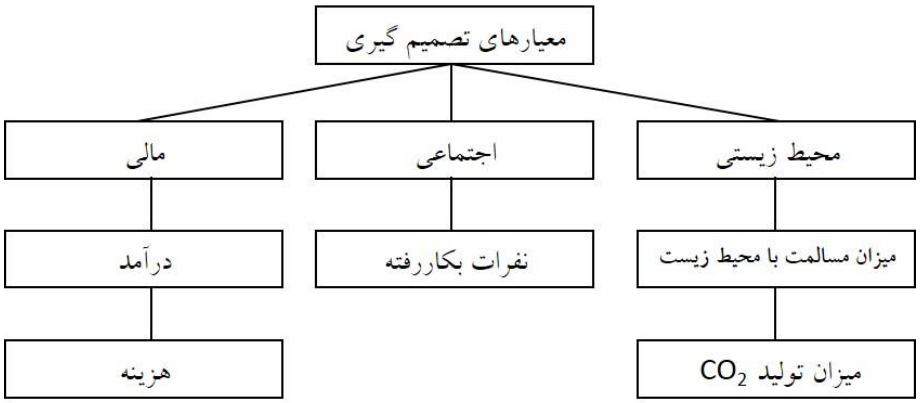
صنایع منتخب از بین صنایع کشور در پنج حوزه فعالیت زیر عبارتنداز:

۱- صنایع خودروسازی۲- صنایع داروسازی۳- صنایع پتروشیمی۴ -صنایع سیمان ۵- صنایع غذایی

محدودیت دیگر این است که هریک از حوزه‌ها نماینده‌ای در سبد سهام منتخب داشته باشند.

سبد سهام بودجه‌ای با محدودیت ۵۰۰ میلیون ریالی دارد. در این مقاله ما پنج ویژگی را برای سه طبقه در دسته‌های فاکتور مالی، اجتماعی و محیط زیست، در ساختار سلسه مراتبی در شکل ۴ طبقه‌بندی کرده‌ایم.

شکل ۴: معیارهای تصمیم گیری برای ارزیابی سبد سهام در صنایع



(i) فاکتور مالی: شامل‌درآمد و هزینه است‌وکسب پول (از دست دادن پول)مورد انتظار از سهم‌های منتخب را مشخص و اندازه گیری می‌کند و هدف هر سرمایه گذار افزایش درآمد و کاهش هزینه است.

(ii) فاکتور اجتماعی: شامل نفرات بکاررفته است که تعداد مستخدمینی را که دریک سهم بکار گرفته شوند، مشخص می‌کند و کاهش مستخدمین پیمانی یکی از اصلی‌ترین اهداف شرکت‌هاست.

(iii) فاکتور محیط زیست: شامل میزان مسالمت با محیط زیست و میزان تولید CO_2 است که مسالمت با محیط زیست، توانایی هرسهم را برای حداقل اثرات سوء بر محیط زیست اندازه گیری می‌کند. میزان تولید CO_2 باید حداقل باشد تا سازگاری بیشتری با اهداف سبد سهام داشته باشد.

مرحله ارزیابی سهم ها

در این مرحله ابتدا اطلاعات ۲۵ شرکت از پنج صنایع فعال موجود در کشور از سایت کدال مربوط به سال مالی منتهی به اسفند ۱۳۹۶ و سایت شرکت‌ها و اطلاعات سازمان محیط زیست جمع‌آوری گردید که در جدول ۱ پیوست ارائه شده است. از آنجا که درمدل SBM که یک مدلی غیر شعاعی است به طور همزمان ،امکان کاهش ورودی و افزایش خروجی آن هم به صورت غیر همگن در نظر

گرفته می‌شود، به کمک این روش تحلیل پوششی داده‌ها، ارزیابی عملکرد هر سهم و شناسایی سهم‌های نا کارآمد برای حذف، مورد بررسی قرار گرفت. دراین مدل هزینه، نفرات بکار گرفته شده و CO_2 به عنوان ورودی و درآمد و مسالمت با محیط زیست به عنوان خروجی مدل SBM مد نظر بوده و نتایج حاصل به کمک نرم افزارGAMS در جدول ۲ آمده است.

سپس شرکت‌ها در پنج گروه متجانس بر پایه نوع حوزه فعالیت معرفی شده در جدول ۳ تقسیم‌بندی شدند.

جدول۳: ماتریس سهم ها

سهم ها	حوزه فعالیت
P1 تا P4	صنایع خودروسازی
P5 تا P7	صنایع داروسازی
P8 تاP11	صنایع پتروشیمی
P12تاP13	صنایع سیمان
P14تاP15	صنایع غذایی

ماتریس اطلاعات شرکت‌های کارامد رابه صورت جدول ۴ تشکیل داده و معیارهای ارزیابی را مشخص می‌کنیم تا آلترناتیوها را براساس این معیارها ارزیابی کنیم. برای اینکار وزن معیارها را تعیین می‌کنیم وچون هر معیار از یک یا چند عنصر تصمیم تشکیل می‌گردد، تعیین امتیاز هر معیار مستقیم را غیر ممکن می‌کند، بنابراین برای محاسبه وزن معیارها به کمک زیر معیار از روش مقایسات زوجی برای تعیین وزن معیارها وزیرمعیارها (عناصر تصمیم) استفاده می‌گردد. سپس با معادلات مطرح شده زیر، امتیاز کامل هرسهم در هر معیار را با توجه به امتیاز زیرمعیارهایی که توسط تصمیم گیرندگان مشخص می شود محاسبه می‌کنیم.

