



## بهینه سازی و مدیریت فعال پابرجای سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از الگوریتم کلونی

### زنبور عسل؛ مورد مطالعاتی: بورس اوراق بهادار تهران

محمد حسین رنجبری وحید<sup>۱</sup>، سیدجلال صادقی شریف<sup>۲</sup>، رضا عیوضلو<sup>۳</sup>، محسن مهرآرا<sup>۴</sup>

تاریخ دریافت مقاله: ۹۸/۰۸/۱۹ تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۱۱/۳۰

#### چکیده

مطابق نظریه مارکویتز، امکان پیش بینی بازار سرمایه در آینده وجود نداشته و سرمایه‌گذاران باید به منظور کنترل ریسک سرمایه‌گذاری، به تشکیل پرتفو بپردازند. در تحقیقات اخیر، توسعه‌های زیادی روی مدل اولیه پرتفوی مارکویتز از حیث مدل‌سازی و روش حل ایجاد کرده‌اند. از جمله اینکه از سنج‌های ریسک طیفی همچون ریزش مورد انتظار و ارزش در معرض خطر برای سنجش ریسک استفاده می‌شود. همچنین، مدل‌های متنوع فازی، احتمالی و پابرجا برای در نظر گرفتن عدم قطعیت سنجش ریسک و بازدهی توسعه داده شده‌اند که خطای پیش بینی و ریسک رخداد بحران در خصوص پرتفو را کاهش می‌دهند. اما به جز تشکیل سبد بهینه سرمایه‌گذاری، نیاز است که مدل‌های پابرجا در خصوص مدیریت فعال سبد سرمایه‌گذاری نیز توسعه داده شود. در تحقیق حاضر، یک مدل تشکیل سبد پابرجا و یک مدل مدیریت فعال پابرجای سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از روش پابرجاسازی برتسیماس توسعه داده شده‌است. در مدل‌سازی انجام شده، از ارزش در معرض خطر شرطی به عنوان سنج ریسک استفاده شده‌است و با توجه به عدم امکان حل ریاضی مدل، از الگوریتم فراابتکاری کلونی زنبور عسل برای حل آن استفاده شده‌است. برای بررسی کارایی روش پیشنهادی در بخش تشکیل سبد سرمایه‌گذاری، از سه معیار بتای سبد، معیار ترینر و بازدهی سبد به منظور مقایسه کارایی روش پیشنهادی، بازدهی بازار و بازدهی سبد تشکیل شده با روش مارکویتز استفاده شده‌است. همچنین به منظور بررسی کارایی مدل مدیریت سبد، از مقایسه بازدهی ایجاد شده توسط روش پیشنهادی با بازدهی بازار، روش خرید و نگهداری، اندیکاتور تکنیکی RSI و MACD استفاده شده‌است. بر اساس نتایج به دست آمده، روش پیشنهادی هم در مرحله تشکیل سبد بهینه و هم در مرحله مدیریت آن، از روش‌های کلاسیک، عملکرد بهتری نشان داده است.

#### کلمات کلیدی

برنامه ریزی پابرجا، سبد سرمایه‌گذاری، ارزش در معرض خطر شرطی، مدیریت فعال، عدم قطعیت

۱- گروه مدیریت مالی، دانشکده پردیس البرز، دانشگاه تهران، کرج، ایران. mhosein.vahid@ut.ac.ir

۲- گروه مدیریت مالی و حسابداری، دانشکده حسابداری و مدیریت، دانشگاه شهید بهشتی تهران، ایران. (نویسنده مسئول)

j\_sadeghisharif@sbu.ac.ir

۳- گروه مدیریت مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. eivazlu@ut.ac.ir

۴- گروه اقتصاد، دانشکده اقتصاد، دانشگاه تهران، تهران، ایران. mmehrra@ut.ac.ir

مطابق نظریه سبد سرمایه‌گذاری مارکویتز<sup>۱</sup> در سال ۱۹۵۲، تنها راه کنترل ریسک در یک بازار کارا، پراکنده سازی آن است؛ در واقع، مطابق نظریه مذکور، ریسک و بازدهی در یک بازار کارا به صورت خطی تغییر می‌کنند و لذا بازدهی بالاتر، تنها در صورت تقبل ریسک بالاتر توسط سرمایه گذار ممکن است. بنابراین، امکان کسب بازده بالاتر از بازده مورد انتظار بر اساس ریسک مرتبط به یک دارایی، وجود نخواهد داشت.

ریسک هر دارایی، شامل ریسک سیستماتیک و ریسک غیرسیستماتیک می‌باشد. ریسک سیستماتیک، ریسکی است که به کل سهم حاضر در یک بازار، وارد می‌باشد و شامل ریسک‌های کلان اقتصادی، مالی و سیاسی می‌باشد. ریسک سیستماتیک به صورت کلی، کاهش ناپذیر در نظر گرفته می‌شود؛ چرا که صرف حضور در بازار سرمایه، این ریسک را برای تمامی سهام ایجاد می‌کند. با این حال، ریسک غیرسیستماتیک، ریسک تغییرات تصادفی قیمت سهام در آینده است که تحت تأثیر ویژگی‌های یک سهم خاص قرار داشته و لذا قابل کاهش یافتن می‌باشد. مارکویتز، عنوان می‌کند که تنها راه کمینه سازی ریسک غیرسیستماتیک، متنوع سازی پرتفوی سهام می‌باشد.

پس از مارکویتز، اشکالات متعددی به نظریه میانگین-واریانس<sup>۲</sup> وارد شد. از جمله این اشکالات، این بود که واریانس، معیار مناسبی برای اندازه گیری ریسک نمی‌باشد. از جمله دلایل آن، این است که واریانس مقدار قابل درکی برای سرمایه گذار از میزان ریسک ایجاد نمی‌کند و ماهیت بدون واحد بودن آن، باعث ناکارآمد شدن آن می‌شود. بعلاوه، اگر از واریانس به عنوان سنج ریسک استفاده شود؛ نوسانات مثبت در بازدهی یک سهم نیز به عنوان ریسک در نظر گرفته می‌شود؛ در حالی که بیشتر شدن بازدهی واقعی از بازدهی مورد انتظار، نه تنها به عنوان ریسک در نظر گرفته نمی‌شود؛ بلکه ایده آل هر سرمایه‌گذار است.

به همین دلیل، سنج‌های ریسک مختلفی پیشنهاد شدند که از جمله آنها می‌توان به ارزش در معرض خطر<sup>۳</sup> اشاره کرد. ارزش در معرض خطر، نشان دهنده حداکثر ضرر مورد انتظار یک سرمایه گذار با سطح اطمینان مشخص است و علاوه بر اینکه نوسانات مثبت را به عنوان ریسک تلقی نمی‌کند؛ یک مقدار عددی با واحد پول مورد نظر سرمایه گذار به عنوان سنج ریسک ایجاد می‌کند که فهم آن برای سرمایه گذار امکان پذیر است.

