فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار
شماره چهل و دوم / بهار ۱۳۹۹

ساختار وابستگی و ریسک پرتفوی در بازار مبادلات ارز در ایران با روش GARCH-EVT-COPULA

تاریخ دریافت مقاله : ۹۸/۰۵/۲۸ تاریخ پذیرش مقاله : ۹۸/۱۰/۱۵

سحر فتحی[۱]
فرهاد غفاری[۲]

چکیده

در این پژوهش به تحقیق و بررسی ساختار وابستگی و برآورد ریسک پرتفوی بر روی داده‌های بازار ارز خارجی در ایران با استفاده از روش $GARCH-EVT-COPULA$ پرداخته می‌شود. مدل‌های $GARCH-EVT$ برای توزیع حاشیه‌ای هر یک از ۴ سری بازده نرخ ارز بکار برده می‌شود. برای توزیع توأم، ما ۵ مدل از توابع کاپولا با ساختار وابستگی مختلف مانند کاپولای فرانک، کلایتون، گامبل، نرمال و تی- استیودنت را انتخاب نمودیم. در این پژوهش ریسک پرتفوی با استفاده از معیار ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی اندازه‌گیری می‌شود. نمونه آماری این پژوهش شامل نرخ ارز روزانه بازار آزاد ارزهای دلار آمریکا، یورو، پوند انگلستان و درهم امارات با ۵ روز کاری از شهریور ماه سال ۱۳۹۱ تا انتهای سال ۱۳۹۶ می‌باشد. بر اساس نتایج حاصل از پژوهش، با استفاده از مقادیر معیار اطلاعات آکائیک، تابع تی-استودنت بهترین مدل برازش شده‌ی کاپولا برای بررسی ساختار وابستگی می‌باشد. نرخ‌های ارز دارای وابستگی دنباله بالایی و پایینی یکسانی هستند. بر این اساس در بازارهای رونق (مثبت شدید) و رکود (منفی شدید)، وابستگی بین هر دو نرخ ارز یکسان است.

کلمات کلیدی

ساختار وابستگی، ریسک پرتفوی، ارزش در معرض خطر، ارزش در معرض خطر شرطی، تئوری ارزش فرین، تابع کاپولا، واریانس ناهمسانی شرطی تعمیم یافته.

۱- گروه مدیریت مالی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران saharfathi7@gmail .com
۲- گروه علوم اقتصادی، دانشکده مدیریت و اقتصاد، واحد علوم تحقیقات ،دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (نویسنده مسئول)
farhad.ghaffari@yahoo.com

مقدمه

بدون شک نرخ ارز یکی از شاخص‌های اساسی و بنیادین در اقتصاد هر کشور است. نقش نرخ ارز در نظام‌های اقتصادی، به خصوص در کشورهای در حال توسعه انکار ناپذیر است. علت آن را نیز باید در وابستگی کشورهای در حال توسعه در اغلب بخش‌های اقتصادی به کشورهای صنعتی جست و جو کرد. بنابراین تأثیر نوسان‌های نرخ ارز بر عملکرد اقتصادی یک کشور در سطح ملی و بین‌المللی قابل توجه است. این تأثیر در کشورهایی همچون ایران به دلیل وابستگی آن‌ها به درآمد حاصل از صادرات و روابط تجارت بین‌المللی چشمگیر است [5]. بنابراین در این مطالعه به بررسی ساختار وابستگی و برآورد ریسک پرتفوی بر روی داده‌های بازار ارز در ایران پرداخته می‌شود.

یکی از معیارها و روش‌های شناخته شده برای اندازه‌گیری، پیش‌بینی و مدیریت ریسک، ارزش در معرض خطر (VaR)[1] بوده که در سال‌های اخیر مورد توجه و استقبال گسترده نهادهای مالی قرار گرفته است. محاسبه VaR پرتفویی متشکل از چند دارایی نسبت به محاسبهVaR پرتفویی متشکل از یک دارایی سخت تر می‌باشد. چرا که یکی از مهم‌ترین چالش‌های اساسی در مبحث محاسبه‌ی ارزش در معرض خطر، تعیین تابع توزیع مشترک مناسب و تعیین روابط بین دارایی‌های مالی است. روش‌های رایج و سنتی برآورد ارزش در معرض خطر، توزیع مشترک شناخته شده‌ای برای بازده سبد دارایی فرض می‌کنند و به طور معمول توزیع مشترک نرمال در نظر گرفته می‌شود. و بطور سنتی وابستگی میان بازده‌ها با استفاده از ضریب هم‌بستگی پیرسون اندازه‌گیری می‌شود. مطالعات انجام شده روی تغییرات بازده دارایی‌های مالی، نشان می‌دهد که هم‌بستگی بین آن‌ها غیر خطی و متغیر در طول زمان هستند و توزیع بازده دارایی‌ها اغلب موارد دنباله پهن می‌باشد[۱۸]. بنابراین فرض نرمال بودن تابع توزیع مشترک سبد دارایی به دلیل در نظر گرفتن روابط خطی بین دارایی‌ها منجر برآورد نامناسب VaR می‌گردد. ماهیت وابستگی بین بازده‌های مالی، شرایط بازارهای مالی موضوعات با اهمیت در محاسبه معیار VaR به شمار می‌رود؛ به نحوی که درک روابط بین دارایی‌ها و به تبع آن در پوشش مناسب ریسک ناشی از سرمایه‌گذاری کمک بسزایی می‌کند. بدین سبب شناسایی ساختار وابستگی بین دارایی‌های مالی و تأثیر آن در معیار ریسک دارایی‌های مالی از موضوعات مورد توجه محققان است. مدل‌سازی توزیع توأم در ادبیات اقتصاد مالی یکی از چالش‌های موجود بر سر راه این هدف است. در این حیطه یک رهیافت جایگزین برای مدل‌سازی ساختار وابستگی بین داده‌های چند متغیره، بدون تحمیل هرگونه فرضی بر توزیع حاشیه‌ای، بر اساس توابع کاپولا[2] پیشنهاد شده است[9]. علاوه بر شناسایی ساختار وابستگی دارایی‌های مالی، مدیریت ریسک مشکلات زیادی در مواجه با حداکثر زیان در رویدادهای غیر منتظره و

تحولات ناگهانی یا رویدادهای فرین دارد. به عبارت دیگر احتمال رخداد این رویدادها پایین است ولی اثرات بزرگی به همراه دارد. بنابراین نحوه برخورد با این رویدادها بسیار مهم است. چنین رویدادهایی مربوط به دنباله توزیع می‌باشند که به دلیل خصوصیت دنباله-پهن بودن اغلب سری‌های زمانی مالی اهمیت زیادی دارد. یکی از مهم‌ترین رویکردهایی که در مطالعه دنباله توزیع مورد استفاده قرار می‌گیرد نظریه ارزش فرین[۳] است که مستقیماً بر دنباله‌های توزیع تمرکز می‌کند و پتانسیل بهتری را برای تخمین ریسک فراهم می‌آورد[11].

بنابراین راه حل برای رسیدگی به این مسائل در استفاده از تئوری ارزش فرین با توابع کاپولا بستگی دارد. در این پژوهش ترکیباتی دوتایی از ارزهای مهم شامل دلارآمریکا، یورو، پوند و درهم به عنوان پرتفوی ارزی در نظرگرفته می‌شوند. بنابراین به بررسی ۶ پرتفوی که هر کدام متشکل از دو ارز می‌باشند، می‌پردازیم. در این پژوهش به دنبال این سئوال هستیم که ساختار وابستگی نرخ ارزهای خارجی در بازار ایران در قبال هم به چه صورت می‌باشد؟ وزن هر ارز با توجه به حداقل کردن ریسک در پرتفویی متشکل از دو ارز بعنوان دارایی چقدر می‌باشد؟

با توجه به مطالب فوق در پژوهش پیش رو، ریسک پرتفوی از طریق معیار (VaR) و ($CVaR$)[۴] محاسبه می‌شود. و وزن بهینه هر کدام از ارزها در پرتفوی مورد نظر باتوجه به حداقل کردن ریسک پرتفوی ارائه خواهد شد.

وجه تمایز این پژوهش با پژوهش‌های دیگر در آن است که در این مطالعه توزیع مشخصی برای بازده دارایی‌ها (ارزها) فرض نمی‌شود و برای اولین بار برای محاسبه ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی پرتفویی متشکل از ارزهای خارجی (شامل دلار آمریکا، یورو، پوند انگلستان و درهم) از مدل $\mathrm{GARCH}-\mathrm{EVT}$ برای توزیع حاشیه‌ای بازده‌های ارزها و از مدل‌های کاپولا (شامل نرمال، تی استیودنت، فرانک[۵]، کلایتون[۶]، گامبل[۷]) برای بررسی ساختار وابستگی ارزها، استفاده می‌شود.

در این مقاله نخست مبانی نظری و پیشینه‌ی پژوهش حاضر بیان می‌شود. سپس، نویسندگان به روش شناسی پژوهش خواهند پرداخت. پس از معرفی داده‌های مورد استفاده نتایج تجربی پژوهش و نتیجه‌ی این تحقیق ارائه خواهد شد.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

اندازه‌گیری ریسک و کمی کردن آن از چالش‌های بسیار قدیمی بوده که ذهن ریاضی‌دانان، مدیران و سیاستگذاران را به خود مشغول کرده است. یکی از معیارهای جدید محاسبه ریسک ارزش در معرض خطر می‌باشد که از آن به عنوان دانش جدید مدیریت ریسک یاد می‌شود تا آنجا که در سال‌های اخیر

معیار سنجش ریسک بازار به عبارت ارزش در معرض خطر مترادف گشته است [6]. ادبیات علمی مرتبط با محاسبه ارزش در معرض خطر، به طور عمده، به روش‌های برآورد مختلف تمرکز دارد. اولین آثار مرتبط با محاسبه ارزش در معرض خطر عمدتاً در سه روش سنتی شبیه‌سازی تاریخی، مونت کارلو، و روش واریانس- کوواریانس خلاصه شده‌اند.