$F =$ مالی $\quad S =$ اجتماعی $\quad BE =$ زیست محیطی

$$F = (w_I \times I_{score}) + (w_c \times C_{score}) \qquad S = (w_{NE} \times NE_{score})$$

$$BE = (w_{EF} \times EF_{score}) + (w_{AP} \times AP_{score})$$

$$P_1 = \begin{cases} F = 236286243 \times 0/3 + 31679265 \times 0/2 = 77221725/9 \\ S = 39304 \times 0/15 = 5895/6 \\ BE = 5 \times 0/2 + 742 \times 0/15 = 112/3 \end{cases}$$

نتایج در جدول ۵ ارائه شده است. در این مرحله بعد ازتشکیل ماتریس تصمیم، برای رتبه بندی کردن سهم‌ها به کمک TOPSIS ابتدا ماتریس نرمال شده را محاسبه می‌کنیم. به منظور ساختن ماتریس نرمال شده، بیشینه وکمینه هر ستون را به روش نرمالیزه کردن خطی چن و هوانگ[1] با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌کنیم.

$$n_{ij} = \begin{cases} \frac{x_{ij}}{x_j^+} \\ \frac{x_j^-}{x_{ij}} \end{cases}$$ x_j^+ و x_j^- به ترتیب بیشترین وکمترین امتیازها است

آنگاه با توجه به اهمیت وزن معیارها، ماتریس وزن نرمال را با استفاده از فرمول $v_{ij} = n_{ij} \times w_j$ محاسبه و

درادامه ایده آل مثبت ومنفی را به صورت زیر مشخص می‌کنیم.

$$A^+ = \{v_1^+, \dots, v_n^+\} = \{0/5, 0/15, 0/35\} \quad , A^- = \{v_1^-, \dots, v_n^-\} = \{0/0012, 0/0006, 0/0059\}$$

سپس فاصله هرآلترناتیو را به ترتیب از مقادیر راه حل ایده آل مثبت (d^+) و ایده آل منفی (d^-) (با استفاده از فاصله اقلیدوسی n بعدی مانند نمونه محاسبه می‌کنیم.

$$d_1^+ = \sqrt{(0/3907 - 0/5000)^2 + (0/1117 - 0/1500)^2 + (0/0059 - 0/3500)^2} = 0/3631$$

$$d_1^- = \sqrt{(0/3907 - 0/0012)^2 + (0/1117 - 0/0006)^2 + (0/0059 - 0/0059)^2} = 0/4050$$

$$R_1 = \frac{d_1^-}{d_1^+ + d_1^-} = \frac{0/4050}{0/7681} = 0/5273$$

نتایج حاصل از رتبه بندی به کمک TOPSIS درجدول ۶ ارائه شده است. با توجه به جدول رتبه بندی سهم ها مشاهده می‌شود که پروژه ۲ رتبه اول و پروژه ۴ رتبه آخر را در جدول کسب کرده‌اند.

برای اثبات پایداری میان نتایج بدست آمده از مدل خطی IP در مرحله انتخاب سبد، از الگوریتم نمرات افزایش یافته با توجه به رتبه بندی سهم‌ها و بودجه‌ای که برای هر سهم مصرف شده، در تابع هدف مدل IP به جای آن چند معیاره ها استفاده می‌کنیم.

بدین منظور برای تعیین کردن نمره سهم k تنها آن دسته ازسهم هایی را در نظر می‌گیریم که

در هزینه و رتبه پایین‌تر از k هستند، برای پیدا کردن نمره افزایشی ($as_i, i = 1, \dots, m$) ابتـدا سهم ها را بر طبق امتیاز چند شاخصه(ms) به طور صعودی $(ms_{k+1} \geq ms_k \ , k = 1, \dots, m)$ رتبه بندی می‌کنیم.

سپس برای بدترین سهم as را برابر یک در نظر گرفته $(as_1 = 1)$ و برای k امین سهم $(k = 1, \dots, n)$ مسئله کوله پشتی زیر را حل می‌کنیم.

$$Max \quad z_k = \sum_{i=1}^{k-1} as_i x_i$$
$$s.t: \quad \sum_{i=1}^{k-1} c_i x_i \leq c_k \qquad x_i \in \{0,1\}$$

در این مسئله کوله پشتی as_i و c_i به ترتیب امتیاز افزایشی و هزینه تامین سهم می باشند. اندازه z_k بزرگترین امتیاز ممکن است که می‌تواند توسط سهم هایی که بدتر از k هستند و همزمان هزینه تجمعی کمتر از k دارند بدست آید. اگر $z_k < as_{k-1}$ آنگاه as_{k-1} را یک واحد افزایش دهیم تا as_k بدست آید. در مقابل اگر $z_k > as_{k-1}$ پس as_k را برابر $z_k + 1$ قرار می‌دهیم. با توجه به این الگوریتم امتیازات افزایش یافته هرسهم مشخص می‌شود. اکنون با توجه به بودجه‌ی مصرف شده که همان هزینه‌های سهم شرکت‌ها است و نیز درصدی از بودجه کل که طبق جدول ۷ به هر کدام از صنایع اختصاص داده شده است، بودجه تخصیص یافته برای هرسهم را نیز محاسبه می‌کنیم که درجدول ۸ ارائه شده است.

