بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات در تعاریف مختلف اندازه گیری ریسک

هدیه سادات میزبان[۱]
زهرا افچنگی[۲]
مهدی احراری[۳]
فرشاد آروین[۴]
علی سوری[۵]

دریافت: ۱۳۹۱/۱/۲۹ پذیرش: ۱۳۹۱/۳/۲۸

چکیده

این مقاله از الگوریتم ازدحام ذرات برای بهینه‌یابی سبد دارایی مارکوویتز با توجه به معیارهای متفاوت اندازه‌گیری ریسک یعنی میانگین واریانس، میانگین نیم- واریانس و میانگین قدر مطلق انحرافات و همچنین محدودیتهای موجود در بازار واقعی مانند "اندازه ثابت تعداد سهام" و "محدودیت خرید " استفاده کرده است. برای بررسی قابلیت حل این مسائل به کمک این الگوریتم، از داده‌های واقعی ۱۸۶ شرکت در بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی تیر ۱۳۸۵ تا تیر ۱۳۹۰ استفاده شده‌است. نتایج به دست آمده از این پژوهش حاکی از عملکرد موفق الگوریتم PSO در محاسبه مرز کارای مارکوویتز در تعاریف مختلف اندازه گیری ریسک است .

واژگان کلیدی: بهینه‌سازی ازدحام ذرات، سبد سهام، میانگین واریانس، میانگین نیم- واریانس، میانگین قدر مطلق انحرافات

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع- سیستم، گرایش برنامه‌ریزی اقتصادی، دانشگاه علوم اقتصادی تهران، (نویسنده مسئول)، Email: hemizban@gmail.com
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد اقتصاد- گرایش برنامه‌ریزی سیستم های اقتصادی، دانشگاه آزاد تهران مرکز، Email: za.afchangi@gmail.com
۳. پژوهشگر اقتصادی، Email: meahrari@yahoo.com
۴. دانشجوی دکتری علوم کامپیوتر، دانشکده علوم، دانشگاه لینکلن انگلستان، Email: farvin@lincoln.ac.uk
۵. استادیار، هیات علمی دانشگاه علوم اقتصادی تهران، Email: Ali_souri@yahoo.com

۱. مقدمه

بازارهای مالی پس اندازهای جامعه را که توسط موسسات مربوطه و روشهای معین جمع آوری شده، به صورت استقراضی در اختیار سایرین قرار می‌دهند. واضح است افزایش کارایی این بازارها با بهبود روند تخصیص سرمایه ارتباط مستقیم داشته و به دنبال آن رشد اقتصادی در کشور صورت خواهد گرفت. یکی از اجزای مهم بازارهای مالی، بورس اوراق بهادار است. بورس اوراق بهادار از سویی مرکز جمع‌آوری پس‌اندازها و نقدینگی بخش خصوصی به منظور تامین مالی پروژه‌های سرمایه‌گذاری بلند مدت است و از سویی دیگر مکان رسمی و مطمئنی است که دارندگان پس‌اندازهای راکد می‌توانند در این محل مناسب و ایمن، وجوه مازاد خود را برای سرمایه گذاری در شرکت‌ها به کار بیندازند (نویدی و همکاران،۱۳۸۸،۲۴۳). در بهینه‌سازی سبد سهام مسئله اصلی انتخاب بهینه دارایی‌ها و اوراق بهاداری است که با مقدار مشخصی سرمایه می‌توان تهیه کرد (راعی و همکاران،۱۳۸۸،۲۱). برای تشکیل یک پرتفوی بهینه با حداقل ریسک و حداکثر بازده روش‌های متعددی وجود دارد. انتشار نظریه مدرن پرتفوی مارکوویتز تغییرات و بهبودهای فراوانی در شیوه نگرش مردم به سرمایه‌گذاری و سبد سهام ایجاد کرد و این نظریه به عنوان ابزاری کارا برای بهینه‌سازی سبد سهام به کار گرفته شد (لای و همکاران،۲۰۰۶،۹۲۸). این مدل از دو معیار بازده و ریسک به همراه محدودیت بودجه سرمایه‌گذاری، در قالب برنامه‌ریزی درجه دوم [1] استفاده می نماید و بر این فرض استوار است که سرمایه‌گذار ریسک گریز و نیز توزیع بازده سهام به صورت نرمال می‌باشد. اما از آنجا که مدل مارکوویتز تعداد دارایی‌ها و همچنین محدودیت مربوط به حد بالا و پایین نسبت سرمایه گذاری در هر دارایی را در بر نداشت با این دو محدودیت که جزء اصلی محدودیت‌های بازار واقعی هستند، مطابقت نمی‌کرد. جیاودایر نشان دادند که این شرایط به ندرت درعمل برآورده می شود (جیا و همکاران،۱۹۹۶،۱۶۹۱). بعد از مارکوویتز تلاشهای زیادی در جهت ارتقا دادن این مدل صورت گرفت. چانگ ودیگران (۲۰۰۹،۱۰۵۲۹) و فرناندز و گومز(۲۰۰۷،۱۱۷۷) مدل

1. Quadratic

اصلاح یافته مارکوویتز را با عنوان مدل میانگین واریانس با مولفه‌های محدود (CCMV)[1] به کار گرفتند.

در این مقاله، با توجه به اهمیت روز افزون سرمایه‌گذاری در سبدهای مالی، کاربرد الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات در حل مسائل بهینه‌سازی سبد سهام با محدودیت عدد صحیح و همچنین محدودیت مربوط به حد بالا و پایین نسبت سرمایه‌گذاری در هر دارایی یا همان محدودیت خرید، با رسم مرز کارا نشان داده شده‌است. علاوه بر این این پژوهش مسئله مارکوویتز را با استفاده از تعاریف مختلف ریسک یعنی میانگین واریانس، نیم- واریانس و میانگین انحراف مطلق به کار گرفته است، بنابراین امکان مقایسه پرتفوی بهینه با توجه به تعاریف مختلف ریسک فراهم شده است. برای بررسی قابلیت حل این مسائل به کمک الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات، از داده‌های واقعی ۱۸۶ شرکت در بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی تیر ۱۳۸۵ تا تیر ۱۳۹۰ استفاده شده‌است.