با این حال، به سنج ارزش در معرض خطر نیز اشکالاتی وارد شده است. از جمله اینکه این سنج، به شکل دنباله تابع توزیع زیان مورد انتظار سرمایه گذار، توجهی ندارد. در واقع، در صورتی که دنباله

## بهینه سازی و مدیریت فعال پابرجای سبد.../صادقی شریف، عبوضلو، مهرآرا و رنجبری وحید

تابع توزیع زیان مورد انتظار، سنگین باشد؛ ارزش در معرض خطر، معیار خوبی از حداکثر ضرر مورد انتظار نخواهد بود. در نتیجه، معیار ارزش در معرض خطر شرطی<sup>۴</sup> معرفی شد که در آن، شکل توزیع و دنباله آن نیز در تعیین معیار ریسک، دخیل می‌باشند. به همین دلیل، این معیار، مورد توجه محققان در سالیان اخیر قرار گرفته است و توسعه‌های انجام شده روی مدل بهینه سازی سبد سرمایه‌گذاری، عموماً بر اساس این معیار بوده است. لذا در بهینه سازی پرتفو مورد نظر این تحقیق نیز، از این معیار استفاده خواهد شد.

اما چالش دیگر در زمینه تعیین ریسک و بازده و تشکیل سبد سرمایه‌گذاری بهینه، تعیین میزان دقیق پارامترها است. پارامترهای ریسک و بازده، با در نظر گرفتن روند تاریخی قیمت سهام در گذشته محاسبه می‌شوند. این در حالی است که نه تنها هیچ تضمینی برای تکرار روند گذشته در آینده نمی‌باشد؛ بلکه بحران‌های مالی نظیر سال ۲۰۰۰ و ۲۰۰۸ نشان دادند که عکس این موضوع صحیح است. لذا، در تعیین پارامترهای مربوط به یک مدل بهینه سازی پرتفو، بحث عدم قطعیت همواره مطرح است.

اکثر مدل‌های توسعه داده شده به منظور مقابله با عدم قطعیت، به صورت احتمالی بودند. در این مدل‌ها، پارامترها به صورت احتمالی تعریف شده و برای هر پارامتر، نوع توزیع و پارامترهای توزیع به صورت قطعی در نظر گرفته می‌شد. علاوه بر این، تحقیقات دیگری نیز از مدل‌سازی فازی برای در نظر گرفتن عدم قطعیت استفاده کرده اند که در این روش نیز برای هر پارامتر مدل، یک تابع عضویت مشخص تعریف شده است.

با این حال با تجربه حاصله از بحران‌های مالی، یک موضوع مشخص است و آن اینکه اطلاعات در دسترس از روند گذشته، نه تنها غیرقطعی است؛ بلکه مبهم هم هست. در واقع، عملاً هیچ اطلاعاتی از شکل توزیع یا تابع عضویت پارامترهایی مثل ریسک و بازده در واقعیت، وجود ندارد و لذا مدل‌سازی احتمالی یا فازی پرتفو، نمی‌تواند عدم قطعیت موجود در فضای سرمایه‌گذاری و بازار سرمایه را توضیح دهد. به همین دلیل، مدل‌سازی پابرجا<sup>۵</sup> در دستور کار محققین قرار گرفت. در روش مدل‌سازی پابرجا، عملاً هیچ فرض قطعی در خصوص شکل توزیع یا پارامترهای آن انجام نمی‌گیرد و لذا تمامی تغییرات پارامترها به صورت کاملاً غیرقطعی و پیش بینی نشده در نظر گرفته می‌شود.

مدل‌سازی پابرجا، با استفاده از اضافه کردن تعدادی متغیر و محدودیت به مدل برنامه ریزی، با تعیین سطح تغییرپذیری هریک از پارامترها، عدم قطعیت را در مسئله لحاظ می‌کند. به این ترتیب، در تحقیق حاضر نیز با استفاده از مبانی برنامه ریزی پابرجای برتسیماس<sup>۶</sup>، به بهینه سازی پرتفوی

میانگین-ارزش در معرض خطر شرطی پرداخته خواهد شد.

پیش از این، لطفی و زنیوس (۲۰۱۸)، در پژوهشی به برآورد مدل بهینه سازی پرتفوی مبتنی بر CVaR به صورت پابرجا پرداخته اند. لیکن، در مدل ارائه شده، بهینه سازی پرتفو به صورت یک دوره ای و مدیریت آن به صورت منفعل در نظر گرفته شده است. در تحقیق حاضر، از روش به کار گرفته شده توسط محققین مذکور، برای ایجاد سبد سرمایه گذاری و سپس مدیریت آن استفاده خواهد شد. لیکن با توجه به عدم امکان حل دقیق مدل، از الگوریتم فراابتکاری کلونی زنبور عسل برای حل آن استفاده خواهد شد. شایان ذکر است که کارایی روش پیشنهادی، در بخش تشکیل سبد سرمایه گذاری با کارایی بازار و مدل مارکوویتز مقایسه می شود و کارایی روش پیشنهادی در بخش مدیریت سبد سرمایه گذاری با کارایی دو اندیکاتور تحلیل تکنیکی، کارایی بازار و کارایی روش خرید و نگهداری مقایسه خواهد شد. بنابراین، مراحل کلی اجرای تحقیق شامل ایجاد دو مدل برای تشکیل سبد سرمایه گذاری و مدیریت آن با استفاده از سنجه ارزش در معرض خطر شرطی، سپس تبدیل مدل های ایجاد شده با استفاده از روش برتسیماس به مدل های پابرجا و سپس حل مدل های توسعه داده شده با استفاده از الگوریتم کلونی زنبور عسل می باشد.

با توجه به نتایج به دست آمده از پژوهش های مشابه، فرضیه اصلی تحقیق این است که روش پیشنهادی چه از حیث تشکیل سبد و چه از حیث مدیریت آن، از کارایی روش های کلاسیک مارکوویتز (در بخش ایجاد) و اندیکاتورهای کلاسیک تکنیکی (در بخش مدیریت) بالاتر باشد. همچنین اولین فرضیه فرعی تحقیق این است که الگوریتم کلونی زنبور عسل قابلیت حل بهینه مدل تشکیل و مدیریت سبد سرمایه گذاری پابرجا را داشته باشد و دومین فرضیه اصلی نیز بهبود عملکرد مدل تشکیل سبد سرمایه گذاری با استفاده از سنجه ارزش در معرض خطر شرطی در مقایسه با سنجه واریانس می باشد.

در ادامه این پژوهش، ابتدا مفاهیم مرتبط با بهینه سازی پرتفو، سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی و بهینه سازی پابرجا ارائه شده و سپس مدل نهایی تشکیل پرتفوی بهینه و مدیریت آن، به صورت جداگانه ارائه می گردد. سپس، مراحل کارکرد روش کلونی زنبور عسل شرح داده می شود و در نهایت، نتایج به دست آمده از تشکیل پرتفو ارائه خواهد شد.