جدول ۷ : بودجه اختصاص یافته برای پروژه ها

دسته پروژه ها	درصد بودجه
P1 تا P4	15%
P5 تا P7	20%
P8 تا P11	25%
P12 تا P13	15%
P14 تا P15	25%

سپس با توجه به رتبه بندی سهم‌ها و بودجه‌ای که مصرف شده و نیز این امتیازات افزایش یافته جدول ۹ را تشکیل می‌دهیم تا برای هر سهم در تابع هدف مدل IP ، به جای آن چند معیاره‌ها، این امتیازات افزایش یافته را بکار ببریم.

مرحله انتخاب سبد سهام

در گام دوم محدودیت‌ها و اولویت‌های اولیه بر مبنای سبد تعادلی مشخص گردیده است ابزار دیگری برای معرفی محدودیت‌ها، ماتریس سهم می‌باشد. این دسته‌ای از محدودیت‌های اضافی است که ممکن است درمرحله بعدی درون‌سازمانی که بوسیله ماتریس سهم‌معین شده‌است، معرفی شود بطوری که فعالیت سهم‌های مختلف، درصدهای متفاوتی از بودجه سازمانی کلی را به خود اختصاص می‌دهند. با توجه به جدول۷ که ماتریس محدودیت بودجه سهم‌ها را ارائه می‌دهد می‌توان محدودیت‌ها را به صورت زیر فرموله کرد. در این مورد محدودیت صنایع خودروسازی را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$x_1b_1 + x_2b_2 + x_3b_3 + x_4b_4 \leq 0/15B$$

جایی که x ها، متغیرهای صفر و یک را بیان می‌کنند b بودجه یا هزینه پروژه ها و B بودجه کلی در دسترس می باشد. ما مدل IP خطی (LIP) را بکار برده ایم تا یک سبد پیشنهادی که همه محدودیت‌ها را در نظر بگیرد ایجاد کنیم لازم به ذکر است که مدل فعلی در مورد سرمایه‌گذاری جزئی یا انتخاب سبد چندگانه، اگر محدودیت‌های ضمنی را کاهش دهد نتایج حاصل از روش PS را تعییر نمی‌دهد [۴۲]. الگوریتم امتیازات افزایش یافته می‌تواند دوباره برای رتبه بندی مقادیر حاصل توسط سبد سهام اجرا شود، تا یک شکل کوله پشتی جدید را بر پایه امتیازات افزایش یافته سبدسهام به همراه همه محدودیت‌های جدید افزوده شده پس از آن، بیافریند. تابع هدف برای مدل IP فعلی مانند زیر تعریف می‌شود.

$$max\ z_z = \sum_{i=1}^{15} as_i x_i$$

x_i یک متغیر ۰ - ۱ است جایی که $x_i = 1$ به این معنی است که سهم انتخاب شده است و $x_i = 0$ به این معنی که هنوز انتخاب نشده است. تعداد کل سهم ۱۵ است و as_i امتیازات افزایش یافته برای سهم i است.

محدودیت های دیگر به صورت زیر فرمول بندی می‌شوند :

- محدودیت‌های بودجه: کل سرمایه گذاری برای سبدهای انتخاب شده در این دوره نباید از بودجه موجود (۵۰۰ میلیون ریال) تجاوز کند.

$$\sum_{i=1}^{15} b_i x_i \leq 500$$

محدودیت‌های دسته بندی : حداقل یک سهم از هر حوزه فعالیت باید درسبد حضور داشته باشد.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \geq 1$$
$$x_5 + x_6 + x_7 \geq 1$$

$x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1$
$x_{12} + x_{13} \geq 1$
$x_{14} + x_{15} \geq 1$

- محدودیت های مرتبط با جدول ۷ : با توجه به بالاترین درصد بودجه که به هردسته ازسهم ها اختصاص داشت.

$35/45x_1 + 35/45x_2 + 3/2x_3 + 0/90x_4 \leq 75$
$44x_5 + 32/55x_6 + 23/45x_7 \leq 100$
$2/75x_8 + 116x_9 + 1/5x_{10} + 4/75x_{11} \leq 125$
$57/35x_{12} + 17/65x_{13} \leq 75$
$111/1x_{14} + 13/9x_{15} \leq 125$

که به کمک نرم افزار LINGO مدل توصیفی بالا را حل شده است.

نخستین راه حل این مدل سبدی از سهم های ۱ و ۴ و ۷ و ۱۰و۱۱ و ۱۳ و ۱۵ به همراه یک سرمایه گذاری دقیقاً۵۰۰ میلیون ریالی می‌باشد. این سبد نیز به عنوان محدودیت به منظور تولید سبد بعدی وارد مدل می‌شود.

