فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره چهل و پنجم / زمستان ۱۳۹۹

ارزیابی عملکرد شعب بانک با شاخص‌های مالی با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های نسبتی

سمیه راضی پور قلعه جوق[۱]
فرهاد حسین زاده لطفی[۲]
محسن رستمی مالخلیفه[۳]
حمید شرفی[۴]

تاریخ دریافت مقاله : ۹۸/۱۱/۰۶ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۹/۰۳/۰۲

چکیده

بانک‌ها به عنوان اصلی‌ترین بخش سیستم مالی نقش مهی در توسعه اقتصادی هر کشور دارند. محاسبه کارایی و در نتیجه یافتن نقاط قوت و ضعف شعب، تاثیر بسزایی در افزایش بهره‌وری بانک‌ها دارد. تحلیل پوششی داده‌ها یکی از تکنیک‌های ارزیابی عملکرد می‌باشد که علاوه بر محاسبه کارایی نسبی قادر به معرفی نقاط الگو برای واحدهای تصمیم گیرنده ناکارا است. این تکنیک قادر به ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم گیرنده با چندین ورودی و چندین خروجی می‌باشد. در این مقاله با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها، مدلی برای ارزیابی، تحلیل حساسیت و الگویابی ۱۸ شعبه یکی از بانک‌های تجاری ایران با نسبت‌های مالی ارایه شده است. بدین منظور مدلی برای تخمین خروجی با داده‌های نسبتی طراحی شده است که با تغییر مقادیر ورودی، میزان تغییرات مورد نیاز در خروجی‌ها برای حفظ کارایی و همچنین حفظ رتبه با استفاده از مدل داده نسبتی پیشنهادی قابل محاسبه می‌باشد.

کلمات کلیدی

تحلیل پوششی داده‌ها، داده‌های نسبتی، الگویابی، تحلیل حساسیت.

۱-گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. Somayeh_razipour@yahoo.com
۲-گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.(نویسنده مسئول) farhad@hosseinzadeh.ir
۳-گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. Mohsen_rostamy@yahoo.com
۴-گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. Hamid_sharafi2013@yahoo.com

مقدمه

مدیریت سازمان‌ها بدون سنجش عملکرد امکان پذیر نمی‌باشد. ارزیابی عملکرد از مهمترین ابزارهای تصمیم‌گیری است. از طرفی یکی از شیوه‌های بهبود عملکرد سازمان‌ها، ارزیابی مقایسه‌ای است، ارزیابی مقایسه‌ای کمک می‌کند نقاط قوت سازمان‌ها در زمینه‌های مختلف مشخص شود و در نتیجه بهترین عملکرد شناسایی گردد. بانک‌ها به منظور داشتن سهم بیشتری از بازار و در نتیجه سود بیشتر، تلاش می‌کنند عملکرد خود را تا حد ممکن بهبود بخشند. در این میان معرفی الگوهای مناسب، به مدیران کمک می‌کند تا نقاط ضعف شعب ناکارا را شناسایی کرده و با استفاده از سیاست‌ها و عملکرد شعب کارا، نقاط ضعف را مرتفع سازند. تحلیل پوششی داده‌ها یکی از ابزارهای تصمیم‌گیری می‌باشد که قادر است کارایی نسبی واحدهای تصمیم گیرنده با چندین ورودی و چندین خروجی را محاسبه کند. این تکنیک اولین بار توسط چارنز و همکاران در سال۱۹۷۸[۸] مطرح گردید. معرفی نقاط الگو برای واحدهای تصمیم گیرنده ناکارا یکی از مزیت‌های این تکنیک نسبت به سایر روش‌های موجود ارزیابی عملکرد می‌باشد.

برگر و همکاران (۱۹۹۷) با توجه به شاخص‌های ارزیابی، مطالعات در زمینه ارزیابی عملکرد بانک‌ها را به دو دسته رویکرد تولیدی[۱] و رویکرد میانی[۲] تقسیم کردند. در رویکرد اول، بانک‌ها واحدهای خدمات‌رسانی محسوب می‌شوند که کارمندان به عنوان ورودی و خدمات داده شده به مشتریان به عنوان خروجی در نظر گرفته می‌شوند. درحالی‌که در رویکرد دوم بانک‌ها به عنوان آژانس‌های میانی بین افرادی که موجودی خود را پس انداز می‌کنند و سرمایه گذارانی که سرمایه‌ها را ذخیره می‌کنند و وام می‌دهند، در نظر گرفته می‌شوند[۷]. پارادی و همکاران (۲۰۱۸) در مقاله مروری خود، به رویکرد دیگری به نام سود بخشی[۳] نیز اشاره کردند[۱۸]. در تحقیقات مختلف در رابطه با محاسبه عملکرد بانک‌ها، با توجه به نوع معامله و داد و ستد آنها ورودی‌ها و خروجی‌های مختلفی به عنوان شاخص‌های ارزیابی در نظر گرفته شده است. برای اطلاع از انتخاب ورودی‌ها و خروجی‌های از دیدگاه‌های مختلف در ارزیابی بانک‌ها به کفاش و مارا (۲۰۱۷) رجوع کنید. آنها مدل‌های مختلف تحلیل پوششی داده‌ها و شاخص‌های بکار رفته در ارزیابی بانک‌ها را از سال ۱۹۸۵ تا ۲۰۱۶ میلادی مرور کردند[۱۳].

در این تحقیق، کارایی ۱۸ شعبه یکی از بانک‌های تجاری ایران با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های نسبتی(DEA-R[۴]) ارزیابی شده و سپس با استفاده از مدل پیشنهادی تحلیل حساسیت کارایی شعب مورد مطالعه قرار گرفته است.

مبانی نظری و پیشینه تحقیق

پیشینه تحقیق

در زمینه ارزیابی موسسات مالی و بانک‌ها با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها تحقیقات بسیاری انجام شده است از جمله مطالعات انجام شده در این زمینه می‌توان به موارد ذیل اشاره کرد:

احد زاده نمین و همکاران (۱۳۹۷) در پژوهشی به ارزیابی عملکرد ۴۰ شعبه درجه ۱ یکی از بانک‌های تجاری با استفاده از رویکرد کنترل وزن در تحلیل پوششی داده‌ها پرداختند. آنها ۲ شاخص ورودی و ۴ شاخص خروجی برای محاسبه کارایی در نظر گرفتند و نشان دادند که محدودیت‌های وزن در نظر گرفته شده باعث بهبود ارزیابی عملکرد شعب شده است.[۲]

عرب مازار و همکاران (۱۳۹۷) کارایی ۱۸ بانک ایران را با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای در طی سال‌های ۱۳۹۳- ۱۳۸۹ مورد مطالعه قرار دادند و با توجه به نتایج به دست آمده از تحقیق، عملکرد بانک‌های مورد مطالعه را تحلیل کردند.[۴]

کرد رستمی و همکاران (۱۳۹۴) عملکرد نیروی انسانی و شعب بانک صادرات استان گیلان را مورد ارزیابی قرار دادند. آنها عوامل موثر بر عملکرد روسای شعب را از دو منظر و بر اساس شاخص‌های فردی و عملکردی مورد ارزیابی قرار دادند و در نهایت با شناسایی نقاط ضعف و قوت راهکارهایی برای افزایش کارایی ارایه کردند.[۵]

اونیچه و همکاران[۱۷] و فتی و همکاران[۱۰] مطالعات انجام شده در رابطه با ارزیابی عملکرد موسسات مالی با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها را مرور کردند و تحقیقات انجام شده را با توجه به شاخص‌های ارزیابی و ورودی‌ها و خروجی‌های انتخاب شده، دسته بندی کردند.