### **پیشینه پژوهش**

تحقیقات انجام شده در خصوص مدیریت پرتفو را می توان به صورت کلی به دو دسته بهینه سازی پرتفوی سرمایه گذاری و مدیریت پرتفوی سرمایه گذاری تقسیم کرد. در پژوهش حاضر، هر دو این

## بهینه سازی و مدیریت فعال پابرجای سبد.../صادقی شریف، عبوضلو، مهرآرا و رنجبری وحید

مسائل در نظر گرفته شده و بهینه سازی پرتفو در درجه اول و مدیریت فعال آن در درجه دوم، به صورت پابرجا، مورد نظر قرار گرفته است.

لین و ژن در سال ۲۰۰۷ در تحقیقی یک الگوریتم ژنتیک دو مرحله ای را برای حل مسأله بهینه سازی سبد سهم چند منظوره بکار بردند. آن‌ها با در نظر گرفتن مدل مارکویتز به عنوان مدل ریاضی پایه، به دنبال حداکثر نمودن بازده و حداقل نمودن ریسک سرمایه گذاری بودند. آن‌ها در پژوهش خود پس از حداکثرسازی ریسک و حداقل سازی بازده، به دنبال وزن دهی به سهام مورد نظر برآمدند، تا از این طریق اهمیت نسبی اهداف گوناگون را در سبد سهام مدنظر قرار دهند. عملگرهای مورد استفاده در این پژوهش، عملگر تقاطع یک نقطه برش، عملگر جهش الحاقی و عملگر انتخاب چرخ رولت بود. نتایج تحقیق نشان داد اعتبار و کارایی الگوریتم مربوطه در بهینه سازی سبد سهام وجود دارد.

لین و لیو در سال ۲۰۰۸ مدل مارکویتز را با محدودیت حداقل نمودن مقدار خرید به سه طریق ارائه نمودند. الگوریتم‌های ژنتیکی که برای حل مسأله انتخاب سهام پیشنهاد می شوند، بوسیله مدل‌ها فرموله بندی شدند. نتایج مطالعات نهایی نشان داد که الگوریتم ژنتیک برای این مدل‌ها می تواند نقطه نزدیک به بهینه در حداقل زمان قابل قبول را بدست آورند. راه حل‌های بدست آمده نه تنها قابل اجرا در عمل می باشند، بلکه بالاترین کارایی میانگین واریانس را به نمایش می گذارند. مدلی که شیوه تصمیم گیری چند - منظوره فازی را معرفی می کند، به خاطر تطبیق پذیری و سادگی زیاد آن پیشنهاد می شود. با این شیوه تصمیم گیرنده قادر خواهد بود ترجیحات خود در خصوص ریسک و بازده را با اختصاص وزن‌هایی به ریسک و بازده اعمال نماید. بررسی سرمایه‌ها و دارایی‌ها نه تنها در زمان محاسبه صرفه جویی می‌کند، بلکه باعث می شود کیفیت جواب نیز بهبود یابد.

هاو و لیو سال ۲۰۰۹ در تحقیقی با عنوان مدل‌های میانگین واریانس برای انتخاب سبد سهام با بازده‌های تصادفی الگوریتم ژنتیک را به عنوان ابزار حل مدل‌های خود بکار گرفتند. در این تحقیق براساس نظریه مارکویتز در مدل میانگین واریانس، نمونه‌های جدیدی از مدل‌های میانگین واریانس برای مسائل انتخاب سبد سهام با بازده‌های سرمایه گذاری تصادفی فازی نمایش داده شدند. در مدل‌های ارائه شده بازده مورد انتظار پرتفوی به عنوان بازده سرمایه گذاری و واریانس بازده مورد انتظار به عنوان ریسک سرمایه گذاری در نظر گرفته شد. برای حل مدل‌های انتخاب سبد سهام معرفی شده، این پژوهش در ابتدا فرمول‌های واریانس را به عنوان متغیرهای تصادفی فازی به نمایش گذاشت، سپس این پژوهش، فرمول‌های واریانس را برای مدل‌های معرفی شده به گونه ای مورد استفاده قرار داد که مسائل انتخاب سبد سهام اصلی به برنامه ریزی‌های خطی هم ارز تبدیل شوند. سپس الگوریتم‌های

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهل و سوم / تابستان ۱۳۹۹

ژنتیک برای حل مدل‌ها به کار گرفته شدند. در نهایت نیز دو نمونه عددی برای نشان دادن کارایی روش‌های معرفی شده به کار رفت.

از جمله تحقیقاتی که اخیراً انجام گرفته‌است، تحقیقی است که توسط چانگ و همکاران ۲۰۰۹ انجام شد. چانگ و همکارانش بر این عقیده بودند که استفاده از برنامه ریزی‌های ریاضی برای حل مسأله سبد سهام بهترین گزینه می‌باشد. آن‌ها روش فرا ابتکاری را برای حل مسأله بهینه سازی سبد سهام ارائه کردند که در آن الگوریتم ژنتیک، سبدهای سهام مختلف که ریسک آن‌ها به شیوه‌های متفاوتی محاسبه شده بود را بکار می‌گرفت. هدف اصلی آن‌ها بررسی کارایی الگوریتم ژنتیک برای حل مسأله بهینه سازی سبد سهام با مدل‌های متفاوت ریسک بود، به ویژه سبدهای سهامی که محدودیت‌های عدد صحیح را نیز مدنظر قرار می‌دادند و به این نتیجه رسیدند که سرمایه‌گذاران قادر خواهند بود که ریز کارایی را برای مقدار ثابتی از سرمایه خود بدست آورند. آن‌ها به این حقیقت دست یافتند که سبد سهامی با اندازه کوچک‌تر، کارایی بیشتری از اندازه بزرگ‌تر آن خواهد داشت.

### **مدل مفهومی**

#### برنامه ریزی پابرجا (استوار)

در نظر گرفتن عدم قطعیت در مسائل برنامه ریزی و به خصوص مسئله برنامه ریزی سبد سرمایه‌گذاری، همواره مورد توجه محققان بوده‌است. اولین روش‌های به کار گرفته شده به منظور در نظر گرفتن آن، تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییرات پارامترها بوده‌است (گورپروکس و همکاران، ۲۰۰۰؛ فرمانیان و اسکالیت، ۲۰۰۵). در گذر زمان، استفاده از روش‌های احتمالی (مسودی و ربای، ۲۰۱۴) و فازی (منگ و لین، ۲۰۱۷) نیز به همین منظور توسعه پیدا کرده‌اند. لیکن، در روش احتمالی، باید توزیع پارامترهای دارای عدم قطعیت نظیر بازده و ریسک مشخص باشد و در روش فازی باید تابع عضویت بر اساس نظر خبرگان برگزیده شود. بنابراین، محققانی که به دنبال برنامه ریزی عدم قطعیت بدون هرگونه اطلاعات اضافی بودند؛ به روش‌های استوار روی آوردند (اسماعیل و پاهام، ۲۰۱۷).