براین اساس، در بخش ۲ پیشینه تحقیق، در بخش ۳ مروری بر تعاریف مختلف ریسک که در بهینه‌سازی سبد سهام به کار می‌روند، در بخش ۴ چارچوب اصلی الگوریتم PSO، در بخش ۵ الگوریتم بکار رفته و استراتژی‌های استفاده شده برای بهبود آن و در بخش ۶ یافته‌های تحقیق را ارائه می‌دهیم. نتیجه‌گیری در بخش ۷ نیز بخش پایانی مقاله خواهد بود.

۲. مروری بر پیشینه تحقیق

بعد از تشکیل بورس‌های اوراق بهادار به علت ضرورت و اهمیت نقش آن در اقتصاد و رفاه جامعه، پژوهش‌ها و مطالعات مختلف و گسترده‌ای با رویکردهای متفاوتی برای بهبود عملکرد و افزایش کارایی این سازمان صورت گرفته است. در ابتدا شارپ (۴۲۵،۱۹۶۴) مدیریت علمی سبدهای مالی را پایه‌گذاری و ضریب حساسیت بتا را که نوسانات نرخ بازده هر سهام را در مقایسه با نوسانات نرخ بازده بازار نشان می دهد، معرفی نمود. با توجه به تحقیقات شارپ و سایرین، در چند سال اخیر از ضریب بتا به عنوان معیاری برای سنجش ریسک استفاده شده‌است. مسئله انتخاب سبد سهام، برای اولین بار با هدف رسیدن به

1. Cardinality Constrained Mean Variance

پاسخی که حداقل دو هدف متضاد یعنی بازده بیشتر و ریسک کمتر را دنبال کند توسط مارکوویتز تحت عنوان مدل میانگین-واریانس ارائه شد. بعد از مارکوویتز تلاشهای زیادی در جهت ارتقا دادن این مدل صورت گرفت. کونو و یامازاکی (۱۹۹۱، ۵۱۹) مدل میانگین انحراف مطلق[1](MAD) را برای بهینه‌سازی سبد سهام را ارائه دادند که به یک برنامه‌ریزی خطی منجر می‌شد. آنها اثبات کردند که این مدل خطی می‌تواند بر دشواری‌های مدل درجه دوم ریسک فائق آید و در عین حال مزایای آن را نیز حفظ کند. لازم به ذکر است بخشی از تلاشها در جهت اصلاح مدل مربوط به خود مارکوویتز است که در پژوهشی عنوان می کند: "تحلیلهای مبتنی بر نیم واریانس نسبت به آنهایی که به واریانس متکی هستند، سبدهای بهتری ایجاد می‌کنند" (مارکوویتز،۱۹۹۵).

امروزه با رشد و تغییرات روز افزون بازارهای مالی در کشورهای توسعه یافته و در حال توسعه و با توجه به عملکرد غیر قابل پیش‌بینی سرمایه‌گذاران راه‌حلهای ریاضی محض برای حل اینگونه مسائل کافی نیستند و لذا برای حل آنها، الگوریتم های ابتکاری مورد توجه قرار گرفتند. الگوریتم های تکاملی، روشهای بهینه سازی تکاملی هستند که بر روی یک جمعیت یا به عبارت دیگر بر روی یک مجموعه جواب کار می کنند و در نهایت با توجه به تابع هدف مسئله، به جواب بهینه دست پیدا می کنند. اولین ایده در هوش جمعی ذرات که بر اساس یک مدل روانشناسی از رفتارها، یادگیری‌ها و تعاملات اجتماعی است توسط کندی و ابرهارت با عنوان (PSO)[2] مطرح شد (۱۹۹۷، ۳۰۳)، (۱۹۹۵، ۳۹). الگوریتم های فراابتکاری دیگری مثل کولونی مورچه‌ها[3](ACO) (کانگ و همکاران،۲۳۸، ۲۰۱۰)، جستجوی تابو[4] (رونالد،۱۹۹۶)، الگوریتم ژنتیک[5](GA) (لوراسچی و همکاران،۱۹۹۵ ،۳۸۴)، شبکه‌های عصبی[6](NN) (آمون و همکاران، ۱۹۹۳ ،۵۹۷) و سخت سازی شبیه سازی شده[7] (SA) برای حل مسائل بهینه‌سازی سبد سهام پیشنهاد شد. اولین باردنگ و لین(۲۰۱۰ ،۲۳۸)

1. Mean Absolute Deviation Model
2. Particle Swarm Optimization
3. Ants Colony Optimization
4. Tabu Search
5. Genetic Algorithm
6. Neural Networks
7. Simulated Annealing

کولونی مورچه‌ها را برای حل مسئله واریانس متوسط مارکوویتز با محدودیت های عدد صحیح ارائه دادند. آنها نشان دادند که ACO در بهینه‌سازی سبد سهام برای سرمایه‌گذاری با ریسک پایین، موثر و قوی است. فریتاس و دیگران (۲۰۰۷، ۲۱۵۵) شبکه های عصبی را برای پیش بینی یک مدل بهینه‌سازی نیم-واریانس سبد سهام بکار بردند و نسبت به روشهای ریاضی ۲۹۲٪ بازده بیشتری به ازای سطوح یکسانی از ریسک بدست آوردند. اوریاخی(۲۰۱۱، ۵۳۸) نشان داد که الگوریتم ژنتیک، جستجوی تابو و سخت سازی شبیه سازی شده، می توانند مرز کارا را برای مسئله بهینه‌سازی با محدودیت عدد صحیح در یک زمان قابل قبول محاسبه کنند. کورا (۲۰۰۹، ۲۳۹۶) مدل میانگین واریانس مارکویتز را با در نظر گرفتن محدودیت عدد صحیح با الگوریتم ازدحام ذرات حل کرد و مرز کارا را به دست آورد. او نتایج این الگوریتم را با الگوریتم ژنتیک، جستجوی تابو و سخت‌سازی شبیه سازی شده مقایسه کرد و نشان داد در سرمایه گذاری با ریسک پایین، روش PSO نسبت به سایر روشها کارآمدتر عمل می‌کند.

۳. تعاریف مختلف ریسک در بهینه‌سازی سبد سهام

مارکوویتز اولین کسی بود که مدل انتخاب سبد مالی بهینه را ارائه داد. در واقع مسئله بهینه‌سازی سبد سهام در پی یافتن کارآترین سبد از بین سبدهای ممکن است.