$x_1 + x_4 + x_7 + x_{10} + x_{11} + x_{13} + x_{15} \leq 6$

پس سبد بعدی با سهم های ۴ و ۷ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۳ و۱۵ ، به همراه یک سرمایه گذاری ۵۰۰ میلیون ریالی ایجاد می‌گردد. این سهم ها نیز به صورت یک محدودیت وارد این مدل شده این فرآیند ادامه می یابد تا اینکه مدل قادر به ایجاد جواب جدید نباشد. ما در کل ۲۵ سبد سهام را از میان آنهایی که تولید شدند در نظر می‌گیریم. در همان حال تصمیم گیرنده می‌تواند امتیازات مرتبط هر سبد تولید شده را محاسبه کند. در این مقاله امتیازات هر سبد را با استفاده از جمع نمرات سهم‌ها با توجه به معیارها محاسبه می‌کنیم. برای مثال جدول ۱۰ نمرات سهم های متشکل از سبد۱ را به همراه وزن‌های مخصوص اختصاص یافته بوسیله تصمیم گیرندگان برای هر معیار نشان می‌دهد، آخرین ردیف بوسیله جمع نمرات سهم وزن معیارها وامتیاز کل سبد۱ را در جدول۱۰نشان می‌دهد. نتیجه ارزیابی برای هرمعیار به همراه وزن های اختصاص یافته توسط تصمیم گیرندگان نمرات سبدها را از طریق مرحله نهایی فرآیند تعیین خواهد کرد. پس از آن سبدهای سهام تولیدشده را با بکارگیری روش TOPSIS ارزیابی و رتبه بندی می‌کنیم. نمرات نهایی اختصاص یافته توسط تصمیم گیرندگان به هر سبد در جدول ۱۱ نشان داده شده است.

در ادامه مراحل رتبه بندی تاپسیس را برای ماتریس تصمیم سازی سبدها انجام می دهیم.برای این کار ماتریس نرمال شده و ماتریس نرمال شده وزن دار را محاسبه کرده و سپس ایده آل مثبت و منفی را مشخص می‌کنیم.

$$A^+ = \{v_1^+, \dots, v_n^+\} = \{0/5, 0/15, 0/35\} \quad , A^- = \{v_1^-, \dots, v_n^-\} = \{0/0460, 0/0110, 0/3284\}$$

آنگاه ایده آل مثبت (d^+) و ایده آل منفی (d^-) را مانند نمونه محاسبه می‌کنیم.

$$d_1^+ = \sqrt{(0/4083 - 0/5000)^2 + (0/1189 - 0/1500)^2 + (0/3500 - 0/3500)^2} \approx 0/0968$$

$$d_1^- = \sqrt{(0/4083 - 0/0460)^2 + (0/1189 - 0/0110)^2 + (0/3500 - 0/3284)^2} \approx 0/3786$$

$$R_1 = \frac{d_1^-}{d_1^+ + d_1^-} = \frac{0/4050}{0/0968 + 0/3786} = 0/7963$$

همانطور که در جدول ۱۲ نشان داده شده سبد سهام ۱۷ که شامل (سهم های ۲ و ۵ و ۱۰ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۵ می شود و سرمایه ۵۰۰ میلیون ریالی لازم دارد) بالاترین رتبه را دارند.

پس از آن تحلیل حساسیت می‌تواند برای بررسی تأثیر تغییرات مختلف در پارامترهای مدل، بکار گرفته شود مثلا نتایج تغییرات در وزن معیار مالی یعنی آنهایی که در رتبه بندی سبدهای سهام مهم‌تر هستند را بررسی کرد، چون از نقطه نظر بسیاری از تصمیم گیرندگان معیار مالی مهم‌ترین معیار در سرمایه گذاری محسوب می‌شود. با توجه به اطلاعات موجود سبد سهام ۱۷ به عنوان انتخاب نهایی با بودجه ۵۰۰ میلیون ریالی است که به تصمیم گیرندگان پیشنهاد می‌شود.

نتیجه گیری و پیشنهاد

انتخاب سهم و بهینه سازی سبد سهام که بهترین همترازی را با اولویت های راهبری سازمان دارد، یک کار دشواری است. ما یک روش ترکیبی سه مرحله‌ای برای مشکلات PS ارائه کردیم. ما حداکثر سازگاری میان انتخاب سبد نهایی و رتبه بندی اولیه سهم‌ها را با در نظر گرفتن اهداف مختلف سازمان حفظ کردیم.

مدل ارائه شده شامل سه مرحله است. ما از DEA برای غربالگری اولیه، TOPSIS برای رتبه‌بندی سهم ها و سبدهای سهام و برنامه ریزی عدد صحیح (خطی) برای انتخاب مناسب‌ترین سبد

سهام با توجه به اهداف سازمانی استفاده کرده‌ایم.

روش ارائه شده در این مطالعه به تصمیم گیرندگان کمک می‌کند.

۱) بطور سیستماتیک در مورد مشکلات PS فکر کنند.

۲) مشکلات PS را به گام های قابل مدیریت تجزیه کنند و نتایج را به یک راه حل منطقی با اهداف سازمانی برسانند.

۳) عنصر نامطمئن را در یک چارچوب ساختاری در نظر بگیرند.

۴) در مورد اهداف کمی و کیفی و محدودیت ها و ترجیحات به تصمیم گیرندگان گزارش دهند.

رویکرد ما تصمیم‌گیرندگان را قادر می‌سازد تصمیم‌ها و داده‌ها را در یک رویکرد قانونمند و سیستماتیک تلفیق کنند. تصمیم گیرندگان می‌توانند تحلیل حساسیت را برای بررسی تأثیر تغییر پارامترهای گوناگون در راه حل نهایی بکار ببرند. به علاوه رویکرد ارائه شده به تصمیم گیرندگان اجازه می‌دهد تا راه حل بهینه را با انتخاب یا کنار گذاشتن یک سهم خاص و بررسی تأثیر این پیرایش روی راه حل و منابع موجود به وسیله سبد خاص اصلاح کند.