فرض مهم رویکرد واریانس-کوواریانس این است که بازده دارایی‌ها به صورت نرمال توزیع شده است. از آنجایی که امروزه محققان دریافته‌اند که بازده دارایی‌های مالی نرمال نبوده و مقدار شایان توجهی کشیدگی (حاکی از دنباله پهن توزیع احتمال آن‌ها) را نشان می‌دهد. بنابراین روش واریانس- کوواریانس تمایل به ناچیز شمردن VaR از مقدار واقعی دارد [12,13]. در روش شبیه‌سازی تاریخی[۸] (HS) که رویکرد رایج دیگری در محاسبه VaR است، هیچ گونه فرضی بر روی بازده دارایی‌های مالی لحاظ نمی‌کند، این روش بسیار ساده است اما چون شبیه‌سازی تاریخی بر مبنای تعداد محدودی مشاهده به محاسبه می‌پردازد، فرآیند تخمین قابل اتکا نخواهد بود[12]. با توجه به مسائل موجود، گروه دوم از پژوهش‌ها به محاسبه‌ی این سنجه‌ی ریسک بر اساس روش‌های نوین و نظریه‌های آماری برای تخمین درست دنباله توزیع می‌پردازند. این روش‌های نوین بر فرض تغییر واریانس داده‌ها در طول زمان بنا نهاده شده‌اند. که مبتنی بر مدل خود رگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس (ARCH) می‌باشد. این مدل نیز دارای مشکلات و محدودیت هایی می‌باشد. در سال ۱۹۸۶ توسط بولرسلو[۹] برای رفع این محدودیت‌ها و مشکلات مدل ARCH تعمیم یافته (GARCH) ارائه گردید. رویدادهای غیر منتظره مانند سقوط بازار سهام در سال ۱۹۸۷ میلادی در آمریکا و یا بحران مالی آسیا در سال ۱۹۹۷ میلادی موضوعاتی بسیار مهم در اقتصاد، مالی و بخصوص مدیریت ریسک هستند، بنابراین نحوه برخورد با این رویدادها بسیار مهم است. چنین رویدادهایی مربوط به دنباله توزیع بازده می‌باشند که به دلیل خصوصیت دنباله پهن بودن اغلب سری‌های زمانی مالی اهمیت زیادی دارد. یکی از مهمترین رویکردهایی که در مطالعه دنباله توزیع مورد استفاده قرار می‌گیرد تئوری مقدار فرین است که مستقیماً بر دنباله‌های توزیع تمرکز می‌کند و پتانسیل بهتری برای تخمین ریسک فراهم می‌نماید[11]. همچنین در محاسبه‌ی ارزش در معرض خطر روش سنتی فرض توزیع نرمال مشترک بین دارایی‌های موجود در سبد را با ضریب همبستگی خطی در نظر می‌گیرد. همانگونه که ذکر شد بسیاری از دارایی‌های مالی دارای توزیع با دنباله (دم) چاق و چولگی بیشتر نسبت به توزیع نرمال هستند. بنابراین استفاده از ضریب همبستگی خطی برای نشان دادن وابستگی بین بازده‌های مالی در بازارهای مختلف مناسب نیست و تا حد زیادی به نتایج گمراه کننده منجر خواهد شد. در این میان رویکرد کاپولا از ضعف روش‌های تحلیلی مبتنی بر ضریب همبستگی

می‌کاهد و هم زمان دقت در خصوصیات غیرخطی و وابستگی‌های‌مجانبی را لحاظ می‌کند. هم‌چنین، این توابع قادر به اندازه‌گیری وابستگی دنباله‌ای(دمی) بالایی و پایینی توزیع‌های مختلف هستند[9 و۱۸] . بدین ترتیب مدل‌های نام برده متناسب با شرایط واقعی هستند و به مفروضات کمتری در استفاده از مدل‌ها نیاز دارند. با توجه به مطالب مذکور، در این پژوهش فرض خاصی روی توزیع دارایی‌ها در نظر گرفته نشده است. از مدل GARCH − EVT برای توزیع حاشیه‌ای بازده‌های ارزها و از مدل‌های کاپولا برای بررسی ساختار وابستگی ارزها، استفاده می‌شود. از مهمترین مقاله‌های نوشته شده در این زمینه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

نصیری، حسنلو و ابراهیمی (۱۳۹۳) با استفاده از مدل GARCH − Copula به برآورد ارزش در معرض خطر پرتفویی متشکل از سه دارایی سکه طلا، دلار آمریکا و شاخص بورس تهران پرداختند. در این پژوهش آن‌ها از کاپولاهای چند متغیره گوسی، تی- استودنت و کلایتون برای توصیف ساختار ریسک پرتفوی سرمایه‌گذاری استفاده نمودند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که کاپولای تی- استودنت نسبت به سایر مدل‌ها در برآورد ارزش در معرض خطر و توصیف ساختار وابستگی پرتفوی سری بازده‌ها، عملکرد بهتری دارد. فلاح طلب و عزیزی (۱۳۹۳) از رویکرد تئوری ارزش فرین در پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران استفاده نمودند. نتایج این روش را با نتایج حاصل از دیگر از روش‌ها شامل روش خود رگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس، شبیه‌سازی تاریخی و واریانس- کوواریانس مقایسه نمودند. نتایج تحقیق نشان داد که استفاده از رویکرد فراتر از آستانه قابل اتکاتر می‌باشد.

کشاورز حداد، حیرانی(۱۳۹۳)، با استفاده از توابع کاپولا به بررسی ساختار وابستگی بین دوشاخص قیمتی محصولات شیمیایی و دارویی بورس تهران در بازه‌ی زمانی دی ماه ۱۳۸۳ تا اسفند ماه۱۳۹۱ پرداختند و ارزش در معرض خطر سبد دارایی متشکل از این دو سهم نیز بدست آوردند. نتایج تجربی پژوهش آن‌ها نشان داد که ساختار وابستگی بین محصولات شیمیایی و دارویی بورس تهران نامتقارن می‌باشد. یافته‌های حاصل از پژوهش آن‌ها حاکی از دقت و کفایت رهیافت GARCH − Copula نسبت به مدل‌های متداول در پیش‌بینی ارزش در معرض خطر سبد دارایی می‌باشد. راغفر و آجرلو (۱۳۹۵) از روش GARCH − EVT − Copula برای برآورد ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی یک بانک نمونه استفاده نمودند. در این تحقیق، ارزش در معرض خطر از روش‌های واریانس-کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی نیز محاسبه شده است. بر اساس نتایج حاصل از تحقیق، ارزش در معرض خطر محاسبه شده توسط مدل GARCH − EVT − Copula نسبت به دو مدل دیگر از اعتبار و دقت بیشتری برخوردار

است. پویان فرو موسوی (۱۳۹۵)، به تخمین برآورد ارزش در معرض خطر با ترکیب نظریه‌ی ارزش فرین و توابع کاپولا پرداختند. در پژوهش آن‌ها ارزش در معرض خطر پرتفویی متشکل از سه نماد با بالاترین نقدشوندگی در صنعت پتروشیمی بورس اوراق بهادار تهران اندازه‌گیری و نتایج با مدل‌های دیگر مقایسه شده است. برای مدل‌سازی مقادیر فرین از رویکرد فراتر از آستانه و برای محاسبه‌ی توزیع توأم ازتوابع کاپولا استفاده شده است. نتایج پژوهش آن‌ها حاکی از برتری مدل ترکیبی نسبت به مدل‌های شبیه‌سازی تاریخی، پارامتریک و مدل ترکیبی واریانس ناهمسان شرطی تعمیم یافته و نظریه‌ی ارزش فرین است. فلاح پور، راعی، میرزامحمدی و هاشمی‌نژاد (۱۳۹۶)، با استفاده از ترکیب مدل FIGARCH و نظریه ارزش فرین به تخمین برآورد سنجش ارزش در معرض خطر شرطی داده‌های شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج این پژوهش حاکی از آن است که مدل $FIGARCH - EVT$ نسبت به مدل‌های $NORMAL - GARCH$ و $t - Student - GARCH$ و شبیه سازی تاریخی از دقت و نتایج قابل اتکاتری برخوردار می‌باشد.

مک نیل و فری[10] (۲۰۰۰)، مقدار سنجه VaR را با استفاده از مدل GARCH به صورت پویا محاسبه کرده‌اند بعلاوه آن‌ها با استفاده از روش حداکثر درستنمایی گوسی پارامترهای مدل گارچ و تئوری مقدار فرین را برآورد کرده‌اند. در حقیقت برای اولین بار مدل $GARCH - EVT$ را معرفی کرده‌اند. آن‌ها ابتدا مدل GARCH را برای تخمین نوسان بکار برده‌اند سپس برای پسماندهای مدل GARCH تئوری مقدار فرین را به کار برده‌اند. بنابراین مدل $GARCH - EVT$ در مقابل مدل‌هایی که دنباله پهنی داده‌ها یا تصادفی بودن نوسان را نادیده می‌گیرند عملکرد مناسب‌تری دارد. جنسایا و سلکوک[11] (۲۰۰۴)، کاربرد تئوری ارزش فرین در محاسبه VaR و مقایسه آن با روش واریانس- کوواریانس و شبیه‌سازی تاریخی را برای بازارهای نوظهور انجام دادند. در پژوهش آن‌ها عملکرد نسبی مدل‌های ارزش در معرض خطر با استفاده از بازده روازنه بازار سهام در نه بازار نوظهور متفاوت مورد ارزیابی قرار گرفته است. مدل‌سازی با رویکرد واریانس-کوواریانس، شبیه‌سازی تاریخی و تئوری مقدار فرین برای تخمین ارزش در معرض خطر انجام گرفته است و نتایج تحقیقات نشان داده است که استفاده از تئوری مقدار فرین نتایج دقیق تری به دست می‌دهد. همچنین پاتون (۲۰۰۶) تئوری کاپولاها را برای ساختار وابستگی شرطی نرخ های بازده مبادلات ارزی گسترش داد و نشان دادکه نرخ‌های بازده مارک به دلار و ین به دلار هنگامی‌که ارزش آن‌ها در مقابل دلار در حال کاهش هستند بسیار وابسته هستند نسبت به زمانی که ارزش آن‌ها نسبت به دلار در حال افزایش است. هانگ و همکاران[12] (۲۰۰۹)، ارزش در معرض خطر سبدی متشکل از دو دارایی TALEX و Nasdag را باکمک روش‌های GARCH- کاپولای شرطی و شبیه سازی تاریخی و

روش‌های پارامتری محاسبه کردند. نتایج حاصل از تحقیق نشان داد که مدل کاپولا در مقایسه با مدل‌های دیگر به صورت موفق‌تری عمل می‌کند و همچنین مدل t–کاپولا ساختار وابستگی سبد دارایی را به خوبی نشان می‌دهد. وانگ و چن[۱۳] (۲۰۱۰) از مدل $GARCH - EVT - Copula$ برای مطالعه ارزش در معرض خطر پرتفوی متشکل از نرخ ارزها استفاده نمودند. آن‌ها از کاپولای تی، گوسین و کلایتون برای تشریح ساختار ریسک پرتفوی استفاده نمودند. تحقیقات آن‌ها نشان داد که تخصیص بهینه دارایی‌های مالی در پرتفوی سرمایه‌گذاری به نوع کاپولاها و سطح اطمینان مورد نظر بستگی دارد و کاپولای تی و کاپولای کلایتون تصویر بهتری از ساختار وابستگی دارایی‌های مالی را نشان می‌دهد. مدل تخمینی ارزش در معرض ریسک با استفاده از تئوری ارزش فرین و GARCH توسط سینگ و همکاران[۱۴] (۲۰۱۱) در بورس اوراق بهادار استرالیا انجام شده است. در این پژوهش آن‌ها از مدل EVT برای پسماندهای مدل گارچ برای داده های شاخص $ASX - ALL\ ordinatries$ استرالیا و شاخص S&P 500 استفاده نمودند و نتیجه گرفتند که مقدار VaR براساس مدل $CARCH - EVT$ عملکرد بهتری دارد. سلطان و همکاران (۲۰۱۲)، روش ترکیبی $GARCH - EVT$ برروی داده‌های بورس اوراق بهادار تونس در مقایسه با مدل $GARCH(1,1)$، EVT و شبیه سازی تاریخی، پیاده‌سازی کرده‌اند و نتیجه گرفتند که عملکرد مدل $GARCH - EVT$ مناسب‌تر است. کارماکار[۱۵] (۲۰۱۷) برای بررسی ساختار وابستگی و ریسک پرتفوی در بازار مبادلات ارز هندوستان از روش $GARCH - EVT - Copula$ استفاده نمود. ریسک پرتفوی را با استفاده از معیار ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی بدست آورد. در این پژوهش از ۷ مدل کاپولا با ساختار وابستگی مختلف استفاده نمود و نتایج حاصل از این کاپولاها ارائه گردید.