محرابیان و همکاران (۱۳۹۰) با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها و روش شبکه عصبی به ارزیابی کارایی شعب بانک اقتصاد نوین پرداختند و با استفاده از الگوریتم بازگشتی در شبکه عصبی کارایی یک واحد در مجموعه داده بزرگ را تخمین زدند.[۶]

عادل آذر و همکاران (۱۳۸۰) به اندازه گیری کارایی نسبی شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار با رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها پرداختند. نتایج پژوهش بیانگر آن است که مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها، برای رتبه بندی و ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم گیرنده مناسب هستند.[۱]

خواجوی و همکاران (۱۳۸۹) روش تحلیل پوششی داده‌ها را به عنوان مکملی برای تحلیل سنتی نسبت‌های مالی مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که این روش نسبت‌های مالی مختلف را

به یک معیار واحد و قابل مقایسه به نام کارایی تبدیل می‌کند و لذا مکمل خوبی برای تحلیل سنتی نسبت‌های مالی می‌باشد. در نهایت شرکت‌های مورد مطالعه با توجه به مقدار کارایی به دو دسته کارا و ناکارا تقسیم شدند.[۳]

جوموش و چلیکول (۲۰۱۱) عملکرد شرکت‌های استانبول را برای سه سال متوالی مورد مطالعه قرار دادند و به مطالعه ارتباط بین تحلیل پوششی داده‌ها و نسبت‌های مالی پرداختند و دریافتند که این دو در نسبت‌های نقدینگی و سودآوری مکمل یکدیگر هستند.[۱۱]

هالکوز و سلاموریس (۲۰۰۴) با استفاده از نسبت‌های مالی و تحلیل پوششی داده‌ها به ارزیابی عملکرد در بانکداری یونان پرداختند. نتیجه پژوهش آنها بیانگر آن است که تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها را می‌توان هم به عنوان جایگزین و هم به عنوان مکمل روش‌های سنتی تحلیل نسبت‌های مالی به کار برد.[۱۲]

اگر داده‌ها به صورت نسبتی از داده‌های ورودی به داده‌های خروجی و یا بالعکس باشند، مدل‌های DEA نمی‌توانند کارایی و الگو را مشخص کنند و این مدل‌های DEA-R می‌باشند که این مشکل را حل می‌کنند. DEA-R تلفیقی از تحلیل پوششی داده‌ها و داده‌های نسبتی است که اولین بار توسط دپیک و همکاران (۲۰۰۷) مطرح گردید.[۹] آنها با معرفی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها بر اساس تحلیل کسری رابطه بین میانگین حسابی، هندسی و وزنی مقدار کارایی را به دست آوردند.

هرچند تحقیقات گسترده‌ای در زمینه ارزیابی عملکرد موسسات مالی و بانک‌ها با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها انجام شده است اما در رابطه با DEA-R چنین نمی‌باشد. از جمله مطالعات انجام شده در این زمینه عبارتند از:

وی و همکاران (۲۰۱۱) مدل‌های DEA بدون ورودی آشکار را پیشنهاد کردند. آنها بحث داده‌های نسبتی را برای ۱۵ موسسه تحقیقاتی در چین با معرفی مجموعه امکان تولید مطرح نمودند.[۱۹]

مظفری و همکاران (۲۰۱۲) رابطه بین مدل‌های DEA بدون ورودی آشکار و مدل‌های DEA-R را بررسی نمودند[۱۵]. همچنین مظفری و همکاران (۲۰۱۴) بحث کارایی درآمد و هزینه در مدل‌های DEAو DEA-R را با داده‌های نسبتی مورد مطالعه قرار دادند[۱۶].

کامیاب و همکاران (۲۰۲۰)، ۱۳ بانک تجاری را بر اساس تخصیص منابع مرکزی در شبکه دو مرحله-ای با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های نسبتی ارزیابی کردند و نشان دادند که مدل پیشنهادی باعث بهبود ارزیابی عملکرد با ساختار شبکه‌ای می‌باشد.[۱۴]

مبانی نظری

تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌های تکنیکی ناپارامتریک برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم گیرنده می‌باشد. این روش با تخمین مرز کارایی به محاسبه مقدار کارایی واحدهای تصمیم گیرنده می‌پردازد.

فرض کنید n واحد تصمیم گیرنده با m ورودی و s خروجی، مشاهده شده است به طوریکه $X_j = (x_{1j},...,x_{mj}) > 0$ و $Y_j = (y_{1j},...,y_{sj}) > 0$. مجموعه امکان تولید($PPS^{\Delta}$) شامل تمام بردارها به صورت (X,Y) است به طوری‌که بردار خروجی Y توسط بردار ورودی X تولید می‌شود. با پذیرفتن اصول شمول مشاهدات، تحدب، امکان پذیری، بازده به مقیاس ثابت و کمینه برونیابی، مجموعه امکان تولید ذیل حاصل می‌شود:

$$T_C = \left\{ (X,Y) \mid \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_j \le X, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_j \ge Y, \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \lambda_j \ge 0 \;\; j = 1,...,n \right\}$$

با توجه به مجموعه امکان تولید فوق، چارنز و همکاران (۱۹۷۸) [۸] مدل ذیل را معرفی کردند که به مدل CCR معروف می‌باشد:

$$\begin{aligned} Min \quad & \theta \\ s.t. \quad & y_{rp} \le \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \qquad r = 1,...,s \\ & \theta x_{ip} \ge \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \qquad i = 1,...,m \\ & \sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1 \\ & \lambda_j \ge 0 \qquad\qquad j = 1,...,n \end{aligned} \qquad (۱)$$

تعریف(۱): DMU_p کارای CCR است اگر و فقط اگر در بهینگی، مقدار تابع هدف مدل(۱) برابر یک شود.

دپیک و همکاران (۲۰۰۷) [۹] مدلی برای ارزیابی واحدهای تصمیم گیرنده با داده‌های نسبتی معرفی کردند و سپس مظفری و همکاران (۲۰۱۲) [۱۵] فرم دوآل آن را بیان کردند. مدل تحلیل پوششی داده‌های نسبتی در ماهیت خروجی به صورت ذیل می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&Max\ \varphi \\
&s.t. \\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j \left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}} \right) \geq \frac{y_{rp}}{x_{ip}} \varphi \qquad ; i = 1,\ldots,m, r = 1,\ldots,s \\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \quad \lambda_j \geq 0 \qquad ; j = 1,\ldots,n.
\end{aligned} \tag{۲}
$$

تعریف(۲): DMU_p برای داده‌های نسبتی، کارای CCR در ماهیت خروجی(CCR-R-O) است اگر و فقط اگر در بهینگی، مقدار تابع هدف مدل (۲) برابر یک شود.[۱۵]

مدل‌ها و روش شناسی تحقیق

نسبت‌های مالی ابزاری برای تجزیه و تحلیل صورت‌های مالی هستند که مورد توجه تحلیل گران مالی، سرمایه گذاران و مدیران مالی می‌باشد.