مدل پیشنهادی یک مدل مبتنی بر واقعیت می‌باشد زیرا در آن می‌توان چندین هدف کمی و کیفی چندین محدودیت، ترجیحات و تجربه تصمیم گیرندگان را با هم در نظر گرفت. همچنین در مدل پیشنهادی، قابلیت انواع تجزیه و تحلیل از طریق مشاهده تغییرات ایجاد شده در سبد سهام با تغییر در وزن و برخی اولویت ها و پارامترها وجود دارد. از طرفی مدل پیشنهادی انعطاف پذیر می‌باشد یعنی برحسب مورد تحت مطالعه، می‌توان به آن محدودیت‌های اضافی یا کم نمود ونیز قابلیت بکارگیری جهت انواع مختلف سهم ها را دارا می‌باشد.

چارچوب پیشنهادی از روش‌هایی که از نظر تئوری معروف و از نظر فهم و کاربرد آسان می‌باشند استفاده نموده است این متدولوژی این اختیار را به تصمیم گیرنده می‌دهد که تکنیک‌های مختلف هر مرحله را با توجه به نیاز و ساختار سازمان تعیین و تغییر دهد. بازبینی اولیه و گام بازبینی با کاهش تعداد سهم‌های کاندید به سایزی قابل مدیریت، فرایند را تحصیل می‌نماید. مرحله ارزیابی انفرادی سهم‌ها باعث می‌گردد که اهداف کیفی و چندگانه را بتوان مورد بررسی قرار داد. مرحله بهینه سازی نیز محدودیت منابع، وابستگی سهم ها، سهم های دو به دو ناسازگار ، سهم های در حال اجرا و اجباری و متعادل سازی سبدسهام را در بر می‌گیرد.

در مدل کاربردی مراحل PS (مرحله آماده سازی، مرحله ارزیابی سهم ها ومرحله انتخاب سبد

سهام) با توجه به الگوی پیشنهادی انجام شد. ابتدا از بین تمام صنایع فعال کشور پنج صنعت با ۲۵ شرکت فعال با در نظرگرفتن الویت ها ومحدودیت ها و معیارهای ارزیابی با اطلاعات موجود در سایت‌های معتبرکدال شرکت‌ها و نیز سازمان محیط زیست جمع آوری شد و ماتریس تصمیم گیری تشکیل گردید. سپس غربالگری سهم‌ها با DEA به کمک روش SBM صورت گرفت و شرکت‌های کارا از ناکارا تفکیک شد و رتبه بندی شرکت‌های کارا با TOPSIS انجام شد آنگاه با دادن امتیازات افزایش یافته با توجه به رتبه و هزینه بر آن شدیم تا پایداری بین نتایج بدست آمده در مرحله انتخاب سبد سهام و رتبه بندی چند شاخصه اولیه و الویت‌های اولیه حفظ شود و نهایتاً مراحل انتخاب سبد سهام با رتبه بندی TOPSIS سبدهای تشکیل شده به پایان رسید وسبد سهام ۱۷ که شامل سهم‌های شرکت های ۲ و ۵ و۱۰ و۱۱و ۱۳ و۱۵ است از بین سبد های موقت ایجاد شده به عنوان بهترین سبد برگزیده شد تا به تصمیم گیرندگان جهت سرمایه گذاری پیشنهاد شود.

در این راستا پیشنهادهایی مطرح است که می‌تواند برای مطالعه بعدی مورد توجه قرار گیرد.

با توجه به سبدهای منتخب ونیز اولویت‌هایی که ممکن است پس از تشکیل سبد ایجاد شود می‌توان الگوی امتیازات افزایش یافته را برای سبدها بکار برد تا سبد منتخب برای سرمایه گذاران جذابیت بیشتری داشته باشد.

در این روش ابزارهای بکار رفته نیاز به زمان و تلاش زیادی دارد و می توان یک سیستم تصمیم‌گیری فعال ایجاد کرد که زمان و تلاش لازم را بسیار کاهش وشفافیت را بهبود بخشد.

منابع

۱) معین الدینی، پرستو وهاشمی، سیما (۱۳۸۱) ارزیابی کارایی واحدهای اجرایی گمرک ایران از طریق روش تحلیل پوششی داده ها، پایان نامه کارشناسی ارشد.ص ص ۵-۱

2) Abu-Taleb. M. & Mareschal, B. (1995). Water resources planning in the Middle East: Application of the PROMETHEE V multicriterion method. European Journal of Operational Research, 81,500–511 .

3) Albright, S. C. (1975). Allocation of research grants to university research proposals. Socio-Economic Planning Sciences, 9(5), 189–195.

4) Badri, M. A., Davis, D., & Davis, D. (2001). A comprehensive 0–1 goal programming model for project selection.International Journal of Project Management, 19, 243252.

5) Banker, RD, Charnes, A & Cooper, WW (1984), 'Some models for estimating technical scale inefficiencies in data envelopment analysis', Management Science, vol. 30, no. 9, pp. 1087-92.

6) Banker, R. D.and Thrall, R.M.(1992). Estimation of Returns to Scale Using DataEnvelopment Analysis, European Journal of Operational Research, 62, 74-78.

7) Belton, V, & Stewart, T. (2002).Multiple criteria decision analysis: An integrated approach.Kluwer Academic Publishers.

8) Bickel, J. E., & Smith, J. E. (2006). Optimal sequential exploration: A binary learning model. Decision Analysis, 3, 16–32.