به طور کلی، رویکردهای استوار توسعه داده شده برای مسائل برنامه ریزی خطی را می‌توان در سه دسته طبقه بندی کرد؛ رویکرد سویستر، رویکرد بن تال و نمیروفسکی و رویکرد برتسیماس و سیم (پیکانی، ۲۰۱۵). برای بررسی هر یک از مدل‌های مذکور، می‌توان مسئله نمونه برنامه ریزی را مطابق رابطه (۱) در نظر گرفت:

بهبود سازی و مدیریت فعال پابرجای سبد.../صادقی شریف، عبوضلو، مهرآرا و رنجبری وحید

$$\begin{aligned} & \max Cx \\ & \text{s.t.} \\ & Ax \leq b \\ & l \leq x \leq u \end{aligned} \quad \text{رابطه (۱)}$$

استفاده از تکنیک سویستر (۱۹۷۳) برای استوارسازی مدل (۱)، به این صورت است که به ازای هر پارامتر، یک متغیر نشان دهنده عدم قطعیت به مدل اضافه می‌شود و مدلی مطابق رابطه (۲) ساخته و حل خواهد شد.

$$\begin{aligned} & \max Cx \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_j a_{ij}x_j + \sum_j \widehat{a}_{ij}y_j \\ & \leq b \\ & -y_j \leq x \leq y_j \\ & l \leq x \leq u \\ & y \geq 0 \end{aligned} \quad \text{رابطه (۲)}$$

این رویکرد، بسیار محافظه کارانه است و تمایل دارد که حداقل مقادیر ممکن برای  $x_j$  را در نظر بگیرد. به همین دلیل، بن تال و نمیروفسکی (۲۰۰۰)، به توسعه مدلی پرداختند که در آن تنظیم میزان عدم قطعیت و در واقع بدبینی محقق نسبت به پارامترها، ممکن بود. رابطه (۳) رابطه استوار شده توسط محققان را نمایش می‌دهد.

$$\begin{aligned} & \max Cx \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_j a_{ij}x_j + \sum_j \widehat{a}_{ij}y_{ij} + \sqrt{\sum_j \widehat{a}_{ij}^2 z_{ij}^2} \\ & \leq b \\ & -y_{ij} \leq x_j - z_{ij} \leq y_{ij} \\ & l \leq x \leq u \\ & y \geq 0 \end{aligned} \quad \text{رابطه (۳)}$$

اشکال مدل بن تال و نمیروفسکی، غیرخطی بودن آن بود که حل آن به وسیله روش‌های حل کلاسیک برنامه ریزی را غیرممکن می‌کرد. سرانجام، برتسیماس و سیم (۲۰۰۳) با خطی سازی مدل بن تال و نمیروفسکی راهکار استوارسازی مطابق رابطه (۴) را ارائه دادند.

$\max Cx$

s.t.

$$Z_i \tau_i + \sum_j P_{ij}$$

$$Z_i + P_{ij} \geq a_{ij} y_i$$

رابطه (۴)

$$-f_i \leq x \leq f_i$$

$$l \leq x \leq u$$

$$P_{ij} \geq 0$$

$$f_i \geq 0$$

$$Z_i \geq 0$$

بنابراین، رویکرد برتسیماس همزمان هم قابلیت تنظیم عدم قطعیت برای پارامترها را دارد و هم وضعیت خطی بودن مدل را حفظ می‌کند. در این مدل، اگر  $\tau_i$  برای هر محدودیت، صفر باشد؛ عدم قطعیت در نظر گرفته نمی‌شود و اگر یک باشد؛ بیشترین عدم قطعیت ممکن برای آن محدودیت در نظر گرفته می‌شود.

همانگونه که گفته شد؛ استوارسازی مدل‌های برنامه ریزی از روش‌های مختلف ممکن بوده و مدل‌های برنامه ریزی بهینه سازی سبد سرمایه‌گذاری نیز دارای تنوع زیادی از حیث اهداف و سنجه‌ها می‌باشند. بنابراین، تحقیقات انجام شده عموماً در به کارگیری روش‌های استوارسازی و مدل‌های بهینه سازی، با یکدیگر تفاوت دارند. حنفی زاده و همکاران (۱۳۸۴) با استفاده از رویکرد بن تال و نمیروفسکی، به بهینه سازی مدل انتخاب سبد سهام به صورت تک هدفه پرداختند. مدرس یزدی و همکاران (۱۳۸۷) از سنجه ارزش در معرض خطر در مدل مارکویتز استفاده کرده و به استوارسازی آن با هر سه رویکرد سویستر، بن تال و برتسیماس پرداخته‌اند. تحقیقات زیادی به استفاده از استوارسازی در مسئله تشکیل پرتفو به صورت چندهدفه پرداخته‌اند که از جمله می‌توان به (گلوب و بنگار، ۲۰۰۳) با استفاده از روش بن تال و (قهطرانی و نجفی، ۲۰۱۳) با استفاده از روش برتسیماس اشاره نمود.

استفاده از استوارسازی برتسیماس و سیم در مدل تک هدفه مارکویتز نیز اقبال زیادی داشته است



## بهینه سازی و مدیریت فعال پابرجای سبدها.../صادقی شریف، عبوضلو، مهرآرا و رنجبری وحید

و از جمله می‌توان به (پینار و بارک، ۲۰۱۴)، (کلاوس و تایل، ۲۰۱۱) و چن و تال (۲۰۰۹) اشاره کرد که به ترتیب از معیارهی قدر مطلق انحرافات از میانگین، نیم واریانس و واریانس به عنوان سنجه‌های ریسک استفاده کرده اند. استفاده از سنجه ارزش در معرض خطر نیز در مدل‌های بهینه سازی سبدها سرمایه‌گذاری به صورت استوار به چشم می‌خورد که از جمله می‌توان به (قوای و همکاران، ۲۰۰۳) و کمپل و همکاران (۲۰۰۱) اشاره کرد.