تحقیقات بسیاری که در زمینه ارزیابی عملکرد در بانکداری با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها انجام شده است، اما شمار اندکی به مطالعه ارزیابی عملکرد با تحلیل پوششی داده‌های نسبتی پرداخته‌اند. در این پژوهش شاخص‌های ارزیابی شعب بانک به صورت نسبتی هستند و لذا مقدار کارایی با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌های نسبتی محاسبه شده است. ابتدا مقدار کارایی شعب محاسبه شده است، سپس تغییرات و تحلیل حساسیت شعب مورد مطالعه قرار گرفته شده است. این اولین تحقیق در رابطه با تحلیل حساسیت بانک‌ها با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های نسبتی می‌باشد.

سوال مطرح شده آن است که با تغییر مقادیر ورودی، به چه میزان تغییر در بردار خروجی نیاز است تا مقدار کارایی همچنان ثابت باقی بماند. به بیان دیگر اگر مبلغ سود پرداختی افزایش یابد، مقادیر خروجی نیازمند چه مقدار افزایش هستند تا هر شعبه مقدار کارایی خود را حفظ نماید.

فرض کنید (X_p, Y_p) بیانگر بردار ورودی‌های مصرف شده و خروجی‌های تولید شده توسط DMU_p باشد. در پاسخ به سوال تحقیق، اگر ورودی‌ها با نسبت ΔX_p افزایش یابند، به دنبال یافتن میزان نسبت افزایش خروجی‌ها هستیم به طوری‌که که کارایی ثابت باقی بماند.

$\Delta X_p \geq 1$ و $\Delta Y_p \geq 1$ به ترتیب بیانگر نسبت افزایش ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشند به طوریکه بردار ΔX_p مقادیری معلوم و بردار ΔY_p مجهول هستند. تغییرات ایجاد شده در DMU_p، به عنوان

یک واحد تصمیم‌گیرنده جدید به نام DMU_{n+1} در نظر گرفته شده است. بردار ورودی و خروجی واحد تصمیم گیرنده جدید برابر است با:

$$\alpha_p = X_p \times \Delta X_p = (x_{1p}.\Delta x_{1p},...,x_{mp}.\Delta x_{mp})$$

$$\beta_p^* = Y_p \times \Delta Y_p = (y_{1p}.\Delta y_{1p},...,y_{sp}.\Delta y_{sp})$$

مدل پیشنهادی برای ارزیابی واحد تصمیم گیرنده جدید به صورت ذیل می‌باشد:

$$Max\ \varphi^+$$

$$s.t.$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}}\right)+\lambda_{n+1}\left(\frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}}\right)\geq\frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}}\varphi^+ \qquad ;i=1,...,m,r=1,...,s$$

$$\sum_{j=1}^{n+1}\lambda_j=1,\quad \lambda_j\geq 0 \qquad ;j=1,...,n+1. \qquad (۳)$$

تعریف (۳): اگر مقدار بهین توابع هدف مدل‌های (۲) و (۳) یکسان باشد بدان معنی است که مقدار کارایی DMU_p ثابت باقی مانده است. به بیان دیگر $\varphi^*(X_p,Y_p)=\varphi^{+*}(\alpha_p,\beta_p^*)$.

برای تخمین بردار خروجی و یافتن مقادیر $\beta_p^*=(\beta_{1p}^*,...,\beta_{sp}^*)$، مساله برنامه ریزی خطی چند هدفه ذیل استفاده شده است:

$$Max\ (\beta_{1p},\beta_{2p},...,\beta_{sp})$$

$$s.t.$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j\left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}}\right)\geq\frac{\beta_{rp}}{\alpha_{ip}}\varphi^* \qquad ;i=1,...,m,r=1,...,s$$

$$\beta_{rp}>y_{rp} \qquad ;r=1,...,s,i=1,...,m$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j=1,\quad \lambda_j\geq 0 \qquad ;j=1,...,n. \qquad (۴)$$

که در آن $(\lambda,\beta_p)\in R^n\times R^s$ بردار متغیرها است و φ^* مقدار بهینه مدل (۲) می‌باشد.

لم(۱): اگر (λ^*, β_p^*) یک جواب پاراتو ضعیف مساله چند هدفه (۴) باشد وهمچنین φ_p^* جواب بهینه مساله (۲) باشد، آنگاه جواب بهینه مساله (۲) در ارزیابی (α_p, β_p^*) برابر است φ_p^*.

برهان: مساله زیر را در نظر بگیرید:

$$
\begin{aligned}
&Max\ \varphi_p \\
&s.t. \\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j \left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}} \right) \geq \frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}} \varphi_p \qquad ; i = 1,...,m, r = 1,...,s \\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \quad \lambda_j \geq 0 \qquad ; j = 1,...,n.
\end{aligned} \tag{۵}
$$

فرض کنید $(\tilde{\lambda}, \tilde{\beta}_p, \tilde{\varphi}_p)$ جواب بهینه مساله (۵) باشد. از طرفی طبق فرض (λ^*, β_p^*) جواب پاراتو مساله(۴) می‌باشد لذا:

$$
\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^* \left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}} \right) \geq \frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}} \varphi_p^* \qquad ; i = 1,...,m, r = 1,...,s \\
&\beta_{rp}^* > y_{rp} \qquad ; r = 1,...,s, i = 1,...,m \\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j^* = 1, \quad \lambda_j^* \geq 0 \qquad ; j = 1,...,n
\end{aligned}
$$

پس $(\lambda^*, \beta_p^*, \varphi_p^*)$ یک جواب شدنی برای مساله (۵) می‌باشد.لذا $\tilde{\varphi}_p \geq \varphi_p^*$.

اگر $\tilde{\varphi}_p > \varphi_p^*$ آنگاه $\sum_{j=1}^{n} \tilde{\lambda}_j \left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}} \right) \geq \frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}} \tilde{\varphi}_p > \frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}} \varphi_p^*$ وجود دارد $k > 1$ به طوری که $k \frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}} > k \frac{y_{rp}}{x_{ip}} > \frac{y_{r}}{x_{i}}$ و $\sum_{j=1}^{n} \tilde{\lambda}_j \left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}} \right) \geq \frac{k\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}} \varphi_p^*$. پس $(\lambda^*, k\beta_p^*)$ یک جواب شدنی برای مساله (۴) است و این با فرض پاراتو ضعیف بودن (λ^*, β_p^*) در تناقض است زیرا $k\beta_p^* > \beta_p^*$ پس $\tilde{\varphi}_p = \varphi_p^*$. ■

لم(۲): فرض کنید (λ^*, β_p^*)جواب شدنی مساله (۴) باشد. اگر φ_p^* جواب بهینه مساله (۵) باشد، آنگاه (λ^*, β_p^*)جواب پاراتو ضعیف مساله (۴) است.