مدل میانگین واریانس

مدل میانگین-واریانس مارکوویتز در سطح مشخصی از بازده، مقدار بهینه ریسک را بر حسب واریانس به دست می‌آورد (۱۹۵۲، ۷۷) بطوریکه مدل دو هدفه ریسک- بازده مارکوویتز را با در نظر گرفتن ضریب لاندا می توان به صورت زیر نوشت:

$$Minimize \quad \lambda\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{ij}\right] - (1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i\right] \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \qquad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^{N} z_i = \mathrm{K} \qquad (۳)$$

$$\varepsilon_i z_i \le w_i \le \delta_i z_i \qquad (۴)$$

$$z_i \in \{0,1\} \qquad (۵)$$

K تعداد سهامی است که سرمایه گذار قصد دارد در سبد بهینه خود داشته باشد وN تعداد سهام موجود است، w_i نسبتی از کل سبد سهام است که به دارایی iام اختصاص داده می شود بطوریکه $0 \le w_i \le 1$ ، μ_i μi بازده مورد انتظار دارایی iام و σ_{ij} کوواریانس بین دارایی i ام و j ام است.

با در نظر گرفتن ضریب لاندا در تابع هدف می توان ترجیحات سرمایه گذار را در مورد ریسک و بازده در مدل اعمال کرد و با حل کردن این مسئله برای سطوح مختلف ضریب لاندا مرز کارای سرمایه‌گذاری را به دست آورد. این مرز بین کمترین ریسک سبد و بالاترین بازده آن کشیده شده‌است.

در مدل مارکوویتز معیار اندازه گیری ریسک، واریانس یا ریشه دوم آن یعنی انحراف معیار است. این معیار تا زمانی قابل قبول است که بازده دارایی توزیع نرمال داشته باشد و بازار کارا باشد، در غیر این صورت واریانس به عنوان معیار قابل قبولی برای ریسک نخواهد بود. به این دلیل معیارهای دیگری هم برای ریسک تعریف شده‌است.

مدل نیم– واریانس

مواقعی که توزیع بازده سهام نامتقارن باشد تشکیل پرتفوی بر مبنای واریانس ممکن است سبب از دست رفتن بازده‌ی مورد انتظار در کرانهای بالا و پایین شود. به همین علت در بسیاری از مدلها محققان سعی کرده‌اند که مقدار نیم- واریانس را حداقل کنند (گای ورسکی و همکاران، ۲۰۰۵، ۱) اگر w_i نسبتی از سبد سهام باشد که توسط سهم iام در زمان t پر شده‌است r_t بازده سبد سهام در زمان t خواهد بود.

$$r_t = \log_e\left[\left(\sum_{i=1}^{N} w_i v_{it}/v_{iT}\right)\Big/\left(\sum_{i=1}^{N} w_i v_{it-1}/v_{iT}\right)\right], t = 1,\ldots,T \quad (۶)$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \quad (۷)$$

$$\sum_{i=1}^{N} z_i = \mathrm{K} \quad (۸)$$

$$\varepsilon_i z_i \le w_i \le \delta_i z_i \quad (۹)$$

$$z_i \in \{0,1\} \quad (۱۰)$$

در این تعریف Tتعداد سالهای دوره مورد بررسی است که در این تحقیق ۶ سال است. V_{it} قیمت یک واحد از سهام i ام در زمان t است و Zi را اگر سهام i ام در سبد قرار بگیرد ۱و در غیر این صورت صفر در نظر می‌گیریم.

اگر r_t بازده سبد سهام در سال tباشد، $\bar{r}$ میانگین بازده سبد در سالهای دوره‌ی بررسی است. همانطور که گفته شد نیم- واریانس تنها بر بخش مخرب ریسک تمرکز دارد وبخشی از ریسک که نامطلوب است را در نظر می گیرد یعنی اگر r_t هایی که برای محاسبه واریانس در نظر می گیریم کوچکتر از $\bar{r}$ باشد ریسک نامطلوب در نظر گرفته می‌شود.

$$\bar{r} = \sum_{t=1}^{T} r_t / T \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{t=1, r_t \le \bar{r}}^{T} (r_t - \bar{r})^2 / T \qquad (۱۲)$$

بنابراین تابع دو هدفه به شکل زیر خواهد بود:

$$Minimize \quad \lambda \left[\sum_{t=1, r_t \le \bar{r}}^{T} (r_t - \bar{r})^2 \Big/ T \right] \qquad (۱۳)$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \qquad (۱۴)$$

$$\sum_{i=1}^{N} z_i = \mathrm{K} \qquad (۱۵)$$

$$\varepsilon_i z_i \le w_i \le \delta_i z_i \qquad (۱۶)$$

$$z_i \in \{0,1\} \qquad (۱۷)$$

اگر دارایی i ام در سبد باشد $Z_i = 1$ خواهد بود، در غیر این صورت صفر در نظر گرفته می شود. معادله (۱۶) تضمین می کند که اگر دارایی در سبد سهام باشد آنگاه مینیمم نسبت برای آن ε_i و ماکسیمم نسبت δ_i باشد.

مدل میانگین قدر مطلق انحرافات

درجه دوم بودن معیار ریسک در مدل مارکوویتز زمانی که تعداد سهام زیاد است محاسبات را دشوار می کند. کونو و یامازاکی (۱۹۹۱، ۵۱۹) برای رفع دشواریهای درجه دوم بودن معیار ریسک در تعریف مارکوویتز معیار انحراف مطلق از میانگین را به عنوان معیار ریسک تعریف کردند. مزیتهای محاسباتی این مدل نسبت به مدل میانگین واریانس توسط کونو (۲۰۰۳، ۴۰۳) و کونو و کوشیزوکا (۲۰۰۵،۸۹۳) عنوان شده‌است.

$$Minimize \quad \lambda\left[\sum_{t-1}^{T} |r_t - \bar{r}| \Big/ T\right] - (1 - \qquad (۱۸)$$

۴. روش شناسی تحقیق

در این بخش ابتدا الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات را تشریح می نمائیم و سپس الگوریتم پیشنهادی را مبتنی بر روش PSO به طور جامع تبیین می‌کنیم.