### ارزش در معرض خطر شرطی

اولین قدم در تعیین ارزش در معرض خطر و ریزش مورد انتظار، تعیین توزیع ضرر مورد انتظار می‌باشد. در صورتی که این توزیع با تابع چگالی  $f(x, y)$  مشخص شود؛  $\varphi(x, \gamma)$  نشان دهنده احتمال کمتر بودن بازدهی یا بیشتر بودن ضرر از ارزش در معرض خطر می‌باشد:

$$\varphi(x, \gamma) = \int_{f(x, y) \leq \gamma}^{-\infty} p(y) dy \quad \text{رابطه (۵)}$$

در این رابطه،  $\gamma$  مقدار ارزش در معرض خطر بوده و  $p(y)$  احتمال رخداد مقدار بازدهی برابر هر  $x$  می‌باشد. با استفاده از معیار مذکور، محاسبه ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی مطابق رابطه زیر است:

$$\begin{aligned} \gamma_\alpha(x) &= \min \{ \gamma \in R : \varphi(x, \gamma) \geq \alpha \} \\ \emptyset_\alpha(x) &= (1 - \alpha)^{-1} \int_{f(x, y) \geq \gamma_\alpha(x)}^{-\infty} f(x, y) p(y) dy \end{aligned} \quad \text{رابطه (۶)}$$

ارزش در معرض خطر شرطی، که با  $\emptyset_\alpha(x)$  مشخص شده است، برابر ارزش مورد انتظار ضررهای بیشتر از ارزش در معرض خطر می‌باشد و این بیشتر بودن ضرر از  $\gamma_\alpha(x)$  همان قسمت شرطی بودن این سنجه می‌باشد. با در نظر گرفتن تابع  $F_\alpha(x, \gamma)$  به عنوان ارزش در معرض خطر شرطی که تابعی از ارزش در معرض خطر است؛ نحوه محاسبه تابع به شکل رابطه زیر می‌باشد.

$$F_\alpha(x, \gamma) = \gamma + (1 - \alpha)^{-1} \int_{\gamma \in R}^{-\infty} |f(x, y) - \gamma|^+ p(y) dy \quad \text{رابطه (۷)}$$

در رابطه (۱۱)،  $|f(x, y) - \gamma|^+$  نشان دهنده ماکزیمم صفر و مقدار محاسبه شده است. در واقع،

در صورتی که مقدار ضرر از ارزش در معرض خطر بیشتر باشد؛ مقدار صفر در نظر گرفته می‌شود. حال، به منظور خطی سازی رابطه به دست آمده، متغیر  $Z_j$  معرفی شده و مقدار آن با محدودیت نشان داده شده در رابطه (۹) محدود می‌شود تا استفاده از عبارت  $|f(x, y) - \gamma|^+$  که غیرخطی می‌باشد؛ متوقف گردد. در رابطه (۸) مقدار ارزش در معرض خطر شرطی با استفاده از متغیر  $Z_j$  و در رابطه (۹) مقدار محدودیت این متغیر نشان داده شده‌است.

$$F_\alpha(x, \gamma) = \gamma + (1 - \alpha)^{-1} \sum_j \pi_j Z_j \quad \text{رابطه (۸)}$$

$$Z_j \geq f(x, y_j) - \gamma \quad \text{رابطه (۹)}$$

به این ترتیب، معیار نهایی به دست آمده برای ارزش در معرض خطر شرطی مطابق رابطه (۸) با در نظر گرفتن محدودیت (۹) خواهد بود.

#### مدل تحقیق

مدل اولیه توسعه داده شده توسط مارکویتز به منظور بهینه سازی سبد سرمایه‌گذاری، به شرح رابطه زیر می‌باشد.

$$\min z = \sigma_p^2 = \sum_i \sum_j w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

s.t.

$$E(R_p) = \sum_i w_i E(R_i) \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

$$\sum_i w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

در این مدل،  $w_i$ ها متغیرهای تصمیم و وزن تخصیص یافته به هر دارایی مالی می‌باشد.  $\sigma_i$  انحراف معیار دارایی مالی  $i$ ام و  $E(R_i)$  بازدهی مورد انتظار دارایی  $i$ ام می‌باشد. همچنین  $\rho_{ij}$  همبستگی خطی میان بازده دارایی  $i$  و  $j$  می‌باشد.

با به کار بردن معیار ارزش در معرض خطر شرطی به عنوان سنجه ریسک در مدل دو هدفه مارکویتز، می‌توان مدل بهینه سازی سبد سرمایه‌گذاری با این سنجه را توسعه داد. لیکن، مدل توسعه داده شده استوار نبوده و در این مرحله با استفاده از روش برتسیماس و سیم به استوارسازی مدل

### بهینه سازی و مدیریت فعال پابرجای سبد.../صادقی شریف، عبوضلو، مهرآرا و رنجبری وحید

پرداخته می‌شود. مدل نهایی استوار بهینه سازی سبد سرمایه‌گذاری با معیار ارزش در معرض خطر شرطی به عنوان سنج ریسک، مطابق زیر است. شایان ذکر است که مدل تحقیق، بر اساس پژوهش لطفی و زنویس (۲۰۱۸) توسعه داده شده‌است.

$\min Z$

s.t.

$$\sum_i x_i E|y_i| + Z_1 \vartheta_1 + \sum_{i1} P_{i1} - Z = 0$$

$$\gamma + (1 - \alpha)^{-1} \sum_j \pi_j z_j - w \sum_k q_k x_k^0 + Z_2 \vartheta_2 + \sum_{i2} P_{i2} \leq 0$$

$$-z_j + \sum_i -y_j x_i + q_i x_i^0 - \gamma \leq 0$$

رابطه

$$q_i x_i - v_i \sum_k q_k x_k \leq 0$$

(۱۱)

$$\sum_i q_i x_i^0 - \sum_i q_i x_i = 0$$

$$Z_1 + P_{i1j} \geq d y_i f_{i1}$$

$$Z_2 + P_{i2j} \geq d q_i f_{i2}$$

$$-f_{i1} \leq y_i \leq f_{i1}$$

$$-f_{i2} \leq q_i \leq f_{i2}$$

با در نظر گرفتن این مسئله، دو محدودیت بازدهی و ریسک دارای عدم قطعیت می‌باشند. متغیرهای  $Z_1$  و  $Z_2$  تعیین کننده میزان عدم قطعیت هریک از محدودیت‌ها به صورت کلی است و در صورتی که  $\vartheta$  مقدار ۱ بگیرد، حداکثر عدم قطعیت و در صورت ۰ شدن، حداقل عدم قطعیت در نظر گرفته می‌شود. سایر محدودیت‌های اضافه شده، همانند اصول استوارسازی برتسیماس است که توضیح داده شد. لازم به ذکر است که از میان محدودیت‌های مدل، دو محدودیت بازدهی و ریسک، هر دو شامل عدم قطعیت شده و این مسئله یکی از ویژگی‌های جدید پژوهش حاضر است.

اما همانگونه که گفته شد؛ هدف تحقیق حاضر، علاوه بر بهینه سازی پرتفو، مدیریت فعال آن نیز می‌باشد. مدیریت فعال پرتفو در تحقیق حاضر با مدل عمومی‌زیر انجام خواهد شد.

Maximize  $x'E$

s.t.

$$x'1 = 0$$

رابطه (۱۲)

$$x'Vx = T$$

$$\beta_P = \sum w_i \beta_i; i = 1, \dots, n$$

که در آن  $x$  بردار انحراف وزن‌ها از وزن‌های پورتفوی معیار؛  $E$  بردار بازده مورد انتظار دارایی‌ها؛  $V$  ماتریس واریانس کوواریانس بین بازده دارایی‌ها؛  $1$  بردار واحد؛  $T$  واریانس خطای رهگیری که با توجه به میزان ریسک‌پذیری مدیران پورتفوی از قبل مشخص است؛  $\beta_P$  ضریب بتای پورتفوی؛  $w_i$  وزن هر سهم در پورتفوی و  $\beta_i$  ضریب بتای هر سهم می‌باشد.