برهان خلف: به خلف فرض کنیم (λ^*, β_p^*)جواب پاراتو ضعیف مساله (۴) نباشد. پس وجود دارد جواب شدنی $(\bar{\lambda}, \bar{\beta}_p)$ به طوری‌که $\bar{\beta}_p > \beta_p^*$. این جواب شدنی $(\bar{\lambda}, \bar{\beta}_p)$ در قیود مساله (۴) صدق می‌کند و از طرفی چون $\varphi_p^* \geq 1$ پس $\sum_{j=1}^{n} \bar{\lambda}_j \left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}} \right) \geq \frac{\bar{\beta}_{rp}}{\alpha_{ip}} \varphi_p^* > \frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}} \varphi_p^*$ ، $k>1$ وجود دارد به طوری‌که $\sum_{j=1}^{n} \bar{\lambda}_j \left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}} \right) \geq \frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}} k\varphi_p^*$. پس مقدار بهینه تابع هدف مساله (۵) حداقل $k\varphi_p^*$ می‌باشد و این تناقض با فرض دارد زیرا $k\varphi_p^* > \varphi_p^*$. ■

لم(۳): فرض کنید $\beta_{rp}^* > y_{rp}$ $(r=1,...,s)$. اگر جواب بهینه مدل (۳) در ارزیابی (α_p, β_p^*) برابر $\varphi_p^* > 1$ باشد، آنگاه جواب بهینه مدل (۵) نیز برابر $\varphi_p^* > 1$ می‌باشد. بالعکس اگر جواب بهینه مدل (۵) برابر $\varphi_p^* > 1$ باشد آنگاه، φ_p^* جواب بهینه مدل(۳) در ارزیابی (α_p, β_p^*) نیز می‌باشد.

برهان: فرض کنید $\varphi_p^* > 1$ جواب بهینه مدل (۳) در ارزیابی (α_p, β_p^*) باشد. کافی است ثابت شود در بهینگی $\lambda_{n+1}^* = 0$. دوآل مدل (۳) به صورت ذیل می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&Min\ u \\
&s.t. \\
&-\sum_{r=1}^{s}\sum_{i=1}^{m} w_{ir} \left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}} \right) + u \geq 0 \qquad ; j=1,...,n \\
&-\sum_{r=1}^{s}\sum_{i=1}^{m} w_{ir} \left(\frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}} \right) + u \geq 0 \\
&\sum_{r=1}^{s}\sum_{i=1}^{m} w_{ir} \left(\frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}} \right) = 1 \\
&w_{ir} \geq 0 \qquad\qquad ; i=1,...,m,\ r=1,..,s.
\end{aligned}
\tag{۶}
$$

اگر (u^*, w_{ir}^*) جواب بهینه مدل (۶) باشد آنگاه $u^* = \varphi_p^* > 1$ پس $u^* > 1$. از طرفی $\sum_{r=1}^{s}\sum_{i=1}^{m} w_{ir}\left(\frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}}\right) = 1$ لذا $-\sum_{r=1}^{s}\sum_{i=1}^{m} w_{ir}\left(\frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}}\right) + u^* > 0$ بنابراین وجود دارد $s^* > 0$ به‌طوری‌که $-\sum_{r=1}^{s}\sum_{i=1}^{m} w_{ir}\left(\frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}}\right) + u^* - s^* = 0$. طبق قضیه مکمل زاید قید متناظر متغیر کمکی $s^* > 0$ برابر صفر است یعنی $\lambda_{n+1}^* = 0$. در نتیجه $\varphi_p^* > 1$ جواب بهینه مدل (۵) نیز می‌باشد.

بالعکس فرض کنید $\varphi_p^* > 1$ جواب بهینه مدل (۵) باشد. حکم آن است که $\varphi_p^* > 1$ جواب بهینه مدل (۳) در ارزیابی (α_p, β_p^*) نیز می‌باشد.

دوآل مدل (۵) به صورت ذیل می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&Min\ u \\
&s.t. \\
&-\sum_{r=1}^{s}\sum_{i=1}^{m} w_{ir}\left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}}\right) + u \geq 0 \qquad ; j = 1,\ldots,n \\
&\sum_{r=1}^{s}\sum_{i=1}^{m} w_{ir}\left(\frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}}\right) = 1 \\
&w_{ir} \geq 0 \qquad\qquad ; i = 1,\ldots,m,\ r = 1,..,s.
\end{aligned}
\tag{۷}
$$

اگر (u^*, w_{ir}^*) جواب بهینه مدل (۷) باشد آنگاه ثابت می‌کنیم به ازای این مقادیر قید دوم مدل (۶) همواره به صورت نامساوی اکید برقرار است یعنی $-\sum_{r=1}^{s}\sum_{i=1}^{m} w_{ir}\left(\frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}}\right) + u^* > 0$ و در نتیجه حکم ثابت خواهد شد. به خلف فرض کنیم چنین نباشد یعنی $-\sum_{r=1}^{s}\sum_{i=1}^{m} w_{ir}\left(\frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}}\right) + u^* = 0$. پس $u^* = \sum_{r=1}^{s}\sum_{i=1}^{m} w_{ir}\left(\frac{\beta_{rp}^*}{\alpha_{ip}}\right)$ پس جواب بهینه مدل (۷) برابر است با $u^* = 1$ و این خلاف فرض اولیه می‌باشد. در نتیجه فرض خلف باطل و حکم ثابت است یعنی به ازای مقادیر بهینه (u^*, w_{ir}^*) مدل (۷)

قید دوم مدل (۶۵) همواره به صورت نامساوی اکید خواهد بود در نتیجه متغیر دوآل متناظر آن یعنی λ_{n+1} برابر صفر خواهد بود و حکم ثابت است.■

قضیه(۱): فرض کنید DMU_p ناکارا است ($\varphi_p^* > 1$) و بردار ورودی‌ها ΔX_p برابر شوند: $\alpha_p = X_p \times \Delta X_p$ که $\Delta X_p \geq 1$. آنگاه:

الف) فرض کنید (λ^*, β_p^*) یک جواب پاراتو ضعیف مساله چند هدفه (۴) باشد. اگر بردار خروجی DMU_p به اندازه β_p^* افزایش یابد آنگاه $\varphi^*(X_p, Y_p) = \varphi^{+*}(\alpha_p, \beta_p^*)$.

ب) بالعکس فرض کنید (λ^*, β_p^*) یک جواب شدنی مساله چند هدفه (۴) باشد. اگر $\varphi^*(X_p, Y_p) = \varphi^{+*}(\alpha_p, \beta_p^*)$ آنگاه (λ^*, β_p^*) یک جواب پاراتو ضعیف مساله (۴) می‌باشد.

برهان:

الف) فرض کنید (λ^*, β_p^*) یک جواب پاراتو ضعیف مساله چند هدفه (۴) باشد و φ_p^* جواب بهینه مساله اولیه باشد آنگاه طبق لم(۱) φ_p^* جواب بهینه مساله(۵) می‌باشد. از طرفی طبق فرض $\varphi_p^* > 1$ لذا طبق لم (۴)، φ_p^* جواب بهینه مساله دوم در ارزیابی (α_p, β_p^*) می‌باشد. به عبارت دیگر $\varphi^*(X_p, Y_p) = \varphi^{+*}(\alpha_p, \beta_p^*)$.