9) Clemen, R.T.,&Reilly,T.(1999).Correlations and copulas for decision and risk analysis. Management Science,45,208–224.

10) Cook, W. D., & Green, R. H. (2000). Project prioritisation: A resource-constrained data envelopment analysis approach. Socio-Economic Planning Sciences, 34, 85–99.

11) Fandel, G., &Gal, T.(2001).Redistribution of funds for teaching and research among universities: The case of North Rhine—Westphalia. European Journal of Operational Research, 130,111–120.

12) Farrell, M. (1957).The measurement of productive efficiency. Journal of the Royal Statistical Society, 120 (3), 253–281.

13) F. Hosseinzadeh Lotfi, R.Fallahnejad and N.Navidi. Ranking Efficient Units in DEA by Using TOPSIS Method.Applid Mathematical Sciences, Vol.5, (2011) ,no.17,805-815.

14) Golabi, K., Kirkwood, C. W., & Sicherman, A. (1981). Selecting a portfolio of solar energy projects using multiattribut preference theory. Management Science, 27, 174–189.

15) Gustafsson,J.,&Salo,A.(2005).Contingent portfolio programming for the management of risky projects. Operations Research,53,946–956.

16) Kaou, T. (2001). 'Theory and methodology a slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis', European Journal of Operational Research, vol. 130, pp. 498-509.

17) Kirkwood, C.W. (1997). Strategi cdecision making. Multiobjective decision analysis with spreadsheets. Duxbury Press.

18) Kwak, N. K., & Lee, C. (1998). A multicriteria decision - making approach to university resource allocation and information infrastructure planning . European Journal of Operational Research, 110, 234–242.

19) Madjid Tavana, Mehdi Keramatpour, Francicco J.Santos-Arteaga, Esmail Ghorbaniane.(2015). A fuzzy hybrid project portfolio selection method using Data Envelopment Analysis, TOPSIS and Integer Programing .Expert Systems With Application 42 ,8432- 8444.

20) Mavrotas,G .,Diakoulaki,D.,&Caloghirou,Y.(2006).Project prioritization under policy restrictions. A combination of MCDA with0–1 programming . Europeanb Journal of Operational Research, 171,296–308 .

21) Mavrotas,G.,Diakoulaki, D., & Capros, P. (2003). Combined MCDA–IP approach for project selection in the electricity market. Annals of Operations Research, 120,159–170 .

22) Melachrinoudis,E.,&Kozanidis,G.(2002).A mixed integer knapsack model for allocating funds to highway safety improvements. Transportation Research Part A, 36,789–803.

23) Mukherjee,K.,&Bera,A.(1995). Application of goal programming in project selection-A case study from the Indian coal mining industry. European Journal of Operational Research, 82,18–25.

24) Oral,M.,Kettani,O.,&Cinar,U.(2001).Project evaluation and selection in a network of collaboration: A consensual disaggregation multi-criterion approach. European Journal of Operational Research, 130, 332–346.

25) Oral, M., Kettani,O.,&Lang,P.(1991). A methodology for collective evaluation and selection of industrial R&D projects. Management Science,37(7),871–885.
26) Pisinger,D.(2001).Budgeting with bounded multiple-choice constraints. European Journal of Operational Research, 129, 471–480.
27) Salo,A.,Gustafsson,T.,& Ramanathan,R.(2003).Multicriteria methods for technology foresight. Journal of Forecasting,22, 235–255.
28) Santhanam, R., & Kyparisis,G.J.(1996). A decision model for interdependent information system project selection. European Journal of Operational Research, 89, 380–399.
29) Santhanam, R., Muralidhar, K., & Scniederjans, M. (1989).A zero-one goal programming approach for information system project selection. Omega,17 (6) ,583–593.
30) Tobin, R.L. (1999).A fast interactive solution method for large capital expenditure selection problems. EuropeanJournalofOperationalResearch,116,1–15.
31) Wang, T., & Dyer, J.S. (2012).Acopulas-based approach to modeling dependence in decisiontrees. Operations Research, 60,225–242.
32) Zanakis, S. H., Mandakovic, T., Gupta, S.K., Sahay, S., & Hong, S. (1995). A review of program evaluation and fund allocation methods within the service and government sectors.Socioeconomic Planning Sciences,29(1),59–79.

پیوست

جدول ۱: ماتریس اطلاعات شرکت ها از سایت های رسمی

صنایع	(سهم شرکت ها)	درآمد	هزینه	نفرات بکار رفته	میزان مسالمت با محیط زیست	میزان تولید co2
خودروسازی	P1	2362862443	31679265	39304	5	742
	P2	308324156	31658257	52795	5	742
	P3	61209738	2866728	7345	5	742
	P4	8433719	818031	2188	3	742
	P5	4379971	6262243	4999	3	742
داروسازی	P6	2366555	441756	509	7	2602
	P7	2707901	291521	221	7	2602
	P8	2729676	939153	441	7	2602
	P9	682644	214028	273	7	2602
	P10	1268193	153818	327	7	2602
پتروشیمی	P11	15518849	223039	941	3	4293
	P12	1758457	106182	1486	3	4293
	P13	16800401	9324988	400	1	4293
	P14	14945517	114845	1400	1	4293
	P15	5702984	386250	250	1	4293
سیمان	P16	760410	39715	313	1	43990
	P17	2540777	464146	1050	1	43990
	P18	1418292	1061230	999	1	43990
	P19	834548	13788	232	1	43990
	P20	1122363	133925	345	1	43990
غذایی	P21	2127916	38224	370	7	12952
	P22	3135194	52109	4707	9	12952
	P23	1225744	41782	644	5	12952
	P24	714657	29072	1432	7	12952
	P25	1098947	5222	208	7	12952

(کلیه مبالغ درج شده برحسب میلیون ریال است.)