سهام خدم[۱۶] و همکاران (۲۰۱۸)، با استفاده از روش $GARCH - EVT - Copula$ به مطالعه و شبیه‌سازی نرخ بازده روزانه ۱۰ شاخص سهام پرداختند. آن‌ها پرتفوی بهینه را بر اساس حداقل واریانس جهانی[۱۷] و ارزش در معرض خطر شرطی تشکیل دادند. ساختار وابستگی بین بازده سهام‌های مورد نظر را با استفاده از مدل های کاپولای تی استودنت، گوسین، کلایتون، گامبل و فرانک بررسی نمودند. آن‌ها یافتند مدل کاپولای گوسین و تی استودنت برای برآورد CVaR و GMV عملکرد بهتری دارند.

در این پژوهش نیز با پیروی از مطالعات وانگ و چن، کارماکار و سهام خدم و همکاران به بررسی ساختار وابستگی و ریسک پرتفوی در بازار مبادلات ارز در ایران با روش $GARCH - EVT - Copula$ پرداخته می‌شود. بدین منظور ترکیباتی دو تایی از ارزهای مهم شامل دلار، یورو، پوند و درهم به عنوان پرتفوی ارزی در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله فرض خاصی بر روی توزیع بازده ارزها در نظر گرفته

نشده است و در آن با استفاده از مدل $GARCH-EVT$ توزیع حاشیه‌ای بازده ارزها استخراج و پس از بررسی ساختار وابستگی با استفاده از توابع کاپولا شامل نرمال، t-استیودنت، فرانک، کلایتون، ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی محاسبه می‌شود.

روش شناسی پژوهش

در این مقاله توزیع توأم را با استفاده از توزیع‌های حاشیه‌ای تک متغیره به دست خواهیم آورد. بدین منظور از توابع کاپولا استفاده می‌نماییم. در مدل‌سازی توزیع‌های حاشیه‌ای از مدل‌های واریانس ناهمسانی شرطی تعمیم یافتهGARCH و تئوری ارزش فرین استفاده می‌نماییم. سپس از ترکیب $GARCH-EVT-Copula$ به پیش‌بینی ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی متشکل از هر دو ارز خواهیم پرداخت.

واریانس ناهمسانی شرطی تعمیم یافته

در روش واریانس – کوواریانس ساده، واریانس سری زمانی را به صورت ساده در نظر می‌گیریم، اما باید به این نکته دقت کرد که ممکن است واریانس شرطی در طول زمان ثابت نبوده و متغیر باشد. این امر که در ادبیات اقتصاد سنجی به واریانس ناهمسانی شهرت دارد که در سال ۱۹۸۲ توسط رابرت انگل[۱۸] مورد تحلیل قرار گرفت و بر این اساس مدل خود رگرسیونی مشروط بر ناهمسانی واریانس معرفی شد و بعدها توسط بولرسلو به مدل های خود رگرسیونی عمومی مشروط بر ناهمسانی واریانس (GARCH) تعمیم داده شد.

- مدل $\mathbf{GARCH(1,1)}$ [۷]

ساده‌ترین مدل واریانس ناهمسانی شرطی تعمیم یافته مدل $GARCH(1,1)$ می‌باشد. مطابق این مدل بهترین پیش‌بینی کننده واریانس دوره بعدی، میانگین موزون واریانس بلند مدت، واریانس پیش‌بینی شده دوره جاری و اطلاعات جدید دوره جاری است که از طریق آخرین مجذور باقی مانده بدست می‌آید و به صورت رابطه (۱) نشان داده می‌شود:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2 \qquad u \sim N(0,\sigma^2) \qquad \text{رابطه (۱)}$$

$\alpha_0 \geq 0, \alpha_1, \beta \geq 0\ , \alpha_1 + \beta < 1$

که σ_t^2 پیش بینی واریانس برای دوره t ، u_{t-1}^2 مجذور باقی مانده (جمله خطا) در دوره $t-1$ ، σ_{t-1}^2 واریانس پیش بینی شده برای دوره $t-1$ و α_0 ، α_1 و β پارامترهای مدل هستند که برای پیش بینی دوره‌های آتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در واقع α_0 بیانگر میانگین می‌باشد، اطلاعات مربوط به نوسان دوره قبل که بر اساس مربع باقی مانده اخیر u_{t-1}^2 اندازه گیری می‌شود را عبارت $ARCH$ گویند و پیش بینی اخیر واریانسσ_{t-1}^2 را عبارت GARCH می‌گویند. مدل عمومی $GARCH$ به صورت

$GARCH(q\ ,p)$ نمایش داده می‌شود که p مرتبه عبارت $ARCH$ و q مرتبه عبارت GARCH است و معادله آن به صورت صورت رابطه(۲) توصیف می‌شود:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{g} \beta_j \sigma_{t-j}^2 \qquad \text{(رابطه۲)}$$

- مدل $\boldsymbol{GARCH}$ نامتقارن [۴]

در مدل $GARCH$ متقارن، تغییرپذیری (واریانس‌ها) برای شوک‌های مثبت و منفی یکسان است. به عنوان مثال اثر شوک‌های مثبت و منفی که به بازدهی سهام وارد می‌شود، به صورت متقارن در نظر گرفته می‌شود. یا اثر کاهش و افزایش قیمت نفت برای یک اقتصاد، متقارن است. اما هیچ دلیلی وجود ندارد که اثرات این شوک‌ها، متقارن باشند. بدین منظور مدل‌های $GARCH$ به گونه‌ای توسعه داده شده‌اند تا بتوانند اثرات شوک‌های مثبت و منفی را به صورت نامتقارن نیز در نظر بگیرند. دو نوع از این مدل‌ها شامل مدل GJR [۱۹]ودیگری مدل $GARCH$ نمایی یا $EGARCH$ [۲۰]می‌باشد که توسط نلسون (۱۹۹۱) ارائه شده است. مدل GJR ساده ترین نوع از مدل‌های $GARCH$ نامتقارن است. در این پژوهش از مدل $EGARCH$ استفاده می‌گردد. این مدل روش دیگری برای فرمول‌بندی واریانس شرطی است که عبارت است از:

$$Ln\ \sigma_t^2 = \omega + \beta Ln\ \sigma_{t-1}^2 + \gamma \frac{u_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \alpha \left[\frac{|u_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \qquad \text{(رابطه ۳)}$$

و یا می‌توان آن را به صورت رابطه زیر نوشت: (رابطه۴)

$$Ln\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{|u_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \beta Ln\sigma_{t-1}^2 + \gamma \frac{u_{t-1}}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} \quad , \quad \alpha_0 = \omega - \alpha\sqrt{\frac{2}{\pi}} \ , \ \alpha_1 = \alpha$$

تئوری ارزش فرین

تئوری مقدار فرین یک چارچوب قدرتمند برای مطالعه‌ی رفتار دنباله‌های توزیع است. مدیریت ریسک مشکلات زیادی در مواجهه با رخداد ارزش‌های فرین دارد. رخداد این نوع از ارزش‌ها غیر محتمل هستند، اما در صورت رویداد می‌توانند بسیار پرهزینه باشند. تلاش برای حل مسائل ارزش فرین در نهایت منجر به ارائه تئوری ارزش فرین گردید. تئوری ارزش فرین شاخه‌ای از آمار کاربردی است که برای حل چنین مسائلی توسعه یافته است. جای تعجب نیست که تئوری ارزش فرین متفاوت از مفاهیم آشنای آماری است که تاکنون با آن سروکار داشته‌ایم. دلیلی اصلی این است که مفاهیم آماری اغلب بر مبنای قضیه حد مرکزی[۲۱] است، تا جایی که به این قسمت از آمار، آمار گرایش مرکزی[۲۲] گویند. در حالی که ارزش‌های

فرین بر اساس قضیه‌های ارزش فرین شکل می‌گیرد. تئوری ارزش فرین از این قضایا برای تشریح توزیع‌هایی استفاده می‌کنند که برازنده داده‌های فرین است. این نظریه همچنین به ما در جهت چگونگی برآورد پارامترهای مربوطه یاری می‌رساند[6, 3]. دو نوع رویکرد اصلی برای مدل‌سازی نظریه ارزش فرین وجود دارد: شرطی و غیر شرطی. نوع غیر شرطی آن شامل مدل‌های حداکثر بلوک به عنوان قدیمی‌ترین گروه مدل‌های تئوری ارزش فرین در نظر گرفته می‌شود و نوع شرطی آن شامل مدل‌های فراتر از آستانه که به عنوان یک رویکرد مدرن از نظریه ارزش فرین تلقی می‌شود. که در این مقاله رویکرد فراتر از آستانه بکار گرفته می‌شود.

- رویکرد فراتراز آستانه[۲۳]

رویکرد فراتر آستانه نیز روشی بدیهی برای مدل‌سازی تخطی‌ها از یک آستانه‌ی بزرگ است. یک راه حل استخراج ارزش‌های فرین از یک نمونه‌ی مشاهدات این است که تخطی‌ها از یک آستانه‌ی بزرگ را به عنوان ارزش‌های فرین در نظر بگیریم. اگر نمونه‌ی مشاهدات را با $X_1,X_2,\dots,X_n$ ، تابع توزیع آن را با $F(x)$ و مقدار آستانه را با u نشان دهیم، $F(u)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [15]:

$$F(u) = pr\{X_i \le u\} \qquad \text{(رابطه ۵)}$$

تخطی زمانی اتفاق می‌افتد که برای هر $i = 1,2,\dots,n$ داشته باشیم: $X_i > u$

بر این اساس، مقدار اضافی فراتر از آستانه را به صورت $y_i = X_i - u$ تعریف می‌کنیم.