با اعمال محدودیت‌های پابرجایی برتسیماسی، مدل نهایی پابرجای مدیریت سبد نیز به دست می‌آید که مطابق زیر می‌باشد:

min  $Z$

$$x'E + Z_1 \vartheta_1 + \sum_{i1} P_{i1} - Z = 0$$

s.t.

$$x'1 = 0$$

رابطه (۱۳)

$$x'Vx = T$$

$$\beta_P = \sum w_i \beta_i; i = 1, \dots, n$$

$$Z_1 + P_{i1j} \geq d\gamma_{if_{i1}}$$

به این ترتیب، در تحقیق حاضر با استفاده از دو مدل نهایی پابرجا، به تشکیل سبد بهینه و مدیریت آن پرداخته می‌شود که البته، روش حل آن با استفاده از الگوریتم کلونی زنبور عسل خواهد بود.

### روش شناسی پژوهش

الگوریتم الهام گرفته از زنبورها، یکی دیگر از الگوریتم‌های فراابتکاری می‌باشد که در سال‌های اخیر در زمینه هوش جمعی پدیدار شده است. رفتار اجتماعی منظم این موجودات، همواره منشا الهام و مبدأ مطالعات علمی قرار گرفته است. الگوریتم ABC نوعی الگوریتم کاوش محور است که بر اساس رفتار

## بهبود سازی و مدیریت فعال پارچای سبد.../صادقی شریف، عبوضلو، مهرآرا و رنجبری وحید

هوشمندانه و جستجوگرانه زنبورهای عسل به هنگام جستجوی منابع غذایی در طبیعت شبیه سازی شده است (کارابوگا و آکای، ۲۰۰۹).

کلونی زنبورهای عسل مصنوعی شامل سه گروه از زنبورها است؛ زنبورهای کارگر، زنبورهای ناظر و زنبورهای دیده بان تعداد زنبورهای کارگر با تعداد زنبورهای ناظر با هم برابر و این برابر با تعداد منابع غذایی یا همان جوابها است؛ یعنی هر زنبور مسئول یک جواب در حافظه است. الگوریتم ABC، با یک جمعیت اولیه از جوابهای تصادفی، جستجو را آغاز می کند؛ سپس با استفاده از یک فرآیند تکرار، سعی در بهبود جوابهای تصادفی میکند. جمعیت اولیه مطابق فرمول (۱۴) ایجاد می شود.

$$x_{ij} = x_j^{min} + rand(x_j^{max} - x_j^{min}) \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

که در آن  $i=1, \dots, SN$ ،  $j=1, \dots, D$  و  $D$  بعد یا همان تعداد پارامترهای مسئله و  $SN$  اندازه جمعیت اولیه است.  $X^{max}$  و  $X^{min}$  به ترتیب از راست به چپ بازده مقادیر پارامترهای مسئله هستند. در حین جستجو، زنبورهای کارگر ضمن جمع آوری شهد، اطلاعاتی را در خصوص منبع غذایی خود جمع آوری می کنند که این اطلاعات شامل مسافت و موقعیت منبع غذایی و همچنین میزان و طعم شهد موجود در آن می باشد. در فاز زنبور کارگر برای هر  $X_i$  (جواب در حافظه)، یک همسایگی جدید  $V_i$  طبق فرمول زیر تولید می شود:

$$v_{i,j} = x_{i,j} + \varphi_{i,j}(x_{i,j} - x_{k,j}) \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

که در آن  $k \in [1, SN]$  و  $j \in [1, D]$  است.  $x_{k,j}$  یک همسایگی برای  $x_{i,j}$  در جمعیت است. به طوری که  $i \neq k$  باشد؛ مقدار  $k$  به صورت تصادفی انتخاب می شود و  $\varphi_{i,j}$ ، مقداری تصادفی در بازه  $[-1, 1]$  اتخاذ می کند. در نهایت با انتخاب حریصانه مبتنی بر شایستگی بین  $X_i$  و  $V_i$ ، آن جوابی که در جمعیت شایسته تر است، در مکان  $i$  ام قرار می گیرد. شایستگی هر جواب از طریق فرمول زیر محاسبه می شود:

$$fit_i = \begin{cases} \frac{1}{1 + f(X_i)} & \text{if } f(X_i) \geq 0 \\ \frac{1}{1 + |f(X_i)|} & \text{if } f(X_i) < 0 \end{cases} \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

سپس زنبورهای کارگر اطلاعات مربوط به جوابها را از طریق رقص در مرکز تجمع کندو با زنبورهای ناظر در میان می گذارند که این معادل با نسبت دادن احتمال به هر جواب موجود در حافظه است. احتمال هر جواب طبق فرمول زیر بدست می آید:

$$p_i = \frac{fit_i}{\sum_{i=1}^{SN} fit_i} \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

زنبورهای ناظر پس از دریافت این اطلاعات، بهترین منبع غذایی را در همسایگی نقطه‌ی تعیین شده توسط زنبورهای کارگر، انتخاب می‌نمایند. در این فاز، زنبور ناظر با انتخاب تصادفی مبتنی بر احتمال جوابها، جوابی مطابق با فرمول (۱۵) تولید کرده و به جستجوی یک همسایگی  $V_i$ ، برای این جواب انتخاب شده می‌پردازد مطابق با فرمول (۱۶) جوابی که شایستگی بیشتری دارد، احتمال اینکه توسط زنبور ناظر انتخاب شود، بیشتر است.

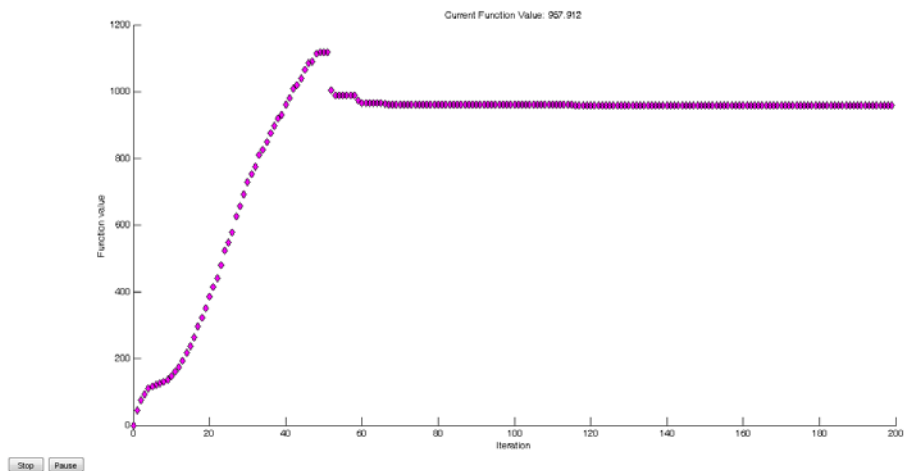
برای جلوگیری از به دام افتادن در بهینه محلی، در فاز زنبور دیده بان، جوابی که مقدار شمارنده آن از یک مقدار حد<sup>۷</sup>، بیشتر باشد، رها شده و زنبور کارگر مسئول این جواب، به زنبور دیده بان تبدیل می‌شود؛ سپس با استفاده از جستجوی تصادفی مطابق با فرمول (۱۲)، جواب جدیدی را تولید کرده و در حافظه جایگزین جواب حذف شده می‌کند و مقدار شمارنده جواب حذف شده، صفر میشود. در هر تکرار الگوریتم، بهترین جواب نگهداری می‌شود.