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

الگوریتم PSO(کندی، ۱۹۹۷، ۳۰۳) یک الگوریتم جستجوی اجتماعی است که از روی رفتار اجتماعی و حرکات منظم جمعی پرندگان و ماهی‌ها اقتباس شده‌است. علیرغم توانایی محدود هر ذره در یافتن بهترین الگو، رفتار جمعی آنها قابلیت و توانایی زیادی در پیدا کردن بهترین مسیر یا به عبارت دیگر بهترین جواب در مسائل بهینه‌سازی دارد زیرا تغییر موقعیت هر ذره بر اساس تجربه خود ذره در حرکات قبلی و تجربه ذرات همسایه صورت می‌گیرد. در واقع هر ذره از برتری یا عدم برتری خود نسبت به ذرات همسایه و همچنین نسبت به کل گروه آگاه است.

برای مدلسازی نظم موجود در حرکت جمعی این جانداران دو دیدگاه در نظر گرفته شده‌است. یک بعد، تعاملات اجتماعی موجود بین اعضای گروه است و بعد دیگر امتیازات فردی می باشد که ممکن است هر یک اعضای گروه واجد آنها باشد. در بعد اول همه‌ی اعضای گروه موظف هستند همواره موقعیت خود را با تبعیت از بهترین فرد گروه تغییر دهند و در بعد دوم لازم است تک تک اعضا بهترین موقعیت را که شخصا تجربه کرده اند در حافظه خود نگهداری کرده و تمایلی نیز به سمت بهترین موقعیت درک شده گذشته خود داشته باشند زیرا ممکن است هر یک از اعضا خود رهبر گروه شوند به طوریکه بقیه اعضا وظیفه تبعیت از آنها را داشته باشند.

پس از تولید جمعیت اولیه (ذرات) و در نظر گرفتن یک سرعت اولیه برای هر ذره، کارایی هر ذره بر اساس موقعیتش مورد محاسبه قرار می‌گیرد. هر ذرّه در فضای جستجو نمایانگر

یک راه حل برای مسأله می‌باشد و سرعتش را بر اساس بهترین پاسخ به دست آمده در گروه ذرات (بهترین فرد گروه) و بهترین مکانی که تاکنون در آن قرار گرفته است تغییر می‌دهد. این سرعت با موقعیت ذره جمع شده، موقعیت جدید ذره را بدست می آید، به عبارت دیگر هر ذرّه مقدار تابع هدف را در موقعیتی از فضای جستجو که در آن قرار دارد، محاسبه می‌کند. در تکرارهای بعدی، بهترین ذرّه از لحاظ شایستگی به سایر ذرّات کمک می‌کند و حرکت آنها را اصلاح می‌کند و پس از تکرارهای متوالی مسأله به سمت جواب بهینه همگرا خواهد شد.

بردار موقعیت برای ذره iام که دارای بعد d باشد به صورت $X_i = [x_{i,1}, x_{i,2}, ..., x_{i,d}]$ و بردار سرعت به صورت $V_i = [v_{i,1}, v_{i,2}, ..., v_{i,d}]$ تعریف می‌شود. در طی حرکت بهترین موقعیتی که هر ذره در طول اجرای الگوریتم می‌تواند کسب کرده باشد $pbest = [p_{b,1}, p_{b,2}, ..., p_{b,d}]$ و بهترین موقعیتی را که ذرات در طول اجرای الگوریتم کسب کرده اند $gbest = [g_{b,1}, g_{b,2}, ..., g_{b,d}]$ نامیده می‌شود. بردار موقعیت و سرعت هر ذره به صورت زیر تعریف می شود:

$$v_{i,d}(t+1) = w_t \cdot v_{i,d}(t) + c_1 \cdot rand_1\left(pbest_{i,d}(t) - x_{i,d}(t)\right) + c_2. \qquad (۱۹)$$

$$x_{i,d}(t+1) = x_{i,d}(t) + v_{i,d}(t+1) \qquad (۲۰)$$

c1و c2 ضریب یادگیری می باشند، c1 ضریب یادگیری مربوط به تجارب شخصی هر ذرّه، و در مقابل c2 ضریب یادگیری مربوط به تجارب جمعی گروه می‌باشد. اعداد rand1 و rand2 نیز اعدادی تصادفی بین [۱و۰] می‌باشند. این مقادیر تصادفی باعث می‌شوند یک نوع گوناگونی در جواب‌ها به وجود آید. از طرفی ضریب اینرسی (wt) نیز به عنوان یک پارامتر کنترلی، تأثیر سرعت فعلی ذرّه را بر سرعت بعدی کنترل نموده و یک حالت تعادل بین توانایی الگوریتم در جستجوی محلی[1] و جستجوی سراسری[2] ایجاد می‌نماید. ضریب

1. Local Expansion
2. Global Expansion

اینرسی و Vmax، دو عامل برای کنترل سرعت هستند (کندی،۱۹۹۷،۳۰۳). بردارهای سرعت ذرات محدود به بازه [-VmaxVmax] هستند. w به عنوان ضریب vi,d(t) در (۱۹) میتواند موقعیت محلی را نسبت به موقعیت سراسری بسنجد و با استناد به آن، تابع ثابت خطی یا غیر خطی از زمان باشد (شای و همکاران، ۱۹۹۸، ۶۹).

الگوریتم پیشنهادی تحقیق

در این مطالعه هر ذره نمایانگر یک سبد سهام است که ابعاد آن ۲×۱۸۶ می‌باشد و تابع برازش همان تابع هدف مسئله است. یعنی تابعی که به دنبال بهینه کردن آن هستیم در مدل میانگین واریانس $Minimize \quad \lambda\left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j \sigma_{ij}\right] - (1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{N} w_i \mu_i\right]$ ،

در مدل نیم- واریانس $Minimize \quad \lambda\left[\sum_{t=1, r_t \le \bar{r}}^{T} \left(r_t - \bar{r}\right)^2 \Big/ T\right] - (1-\lambda)\bar{r}$ و در مدل میانگین قدر مطلق انحرافات به صورت تابع $Minimize \quad \lambda\left[\sum_{t-1}^{T} \left|r_t - \bar{r}\right| \Big/ T\right] - (1-\lambda)\bar{r}$ ، می باشد.

متغیرهای ورودی در الگوریتم پیشنهادی، ضریب بتای سالانه و نرخ بازده انتظاری برای دوره‌ی در نظر گرفته شده می‌باشند.