برای احتمالات $X_i \le y_i + u$ خواهیم داشت [15]:

$$pr\{X_i \le y_i + u\} = F(Y_i + u) \qquad \text{(رابطه ۶)}$$

به این ترتیب، برای توزیع احتمال مقادیر اضافی فراتر از آستانه‌ی u خواهیم داشت:

$$F_u(y) = pr\{X_i - u \le y_i | X_i > u\} \qquad \text{(رابطه۷)}$$

که $F_u(y)$ معرف احتمال تخطی X حداکثر به اندازه‌ی y از آستانه u است، البته مشروط بر این که X از u فراتر رفته باشد. این احتمال مشروط را می‌توان به صورت زیر نوشت [15]:

$$F_u(y) = pr\{X_i - u \le y_i | X_i > u\} = \frac{pr\{X_i - u \le y_i, X_i > u\}}{pr(X_i > u)} \qquad \text{(رابطه ۸)}$$

که در نتیجه خواهیم داشت: $F_u(y) = \frac{F(y_i+u)-F(u)}{1-F(u)}$ (رابطه ۹)

آنجا که $F_u(y)$ احتمال مشروط بر تخطی از آستانه است، y_i تنها برای مقادیر بزرگ‌تر از صفر تعریف می‌شود و بدین ترتیب هر زمان که y_i مقدار می‌گیرد، تخطی روی داده است. می‌دانیم که برای

هر $X > u$ داریم : $X = y + u$ بنابراین توزیع احتمال متغیر X را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u) \qquad \text{(رابطه ۱۰)}$$

رابطه بالا تنها برای $X > u$ صادق است. بالکما، دی هان و پیکاندس، طی قضیه‌ای نشان دادند که برای u هایی که به اندازه‌ی کافی بزرگ، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع تعمیم یافته پارتو[۲۴] تقریب زد، زیرا با بزرگ شدن آستانه، توزیع ارزش‌های فراتر از آستانه یعنی $F_u(y)$ به توزیع تعمیم یافته‌ی پارتو نزدیک می‌شود. توزیع تعمیم یافته‌ی پارتو را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [15]:

$$G_{\varepsilon,\mu,\sigma}(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}} & if\ \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] & if\ \xi = 0 \end{cases} \qquad \text{(رابطه ۱۱)}$$

با:

$$x\epsilon \begin{cases} [\mu, \infty] & if\ \xi \geq 0 \\ \left[\mu, \mu - \frac{\sigma}{\xi}\right] & if\ \xi < 0 \end{cases}$$

همانطور که مشخص است حد بخش نخست رابطه‌ی بالا به ازای $\xi \to 0$ برابر با رابطه‌ی دوم است. بر این اساس می‌توان توزیع تعمیم یافته پارتو را تنها با رابطه‌ی زیر نمایش داد:

$$G_{\xi,\mu,\sigma}(x) = 1 - [1 + \xi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)]^{-1/\xi} \qquad \text{(رابطه ۱۲)}$$

در رابطه‌های ۱۱ و ۱۲، x همان ارزش‌های فراتر از آستانه یا X های بزرگ‌تر از u است و μ نیز معادل آستانه یا همان u است. بنابراین می‌توان رابطه‌ی ۱۲ را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\mathrm{F}(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi\left(\frac{x-u}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}} & if\ \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-u}{\sigma}\right)\right] & if\ \xi = 0 \end{cases} \qquad \text{(رابطه ۱۳)}$$

با:

$$x\epsilon \begin{cases} [u, \infty] & if\ \xi \geq 0 \\ \left[u, u - \frac{\sigma}{\xi}\right] & if\ \xi < 0 \end{cases}$$

طبق قضیه بالکما، دی هان و پیکاندس، $F_u(y)$ برای u هایی که به اندازه کافی بزرگ است، به توزیع تعمیم یافته پارتو نزدیک می‌شود و نیز از آنجا که برای هر $x > u$ داریم $X = u + y$ بنابراین می‌توان توزیع احتمال متغیر X را این گونه نوشت[13] :

$$F(x) = [1 - F(X)]G_{\xi,\mu,\sigma}(x - u) + F(u) \qquad \text{(رابطه ۱۴)}$$

بعد از تعیین آستانه، مشاهدات فراتر از آستانه را از نمونه‌ی مشاهدات جدا می‌کنیم. اگر تعداد مشاهدات فراتر از آستانه را با n_u و تعداد کل مشاهدات را با n نمایش دهیم، به راحتی می‌توان آخرین

جمله‌ی سمت راست رابطه‌ی ۱۴ را با برآورد کننده‌ی تجربی زیر تخمین بزنیم [16]:

$$\hat{F}(u) = \frac{n-n_u}{n} \quad \text{(رابطه ۱۵)}$$

با جای‌گذاری رابطه‌ی ۱۵ در رابطه‌ی ۱۴ می‌توان توزیع احتمال مقادیر X را برآورد کرد [16]

$$\hat{F}(x) = \left(1 - \frac{n-n_u}{n}\right) G_{\xi,\mu,\sigma}(x-u) + \frac{n-n_u}{n} \quad \text{(رابطه ۱۶)}$$

$$= \frac{n_u}{n} G_{\xi,\mu,\sigma}(x-u) + \frac{n-n_u}{n} = 1 + \frac{n_u}{n}[G_{\xi,\mu,\sigma}(x-u) - 1]$$

در نهایت با جایگذاری رابطه‌ی ۱۶ در رابطه‌ی ۱۳ خواهیم داشت:

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{n_u}{n}[1 + \xi\left(\frac{x-u}{\hat{\sigma}}\right)]^{-1/\xi} \quad \text{(رابطه ۱۷)}$$

می‌توانیم به جای $x-u$، معادل آن یعنی مقادیر اضافی فراتر از آستانه را جایگزین کنیم :[14]

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{n_u}{n}[1 + \xi\frac{y}{\hat{\sigma}}]^{-1/\xi} \quad \text{(رابطه ۱۸)}$$

تئوری ارزش فرین شرطی[۲۵]

تئوری ارزش فرین به طور مستقیم بر روی دنباله‌های توزیع تمرکز می‌کند بنابراین بطور بالقوه برآورد و پیش‌بینی بهتری از ارزش در معرض خطر ارائه می‌دهد. اما بکار بردنEVT برای بازده دارایی‌های مالی بدلیل اینکه هم توزیع و مستقل نمی‌باشد، مناسب نمی‌باشد. بنابراین باید این خاصیت را در مدل‌سازی لحاظ نمود. یک رویکرد برای حل این مشکل توسط مک نیل و فری (۲۰۰۰) در دو مرحله پیشنهاد شده است که شامل مراحل زیر است:

۱- از یک مدل $GARCH$ برای پیش‌بینی نوسانات بازده دارایی استفاده می‌شود و پس از تخمین پارامترهای مدل پسماندها استخراج می‌شود، این پسماندها با کم کردن بازده مورد انتظار از بازده واقعی حاصل می‌شود. انتظار بر این است که این پسماندها دارای توزیع یکسان و مستقل از هم باشند که برای استفاده در تئوری ارزش فرین مناسب هستند.

۲- تئوری ارزش فرین برپسماندهای استاندارد شده به کار گرفته می‌شود و سپس برآوردهایی از دنباله بالا و پایین توزیع به دست می‌آید.

در این مطالعه، تئوری ارزش فرین شرطی مورد استفاده قرار گرفته است و پس از به‌دست آوردن برآوردهایی از دنباله بالا و پایین تخمینی از تابع توزیع تجمعی (CDF) نیمه پارامتری از هر بازده به‌دست آمده که برای محاسبه ارزش در معرض خطر با استفاده از تابع کاپولا به آن نیاز است.

نظریه کاپولا و روش برآورد

یک کاپولای n بعدی یک تابع توزیع روی فضای $[0\,,1]^n$ با توزیع حاشیه‌ای یکنواخت استاندارد است. برای کاپولاها از نمادگذاری $C(u) = (u_{1,\dots,}u_n)$ استفاده می‌کنند. کاپولا یک نگاشت از یک ابر مکعب به یک بازه واحد بصورت $C\colon [0,1]^n \to [0,1]$ بوده که سه ویژگی زیر در آن برقرار است.

۱- $C(u_{1,\dots,}u_n)$ نسبت به هر مولفه‌ی u_i افزایشی است.

۲- به ازای هر $i \in \{1,2,\dots,n\}$ و $u_i \in [0,1]$ داریم : $C(1,\dots,1,u_i,1,\dots,1) = u_i$

۳- به ازای هر $(a_{1,\dots,}a_n), (b_{1,\dots,}b_n) \in [0,1]^n$ که $a_i \le b_i$ داریم:

$$\sum_{i_1=1}^{2} \dots \sum_{i_n=1}^{2} (-1)^{i_1+\dots+i_n}\ C(u_{i_1},\dots,u_{i_n}) \ge 0$$

که در آن به ازای هر $j \in \{1,\dots,n\}$ داریم: $b_j = u_{j2}\,, a_j = u_{j1}$

- قضیه‌ی اسکلار[۲۶]

اسکلار (۱۹۵۹) برای نخستین بار توابع کاپولا را در قضیه‌ای به صورت زیر معرفی کرد: فرض کنید $\mathrm{F}(\mathrm{X}_1,\mathrm{X}_2)$ نشان دهنده‌ی یک تابع توزیع توأم برای دو متغیر تصادفی $\mathrm{X}_1,\mathrm{X}_2$ با توابع حاشیه‌ای $\mathrm{F}_1(\mathrm{X}_1), \mathrm{F}_2(\mathrm{X}_2)$ باشد. آنگاه یک تابع کاپولا مانند C برای هر مقادیر حقیقی $\mathrm{x}_1,\mathrm{x}_2$ به صورت $F(X_1,X_2) = C(F_1(X_1), F_2(X_2))$ وجود دارد. که با مشتق گرفتن از دو طرف معادله بالا داریم:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{F}(\mathrm{X}_1,\mathrm{X}_2)}{\partial \mathrm{X}_1\,\partial \mathrm{X}_2} = \frac{\partial^2 \mathrm{C}(\mathrm{F}_1(\mathrm{X}_1),\mathrm{F}_2(\mathrm{X}_2))}{\partial \mathrm{F}_1\,\partial \mathrm{F}_2}\,\mathrm{f}_1(\mathrm{X}_1)\mathrm{f}_2(\mathrm{X}_2) \qquad \text{(رابطه ۱۹)}$$

$$= \frac{\partial C(u_1,u_2)}{\partial u_1 \partial u_2} \times \prod_i \frac{\partial F_i(X_i)}{\partial X_i} = C(\tilde{u}) \times \prod_i f_i(X_i)$$

که در آن $\mathrm{f_i}$ تابع چگالی $\mathrm{F_i}$ و $\mathrm{u_i} = \mathrm{F_i}(\mathrm{X_i})$ برای هر $\mathrm{i} = 1,2$, $\tilde{\mathrm{u}} = (\mathrm{u}_1,\mathrm{u}_2)$ و $\mathrm{c}(\tilde{\mathrm{u}})$ تابع چگالی کاپولا است. هنگامی که متغیرها پیوسته باشند، قضیه‌ی اسکلار نشان می‌دهد که هر تابع توزیع احتمال چند متغیره می‌تواند با یک توزیع حاشیه‌ای و یک ساختار وابستگی به صورت معادله ۱۹ نشان داده شود. اگر همه‌ی حاشیه ها پیوسته باشند، آنگاه کاپولا یکتاست و به صورت یکتا می‌توان آن را با استفاده از مقادیر مختلف توزیع حاشیه ای بیان کرد. مهم‌ترین ویژگی نتیجه‌ی یاد شده آن است که هیچ الزامی مبنی بر تشابه توزیع‌های حاشیه‌ای وجود ندارد. همچنین لازم نیست که انتخاب کاپولا به توزیع حاشیه‌ای محدود شود.

• وابستگی دنباله‌ای

ضریب همبستگی خطی ساختار کلی را نشان می‌دهد و بر اساس تابع توزیع توأم F قابل بیان است. در حالی که گاهی اوقات علاقمند به بررسی وابستگی موضعی هستیم، که در داده‌های مالی و اقتصادی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این حالت از نوعی از وابستگی، که به وابستگی دنباله‌ای (دمی) معروف است، استفاده می‌کنیم[۹].در حقیقت، وابستگی دنباله‌ای وابستگی بین متغیرها را در یک چهارم بالایی (چارک) سمت راست و یک چهارم پایینی (چارک) سمت چپ روی $I^2 = [0,1]^2$ اندازه می‌گیرد. وابستگی دنباله‌ای رابطه‌ی وابستگی بین مقادیر بزرگ (کوچک) از یک متغیر با مقادیر بزرگ (کوچک) از متغیر دیگر را توصیف می‌کند، که تحت عنوان وابستگی دنباله‌ای بالایی (پایینی) تعریف می‌شوند.