#### یافته‌های پژوهش

به منظور آزمون کارایی مدل پیشنهادی تحقیق، مورد مطالعاتی، بورس اوراق بهادار تهران در نظر گرفته شده‌است. بر این اساس، اطلاعات مربوط به قیمت‌های بسته شدن سهام حاضر در بورس برای سال‌های ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۷ جمع آوری شده و با تبدیل آنها به مقادیر بازدهی، پایگاه داده تحقیق شکل گرفته‌است.

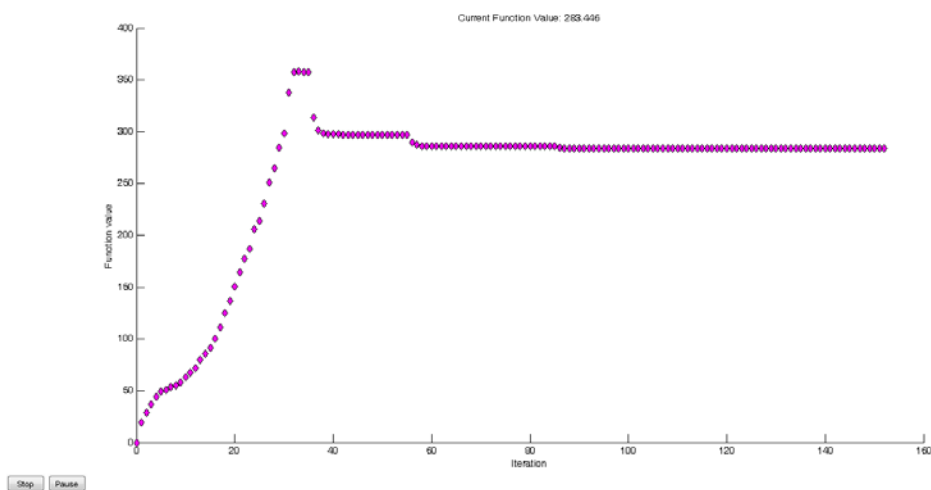
با اعمال شرایطی از جمله حضور در تابلوی معاملاتی در بازه تحقیق، عدم تعلیق بیش از ۲ ماه سهم، عدم در نظر گرفتن مؤسسات مالی و بانکها و همچنین در دسترس بودن اطلاعات مالی نمادها، تعداد ۲۹۳ سهم در پایگاه داده تحقیق باقی ماندند. در خصوص ۲۹۳ سهم باقیمانده، اطلاعات مربوط به سال‌های ۱۳۹۵، ۱۳۹۶ و شش ماهه اول ۱۳۹۷ به عنوان داده‌های آموزش و داده‌های مربوط به شش ماهه دوم سال ۱۳۹۷ به عنوان داده‌های تست در نظر گرفته شده‌اند. بنابراین، بهینه سازی الگوریتم کلونی زنبور عسل با داده‌های ۲٫۵ سال اول صورت پذیرفته و سپس کارایی روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های رقیب، در ۰٫۵ سال نهایی انجام شده‌است. با وارد کردن اطلاعات مربوط به بازدهی این ۲۹۳ سهم و مدل‌سازی کلونی زنبور عسل، مسئله به صورت دو هدفه حل شده‌است که هدف اول آن بیشینه سازی بازدهی و هدف دوم آن، کمینه سازی ریسک است. بر این اساس، شکل زیر با توجه به هدف بیشینه سازی بازده پرتفو به دست آمده‌است.

## بهینه سازی و مدیریت فعال پابرجای سبد.../صادقی شریف، عبوضلو، مهرآرا و رنجبری وحید



شکل ۱: همگرایی بازده پرتفوی ایجاد شده توسط کلونی زنبور عسل

همانگونه که مشاهده می‌شود؛ بازده نهایی که الگوریتم به سمت آن همگرا شده‌است؛ از بیشینه بازدهی به دست آمده کمتر است. این مسئله، به دلیل ماهیت دو هدفه بودن الگوریتم است که به منظور بیشینه سازی هر دو هدف به صورت همزمان، لازم است مقداری از بهینگی مجزای هر یک از آنها کاسته شود. همین مسئله در مورد کمینه سازی معیار ریسک سبد نیز در شکل زیر نمایش داده شده‌است.



شکل ۲: همگرایی ریسک پرتفوی ایجاد شده توسط کلونی زنبور عسل

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهل و سوم / تابستان ۱۳۹۹

در مورد ریسک سبد نیز، مقدار ریسک که الگوریتم به سمت آن همگرا شده است؛ از مقدار ریسک بیشینه کمتر است و همین مسئله نشان دهنده کارایی الگوریتم در کاهش ریسک سبد می باشد. بنابراین، کاهش بازدهی در شکل (۱)، مقارن با کاهش ریسک در شکل (۲)، باعث بهینگی هر دو هدف به صورت همزمان می گردد.

در گام اول، الگوریتم کلونی زنبور عسل، یک رمز کارا بر اساس رابطه (۱۱) ایجاد می کند که برای تشکیل اولیه پرتفو به کار می رود. در این مرحله، پرتفوی دوره اول در حال ایجاد است. کارایی الگوریتم در ایجاد بازدهی، در جدول زیر برای روش پیشنهادی و روش های کلاسیک مقایسه شده اند.

جدول ۱: مقایسه کارایی روش های مختلف تشکیل پرتفو در خصوص داده های تست

تعداد سهام	معیار ترین	$R_p$	$\beta_p$	روش
۷۴	۰/۱۰۱	۰/۰۵۲	۰/۸۳	تحقیق حاضر
۲۹۳	۰/۰۵۴	۰/۰۳۸	۱	بازار
۴۳	۰/۰۷۲	۰/۰۴۳	۱/۰۷	مارکویتز

به این ترتیب، می توان گفت که کارایی پرتفوی اولیه تشکیل شده تحقیق، از پرتفوی تشکیل شده با روش کلاسیک مارکویتز و کل بازار، بالاتر است.

حال، نوبت به استفاده از رابطه (۱۳) و حل آن با الگوریتم کلونی زنبور عسل می رسد. بر این اساس، کارایی مدل پیشنهادی با روش های خرید و نگهداری، شاخص بازار و اندیکاتورهای MACD و RSI تحلیل تکنیکی مقایسه شده است. شایان ذکر است که بازه مقایسه، ۱ سال در نظر گرفته شده و دوره تجدید نظر در پرتفو نیز به صورت ماهیانه فرض شده است. نتایج، در جدول زیر نمایش داده شده است.