مقادیر اولیه وزن هر دارایی هم به صورت تصادفی بین محدوده ی تعریف شده در نظر گرفته شده‌است که در هر بار فرآیند تکرار برنامه که در این مقاله ۵۰۰ تکرار در نظر گرفته شده به وزن‌های بهینه سهام در سبد نزدیک می‌شویم با توجه به این وزن ها، بازده و ریسک سبد بهینه و مرز کارای سرمایه‌گذاری محاسبه و رسم می‌شوند. در این تحقیق k را ۲۰ در نظر گرفتیم. همانطور که بیان شد k تعداد سهامی است که می‌خواهیم در سبد دارایی وجود داشته باشد. فرض کنید مجموعه دارایی‌های موجود در سبد را Q بنامیم و تعداد سهام موجود در سبد بعد از بروز رسانی را با k^{new} نشان دهیم. اگر $k^{new} > k$ باشد سهامی که دارای کمترین اثر بر سبد باشد را حذف می‌کنیم و اگر $k^{new} < k$ باشد دارایی‌هایی که باید به سبد اضافه شوند باید تعیین شوند. برای این کار به صورت تصادفی یک سهام که عضو Q نیست به سبد اضافه شده و کوچکترین مقدار مجاز را به آن

اختصاص می‌دهیم. در این مطالعه بردارهای سرعت ذرات محدود به بازه تعریف شده در $[V_{min}, V_{max}]$ هستند.

مسائل بهینه‌سازی سبد سهام مارکوویتز (CCMPO[1]) فضای جستجوی بسیار پیچیده ای دارند به همین علت پارامتر w در اینگونه مسائل نقش حیاتی ایفا می‌کند. شی و ابرهارت (۱۹۹۸، ۶۹) در یک پژوهش عنوان کردند که اگر w با زمان تغییرکند در مسائل CCMPO نتایج بهتری حاصل می شود، و در عین حال باید w به صورت خطی در طول فرآیند جستجو کاهش یابد، اینگونه ذرات به مرور زمان تمایل پیدا می‌کنند فضای جستجو را بزرگتر کنند. مقدار w به صورت زیر به روزرسانی می شود:

$$w(t) = (w(0) - w(n_t))\frac{n_t - t}{n_t} + w(n_t) \qquad (۲۱)$$

n_t تعداد تعریف شده برای تکرار است که در این مقاله ۵۰۰ تکرار برای الگوریتم در نظر گرفته شده‌است. $w(0)$ مقدار اولیه تعریف شده برای w است و $w(n_t)$ هم مقدار نهایی آن است.

هر ذره توجه بیشتری به بهترین موقعیتی که خودش تجربه کرده است دارد بنابراین قاعدتا c1 از c2 بزرگتر است. انتخاب نرخ این ضرایب اغلب به صورت تصادفی است و نقاط بهینه‌ی آنها به صورت تجربی به دست می آیند.

برای اطمینان از جستجوی سراسری در مراحل اولیه و جستجوی محلی بیشتر در گامهای مسائل CCMPO، راتناویرا و همکارانش (۲۰۰۴،۲۴۰) پیشنهاد دادند که c1 و c2 با گذشت زمان تغییر کنند. در واقع در طول زمان c1 به صورت خطی کاهش می یابد و c2 به صورت خطی افزایش می یابد.

$$c_1(t) = (c_{1,\min} - c_{1,\max})\frac{t}{n_t} + c_{1,\max} \qquad (۲۲)$$

(۲۳)

1. Cardinality Constraints Markowitz Portfolio Optimization

در (۲۲) و (۲۳)، n_t بیشترین مقدار تکرار است. معمولا $c_{1,\max} = c_{2,\max} = 2.5$ و $c_{1,\min} = c_{2,\min} = 0.5$ در نظر گرفته می‌شود.

هنگام بروزرسانی موقعیت ها ممکن است موقعیتهای جدید از فضای جستجو خارج شوند. برای جلوگیری از این مسئله پاترلینی و کرینک (۲۰۰۶، ۱۲۲۰) یک استراتژی تحت عنوان استراتژی بازتاب ارائه کردند که در فاز اولیه جستجو بکار گرفته می‌شود. به این ترتیب که اگر موقعیت جدید فضای جستجو را ترک کند با توجه به فرمولهای زیر به فضای جستجو بر می‌گردد.

$$x_{i,j}^t = x_{i,j}^t + 2(x_j^l - x_{i,j}^t) \quad \text{if} \quad x_{i,j}^t < x_j^l \tag{۲۴}$$

$$x_{i,j}^t = x_{i,j}^t - 2(x_{i,j}^t - x_j^l) \quad \text{if} \quad x_{i,j}^t < x_j^u \tag{۲۵}$$

x_j^l و x_j^u به ترتیب حد پایین و بالای jامین سهام است. این روش باعث می شود ذرات در فضای بزرگتری جستجو کنند و در بهینه‌ی محلی گیر نکنند. استراتژی بازتاب[1] بعد از چند تکرار اگر بهبودی صورت نگرفت پایان می یابد. بعد از آن مقادیر مرزی طبق فرمول زیر به روز رسانی می شوند.

$$x_{i,j}^t = x_j^l \text{ if } \quad x_{i,j}^t < x_j^l \tag{۲۶}$$

$$x_{i,j}^t = x_j^u \text{ if } \quad x_{i,j}^t > x_j^u \tag{۲۷}$$

در این مقاله تابعی که ذرات در پی بهترین نقطه برای آن می باشند همان تابع هدف مارکوویتز است و محدودیتها بنا به تعاریف مختلف ریسک در هر بار اجرای برنامه در نظر گرفته شده‌اند. از بین تعاریف مختلفی که برای بازده و ریسک سهام در اوراق بهادار وجود دارد، بازده انتظاری و ضریب بتای سالانه را در مدل قرار داده ایم. داده های مربوط به بازده انتظاری و ضریب بتای سالانه بر اساس داده‌های دریافتی از نرم افزار رهاورد نوین و

1. Reflection Strategy

داده های دریافتی از بورس اوراق بهادار تهران محاسبه شده‌است که به علت حجم بالای نمونه از آوردن جدول اعداد مربوط به نرخ بازده انتظاری و ریسک در این مقاله خودداری می‌شود. این داده‌ها (بازده انتظاری و ضریب بتا) بر حسب درصد محاسبه شده اند.

۵. یافته های تحقیق

در این تحقیق، داده‌های مورد نظر، از نرم افزار ره‌آورد نوین استخراج شده و دسته‌بندی شرکتها بر اساس صنعت صورت پذیرفته است. این پژوهش از بعد هدف کاربردی و از بعد روش توصیفی است.