در نظر بگیرید $X = (X_1,X_2)^T$ یک بردار تصادفی دو بعدی باشد، گوییم X دارای وابستگی دنباله‌ی بالایی است هرگاه: [۹,۱۸]

$$\lambda_U = \lim_{u\to 1^-} P\left[X_1 > {F_1}^{-1}(U_1) | X_2 > {F_2}^{-1}(U_2)\right] \qquad \text{(رابطه ۲۰)}$$

که در آن ${F_i}^{-1}$ معکوس تابع توزیع تجمعی برای X_i است. در نتیجه X در صورت $\lambda_U = 0$ به دنباله‌ی بالایی وابستگی نخواهد داشت. به علاوه گوییم $X = (X_1,X_2)^T$ دارای وابستگی به دنباله پایین است هرگاه: [۹,۱۸]

$$\lambda_L = \lim_{u\to 0^+} P\left[X_1 \le {F_1}^{-1}(U_1) | X_2 \le {F_2}^{-1}(U_2)\right] \qquad \text{(رابطه ۲۱)}$$

• کاپولای نرمال

سونگ[۲۷] (۲۰۰۰) تابع توزیع خانواده‌ی تابع کاپولای نرمال را به صورت معادله‌ی ۲۲ بیان کرد:

$$C^{Ga}(u_1,u_2;\rho) = \psi_\rho(\psi^{-1}(u_1), \psi^{-1}(u_2)) \qquad \text{(رابطه ۲۲)}$$

که در آن ψ_ρ تابع توزیع نرمال استاندارد دو متغیره با ضریب هم بستگی $\rho \in (0,1)$ است.

• کاپولای تی- استودنت

امبرچت و همکاران (۲۰۰۱) تابع توزیع تابع کاپولای تی-استیودنت را به صورت معادله‌ی ۲۳ بیان کردند.

$$C^T(u_1,u_2) = T_{\upsilon,\rho}(t_\upsilon^{-1}(u_1), t_\upsilon^{-1}(u_2)) \qquad \text{(رابطه ۲۳)}$$

که در اینجا $T_{\upsilon,\rho}$ توزیع دو متغیره تی-استیودنت، ρ ضریب همبستگی، ν درجه‌ی آزادی t_ν^{-1} معکوس توزیع تک متغیره تی-استیودنت است. امبرچت و همکاران (۲۰۰۱) نشان دادند که تابع کاپولای تی-استیودنت بیانگر وابستگی دنباله‌ای بالایی و پایینی به طور هم‌زمان است.

• کاپولای ارشمیدوسی [۹, ۱۸]

کاپولای ارشمیدوسی یک دسته‌ی مهم از توابع کاپولا با ساختار ساده و خصوصیات تحلیلی فراوان است. کاپولای ارشمیدوسی دو متغیره به صورت $C(u_1,u_2) = \varphi^{[-1]}\{\varphi(u_1) + \varphi(u_2)\}$ است، که پیوسته اکیداً کاهشی و دارای تابع مولد $\varphi: [0,1] \to [0,\infty]$ به طوری که $\varphi(1) = 0$ و تابع شبه معکوس $\varphi^{[-1]}$ به صورت رابطه ۲۴ است.

$$\varphi^{[-1]}(t) = \begin{cases} \varphi^{-1}(t) & 0 \le t \le \varphi(0) \\ 0 & \varphi(0) \le t \le \infty \end{cases} \qquad \text{(رابطه۲۴)}$$

φ را اکید گویند هرگاه $\varphi(0) = \infty$. شایان ذکر است که از مشتقات یک طرفه φ وجود داشته و φ یک تابع محدب است. به طور خاص $\dot{\varphi}(0)$ و $\varphi(\acute{1})$ معنی مشتقات یک طرفه در مرز دامنه های φ هستند. سه نوع کاپولای ارشمیدوسی که به صورت رایج استفاده می‌شود شامل کاپولای کلایتون (کلایتون، ۱۹۸۷)، کاپولای فرانک (فرانک، ۱۹۷۹)، و کاپولای گامبل(گامبل، ۱۹۶۰) می‌باشد که در جدول ۱ به طور مختصر ویژگی‌های آن‌ها ارائه می‌شود.

جدول ۱: تشریح توابع کاپولا

کاپولا ارشمیدوسی	تابع کاپولا	وابستگی دم پایین	وابستگی دم بالا
فرانک	$C_F(u_1,u_2) = -\frac{1}{\theta}Ln(1 + \frac{(e^{-\theta u_1}-1)(e^{-\theta u_2}-1)}{e^{-\theta}-1})$	۰	۰
کلایتون	$C_c(u_1,u_2) = max[(u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1, 0]$	$2^{-\theta^{-1}}$	۰
گامبل	$C_G(u_1,u_2) = \exp(-\left[(-Ln(u_1))^{\theta} + (-Ln(u_2))^{\theta}\right]^{\theta^{-1}})$	۰	$2-2^{-\theta}$

• ارزش در معرض خطر

ارزش در معرض خطر بیشترین زیان مورد انتظار یک سرمایه‌گذاری در افق زمانی مشخص، و در سطح اطمینان معین را اندازه‌گیری می‌نماید. بیان ریاضی ارزش در معرض خطر به صورت معادله‌ی ۲۵ تعریف می‌شود[۱۸] . (رابطه ۲۵) $\Pr[P_1 - P_0 \le VaR] \le \alpha$

ارزش در معرض خطر شرطی (CVaR) زیان مورد انتظار در دنباله است وبه عنوان میانگین زیان‌هایی که از ارزش در معرض خطر تخطی نموده اند، تعریف شده است. به صورت رسمی CVaR به صورت فرمول زیر تعریف می‌شود [۱۸]:

$$\mathrm{CVaR}^{\alpha} = \mathrm{E}(\mathrm{R}/\mathrm{R} \geq \mathrm{VaR}^{\alpha}) \quad \text{(رابطه ۲۶)}$$

که P_0 ارزش سبد دارایی در زمان صفر و P_1 ارزش سبد در زمان یک است و α سطح معناداری آماری است. حال اگر تابع توزیع تجمعی ارزش سبد دارایی در دوره‌ی آتی را به شکل $F(P)$ نشان دهیم، معکوس تابع توزیع تجمعی نشان دهنده‌ی کوانتیل توزیع بازدهی است. بنابراین ارزش در معرض ریسک را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۲۷ بدست آورد.

$$VaR(\alpha) = F^{-1}(1-\alpha) \quad \text{(رابطه ۲۷)}$$

برای برآورد ارزش در معرض ریسک سبد دارایی با استفاده از رویکرد $\mathrm{GARCH-EVT-COPULA}$ بازدهی سبد دارایی $X_{p,t}$ با دو دارایی $X_{1,t}$ و $X_{2,t}$ در نظر گرفته شده است. بازدهی آن به صورت تجربی با وزن دهی به دو دارایی موجود در سبد به شکل معادله ۲۸ بیان شده است [۹].

$$\mathrm{X_{P,t}} = \mathrm{WX_{1,t}} + (1-\mathrm{W})\mathrm{X_{2,t}} \quad \text{(رابطه ۲۸)}$$

که در آن W و $(1-W)$ نشان دهنده‌ی وزن دارایی‌های موجود است. بدین ترتیب بازدهی سبد دارایی به شکل معادله ۲۹ تعریف می‌شود[۹].

$$P\left(X_{p,t} \leq VaR_t(\alpha)\middle|\Omega_{t-1}\right) \quad \text{(رابطه ۲۹)}$$
$$= P\left(WX_{1,t} + (1-W)X_{2,t} \leq VaR_t(\alpha)\middle|\Omega_{t-1}\right)$$
$$= P\left(X_{1,t} \leq \frac{VaR_t(\alpha)}{W} - \frac{1-W}{W}X_{2,t}\middle|\Omega_{t-1}\right) = \alpha$$

با توجه به پیوسته بودن بازدهی سبد دارایی برآورد ارزش در معرض خطر به شکل معادله‌ی ۳۰ تعریف می‌شود و تئوری اسکلار معرفی خواهد شد.

$$P(X_{p,t} \leq VaR_t(\alpha)|\Omega_{t-1}) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{y} f(X_{1,t}, X_{2,t}|\Omega_{t-1})\, dX_{1,t}\, dX_{2,t} \quad \text{(رابطه ۳۰)}$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{y} c\left(F\left(X_{1,t}\right), F\left(X_{2,t}\right)\middle|\Omega_{t-1}\right) f(X_{1,t}|\Omega_{t-1}) \times f(X_{2,t}|\Omega_{t-1})\, dX_{1,t}\; dX_{2,t}$$

که در آن $y = \frac{VaR_t(\alpha)}{W} - \frac{1-W}{W}X_{2,t}$. حال می‌توان ارزش در معرض ریسک سبد دارایی را محاسبه کرد.

نتایج تجربی پژوهش

• داده های تحقیق

داده‌های مورد استفاده در پژوهش حاضر برای مدل‌سازی بر اساس داده‌های نرخ ارز روزانه شامل دلار آمریکا، یورو، پوند انگلستان و درهم امارات استفاده شده است. دوره مورد بررسی شامل داده‌های روزانه با ۵ روز کاری از شهریور ماه سال ۱۳۹۱تا انتهای سال ۱۳۹۶ می‌باشد. لازم به ذکر است در این دوره، روزهای مشترک که داده‌ها در درسترس بوده‌اند، در تحقیق مورد استفاده قرار گرفته است. برای محاسبه بازده این شاخص از بازده لگاریتمی به صورت $r_t = (p_t - p_{t-1}) \times 100$ که در آن p_t برابر $Ln(p_t)$ است، بهره گرفته شده است. برای بررسی ساختار وابستگی و برآورد ریسک پرتفوی ترکیباتی دوتایی از ارزهای مهم شامل دلارآمریکا، یورو، پوند انگلستان و درهم به عنوان پرتفوی ارزی در نظرگرفته می‌شوند. بنابراین به بررسی ۶ پرتفوی که هر کدام متشکل از دو ارز می‌باشند، می‌پردازیم. ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی برای هر کدام از پرتفوها که شامل دو ارز می‌باشند، محاسبه و وزن بهینه هر کدام از ارزها در پرتفوی مورد نظر باتوجه به حداقل کردن ریسک پرتفوی ارائه خواهد شد. در جدول (۲) خصوصیات آماری داده های مورد استفاده خلاصه شده است. با توجه به اینکه ضریب کشیدگی بازدهی سری‌های مورد بررسی بیشتر از ضریب کشیدگی تابع چگالی نرمال ۳ می‌باشد، بنابراین تابع چگالی بازدهی این دارایی‌ها، دارای دنباله پهن و قله بلند دارد. همچنین آماره جارک‌برا[۲۸] و مقدار احتمال[۲۹] آن بیانگر آن است که فرضیه صفر مبنی بر نرمال بودن داده‌ها رد می‌شود بنابراین تابع توزیع بازده ارزها نرمال نیست.