جدول ۲: نتایج مدیریت فعال پرتفوی بهینه تشکیل شده در خصوص داده های تست

تعداد معاملات	بازدهی	روش
۱۷۸	۰/۱۲	تحقیق حاضر
-	۰/۰۷	بازار
-	۰/۰۸	خرید و نگهداری
۲۱۴	۰/۰۹	MACD
۳۳۲	۰/۱	RSI



## بهینه سازی و مدیریت فعال پابرجای سبد.../صادقی شریف، عبوضلو، مهرآرا و رنجبری وحید

بر اساس جدول (۲)، مشخص است که با کمترین تعداد معامله (نسبت به دو اندیکاتور تکنیکی؛ چرا که در شاخص بازار و خرید و نگهداری، معامله ای انجام نمی‌شود)، بیشترین بازدهی با مدل پابرجای پیشنهادی تحقیق انجام شده است. بر این اساس، می‌توان گفت که مدل تحقیق، هم از حیث تشکیل پرتفوی اولیه و هم از حیث مدیریت فعال پرتفو برای ۱۲ دوره متوالی یکساله، از روش‌های کلاسیک کارایی بالاتری داشته است.

### **نتیجه‌گیری و پیشنهادها**

بهینه سازی سبد سرمایه‌گذاری از دهه ۵۰ میلادی، مورد توجه محققین بوده و مدل‌های متنوعی در خصوص آن توسعه داده شده است. لیکن، بحث مدیریت فعال سبد سرمایه‌گذاری، در بیشتر تحقیقات انجام شده مورد توجه قرار نگرفته است. به همین جهت، در تحقیق حاضر، علاوه بر تشکیل پرتفو با سنجه ریزش مورد انتظار و به صورت پابرجا، بحث مدیریت فعال پابرجای سبد سرمایه‌گذاری نیز در دستور کار قرار گرفته است.

ارزش در معرض خطر شرطی یا ریزش مورد انتظار، یکی از معیارهای نوین سنجش ریسک به حساب می‌آید که ایرادات وارد شده به واریانس، نیم واریانس و ارزش در معرض خطر به آن مرتبط نیست. لیکن، همچون سایر سنجه‌های ریسک، برای استفاده از آن در پرتفو، لازم است که مقدار آن با توجه به داده‌های پیشین تخمین زده شود. این در حالی است که رخدادهای مالی غیرقابل پیش بینی و بحران‌های اقتصادی و سیاسی ناگهانی، ثابت کرده اند که امکان تخمین دقیق سنجه‌های بازدهی و ریسک سهام مختلف وجود ندارد. به همین جهت، باید در بحث مدل‌سازی، عدم قطعیت پارامترها را نیز در نظر گرفت. یکی از روش‌های کارآمد توسعه داده شده برای این مهم، مدل‌سازی پابرجا است که روش‌های متعددی در مورد آن توسعه داده شده است؛ در تحقیق حاضر، روش برتسیماس برای استوارسازی مدل بهینه سازی سبد سرمایه‌گذاری انتخاب شده است.

برای حل دو مدل توسعه داده شده برای تحقیق، از الگوریتم کلونی زنبور عسل و نرم افزار MATLAB استفاده شده است. بر اساس نتایج به دست آمده، در بخش اول یعنی تشکیل سبد سرمایه‌گذاری پابرجا، کارایی روش پیشنهادی، از روش کلاسیک مارکوویتز و شاخص بازار در ایجاد بازدهی و ریسک بالاتر بوده است. در بخش دوم یعنی مدیریت فعال پابرجای سبد نیز، کارایی روش پیشنهادی از شاخص، استراتژی خرید و نگهداری و دو اندیکاتور MACD و RSI در مدیریت پرتفو، بالاتر ارزیابی شده است.

## فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار / شماره چهل و سوم / تابستان ۱۳۹۹

به این ترتیب، در تحقیق حاضر، با استفاده از روش مدل‌سازی پابرجای برتسیماس، دو مدل تشکیل و مدیریت فعال سبد، توسعه داده شده و مدل‌های توسعه داده شده با الگوریتم کلونی زنبور عسل حل شده‌اند. با توجه به کارایی بالاتر این روش در ایجاد بازدهی بالاتر و ریسک پایین‌تر و همچنین هزینه‌های معاملاتی کمتر، می‌توان در عمل به استفاده از آن در جهت سبده‌گردانی و سرمایه‌گذاری بهینه در بازار سرمایه استفاده نمود.

- 1) Lotfi, Somayyeh, and Stavros A. Zenios. "Robust VaR and CVaR optimization under joint ambiguity in distributions, means, and covariances." *European Journal of Operational Research* 269.2 (2018): 556-576.
- 2) Bertsimas, D., & Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations research*, 52(1), 35-53.
- 3) Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
- 4) Lin, C. M., & Gen, M. (2007). An effective decision-based genetic algorithm approach to multiobjective portfolio optimization problem. *Applied Mathematical Sciences*, 1(5), 201-210.
- 5) Lin, C. C., & Liu, Y. T. (2008). Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research*, 185(1), 393-404.
- 6) Hao, F. F., & Liu, Y. K. (2009). Mean-variance models for portfolio selection with fuzzy random returns. *Journal of Applied Mathematics and Computing*, 30(1-2), 9.
- 7) Chang, T. J., Yang, S. C., & Chang, K. J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(7), 10529-10537.
- 8) Ben-Tal, A., Margalit, T., & Nemirovski, A. (2000). Robust modeling of multi-stage portfolio problems. In *High performance optimization* (pp. 303-328). Springer, Boston, MA.
- 9) Karaboga, D., & Akay, B. (2009). A comparative study of artificial bee colony algorithm. *Applied mathematics and computation*, 214(1), 108-132.
- 10) Peykani, P., & ROGHANIAN, E. (2015). THE APPLICATION OF DATA ENVELOPMENT ANALYSIS AND ROBUST OPTIMIZATION IN PORTFOLIO SELECTION PROBLEMS.
- 11) Lin, C. M., & Gen, M. (2007). An effective decision-based genetic algorithm approach to multiobjective portfolio optimization problem. *Applied Mathematical Sciences*, 1(5), 201-210.
- 12) Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. (1999). Robust solutions of uncertain linear programs. *Operations research letters*, 25(1), 1-13.
- 13) Peykani, P., & ROGHANIAN, E. (2015). THE APPLICATION OF DATA ENVELOPMENT ANALYSIS AND ROBUST OPTIMIZATION IN PORTFOLIO SELECTION PROBLEMS.

یادداشت‌ها :

- 
- 1 Markowitz
  - 2 Mean-Var
  - 3 Value at Risk (VaR)
  - 4 Conditional Value at Risk (CVaR)
  - 5 Robust
  - 6 Bertsimas
  - 7 Limit