برای بررسی قابلیت حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام مارکویتز در تعاریف مختلف ریسک به کمک الگوریتمPSO، از بین ۳۵۰ شرکت در بورس اوراق بهادار تهران از داده های واقعی ۱۸۶ شرکت در فاصله زمانی تیر ۱۳۸۵ تا تیر ۱۳۹۰ استفاده شده و داده ها مورد بررسی قرار گرفته شد. جامعه آماری پژوهش شامل کلیه شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران است و نمونه آماری با توجه به اعمال محدودیتهای زیر از بین جامعه آماری انتخاب گردید:

۱- کلیه شرکتهایی که تا پایان سال ۱۳۸۵ در بورس اوراق بهادار تهران پذیرفته شده باشند و تا پایان سال ۱۳۹۰ نیز نمادشان حذف نشده باشد.

۲- سال مالی آنها ۲۹ اسفند هر سال باشد.

۳- شرکتهایی که ماهیت آنها شرکت سرمایه گذاری نباشد.

با توجه به این محدودیتها از بین شرکتهای فعال در بورس تعداد ۱۸۶ شرکت برای نمونه تحقیق واجد این شرایط بوده و به عنوان نمونه آماری انتخاب شدند.

از بین ۳۵ گروه صنعتی فعال در بورس اوراق بهادار تهران ۳۱ گروه صنعت در این نمونه موجود می‌باشند. چهار صنعت حذف شده از نمونه آماری واجد شرایط ذکر شده نبودند.

جدول۱. صنایع منتخب بازار بورس

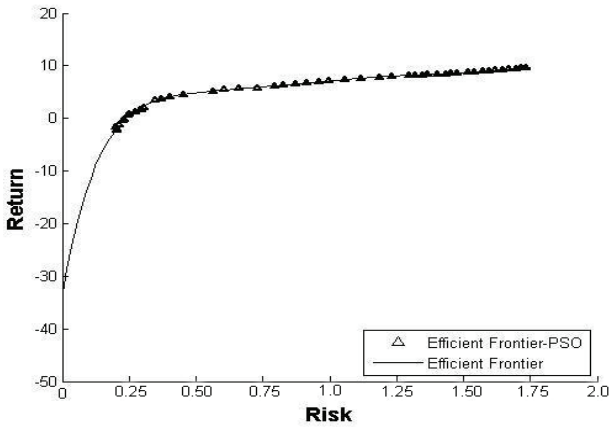
نام صنعت	تعداد شرکت های انتخابی از این صنعت
صنعت وسایل اندازه گیری پزشکی و اپتیکی	۱
صنعت فلزات اساسی	۱۳
صنعت خودرو و ساخت قطعات	۲۸
صنعت انتشار چاپ و تکثیر	۱
صنعت مواد و محصولات دارویی	۲۳
صنعت سایر محصولات کانی غیر فلزی	۷
رایانه و فعالیت‌های وابسته به آن	۲
ماشین آلات و دستگاه های برقی	۵
سیمان،آهک و گچ	۱۸
منسوجات	۱
لاستیک و پلاستیک	۷
کشاورزی،دامپروری و خدمات وابسته به آن	۱
قند و شکر	۳
خدمات فنی و مهندسی	۱
محصولات شیمیایی	۱۵
استخراج کانه های فلزی	۷
محصولات کاغذی	۲
استخراج سایر معادن	۱
ماشین آلات و تجهیزات	۱۱
دباغی،پرداخت چرم و ساخت انواع پاپوش	۱
بانکها،موسسات اعتباری و سایر نهادهای پولی	۳
مواد غذایی و آشامیدنی به جز قندو شکر	۱۲
انبوه‌سازی املاک و مستغلات	۱
فرآورده‌های نفتی،کک و سوخت هسته ای	۲
پیمانکاری صنعتی	۱
محصولات چوبی	۱
کاشی و سرامیک	۸

ساخت محصولات فلزی	۳
حمل و نقل، انبارداری و ارتباطات	۳
استخراج ذغال سنگ	۱
سایر واسطه گری های مالی	۳

منبع : یافته های پژوهشگر

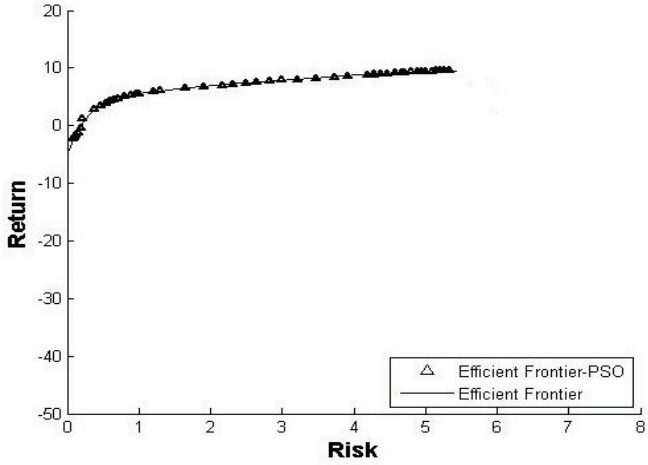
الگوریتم پیشنهادی مقاله با استفاده از نرم افزار MATLAB R2010b پیاده سازی و نتایج آن در شکل های (۱) تا (۳) نشان داده شده‌است. نمودارها بر حسب درصد رسم شده اند. هر کدام از این اشکال، مرز کارای محدود شده[1](CCEF) را در تعاریف مختلف ریسک نشان می دهند. همانطور که از این اشکال مشخص است الگوریتم PSO توانسته مسئله‌ی بهینه‌سازی پرتفوی را حل کند. با توجه به این نمودارها نه تنها می توان سبد بهینه را تعیین نمود بلکه می توان تعاریف مختلف ریسک را باهم مقایسه کرد. در نمودارهای نشان داده شده، محور افقی نشان دهنده ریسک و محور عمودی نشان دهنده‌ی بازده است.