ب) اگر جواب بهینه مساله دوم در ارزیابی برابر (α_p, β_p^*) برابر φ^{+*} باشد آنگاه طبق لم(۳) جواب بهینه مساله اولیه نیز می‌باشد یعنی $\varphi^*(\alpha_p, \beta_p^*) = \varphi^{+*}(\alpha_p, \beta_p^*)$ و طبق لم(۲)، (λ^*, β_p^*) جواب پاراتو ضعیف مساله (۴) است.■

روش مجموع وزن‌دار شده یکی از روش‌های تبدیل مساله چند هدفه به تک هدفه به منظور یافتن جوابی پاراتو بهین می‌باشد. مدل (۴) یک مساله برنامه ریزی چند هدفه است که تابع هدف آن با استفاده از روش مجموع وزن‌دار شده به مساله تک هدفه $\sum_{r=1}^{s} w_r \beta_{rp}$ قابل تبدیل می‌باشد. لازم به ذکر است در این روش وزن‌های w_r، توسط تصمیم گیرنده مشخص می‌شوند و از آنجا که در این مقاله هیچ اولویتی بین اهداف مدل(۴) در نظر گرفته نشده است، تمام وزن‌ها برابر یک فرض شده‌اند. مدل تک هدفه(۸) به صورت ذیل می‌باشد:

$$
\begin{aligned}
&Max \sum_{r=1}^{s} \beta_{rp} \\
&s.t. \\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j \left(\frac{y_{rj}}{x_{ij}} \right) \geq \frac{\beta_{rp}}{\alpha_{ip}} \varphi^* \qquad ; i = 1,...,m, r = 1,...,s \\
&\beta_{rp} > y_{rp} \qquad ; r = 1,...,s, i = 1,...,m \\
&\sum_{j=1}^{n} \lambda_j = 1, \quad \lambda_j \geq 0 \qquad ; j = 1,...,n.
\end{aligned} \tag{۸}
$$

تحلیل حساسیت ۱۸ شعبه بانک با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های نسبتی

در این بخش متدولوژی ارایه شده، برای ارزیابی و تحلیل حساسیت کارایی ۱۸ شعبه یکی از بانک‌های تجاری ایران استفاده می‌گردد. برای اجرای مدل‌ها از نرم افزار GAMS استفاده شده است. به منظور ارزیابی عملکرد شعب بانک شاخص‌های ورودی و خروجی با توجه به پژوهش‌های گذشته، مطالعات میدانی و نظرات خبرگان و اصول تحلیل پوششی داده‌ها انتخاب شده‌اند. هر شعبه به عنوان یک واحد تصمیم گیرنده در نظر گرفته شده است. امتیاز پرسنل، سود پرداختی و تسهیلات به عنوان شاخص‌های ورودی و منابع، کارمزد دریافتی و سود دریافتی به عنوان شاخص‌های خروجی به شرح ذیل می‌باشند:

I1- امتیاز پرسنل: شاخصی است که از ترکیب شاخص‌های کمی و کیفی نیروی انسانی موجود در یک شعبه بانک به دست می‌آید. تعداد نیروی انسانی، میزان آموزش مرتبط، پست سازمانی، سابقه کار، مدرک تحصیلی و ارتباط رشته با شغل عواملی هستند که با ترکیب آنها و مجموع وزن دار نرمالایز شده آنها، امتیاز پرسنل به دست آمده است.

I2- سود پرداختی: بانک‌ها برای جبران کمبود سرمایه خود مجبور هستند منابع را با پرداخت هزینه تامین نمایند. منابع جمع آوری شده شامل حساب‌های بانکی افراد حقیقی و حقوقی می‌باشدکه بانک مجبور است بابت این سپرده‌ها به مشتریان سود پرداخت نماید. این مقدار بستگی به مدت ماندگاری منابع مشتری دارد.

I3- تسهیلات: میزان وامی که بانک‌ها به مشتریان حقیقی یا حقوقی می‌دهند.

O1- سود دریافتی: بانک‌ها به مشتریان خود وام اعطا می‌کنند. انواع وام‌ها دارای سود متفاوت می‌باشند که معمولاً هنگام پرداخت اصل وام توسط مشتری لازم است سود آن نیز به بانک پرداخت

گردد و مجموع مقدار سودی که بانک‌ها از مشتریان بابت وام‌ها می‌گیرند را سود دریافتی می‌گویند.

O2- کارمزد دریافتی: بانک‌ها علاوه بر جذب منابع و اعطای تسهیلات، کارهای خدماتی نیز انجام می‌دهند. مانند حواله کردن، فروش اوراق قرضه، اعطای ضمانت نامه بانکی و ... که بابت این کارهای خدماتی کارمزدی را از مشتریان خود دریافت می‌کنند.

O3- منابع: از مجموع تمام سپرده‌ها تشکیل می‌شود. شامل مجموع سپرده‌های قرض الحسنه جاری، پس‌انداز قرض الحسنه، کوتاه مدت و بلند مدت می‌باشد که توسط افراد حقیقی یا حقوقی نزد بانک‌ها به صورت امانت قرار می‌گیرد تا بانک‌ها بتوانند از این سپرده‌ها درامر سرمایه گذاری یا اعطای وام استفاده کنند و از این طریق بتوانند سودکسب نمایند. علاوه بر آن سازمان‌های دولتی و غیر دولتی حساب‌های مستقلی غیر از چهار نوع کلاسیک دارند که منابع خود را در آنها قرار می‌دهند و یا برخی حساب‌ها موجود است که مشتری‌ها بابت آنها خدمات دریافت می‌کنند مثل سپرده مسکن.

جدول۱ : مقادیر شاخص‌های ورودی ۱۸ شعبه بانک مورد مطالعه

شعبه	I1	I2	I3	φ^*
۱	۱۶,۲۹	۵۷۰،۳۴۴،۴۶۸	۱۰۶،۵۲۰،۰۰۰،۰۰۰	۱,۲۲۵
۲	۱۰,۵۴	۵۶۷،۷۳۲،۷۵۸	۱۷۱،۵۹۷،۰۰۰،۰۰۰	۱,۰۷۴
۳	۵,۷۲	۱۵۷،۸۶۳،۹۶۵	۳۱،۲۲۱،۹۸۹،۲۰۵	۱,۰۸۶
۴	۳۳,۹۸	۱،۰۷۹،۳۵۸،۳۸۲	۲۲۰،۴۶۹،۰۰۰،۰۰۰	۱,۱۲
۵	۱۳,۱۵	۷۴۷،۴۵۶،۹۵۸	۱۰۱،۳۳۴،۰۰۰،۰۰۰	۱
۶	۶,۰۴	۳۱۱،۸۶۶،۷۱۱	۳۱،۷۴۶،۹۶۴،۴۵۹	۱,۲۲۲
۷	۱۸,۶۴	۱،۰۳۱،۱۲۰،۲۷۵	۱۵۸،۶۹۰،۰۰۰،۰۰۰	۱,۲۴۱
۸	۴,۵۴	۲۰۹،۱۸۳،۰۸۰	۴۴،۸۴۲،۵۳۱،۲۰۴	۱,۰۳۱
۹	۱۱,۰۰	۳۷۸،۳۰۷،۷۴۱	۵۰،۶۰۹،۷۰۵،۰۵۵	۱,۰۷۷
۱۰	۱۶,۳۱	۷۳۰،۳۷۷،۵۸۳	۸۳،۲۲۵،۵۵۰،۳۲۵	۱
۱۱	۴,۲۶	۲۱۳،۳۴۰،۷۱۱	۳۴،۴۸۱،۷۳۹،۰۹۹	۱
۱۲	۴,۰۹	۲۵۰،۸۳۵،۷۳۰	۲۹،۱۱۵،۰۰۵،۱۸۳	۱
۱۳	۴,۸۱	۲۸۵،۱۹۶،۵۱۲	۲۲،۸۵۰،۲۰۸،۷۶۵	۱
۱۴	۲۰,۹۴	۲،۲۷۴،۷۵۴،۸۶۲	۳۴۷،۸۱۲،۰۰۰،۰۰۰	۱
۱۵	۱۰,۳۹	۴۶۴،۲۴۶،۳۲۴	۴۲،۹۱۴،۴۱۵،۰۸۲	۱,۱۴۳
۱۶	۱۰,۱۵	۸۸۸،۳۸۶،۸۵۶	۳۸،۱۸۰،۶۵۹،۷۷۶	۱
۱۷	۹,۶۵	۵۶۹،۵۷۱،۳۲۷	۳۴،۲۳۸،۳۱۲،۳۴۰	۱,۰۰۹
۱۸	۱۶,۲۹	۱،۰۵۰،۰۶۵،۹۷۸	۸۷،۰۰۴،۳۸۸،۶۹۱	۱,۰۶۹