جدول ۲ : ماتریس کارایی شرکت ها با مدل SBM

پروژه ها	کارایی
P1	1
P2	1
P3	1
P4	1
P5	0/1247561
P6	0/6048951
P7	1
P8	0/5946638
P9	1
P10	1
P11	1
P12	0/2837993
P13	1
P14	1
P15	1
P16	0/0860807
P17	0/0451867
P18	0/0415352
P19	0/1258268
P20	0/0782308
P21	0/7360457
P22	1
P23	0/319853
P24	0/262033
P25	1

جدول ۳ : ماتریس اطلاعات سهم شرکت های کارآمد

	زیر معیار	درآمد	هزینه	نفرات بکار رفته	میزان مسالمت با محیط زیست	میزان تولید co2
صنایع	وزن	30	20	15	20	15
خودروسازی	P1	2362862443	31679265	39304	5	742
	P2	308324156	31658257	52795	5	742
	P3	61209738	2866728	7345	5	742
	P4	8433719	818031	2188	3	742
داروسازی	P5	2707901	291521	221	7	2602
	P6	682644	214028	273	7	2602
	P7	1268193	153818	327	7	2602
پتروشیمی	P8	15518849	223039	941	3	4293
	P9	16800401	9324988	400	1	4293
	P10	14945517	114845	1400	1	4293
	P11	5702984	386250	250	1	4293
سیمان	P12	760410	39715	313	1	43990
	P13	834548	13788	232	1	43990
غذایی	P14	3135194	52109	4707	1	12952
	P15	1098947	5222	208	1	12952

(کلیه مبالغ درج شده برحسب میلیون ریال است.)

جدول ۴: ماتریس تصمیم گیری سهم شرکت ها

	معیارها	مالی	اجتماعی	محیط زیست
	وزن	50	15	35
صنایع	وزن نرمال	0/5	0/15	0/35
خودروسازی	P1	77221725/9	5895/6	112/3
	P2	98828898/2	7919/25	112/3
	P3	18936267	1101/75	112/3
	P4	2693721/9	328/2	111/9
داروسازی	P5	870674/5	33/15	391/7
	P6	247598/8	40/95	391/7
	P7	411221/5	49/05	391/7
پتروشیمی	P8	4700262/5	141/15	644/55
	P9	6905117/9	60	644/15
	P10	4506624/1	210	644/15
	P11	1788145/2	37/5	644/15
سیمان	P12	236066	46/95	6598/7
	P13	253122	34/8	6598/7
غذایی	P14	950980	706/05	1944/6
	P15	330728/5	31/2	1944/2

جدول ۵ : ماتریس رتبه بندی سهم ها بر اساس TOPSIS

صنایع	پروژه ها	d_j^+	d_j^-	$d_j^+ + d_j^-$	R_i	رتبه
خودروسازی	P1	0/3631	0/4050	0/7681	0/5273	2
	P2	0/3441	0/5207	0/8648	0/6021	1
	P3	0/5463	0/0968	0/6431	0/1505	5
	P4	0/6126	0/0136	0/6262	0/0217	15
داروسازی	P5	0/6138	0/0152	0/6290	0/0243	13
	P6	0/6159	0/0149	0/6308	0/0236	14
	P7	0/6152	0/0191	0/6343	0/0301	12
پتروشیمی	P8	0/5901	0/0363	0/6264	0/0580	9
	P9	0/5816	0/0440	0/6256	0/0703	8
	P10	0/5906	0/0358	0/6264	0/0572	10
	P11	0/6025	0/0294	0/6319	0/0465	11
سیمان	P12	0/5206	0/344100131	0/8647	0/397941634	3
	P13	0/5206	0/344100029	0/8647	0/397941516	4
غذایی	P14	0/5700	0/0981	0/6681	0/1468	6
	P15	0/5758	0/0972	0/6730	0/1444	7

جدول ۶ : ماتریس هزینه و بودجه سهم شرکت ها

صنایع	سهم ها	هزینه اولیه	هزینه نرمال شده	بودجه صنایع	بودجه تخصیص یافته هر سهم
خودروسازی	P1	31679265	1	75	35/45
	P2	31658257	0/9993		35/45
	P3	2866728	0/0905		3/2
	P4	818031	0/0258		0/90
داروسازی	P5	291521	0/0092	100	44
	P6	214028	0/0068		32/55
	P7	153818	0/0049		23/45
پتروشیمی	P8	223039	0/0070	125	2/75
	P9	9324988	0/2944		116
	P10	114845	0/0037		1/5
	P11	386250	0/0122		4/75
سیمان	P12	39715	0/0013	75	57/35
	P13	13788	0/0004		17/65
غذایی	P14	52109	0/0016	125	111/1
	P15	5222	0/0002		13/9