شکل ۱.CCEFبه دست آمده ازمدل میانگین قدرمطلق انحرافات

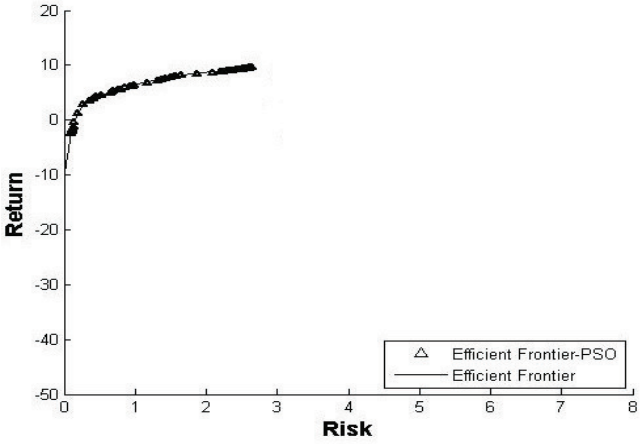


1. Cardinality Constrained Efficient Frontier

شکل۲. CCEFبه دست آمده ازمدل میانگین واریانس



شکل۳. CCEFبه دست آمده ازمدل میانگین نیم واریانس



پرتفوی کارآ که توسط مارکویتز مطرح شد به معنای ترکیب بهینه اوراق بهادار در یک سبد است به نحوی که ریسک آن پرتفوی، در ازای بازده معینی حداقل و بازده آن در سطح

معینی از ریسک حداکثر می‌شود. با توجه به این توضیح مرز کارا تعریف می‌شود با این مفهوم که مرز کارا نشان دهنده سبد هایی است که در یک ریسک مشخص بازده حداکثر و در یک بازده مشخص ریسک حداقل دارند. این پژوهش در پی آن بود که با استفاده از اطلاعات قیمت سالانه شرکتهای بورسی، سبدهای بهینه را انتخاب نماید. در این راستا انواع مختلف سرمایه‌گذاری‌هایی را بررسی می کند که یک سرمایه گذار می تواند و تمایل دارد جهت تشکیل سبد سرمایه‌گذاری خود، آنها را مورد ملاحظه قرار دهد. ریسک و بازده ۱۸۶ شرکت بازار بورس اوراق بهادار، ورودی های الگوریتم مورد بررسی بودند. ۳ مدلی که در بررسی توانایی الگوریتم PSO مورد بحث قرار گرفتند عبارت از: مدل مدل میانگین واریانس، میانگین نیم-واریانس و مدل میانگین قدر مطلق انحرافات بودند. لازم به ذکر است که در پژوهش حاضر محدودیت عدد صحیح، ترجیحات سرمایه‌گذاران را بر اساس میزان ریسک‌پذیری آنها به صورت یک ضریب در تابع هدف در نظر گرفتیم. بعد از در نظر گرفتن ۵۰۰ تکرار در اجرای الگوریتم برای هر مدل به نتایج قابل قبولی دست یافتیم. برای بررسی کارایی و دقت الگوریتم مورد استفاده، مرزهای کارای بدست آمده از سه تابع را در نمودارهای جداگانه‌ای رسم کردیم. در شکل ۱ میانگین قدر مطلق انحرافات، در شکل ۲ میانگین واریانس و در شکل ۳ میانگین نیم-واریانس به عنوان عامل خطر پذیری استفاده شده‌است. قدر مطلق انحرافات برابر با جذر نیم-واریانس است. همانطور که در شکلهای ۱ و ۲ و ۳ مشاهده می‌شود این الگوریتم در یافتن جوابهای بهینه در تمامی سطوح ریسک و بازده از دقت قابل قبولی برخوردار بوده و توانسته است مرز کارای سرمایه‌گذاری را با تقریب بسیار خوبی ترسیم کند. در این نمودارها با توجه به مقادیر بدست آمده، می توان سبد بهینه سهام را تعیین نمود و تعاریف مختلف ریسک را نیز با یکدیگر مقایسه کرد. در مجموع نتایج حاکی از عملکرد موفق الگوریتم ازدحام ذرات در بهینه‌سازی سبد سهام با توجه به محدودیتهای بازار واقعی و تعاریف مختلف ریسک می‌باشد. در این مسئله اعمال تغییر داده ها و به دست آوردن سبد سرمایه‌گذاری جدید با توجه به تغییرات محیطی نیز انجام پذیر است.

۶. نتیجه گیری و پیشنهادات

همانطور که بیان شد پرتفوی کارآ به معنای ترکیب بهینه اوراق بهادار است به نحوی که ریسک آن پرتفوی، در ازای بازده مشخصی حداقل شود. با توجه به مدل مارکوویتز در مسئله انتخاب سبد مالی بهینه، به دلیل کوادراتیک بودن و محدودیت بالا و پایین سرمایه‌گذاری در هر دارایی و با توجه به راه حلهای دقیق موجود در برنامه ریزی ریاضی، همواره مشکلاتی در به دست آوردن پاسخ بهینه برای آن وجود داشته است. بنابراین در این مقاله، تلاش بر این بوده است تا قابلیت و کاربرد الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات به عنوان یک روش هوشمند در حل مسائل بهینه‌سازی سبد سهام با محدودیت عدد صحیح و همچنین محدودیت مربوط به حد بالا و پایین نسبت سرمایه‌گذاری در هر دارایی نشان داده شود که با استفاده از تعاریف مختلف ریسک یعنی میانگین واریانس، نیم- واریانس و میانگین انحراف مطلق صورت پذیرفته است. از طرفی وجود لاندا در تابع هدف، سرمایه گذار را قادر می‌سازد تا با تغییر در این ضریب ، تمایلات و ترجیحات خود را نسبت به ریسک و بازده در مدل اعمال کند. در این مقاله یک روش انتخاب و وزن‌دهی سبد سهام بر پایه‌ی الگوریتم بهینه‌سازی حرکت ذرات ارائه کردیم و یک مطالعه‌ی موردی بر روی سهام ۱۸۶ شرکت در بازار بورس اوراق بهادار تهران انجام دادیم. همانطور که مشاهده شد این الگوریتم در یافتن جوابهای بهینه و مرز کارای سرمایه گذاری در تعاریف متفاوتی از ریسک به طور کارایی اقدام به حل مسئله نموده است.

در واقع به وسیله الگوریتم PSO استفاده شده در این تحقیق علاوه بر انتخاب بهینه سبد سهام، امکان مقایسه تعاریف مختلف ریسک نیز که به طور مستقیم امکان پذیر نبود، فراهم شد چون توابع مورد بررسی در این پژوهش صرفا در تابع هدف و در بخش مینیمم سازی خطر پذیری با یکدیگر تفاوت دارند. در مجموع نتایج این تحقیق نشان می دهد که الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات در بهینه سازی مقید پرتفوی سهام، موفق عمل می کند و در یافتن جوابهای بهینه در تمامی سطوح و تعاریف خطرپذیری و بازده از دقت قابل قبولی برخوردار است.