جدول ۲: ویژگی‌های آماری بازده متغیرهای مورد بررسی

معیارآماری	بازدهی دلار	بازدهی یورو	بازدهی پوند	بازدهی درهم
میانگین	0.067	0.063	0.057	0.071
حداکثر	17.205	20.394	12.415	17.408
حداقل	-6.022	-6.435	-4.359	-4.230
انحراف	0.873	1.033	0.798	0.875
چولگی	6.871	6.827	4.219	8.477
کشیدگی	134.188	133.769	59.464	152.083
برا جارک	۸۶۶۳۳۷	۸۶۰۷۴۷	۱۶۲۲۸۸	۱۱۲۰۹۷۶
احتمال	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰
آزمونADF	-۱۰,۱۵۶	-۱۷,۵۹۷	-۱۵,۲۰۲	-۱۰,۳۲
مقادیر بحرانی مک‌کینون	-۲,۸۶۶	-۲,۸۶۶	-۲,۸۶۶	-۲,۸۶۶
احتمال	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰
آزمونLM-ARCH	۶۶,۵۴	۲۲۷,۳	۲۴۲,۶	۲۱,۰۴

در این بررسی آزمون مانایی متغیرهای مورد بررسی به روش دیکی فولر گسترش یافته (ADF) به خوبی نشان می‌دهد که این سری‌های زمانی مانا بوده و فرض صفر مبنی بر عدم مانایی آن‌ها را در سطح ۹۹ درصد رد می‌گردد. همچنین به خوبی مشخص است که در آزمون $LM-ARCH$ وجود واریانس شرطی غیرهمسان سری‌های مورد نظر وجود دارد و نیازمند مدل‌سازی واریانس متغیرها به صورت تک متغیره است.

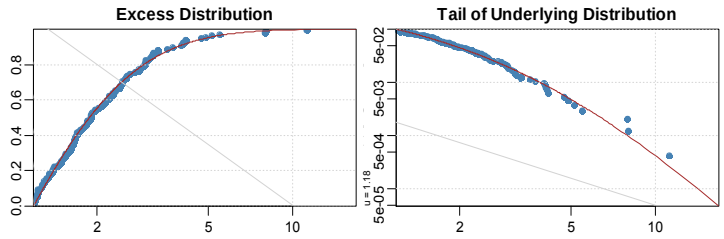
- برآورد توزیع حاشیه‌ای

با توجه به این موضوع که داده‌های مورد نظر از لحاظ آماری داری توزیع نرمال نبوده‌اند و از طرفی اثرات ARCH نشان می‌دهد که سری‌های مورد نظر نیازمند بررسی مدل‌سازی واریانس هستند در این پژوهش با توجه به این مهم که شوک‌های وارد شده در بازارهای مالی اغلب نامتقارن هستند، بنابراین مدل های $GARCH(1,1)$ و $E-GARCH(1,1)$ معرفی شده در بخش قبلی برای هر کدام از سرهای زمانی مورد بررسی با توزیع t-استیودنت برآورد شد. نتایج این برآورد نشان دهنده آن است که برای سری بازدهی دلار آمریکا مدل$GARCH(1,1)$ و برای سری‌های بازدهی یورو، پوند انگلستان و درهم امارات مدل $E-GARCH(1,1)$ برآورد قابل قبولی را ارائه می‌دهند.[۳۰] پسماندهای همه‌ی مدل‌های برآورد شده برای سری بازدهی ارزها توسط آزمون یونگ- باکس خودهمبستگی ندارند. همچنین نتایج حاصل

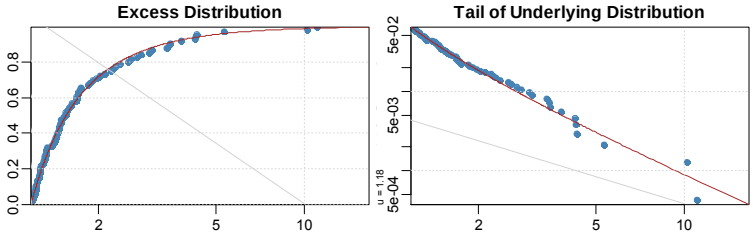
از آزمون ARCH برای بررسی ناهمسانی واریانس در مدل‌های برآورد شده نشان دهنده‌ی عدم ناهمسانی واریانس بین پسماندهای مدل است که این مهم را در سطح ۵٪ تایید می‌کند و برازش صحیح این مدل‌ها را تضمین می‌کند. نکته در خور توجه وجود آثار اهرمی مدل $E-GARCH(1,1)$ برای سری‌های بازدهی مورد بررسی است؛ به طوری که اثرهای نامتقارن شوک‌ها برای سری بازدهی ارزهای یورو، پوند انگلستان و درهم امارات عدد مثبت و معناداری است و نشان دهنده آن است که شوک‌های منفی نسبت به شوک‌های مثبت اثر بیشتری را در پر تلاطم کردن بازدهی خواهد داشت و واکنش فعالان بازار ارز به اخبار بد بیشتر از واکنش آن‌ها به اخبار خوب بوده و شوک‌های مثبت تلاطم کوچکتری را در مقایسه با شوک‌های منفی ایجاد می‌کند.

- بررسی و برآورد مقادیر فرین

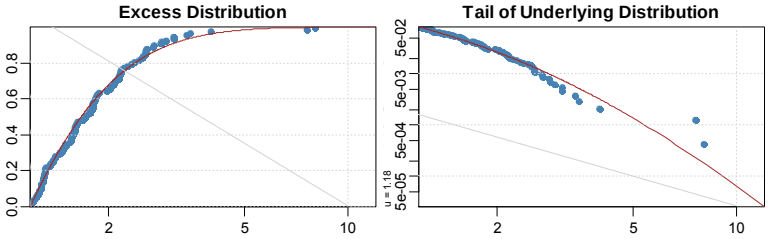
تئوری ارزش فرین به بررسی نوسانات حداکثری توزیع نمونه می‌پردازد. برای مدل سازی دنباله توزیع تجمعی به وسیله توزیع پارتو تعمیم یافته (GPD) نیاز به مشاهداتی مستقل و دارای توزیع (i.i.D) داریم. بنابراین برای رسیدن به این مشاهده‌ها، ابتدا واریانس شرطی مدل سازی شد. پس از اینکه پسماندهای فیلتر شده حاصل شدند با انحراف استاندارد شرطی، آن‌ها را استاندارد می‌کنیم. از پسماندهای استاندارد شده استفاده می‌کنیم و با استفاده از تئوری ارزش فرین برای تخمین دنباله بالایی و پایینی، تابع توزیع تجمعی برای بازدهی هر نرخ ارز محاسبه می‌شود. همچنین نتایج نشان می‌هد پارامترمربوط به بررسی دنباله توزیع (shape)[۳۱] برای دو دنباله بالایی و پایینی برای تمامی نرخ ارزها مثبت و معنی‌دار است، این نتیجه نشان می‌دهد که تمامی بازدهی نرخ‌های ارز دارای دنباله پهن هستند. به منظور تعیین میزان برازشGPD با دنبال های توزیع بازده داریی ها، توزیع شبیه سازی شده‌یGPD در نمودار ۱ تا ۴ به تصویر کشیده شده است. این نمودار ابزاری بصری ساده برای نمایش برازش بشمار می‌رود. همانطور که مشاهده می‌شود دنباله توزیع تجربی داده‌های فرین دنباله بالایی همراه با دنباله توزیع تجربی مقادیر فراتر از آستانه (تخطی‌ها) هر یک از بازده های نرخ ارز برازش مناسب را با توزیع تعمیم یافته پاراتو نشان می‌دهد.



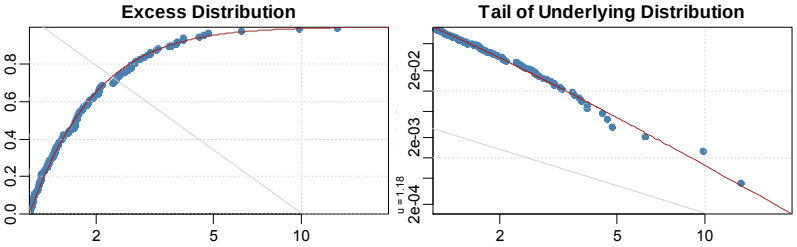
نمودار ۱: شکل تابع داده‌های فرین برآورد شده و نمودار برآورد تئوری فراتر از آستانه دلار امریکا



نمودار۲: شکل تابع داده‌های فرین برآورد شده و نمودار برآورد تئوری فراتر از آستانه یورو



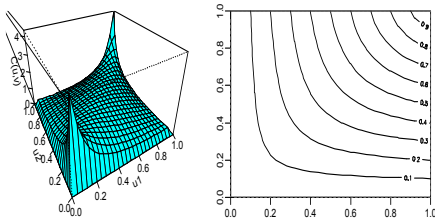
نمودار ۳: شکل تابع داده‌های فرین برآورد شده و نمودار برآورد تئوری فراتر از آستانه پوند انگلستان



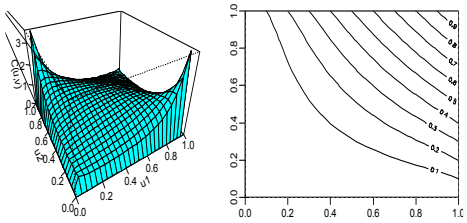
نمودار ۴: شکل تابع داده‌های فرین برآورد شده و نمودار برآورد تئوری فراتر از آستانه درهم امارات

- بررسی وابستگی زوجی

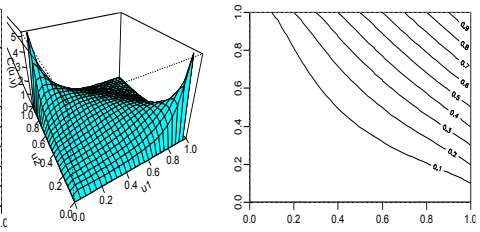
پس از برآورد توزیع حاشیه‌ای F_i برای داده‌ها به برآورد توابع کاپولای شامل کاپولای نرمال، کاپولای تی- استیودنت وخانواده‌ی کاپولای ارشمیدوسی (کلایتون، گامبل و فرانک) پرداخته شد. نتایج حاصل از برآورد تابع کاپولا بین بازارهای ارز به صورت هر جفت نرخ ارز نشان می‌دهد که تابع کاپولای تی-استیودنت بهترین توضیح‌دهندگی را برای ساختار وابستگی آن‌ها نشان می‌دهد. چرا که در این بررسی بر اساس مقادیر حداکثر راستنمایی[۳۲] و مقادیر اطلاعاتی آکائیک (AIC) دارای شرایط بهتری هستند. هم چنین بررسی وابستگی دنباله بالایی و پایینی هر جفت نرخ ارز نشان می‌دهد که دارای وابستگی دنباله بالایی و پایینی یکسانی هستند. لذا در بازدهی‌های مثبت یا افزایش ارزش و بازدهی‌های منفی یا کاهش ارزش وابستگی بین هر دو نرخ ارز یکسان است. بنابراین در زمان رونق شدید و یا رکود شدید هر دو بازدهی در یک مسیر قرار می‌گیرند.[۳۳] نمودار برآورد توابع کاپولای t برای هر دو جفت نرخ ارز در ادامه در نمودارهای ۵ تا ۱۰ ارائه شده است. این نمودارها برای توزیع مشترک تجربی با تابع کاپولای t و توزیع تجمعی آن‌ها به صورت برش مقطعی ارائه شده است.