شاخص‌هایی مانند پرسنل و تسهیلات جزو دیدگاه تولیدی هستند، شاخص‌هایی مانند سود دریافتی و سود پرداختی جزو شاخص‌هایی هستند که بانک را به عنوان یک واسطه گر در نظر می‌گیرند. با توجه به اینکه بخشی از سهام بانک مورد مطالعه، دولتی است و تمام شاخص‌های مذکور در ارزیابی در نظر گرفته شده است، لذا شعب بانک هم از دیدگاه میانی و هم تولیدی مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند.

۱۸ شعبه مورد مطالعه با نسبت‌های: منابع به امتیاز پرسنل($\frac{O3}{I1}$)،منابع به سود پرداختی($\frac{O3}{I2}$)، کارمزد دریافتی به امتیاز پرسنل($\frac{O2}{I1}$) و سود دریافتی به تسهیلات($\frac{O1}{I3}$) ارزیابی شده‌اند.

مقادیر ورودی‌ها در جدول (۱) و مقادیر خروجی‌ها در جدول (۲) نمایش داده شده‌اند.

جدول۲ : مقادیر شاخص‌های خروجی ۱۸ شعبه بانک مورد مطالعه

شعبه	O1	O2	O3
۱	۳۸،۵۳۵،۹۵۹	۵۹،۲۶۵،۰۲۰	۴۵،۲۲۰،۰۸۷،۹۴۳
۲	۳۶۰،۸۰۷،۵۳۲	۴۰،۱۶۷،۳۶۸	۴۹،۷۳۱،۴۸۴،۹۸۵
۳	۳۵۱،۸۹۲،۹۷۶	۱۱،۵۷۳،۵۰۷	۱۱،۶۴۸،۵۰۲،۶۵۶
۴	۹۰۶،۴۵۲،۷۳۰	۷۲،۷۲۴،۲۴۷	۹۱،۸۹۸،۷۸۰،۴۴۶
۵	۱،۴۵۸،۲۵۰،۵۴۸	۳۷،۷۳۸،۴۱۰	۵۶،۶۴۶،۳۸۹،۴۸۹
۶	۸۷،۲۷۵،۹۲۳	۲۶،۶۹۰،۶۶۲	۲۳،۶۸۴،۶۴۹،۴۲۹
۷	۹۴۷،۰۸۰،۱۰۰	۴۷،۲۵۸،۱۷۲	۷۳،۳۶۳،۱۲۵،۳۲۷
۸	۲۲۳،۷۷۶،۱۲۹	۲۹،۱۳۶،۱۴۵	۱۵،۲۵۷،۸۷۸،۶۵۹
۹	۲۸۸،۲۷۴،۶۹۰	۵۲،۰۰۰،۲۹۲	۳۰،۲۸۱،۶۵۱،۸۸۸
۱۰	۲۵۶،۰۶۸،۱۱۵	۸۴،۵۲۵،۰۱۳	۷۰،۹۰۸،۸۵۶،۶۷۴
۱۱	۱۶۶،۹۱۳،۱۸۸	۱۳،۵۴۶،۸۲۷	۲۰،۲۷۷،۶۸۴،۷۴۷
۱۲	۱۹۰،۵۹۴،۴۱۸	۱۷،۵۳۳،۸۲۲	۲۱،۸۹۴،۱۵۳،۱۲۰
۱۳	۳۶،۶۵۳،۵۷۲	۲۵،۷۹۵،۶۸۶	۲۶،۳۴۵،۲۶۸،۰۶۳
۱۴	۴،۸۰۱،۰۱۸،۱۷۷	۵۵،۰۴۰،۷۰۸	۱۲۹،۳۰۰،۰۳۹،۷۶۲
۱۵	۱۶۷،۳۱۶،۲۸۷	۵۴،۶۴۲،۴۵۱	۳۳،۹۹۶،۴۶۷،۱۱۴
۱۶	۱۱۰،۹۸۶،۱۱۷	۷۷،۹۰۹،۵۶۳	۶۵،۳۵۹،۰۶۶،۰۶۷
۱۷	۲۵۲،۵۷۵،۲۲۵	۵۴،۲۱۳،۶۵۰	۴۲،۶۳۶،۸۵۴،۸۰۷
۱۸	۴۱۱،۱۱۳،۹۷۲	۱۰۳،۲۳۰،۳۶۳	۷۱،۹۳۳،۱۳۱،۱۳۸

مقدار کارایی نسبی شعب با استفاده از چهار نسبت‌های مالی فوق، با کمک مدل (۲) محاسبه شده و نتایج در ستون آخر جدول (۱) نمایش داده شده است. این ستون نشان می‌دهد که شعب ۵، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴ و ۱۶ کارا هستند.

بعد از بررسی کارایی، حساسیت شعب نسبت به تغییرات ورودی‌ها مورد تحلیل و مطالعه قرار گرفته است و به این سوال که با مصرف مقدار بیشتری از ورودی‌ها، هر شعبه نیازمند چه میزان افزایش در خروجی‌ها است تا مقدار کارایی و رتبه خود را در بین شعب حفظ نماید، پاسخ داده شده است. لذا با تغییر مقادیر ورودی و با استفاده از مدل پیشنهادی ارایه شده در بخش سوم، مقدار خروجی هر شعبه با شرط ثابت باقی ماندن مقدار کارایی محاسبه شده است.

ضریب افزایش ورودی‌ها عبارتست از $\Delta X = (2.09,1.21,1.38)$. ضریب افزایش مورد نیاز هریک از خروجی‌ها برای ثابت ماندن مقدار کارایی در ارزیابی شعب با نسبت‌های مالی به کمک مدل بخش سوم محاسبه و در جدول (۳) نمایش داده شده است.