با توجه به اینکه مدلهای برنامه ریزی ریاضی را می توان به گونه ای تعمیم داد تا بتوانند ضمن لحاظ نمودن شرایط دنیای واقعی، سرمایه گذار را در اخذ تصمیمات سرمایه ای خویش یاری دهند، برای تحقیقات آتی پیشنهاد می شود سایر الگوریتم‌های هوش مصنوعی در حل مسائل بهینه‌سازی که دارای محدودیت هایی همچون محدودیت عدد صحیح، ترجیحات مشتری و محدودیت تعداد موجودی هستند، مانند آنچه که در صنعت بیمه و صنعت نفت با آن روبرو هستیم بکار گرفته شود.

منابع

- باهری، دیار(۱۳۸۸)، پرتفوی بهینه از طریق معیار ارزش در معرض ریسک: بکارگیری الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تهران.
- راعی، رضا. علی بیگی، هدایت(۱۳۸۸)،بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات، تحقیقات مالی، دوره ۱۲، شماره ۲۹، صفحه۲۱-۴۰.
- گرکز، منصور. عباسی، ابراهیم. مقدسی، مطهره(۱۳۸۹)،انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک بر اساس تعاریف متفاوتی از ریسک، فصلنامه مدیریت صنعتی دانشکده علوم انسانی دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج، صفحه۱۱۵-۱۳۶.
- نویدی، حمیدرضا. نجومی مرکید، احمد. میرزا زاده، حجت(۱۳۸۸)، تشکیل پرتفوی بهینه در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از الگوریتم های ژنتیک، تحقیقات اقتصادی، شماره ۸۹، صفحه۲۴۳-۲۶۲.

- Arnone, S. Loraschi, A. &Tettamanzi, A(1993), A Genetic Approach to Portfolio Selection, Neural Network World, No. 6, pp. 597–604.
- Fabio D. Freitasa., Alberto F. De Souzab.,-Ailson R. de Almeidac(2007), Prediction-Based Portfolio Optimization Model Using Neural Networks, Lattice Computing and Natural Computing, p.p.2155-2170.
- Fernandez, A. Gomez, S (2007), Portfolio Selection Using Neural Networks, Computer&Operation Research, p.p. 1177-1191.
- Gaivoronski, A. Pflug, G.(2005),Value at Risk in Portfolio Optimization: Properties and Computational Aapproach, Journal of Risk, p.p.1-31.
- Guang-Feng, Deng. Woo-Tsong, Lin (2010), Ant Colony Optimization for Markowitz Mean-Variance Portfolio Model. ", Swarm, Evolutionary and Memetic Computing Lecture Notes in Computer Science, 245, p.p. 6466-238.
- Jia, J.Dyer, J. S(1996), A Standard Measure of Risk and Risk-Value Models, Management Science, p.p.1691-1705.
- Kennedy, J.(1997), The particle Swarm , Social adaptation of knowledge, p.p.303-308.
- Kennedy, J.Eberhart, R(1995), A New Optimizer Using Particle Swarm Theory, In Sixth international symposium on micro machine and human scienc., p.p.43-39.

- Ozsoydan, Fehmi Burcin, Sarac ,Tugba,(2011), A Discrete Particle Swarm Optimization Algorithm for Bicriteria Warehouse Location problem Istanbul University Econometrics & Statistics e-Journal, 13, p.p. 114-124.
- Konno, H(2003), Portfolio Optimization of Small Fund Using Mean-Absolute Deviation Model, International Journal of Theoretical and Applied Finance, p.p. 403-418.
- Konno, H. Koshizuka, T.(2005), Mean-Absolute Deviation Model, IIE Transactions,p.p.893-900.
- Konno, H.Yamazaki, H.(1991), Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and It's Applications to Tokyo Stock Market, Management Science, p.p.519-531.
- Lai, king keung, leanYu, Shouyang, Wang, Chengxiong, Zhou(2006), A Double-Stage Genetic Optimization, ICONIP'06 Proceedings of the 13th international conference on Neural information processing, p.p. 928-937.
- Loraschi, A. Tettamanzi, A. Tomassini, M. Svizzero, C. Scientifico, C.Verda, P.(1995) , Distributed Genetic Algorithms with An Application to Portfolio Selection Problems, in: artificial neural networks and genetic algorithms, Berlin, Springer-Verlag, p.p.384-387.
- Markowitz, H. M.(1952), Portfolio Selection,The Journal of Finance, p.p. 77-91.
- Markowitz, H.M.(1959), Portfolio selection: Efficient diversification of investments; John Wiley & Sons.
- Paterlini, S.Krink, T.(2006), Differential Evolution and Particle Swarm Optimization in Partitional Clustering." , Computational Statistics and Data Analysis, No.50, p.p. 1220-1247.
- Ratnaweera, A. Halgamuge, S.Watson, H.(2004), Self-Organizing Hierarchical Particle Swarm Optimizer with Time-Varying Acceleration Coefficients, Transactions on Evolutionary Computation, No. 8, p.p. 240-255.
- Rolland, E.(1996), A Tabu Search Method for Constrained Real-Number Search:Applications to Portfolio Selection,Technical Report, Department of Accounting and Management Information Systems, Ohio State University, Columbus.
- Sharpe, W.F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. The Journal of Finance, 19(3), pp. 425–442.
- Shi, Y.Eberhart, R.(1998), A Modified Particle Swarm Optimizer, IEEE world congress on computational intelligence, p.p.69-7s3.

- Tehran Securities Exchange Technology Management Co http://www.tsetmc.com
- Tehran Stock Exchange http://www.irbourse.com
- Tun-Jen, Chang. Sang-Chin, Yang. Kuang-Jung, Chang(2009), Portfolio Optimization Problems in Different Risk Measures Using Genetic Algorithm, Expert Systems with Applications, p.p. 10529-10537.
- Cura, T. (2009), Particle Swarm Optimization Approach to Portfolio Optimization, Nonlinear Analysis: Real World Applications, No.10, p.p. 2396–2406.
- Woodside-Oriakhi, M. Lucas, C. Beasley, J.E.(2011), Heuristic Algorithms for The Cardinality Constrained Efficient Frontier, European Journal of Operational Research, p.p. 538-550.