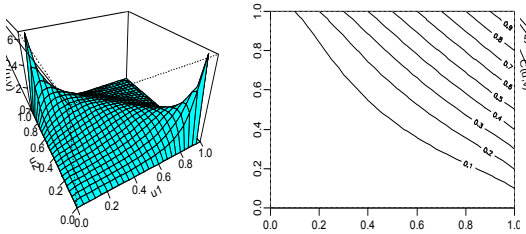
نمودار ۵: توزیع مشترک و توزیع مشترک تجمعی بر اساس تابع کاپولای t برای بازدهی دلار و یورو



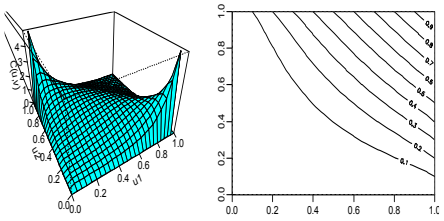
نمودار ۶: توزیع مشترک و توزیع مشترک تجمعی بر اساس تابع کاپولای t برای بازدهی دلار و پوند



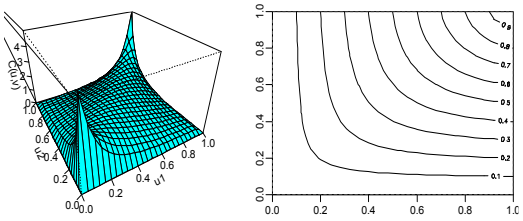
نمودار ۷: توزیع مشترک و توزیع مشترک تجمعی بر اساس تابع کاپولای t برای بازدهی دلار و درهم



نمودار ۸: توزیع مشترک و توزیع مشترک تجمعی بر اساس تابع کاپولای t برای بازدهی یورو و پوند



نمودار ۹: توزیع مشترک و توزیع مشترک تجمعی بر اساس تابع کاپولای t برای بازدهی یورو و درهم



نمودار ۱۰: توزیع مشترک و توزیع مشترک تجمعی بر اساس تابع کاپولای t برای بازدهی درهم و پوند

برآورد ریسک پرتفوی

با استفاده از تابع کاپولای برآوردی و مقادیر فرین بدست آمده، حدود ۱۰ هزار بار مشاهده برای هر بازده به روش مونت کارلو شبیه‌سازی گردید. داده‌های شبیه‌سازی شده به داده‌های واقعی بازده با در نظر گرفتن وارون تابع توزیع تجمعی آن برگردانده شد و مقادیر ارزش در معرض خطر، کوانتایل صدک مورد نظر بدست آمد، این مسیر برای وزن‌های مختلف سبدها برآورد گردید. سپس بر اساس کمترین ارزش در معرض ریسک، مقدار وزن بهنیه هر سبد مشخص شد. نتایج بررسی برآورد ارزش در معرض ریسک با وزن بهینه برای خطای ۵٪ در جدول شماره ۳ خلاصه شده است.

جدول ۳: کمترین ارزش در معرض خطر به تفکیک هر پرتفوی و وزن بهینه هریک از ارزها

مدل مورد بررسی	مقدار حداقل VaR	مقدار CVaR	وزن بهینه	
پرتفوی دلار-یورو	0.0197879	0.0361079	دلار	0.4211
			یورو	0.5789
پرتفوی دلار-پوند	0.0099576	0.0114826	دلار	0.2105
			پوند	0.7895
پرتفوی دلار-درهم	0.0074811	0.0129111	دلار	0.1579
			درهم	0.8421
پرتفوی یورو-پوند	0.0091698	0.0325698	یورو	0.1053
			پوند	0.8947
پرتفوی یورو-درهم	0.0199693	0.0312113	یورو	0.5263
			درهم	0.4737
پرتفوی پوند-درهم	0.0105552	0.0229802	پوند	0.2105
			درهم	0.7895

نتیجه گیری

در ابتدا روند تاریخی متغیرهای مورد بررسی و بازدهی آن‌ها مورد ارزیابی قرار گرفت. پس از بررسی آماری متغیرها و تایید وجود اثرات واریانس ناهمسانی و عدم نرمال بودن داده‌ها با توجه به خاصیت بازدهی‌های مالی، بنابراین مدل‌های $GARCH(1,1)$ و $E-GARCH(1,1)$ با توزیع t-استیودنت برای توزیع حاشیه‌ای سری‌های بازدهی در نظر گرفته شد. نتایج این برآورد نشان دهنده آن است که برای سری بازدهی دلار آمریکا مدل $GARCH(1,1)$ و برای سری‌های بازدهی یورو، پوند انگلستان و درهم امارات مدل $E-GARCH(1,1)$ توانایی لازم برای برآورد واریانس شرطی متغیرهای مورد بررسی برای بدست آوردن توزیع‌های حاشیه‌ای را دارا می‌باشد. سپس به بررسی وجود مقادیر فرین بر اساس تئوری ارزش فرین به روش تابع GPD پرداخته شد و مشخص گردید که مقادیر معنی‌دار پارامترها نشان دهنده وجود دنباله‌های پهن و سنگین بین بازدهی نرخ‌های ارز در بازار مالی ایران است. پس از محاسبه توزیع حاشیه‌ای برای هر سری از متغیرها، با استفاده از توابع کاپولا به بررسی ساختار وابستگی بین بازدهی‌ها پرداخته شد. در بررسی وابستگی ساختاری مشخص گردید که بین سری‌های مورد نظر وابستگی متقارنی در دنباله‌های حدی مثبت و منفی توزیع مشترک وجود دارد، به بیان بهتر زمانی که این بازارها در بازدهی‌های شدید منفی یا کاهش ارزش و بازدهی شدید مثبت یا افزایش ارزش قرار دارند؛ بین آن‌ها وابستگی بیشتر بوده و واریانس آن‌ها بر همدیگر سرایت می‌کند. در نهایت برای بررسی توانایی مدل‌های کاپولا برای محاسبه ریسک سبد دارایی از روش ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی استفاده شد، تا بتوان با لحاظ اثرات فرین و وابستگی ساختاری بین هر دو زوج نرخ ارز، پرتفوی بهینه با ریسک کمتری را حاصل نمود. نتایج نشان دهنده این واقعیت است که لحاظ مقادیر فرین و وابستگی ساختاری بین سری‌های زمانی مورد بررسی موجب بهبود در شناسایی ریسک بین این بازارها با توجه به نحوه سرایت آن‌ها می‌گردد. با توجه به اینکه نرخ ارز یکی از شاخص‌های اساسی و بنیادین در اقتصاد هر کشور است و نقش نرخ‌های ارز در نظام‌های اقتصادی به خصوص در کشورهای در حال توسعه انکار ناپذیر است. بنابراین نوسان‌های نرخ ارز و وابستگی نرخ‌های ارز به هم، برای تجار و فعالان اقتصادی درگیر در بازارهای مالی دارای اهمیت بالایی می‌باشد. به طور معمول نوسانات نرخ ارز در بلند مدت روند پس‌انداز و سرمایه‌گذاری را برهم می‌زند و تخصیص بهینه منابع را در شرکت‌های صادرکننده و وارد کننده دچار مشکل خواهد نمود. بنابراین بر اساس نتایج این پژوهش، پیشنهاد می‌گردد تجار (صادرکنندگان و واردکنندگان) با توجه به وابستگی دنباله‌ها در داده‌های فرین، سبد ارزی بهینه مورد نظر خود را تشکیل

دهند و از این طریق ریسک تغییرات و نوسان‌ها در نرخ ارز را مدیریت نمایند و تمرکز خود را برای روی صادرات و واردات خود انجام دهند تا اینکه بخواهند نگران نوسان‌های نرخ ارز باشند.

منابع

۱) پویان فر، ا.، و سید موسوی، ح. (۱۳۹۵). " تخمین ارزش در معرض ریسک داده‌های درون روزی با ویکرد $EVT - COPULA$ ". مجله مدلسازی ریسک و مهندسی مالی، دوره ۱، شماره ۲، ۱۴۴-۱۲۹.

۲) راغفر، ح.، و آجورلو، ن. (۱۳۹۵). "برآورد ارزش در معرض خطر پرتفوی ارزی یک بانک نمونه با روش $GARCH - EVT - COPULA$" . فصلنامه پژوهش‌های اقتصادی ایران، شماره ۶۷، ۱۴۱-۱۱۳.

۳) سجاد، ر.، هدایتی، ش.، و هدایتی، ش. (۱۳۹۳). " برآورد ارزش در معرض خطر با استفاده از نظریه ارزش فرین در بورس اوراق بهادار تهران" . فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه گذاری، شماره ۹، ۱۳۳-۱۵۵.

۴) سوری، ع.، " اقتصاد سنجی جلد دوم"، چاپ چهارم، انتشارات فرهنگ شناسی، ۱۳۹۴.

۵) صادقی، ح.، و بهبودی، س. (۱۳۹۵). " تخمین ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین (مطالعه‌ای در نرخ ارز)". فصلنامه علمی‌پژوهشی‌مدیریت دارایی و تأمین مالی، شماره ۲، ۹۴-۷۷.

۶) عبده تبریزی، ح. و رادپور، م. (۱۳۸۸). " اندازه گیری و مدیریت ریسک بازار" انتشارات آگاه و انتشارات پیشرو.

۷) فلاح طلب، ح.، و عزیزی، م. (۱۳۹۳)." کاربرد تئوری مقدار فرین در پیش بینی ارزش در معرض ریسک". فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری، شماره ۱۲، ۱۷۹-۱۵۹.

۸) فلاح‌پور، س.، راعی، ر.، میرزامحمدی، س.، و سید هاشمی‌نژاد، م. (۱۳۹۶). " سنجش ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از ترکیب مدل FIGARCH و نظریه ارزش فرین". فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه گذاری، شماره ۲۳، ۲۵۹-۲۸۱.

۹) کشاورز حداد، غ.، و حیرانی، م. (۱۳۹۳). " برآورد ارزش در معرض ریسک با وجود ساختار وابستگی بین بازدهی های مالی: رهیافت مبتنی بر توابع کاپولا". مجله تحقیقات اقتصادی، شماره ۴، ۸۶۹-۹۰۲.

۱۰) نصیری، ف.، حسنلو، خ.، و سید ابراهیمی، ب. (۱۳۹۳). " برآورد ارزش در معرض خطر پرتفوی سرمایه‌گذاری با استفاده از مدل‌های کاپولا-گارچ مطالعه موردی: بازار طلا، ارز و سهام" . کنفرانس بین المللی مدیریت و مهندسی صنایع.

11) Bystrom, H., (2005). Extreme value theory and extremely large electricity price changes. International Review of Economics and Finance 14, 41–55.

12) Danielsson, J. & de Vries, C. G. (1997). Tail index and quantile estimation with very high frequency data. Journal of empirical Finance, 4(2), 241-257.

13) Dowd, K. (2005).Measuring market risk, Third Edistion, Wiley. Com.