جدول۳ : ضریب افزایش خروجی‌ها برای ثابت ماندن مقدارکارایی

شعبه	ΔY_1	ΔY_2	ΔY_3
۱	۳۷,۹۵۶	۱,۳۸	۱
۲	۸,۱۵۹	۱,۵۷۴	۱
۳	۱	۴,۹۲۸	۱,۱۲۸
۴	۱	۶,۰۷۷	۱
۵	۱	۳,۲۹۸	۱,۱۹۸
۶	۵,۷۱۸	۱,۱۴۹	۱
۷	۱	۴,۴۱۵	۱,۰۱۵
۸	۳,۶۷۱	۱	۱,۲۱۷
۹	۳,۲۳۸	۱,۱۷۸	۱,۰۶۴
۱۰	۵,۳۹۴	۱,۳۵۲	۱
۱۱	۳,۶۸۴	۲,۰۸۴	۱
۱۲	۳,۰۳۴	۱,۳۹۹	۱,۰۵۱
۱۳	۱۲,۱۲۵	۱,۱۴۲	۱
۱۴	۱	۳,۷۴۲	۱,۵۹۵
۱۵	۴,۴۵۱	۱	۱,۰۹۵
۱۶	۵,۹۲۱	۱	۱,۲۴
۱۷	۲,۶۶۹	۱,۰۵۸	۱,۲۱۴
۱۸	۳,۶۸۶	۱	۱,۲۴۹

با توجه به $\beta_p^* = Y_p \times \Delta Y_p$، مقادیر خروجی محاسبه شده در جدول (۴) نمایش داده شده است. بعد از یافتن مقادیر β_p^*، مدل (۲) برای شعب با مختصات جدید (α_p, β_p^*) مجدد اجرا شده و مقدار کارایی هر شعبه با مقادیر جدید نسبت‌های مالی در ستون آخر جدول (۴) نمایش داده شده است.

اگر امتیاز پرسنل تقریبا دو برابر شود، سود پرداختی ۲۱٪ و تسهیلات ۳۸٪ افزایش یابد، جدول (۳) نشان می‌دهد که هر شعبه به چه میزان تغییر برای حفظ کارایی و حفظ رتبه خود نیاز دارد. به عنوان مثال شعبه۱ باید سود دریافتی و کارمزد دریافتی خود را به ترتیب ۱,۵۷۴ و ۸,۱۹۵ برابر افزایش دهد تا رتبه قبل خود را همچنان حفظ نماید. یا شعبه کارای ۱۴ برای حفظ کارایی به ۳,۷۴۲ درصد تغییرات کارمزد دریافتی و ۱,۵۹۵ درصد افزایش منابع نیازمند است.

جدول ۴ : مقادیر خروجی حاصل از مدل پیشنهادی برای ثابت ماندن مقدار کارایی

شعبه	β_1^*	β_2^*	β_3^*	φ^*
۱	۱،۴۶۲،۶۸۴،۲۰۰	۸۱،۷۸۵،۶۱۷	۴۵،۲۲۰،۰۹۰،۰۰۰	۱,۲۲۵
۲	۲،۹۴۳،۹۳۵،۳۰۰	۶۳،۲۲۸،۹۷۰	۴۹،۷۳۱،۴۸۰،۰۰۰	۱,۰۷۴
۳	۳۵۱،۸۹۲،۹۷۶	۵۷،۰۳۶،۴۴۶	۱۳،۱۴۳،۸۳۰،۰۰۰	۱,۰۸۶
۴	۹۰۶،۴۵۲،۷۳۰	۴۴۱،۹۸۰،۶۶۱	۹۱،۸۹۸،۷۸۰،۰۰۰	۱,۱۲
۵	۱،۴۵۸،۲۵۰،۵۰۰	۱۲۴،۴۵۱،۲۱۲	۶۷،۸۵۰،۸۷۰،۰۰۰	۱
۶	۴۹۹،۰۸۰،۲۸۳	۳۰،۶۵۴،۶۵۹	۲۳،۶۸۴،۶۵۰،۰۰۰	۱,۲۲۲
۷	۹۴۷،۰۸۰،۱۰۰	۲۰۸،۶۳۹،۶۵۶	۷۴،۴۴۲،۱۰۰،۰۰۰	۱,۲۴۱
۸	۸۲۱،۳۸۶،۳۰۹	۲۹،۱۳۶،۱۴۵	۱۸،۵۷۳،۲۵۰،۰۰۰	۱,۰۳۱
۹	۹۳۳،۵۲۷،۱۲۷	۶۱،۲۸۲،۱۳۷	۳۲،۲۲۲،۰۹۰،۰۰۰	۱,۰۷۷
۱۰	۱،۳۸۱،۲۸۳،۹۰۰	۱۱۴،۲۹۷،۱۵۱	۷۰،۹۰۸،۸۶۰،۰۰۰	۱
۱۱	۶۱۴،۸۳۶،۴۳۷	۲۸،۲۲۵،۹۸۴	۲۰،۲۷۷،۶۸۰،۰۰۰	۱
۱۲	۵۷۸،۱۹۳،۱۲۱	۲۴،۵۳۱،۶۸۸	۲۳،۰۰۱،۷۵۰،۰۰۰	۱
۱۳	۴۴۴،۴۳۱،۶۰۳	۲۹،۴۵۹،۴۶۶	۲۶،۳۴۵،۲۷۰،۰۰۰	۱
۱۴	۴،۸۰۱،۰۱۸،۲۰۰	۲۰۵،۹۶۷،۰۱۷	۲۰۶،۲۶۶،۴۰۰،۰۰۰	۱
۱۵	۷۴۴،۶۹۸،۶۰۳	۵۴،۶۴۲،۴۵۱	۳۷،۲۳۹،۵۸۰،۰۰۰	۱,۱۴۳
۱۶	۶۵۷،۱۵۵،۹۴۶	۷۷،۹۰۹،۵۶۳	۸۱،۰۶۷،۷۴۰،۰۰۰	۱
۱۷	۶۷۴،۰۰۷،۸۱۱	۵۷،۳۷۵،۶۹۷	۵۱،۷۷۴،۵۲۰،۰۰۰	۱,۰۰۹
۱۸	۱،۵۱۵،۵۰۶،۲۰۰	۱۰۳،۲۳۰،۳۶۳	۸۹،۸۳۰،۶۳۰،۰۰۰	۱,۰۶۹

ستون آخر جدول (۱) و ستون آخر جدول (۴) به ترتیب بیانگر مقدار کارایی هر شعبه قبل و بعد از تغییرات می‌باشند. مقایسه این دو ستون نشان می‌دهد که با استفاده از مدل پیشنهادی، مقادیر خروجی شعب طوری محاسبه شده است که مقدار کارایی، قبل و بعد از تغییرات ورودی‌ها، همچنان ثابت باقی مانده است.

بنابراین با استفاده از مدل پیشنهادی به این سوال تحقیق که اگر بردار ورودی به اندازه ΔX تغییر نماید چه میزان تغییرات در خروجی‌ها نیاز می‌باشد تا مقدار کارایی همچنان ثابت باقی بماند، پاسخ داده شد. مختصات (α_p, β_p^*) الگوی مناسبی برای شعب p-ام بعد از تغییرات، با هدف ثابت ماندن مقدار کارایی و در نتیجه حفظ رتبه می‌باشد. به عنوان مثال شعبه ۱۰ با دستیابی به مختصات جدید ۱۳۸۱۲۸۳۹۰۰ واحد سود دریافتی ، ۱۱۴۲۹۷۱۵۱ واحد کارمزد دریافتی و ۷۰۹۰۸۸۶۰۰۰۰ منابع می‌تواند کارا باقی بماند.