جدول ۷ : امتیازات افزایش یافته و بودجه تخصیص یافته هر سهم

Ms	R_i	سهم ها	ci هزینه هرسهم	bi بودجه تخصیص یافته	امتیازات افزایش یافتهasi
1	0/0217	P4	0/0258	0/90	1
2	0/0236	P6	0/0068	32/55	2
3	0/0243	P5	0/0092	44	3
4	0/0301	P7	0/0049	23/45	4
5	0/0465	P11	0/0122	4/75	7
6	0/0572	P10	0/0037	1/5	8
7	0/0580	P8	0/0070	2/75	9
8	0/0703	P9	0/2944	116	16
9	0/1444	P15	0/0002	13/9	17
10	0/1468	P14	0/0016	111/1	18
11	0/1504	P3	0/0905	3/2	34
12	0/397941516	P13	0/0004	17/65	35
13	0/397941634	P12	0/0013	57/35	36
14	0/5273	P1	1	35/45	70
15	0/6021	P2	0/9993	35/45	71

جدول ۸ : نمونه ای از وزن معیارها و امتیاز کل یک سبد

معیار ها	مالی	اجتماعی	محیط زیست
وزن ها	0/50	0/15	0/35
P1	77221725/9	5895/6	112/3
P4	2693721/9	328/2	111/9
P7	411221/5	49/05	391/7
P10	4506624/1	210	644/15
P11	1788145/2	37/5	644/15
P13	253122	34/8	6598/7
P15	330728/5	31/2	1944/2
سبد ۱	87205289/1	6586/35	10447/1

جدول ۹ : ماتریس تصمیم سبد ها

		مالی	اجتماعی	محیط زیست
سبد	سهم های هر سبد	0/50	0/15	0/35
1	1-4-7-10-11-13-15	87205289/1	6586/35	10447/1
2	4-7-10-11-13-15	9983563/2	690/75	10334/8
3	1-4-6-10-11-13-15	87041666/4	6578/25	10447/1
4	1-4-7-8-11-13-15	87398927/5	6517/5	10447/5
5	1-4-6-10-11-13-15	9819940/5	682/65	10334/8
6	1-4-5-10-11-13-15	87664742/1	6570/45	10447/1
7	2-7-10-11-13-15	106118739/5	8281/8	10335/2
8	1-4-6-8-11-13-15	87235304/8	6509/4	10447/5
9	4-5-10-11-13-15	10443016/2	674/85	10334/8
10	4-7-8-11-13-15	10177201/6	621/9	10335/2
11	1-7-10-11-13-15	84511567/2	6258/15	10335/2
12	4-6-8-11-13-15	10013578/9	613/8	10335/2
13	1-4-5-8-11-13-15	87858380/5	6501/6	10447/5
14	2-6-10-11-13-15	105955116/8	8273/7	10335/2
15	2-7-8-11-13-15	106312377/9	8212/95	10335/6
16	1-6-10-11-13-15	84347944/5	6250/05	10335/2
17	2-5-10-11-13-15	106578192/5	8265/9	10335/2
18	4-5-8-11-13-15	10636654/5	606	10335/2
19	1-7-8-11-13-15	84705205/6	6189/3	10335/6
20	1-5-10-11-13-15	84971020/2	6242/25	10335/2
21	2-6-8-11-13-15	106148722/2	8204/85	10335/6
22	1-6-8-11-13-15	84541582/9	6181/2	10335/6
23	2-5-8-11-13-15	106771830/9	8197/05	10335/6
24	1-5-8-11-13-15	85164658/6	6173/4	10335/6
25	3-4-7-11-13-15	24413206/1	1582/5	9802/95

جدول ۱۰ : ماتریس رتبه بندی سبد ها

سبد	سهم های هر سبد	d_j^+	d_j^-	R_j	رتبه
1	1-4-7-10-11-13-15	0/0968	0/3786	0/79638	10
2	4-7-10-11-13-15	0/4736	0/0179	0/03641	23
3	1-4-6-10-11-13-15	0/0974	0/3780	0/79511	12
4	1-4-7-8-11-13-15	0/0961	0/3793	0/79785	9
5	1-4-6-10-11-13-15	0/4744	0/0179	0/03635	24
6	1-4-5-10-11-13-15	0/0947	0/3807	0/80080	8
7	2-7-10-11-13-15	0/0048	0/4722	0/99010	5
8	1-4-6-8-11-13-15	0/0969	0/3785	0/79617	11
9	4-5-10-11-13-15	0/4716	0/0181	0/03699	21
10	4-7-8-11-13-15	0/4731	0/0178	0/03642	22
11	1-7-10-11-13-15	0/1105	0/3648	0/07675	19
12	4-6-8-11-13-15	0/4739	0/0178	0/03620	25
13	1-4-5-8-11-13-15	0/0942	0/3813	0/80189	7
14	2-6-10-11-13-15	0/0053	0/4714	0/98888	6
15	2-7-8-11-13-15	0/0044	0/4727	0/99077	4
16	1-6-10-11-13-15	0/1113	0/3640	0/76583	16
17	2-5-10-11-13-15	0/0038	0/4741	0/99204	1
18	4-5-8-11-13-15	0/4711	0/0182	0/03719	20
19	1-7-8-11-13-15	0/1109	0/3653	0/76840	14
20	1-5-10-11-13-15	0/1086	0/3668	0/22843	17
21	2-6-8-11-13-15	0/0041	0/4738	0/99142	3
22	1-6-8-11-13-15	0/1109	0/3645	0/76672	15
23	2-5-8-11-13-15	0/0040	0/4746	0/99149	2
24	1-5-8-11-13-15	0/1082	0/3673	0/77245	13
25	3-4-7-11-13-15	0/4057	0/0696	0/13216	18