14) Duffie, D., & Pan, J. (1997). An overview of value at risk. Journal of Derivatives, 4, 7- 49.
15) Gencay, R. & Selcuk, F. (2004). Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets. International Journal of Forecasting, 20(2), 287-303.
16) Gumbel, E. J. (1960). Bivariate exponential distributions. Journal of American Statis-tical Association, 55, 698–707.
17) Huang, J.-J., Lee, K.-J., Liang, H., & Lin, W.-F. (2009). Estimating value at risk of portfolioby conditional copula-GARCH method. Insurance: Mathematics and Economics,45, 315–324.
18) Karmakar, M.(2017). Dependence structure and portfolio risk in Indian foreign exchangemarket: A GARCH-EVT-Copula approach. The Quarterly Review of Economics and Finance. QUAECO-1003; No. of Pages 17.
19) McNeil, A.J., Frey, R., (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. Journal of Empirical Finance 7, 271–300.
20) Patton, A. J. (2006). Modelling asymmetric exchange rate dependence. InternationalEconomic Review, 47(2), 527–556.
21) Sahamkhadam,M., Stephan, A. (2018). Portfolio optimization based on GARCH-EVT-Copula forecasting models. International Journal of Forecasting, 2018, vol. 34, issue 3, 497-506.
22) Singh,K., Allen, D.E., Powell, , R. J. (2011). Value at Risk Estimation Using Extreme Value Theory, 19th International Congress on Modelling and Simulation, Perth, Australia, 12–16 December 2011.
23) Soltane H., Karaa A., Bellalah M., 2012 Conditional VaR using GARCH-EVT approach:Forecasting Volatility in Tunisian Financial Market, Journal of Computational & modeling, vol.2, no.2.
24) Wang, Z.-R., Chen, X.-H., Jin, Y.-B., & Zhou, Y.-B. (2010). Estimating risk of foreignexchange portfolio: Using VaR and CVaR based on GARCH-EVT-Copula model.Physica A, 389, 4918–4928.
25) Wang, K., Chen, Y. -H., & Huang, S. -W. (2011). The dynamic dependence between the Chinese market and other international stock returns: A time-varyingcopula approach. International Review of Economics and Finance, 21, 654–664.

پیوست ها:

پیوست ۱: برآورد مدل واریانس‌ناهمسانی برای سری‌های زمانی مورد بررسی پژوهش

	سری بازدهی دلار امریکا (مدل GARCH)				سری بازدهی یورو(مدل EGARCH)			
پارامتر	ضریب	انحراف	آماره t	احتمال	ضریب	انحراف	آماره t	احتمال
mu	0.007	0.006	1.147	0.251	0.011	0.014	0.793	0.428
ar1	-0.696	0.263	-2.650	0.008	-0.253	0.051	-5.000	0.000
ma1	0.724	0.250	2.891	0.004	0.327	0.050	6.556	0.000
omega	0.005	0.003	1.901	0.057	-0.052	0.037	-1.401	0.161
alpha1	0.243	0.039	6.226	0.000	0.084	0.041	2.038	0.042
beta1	0.756	0.044	17.080	0.000	0.884	0.034	26.274	0.000
gamma1	-	-	-	-	0.475	0.085	5.568	0.000
shape	3.267	0.218	14.954	0.000	2.700	0.255	10.576	0.000
آزمون یونگ باکس برای بررسی خودهمبستگی								
وقفه	آماره آزمون		احتمال		آماره آزمون		احتمال	
Lag[1]	0.054		0.816		0.028		0.867	
Lag[2]	0.508		0.957		0.306		0.983	
Lag[5]	1.250		0.974		0.524		0.998	
آزمون ARCH برای بررسی ناهمسانی شرطی واریانس								
وقفه	آماره آزمون		احتمال		آماره آزمون		احتمال	
Lag[1]	0.093		0.761		0.049		0.826	
Lag[2]	0.743		0.811		0.149		0.977	
Lag[5]	1.199		0.879		0.328		0.991	
	سری بازدهی پوند انگلستان(مدل EGARCH)				سری بازدهی درهم امارات(مدل EGARCH)			
پارامتر	ضریب	انحراف	آماره t	احتمال	ضریب	انحراف	آماره t	احتمال
mu	0.010	0.007	1.386	0.166	0.013	0.008	1.739	0.082
ar1	-0.202	0.034	-6.014	0.000	-0.429	0.098	-4.384	0.000
ma1	0.289	0.034	8.416	0.000	0.516	0.094	5.499	0.000
omega	-0.124	0.046	-2.664	0.008	-0.059	0.022	-2.687	0.007
alpha1	0.079	0.037	2.169	0.030	0.006	0.027	0.222	0.825
beta1	0.860	0.044	19.362	0.000	0.959	0.014	67.777	0.000
gamma1	0.443	0.082	5.386	0.000	0.330	0.069	4.771	0.000
shape	3.243	0.347	9.348	0.000	3.186	0.306	10.423	0.000
آزمون یونگ باکس برای بررسی خودهمبستگی								
وقفه	آماره آزمون		احتمال		آماره آزمون		احتمال	
Lag[1]	0.214		0.644		0.009		0.924	
Lag[2]	0.575		0.945		0.059		0.999	

Lag[5]	1.186	0.977	0.270	۰,۹۹۸
آزمون ARCH برای بررسی ناهمسانی واریانس				
وقفه	آماره آزمون	احتمال	آماره آزمون	احتمال
Lag[1]	0.288	0.592	0.003	0.960
Lag[2]	0.511	0.881	0.119	0.983
Lag[5]	0.705	0.956	0.294	0.993

پیوست ۲: برآورد پارامترهای ارزش فرین به روش GPD

		دنباله پایین				دنباله بالا			
بازدهی	پارامتر	Threshold	Scale	Shape	راستنمایی	Threshold	Scale	Shape	راستنمایی
دلار امریکا	مقدار	-0.9892	-0.0830	1.3776	1330.0	1.1808	0.1841	0.9375	134.34
	انحراف		0.0118	0.0449			0.1055	0.1299	
	آماره t		-7.0541	30.6801			1.7443	7.2193	
یورو	مقدار	-0.8332	-0.0566	1.0995	1116.3	0.9393	0.4304	0.4582	77.98
	انحراف		0.0110	0.0356			0.1224	0.0676	
	آماره t		-5.1195	30.8736			3.5147	6.7759	
پوندانگلستان	مقدار	-0.9073	-0.1140	1.2400	1183.7	1.0674	0.1712	0.6223	83.61
	انحراف		0.0104	0.0397			0.0972	0.0824	
	آماره t		-10.916	31.2009			1.7614	7.5525	
درهم امارات	مقدار	-0.8551	-0.0424	1.1498	1179.5	1.0984	0.3752	0.6186	107.37
	انحراف		0.0127	0.0380			0.1289	0.0954	
	آماره t		-3.3338	30.2869			2.9115	6.4864	

پیوست ۳: نتایج بررسی وابستگی دنباله‌ای با توابع کاپولا برای هر جفت نرخ ارز

زوج	نوع تابع کاپولا	فرانک	گامبل	کلایتون	t استیودنت	نرمال
دلار امریکا و یورو	پارامتر	3.077	1.429	0.677	0.466	0.462
	انحراف از معیار	0.191	0.032	0.051	0.025	0.021
	tآماره	16.11	44.66	13.27	18.64	22.00
	وابستگی دنباله پایینی	0	0	0.391	0.077	-
	وابستگی دنباله بالایی	0	0.375	0	0.077	-
	حداکثر راستنمایی	131.4	150.9	120.9	173	141.9

	معیار AIC	-260.8	-299.8	-239.7	-342	-281.8
دلار امریکا و پوند انگلستان	پارامتر	2.667	1.348	0.564	-0.414	0.4102
	انحراف از معیار	0.187	0.03	0.048	0.026	0.022
	آماره t	14.262	44.933	11.750	-15.923	18.645
	وابستگی دنباله پایینی	0	0	0.293	0.165	-
	وابستگی دنباله بالایی	0	0.327	0	0.165	-
	حداکثر راستنمایی	101.9	110.3	92.34	128.5	108.3
	معیار AIC	-201.8	-218.6	-182.6	-253	-214.6
دلار امریکا و درهم امارات	پارامتر	1.34	1.43	0.5648	-0.594	0.4102
	انحراف از معیار	0.05	0.03	0.048	0.02	0.022
	آماره t	26.80	47.67	11.77	-29.70	18.65
	وابستگی دنباله پایینی	0	0	0.293	0.0065	-
	وابستگی دنباله بالایی	0	0.331	0	0.0065	-
	حداکثر راستنمایی	100.2	109.2	92.34	218	108.3
	معیار AIC	-200.4	-214.3	-182.6	-558.07	-214.7

زوج	نوع تابع کاپولا	فرانک	گامبل	کلایتون	t استویدنت	نرمال
یورو و پوند انگلستان	پارامتر	5.18	1.76	1.18	-0.657	0.6401
	انحراف از معیار	0.216	0.041	0.062	0.017	0.014
	آماره t	23.981	42.927	19.032	-38.647	45.721
	وابستگی دنباله پایینی	0	0	0.556	0.0065	-
	وابستگی دنباله بالایی	0	0.517	0	0.0065	-
	حداکثر راستنمایی	314.8	306.6	267.6	345.8	311.4
	معیار AIC	-627.5	-611.1	-533.2	-687.6	-620.7
یورو و درهم امارات	پارامتر	-4.14	1.66	-0.214	-0.58	-0.582
	انحراف از معیار	0.2	0.034	0.005	0.021	0.017
	آماره t	-20.70	48.82	-42.80	-27.62	-34.24
	وابستگی دنباله پایینی	0	0	0.0001	0.0068	-
	وابستگی دنباله بالایی	0	0.563	0	0.0068	-

	حداکثر راستنمایی	220.2	206.6	83.3	270.1	244.2
	معیار AIC	-438.4	-511.4	-164.6	-536.2	-486.4

زوج	نوع تابع کاپولا	فرانک	گامبل	کلایتون	t استویدنت	نرمال
یورو و پوند انگلستان	پارامتر	5.18	1.76	1.18	-0.657	0.6401
	انحراف از معیار	0.216	0.041	0.062	0.017	0.014
	آماره t	23.981	42.927	19.032	-38.647	45.721
	وابستگی دنباله پایینی	0	0	0.556	0.0065	-
	وابستگی دنباله بالایی	0	0.517	0	0.0065	-
	حداکثر راستنمایی	314.8	306.6	267.6	345.8	311.4
	معیار AIC	-627.5	-611.1	-533.2	-687.6	-620.7
یورو و درهم امارات	پارامتر	-4.14	1.66	-0.214	-0.58	-0.582
	انحراف از معیار	0.2	0.034	0.005	0.021	0.017
	آماره t	-20.70	48.82	-42.80	-27.62	-34.24
	وابستگی دنباله پایینی	0	0	0.0001	0.0068	-
	وابستگی دنباله بالایی	0	0.563	0	0.0068	-
	حداکثر راستنمایی	220.2	206.6	83.3	270.1	244.2
	معیار AIC	-438.4	-511.4	-164.6	-536.2	-486.4

یادداشت‌ها :

1 Value at Risk
2 Copula
10 Extreme Value Theorem
4 Conditional VaR
5 Frank
6 Clayton
7 Gambel
8 Historical Simulation
9 Bollerslev
10 Mc Neil & Frey
11 Gencaya & Selcukc
12 Huang and at al.
13 Wang & Chen
14 Singh et al.
15 Karmakar
16 Saham Khadam
17 Golobal minimum variance
18 Engle

۱۹ این مدل به نام Glosten , Jagonnathan and Runkle (1993) می باشد .

20 Exponential GARCH
21Central Limit Theorem
22 Central tendency statistics
23 Peak over Thershold
24 Generalized Pareto Distribution(GPD)
25 Coditional extreme value Theory
26 Sklar's Theorem
27 Song
28 Jarque -Bera
29 P-Value

۳۰ نتایج حاصل از برآورد مدل های مذکور در پیوست قابل مشاهده است.
۳۱ نتایج حاصل از برآورد مدل های مذکور در پیوست قابل مشاهده است.

32 Likelihood function