نتیجه گیری و بحث

سنجش کارایی به بانک‌ها کمک می‌کند تا از جایگاه خود در مقایسه با دیگر رقبا مطلع شوند. همچنین مدیران بانک‌ها به منظور بهبود عملکرد، نیازمند ارزیابی شعب و شناسایی نقاط قوت و ضعف آنها هستند. در این مطالعه از تحلیل پوششی داده‌ها که یکی از تکنیک‌های پرکاربرد در زمینه ارزیابی می‌باشد، برای محاسبه کارایی ۱۸ شعبه یکی از بانک‌های تجاری ایران بهره برده شده است. در این رابطه مطالعات گسترده‌ای انجام شده اما کمتر تحقیقی به ارزیابی عملکرد با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های نسبتی در حضور نسبت‌های مالی پرداخته است. در این تحقیق با توجه به اینکه شاخص‌های ارزیابی به صورت نسبت‌های مالی می‌باشند، از تحلیل پوششی داده‌های نسبتی برای ارزیابی عملکرد شعب استفاده شده است. ابتدا مقدار کارایی شعب با مدل DEA-R محاسبه شده و سپس تحلیل حساسیت کارایی شعب، به کمک مدل پیشنهادی بررسی شده است و به این سوال که در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های نسبتی اگر ورودی‌ها به اندازه معینی افزایش یابند، مقادیر خروجی به چه میزان تغییر نیاز دارند تا مقدار کارایی همچنان ثابت باقی بماند، پاسخ داده شده است. به عنوان مثال اگر امتیاز پرسنل تقریبا دو برابر شود، سود پرداختی ۲۱٪ و تسهیلات ۳۸٪ افزایش یابد، شعبه کارای ۱۲ باید سود دریافتی، کارمزد دریافتی و منابع خود را به ترتیب ۳,۰۳۴ ، ۱,۳۹۹ و ۱,۰۵۱ درصد افزایش دهد تا همچنان کارا باقی بماند. یا شعبه ناکارای ۷ به منظور حفظ کارایی و رتبه قبلی خود، نیازمند ۱,۰۱۵ درصد افزایش منابع و ۴,۴۱۵ درصد افزایش کارمزد دریافت شده می‌باشد. در نهایت برای هر شعبه مختصات نقطه الگو به

منظور حفظ کارایی ارایه شده است که با توجه به آن هر شعبه بعد از تغییرات می‌تواند نه تنها مقدار کارایی بلکه رتبه خود را حفظ نماید.

پژوهش حاضر اولین مطالعه در رابطه با تحلیل حساسیت داده‌های نسبتی می‌باشد و تا کنون تحقیق مشابهی در این زمینه انجام نگرفته است. با وجود مطالعات متعدد انجام شده در زمینه ارزیابی بنگاه‌های اقتصادی و مالی با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها، تعداد معدودی از این مطالعات به نسبتی بودن داده‌ها توجه داشته‌اند. لذا درصورتی‌که داده‌ها از نوع نسبت باشند تحقیقات آتی می‌توانند با استفاده از تحلیل پوششی داده‌های نسبتی به ارزیابی بپردازند و همچنین پیشنهاد می‌گردد تحلیل حساسیت با توجه به نوع داده‌های نسبتی در مطالعات آتی مورد توجه قرار گیرد.

منابع

۱) آذر عادل، زارعی محمودآبادی محمد، مقبل باعرض عباس، خدیور آمنه. سنجش بهره‌وری شعب بانک با رویکرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای یکی از بانک‌های استان گیلان. فصلنامه پژوهش‌های پولی-بانکی.۱۳۹۳. (۲۰)۷. ۳۵-۲۸۵۱

۲) احد زاده نمین مهناز، خمسه الهه، محمدی فرزانه. ارزیابی عملکرد شعب بانک با استفاده از رویکرد کنترل وزن در تحلیل پوششی داده‌ها. فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار.۱۳۹۷. ۴۰. ۱-۲۸

۳) خواجوی شکراله، غیوری مقدم علی، غفاری محمدجواد. تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها مکملی برای تحلیل سنتی نسبت‌های مالی. بررسی‌های حسابداری و حسابرسی.۱۳۸۹. (۶۰)۱۷ :۵۶-۴۱

۴) عرب مازار عباس، ورهامی ویدا، حسنی حسین. ارزیابی‌عملکرد بانک‌های کشور با استفاده ازتحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای. فصلنامه اقتصاد مقداری (بررسی‌های اقتصادی سابق).۱۳۹۷. (۱۵)۲: ۲۱-۱

۵) کرد رستمی سهراب، امیرتیموری علیرضا، معصوم زاده عاطفه. ارزیابی عملکرد نیروی انسانی و شعب بانک صادرات گیلان با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها. تحقیق در عملیات و کاربردهای آن. ۱۳۹۴. (۴۵)۲ :۱۳۷-۱۲۵

۶) محرابیان سعید، ساعتی مهتدی‌صابر، هادی علی. ارزیابی کارایی‌شعب بانک اقتصاد نوین با ترکیبی از روش شبکه عصبی و تحلیل پوششی داده‌ها. تحقیق در عملیات و کاربردهای آن.۱۳۹۰. (۸)۴: ۳۹-۲۹

7) Berger, A. N., Humphrey, D. B. (1997). Efficiency of financial institutions: International survey and directions for future research. *European Journal of Operational Research*, 98(2), 175–212.

8) Charnes, A., Cooper, WW., Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units, *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.

9) Despic.O, Despic.M, Paradi. J.C. (2007) .DEA-R: ratio-based comparative efficiency model, its mathematical relation to DEA and its use in applications. *J Prod Anal* 28, 33–44.

10) Fethi, M. D., & Pasiouras, F. (2010). Assessing bank efficiency and performance with operational research and artificial intelligence techniques: A survey. *European Journal of Operational Research*, 204, 189–198.

11) Gumus,Y., Celikkol,H., (2011). Data envelopment analysis: An augmented method for analysis of firm performance. International Research Journal of Finance and Economics, Euro Journal Publishing.

12) Halkos, G.E., Salamouris,D.S. (2004). Efficiency measurement of Greek commercial bank with the use of financial ratios: a data envelopment analysis. Management accounting research, 15, 201-224.

13) Kaffash, S. & Marra. (2017). Data envelopment analysis in financial services: a citations network analysis of banks, insurance companies and money market funds. Annals of Operations Research, 253(1), 307-344.

14) Kamyab, P., Mozaffari, M.R., Gerami, J. and Wankei, P.F. (2020), Two-stage incentives system for commercial banks based on centralized resource allocation model in DEA-R. International Journal of Productivity and Performance Management. https://doi.org/10.1108/IJPPM-11-2018-0396.

15) Mozaffari .M.R, Gerami .J, Jablonsky .J. (2012). Relationship between DEA models without explicit inputs and DEA-R models. CEJOR, 22, 1–12.

16) Mozaffari, M.R., Kamyab, P., Jablonsky, J., Gerami, J. (2014). Cost and revenue efficiency in DEA-R models,Computers & Industrial Engineering.78 188-194

17) Ouenniche.J., Carrales. S., (2018). Assessing efficiency profiles of UK commercial banks: a DEA analysis with regression-based feedback. Annals of Operations Research, 266: (1-2) 551–587.

18) Paradi, J.C., Sherman,H.D., Tam F.K., (2018). Data Envelopment Analysis in the Financial Services Industry: A Guide for Practitioners and Analysts Working in Operations Research Using DEA. International Series in Operations Research & Management Science. Springer.

19) Wei, C.K., Chen, L.C., Li, R.K., Tsai, C.H. (2011). A study of developing an input oriented ratio-based comparative efficiency model. Expert Systems with Applications. 38, 2473-2477

یادداشت‌ها :

۱ Production approach

۲ Intermediation approach

۳ Profitability approach

۴ Ratio Data Envelopment Analysis

5 Production Possibility Set