



## قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معامله سکه طلا در بازار بورس کالای ایران: رویکرد بلک شولز و برابری خرید و فروش

نفیسه بهرام‌مهر<sup>۱</sup>

نرگس طهماسبی<sup>۲</sup>

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۶/۱۱

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۴/۰۹

### چکیده

هدف از این مقاله بررسی و قیمت‌گذاری قرارداد اختیار معامله سکه طلا در بازار بورس کالای ایران است. بدین منظور از دو روش «بلک شولز» و «برابری خرید و فروش» به عنوان اصلیترین روشهای قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله استفاده شده است. یکی از عناصر کلیدی در معادلات بلک شولز، نوسانات بازده سکه طلا میباشد. محاسبه این نوسانات در مقاله حاضر از دو روش واریانس ناهمسانی و روش آماری صورت گرفته است و نتایج حاصل از دو روش با یکدیگر مقایسه شده است. به منظور قیمت‌گذاری، از داده‌های شش قرارداد اختیار معامله سکه طلا در بازار بورس کالای ایران از تاریخ ۱۳۹۵/۱۲/۱۶ تا ۱۳۹۶/۴/۱ استفاده شده است. نتایج از هر دو روش بلک شولز و برابری خرید و فروش نشان می‌دهد که فرصتهای مناسب سرمایه‌گذاری سرمایه‌گذاران را به خرید اختیار خرید توصیه میکنند. در بازار بورس ایران نیز این نتایج قابل مشاهده هستند.

**واژه‌های کلیدی:** اختیار معامله سکه طلا، بلک شولز، برابری خرید و فروش، واریانس ناهمسانی، نوسانات آماری.

طبقه بندی JEL: G32, G12, G11

۱- گروه اقتصاد، دانشگاه تهران، تهران، ایران، (نویسنده مسئول)، behradmehr@ut.ac.ir

۲- گروه اقتصاد، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران، ntahmasebi22@gmail.com



## ۱- مقدمه

استفاده از ابزارهای مالی در دنیای سرمایه‌گذاری با سه هدف کلی مدیریت ریسک، کشف قیمت و کاهش هزینه‌های معاملاتی پیوسته در حال افزایش است (پرابها و همکاران<sup>۱</sup>، ۲۰۱۴). رایجترین ابزارهای مالی در بازارهای بورس دنیا قراردادهای اختیار معامله<sup>۲</sup> میباشند. استفاده از این ابزارها در بازارهای بورس دنیا و همچنین بازارهای فرابورس پیوسته در حال افزایش است. قراردادهای اختیار معامله بر روی داراییهای مختلف مالی و کالاها معامله میشوند. نخستین بار، بورس شیکاگو<sup>۳</sup> در آوریل ۱۹۷۳ بورس انحصاری برای اختیار معاملات سهام تشکیل داد و در سال بعد، مبادله اختیار معامله سهام در بورس سهام آمریکا<sup>۴</sup> و بورس سهام فیلادلفیا<sup>۵</sup> راه اندازی شد (هال<sup>۶</sup>، ۲۰۲۱). امروزه سازمانهای بورس و فرابورس بسیاری در دنیا در حال اجرای معاملات قراردادهای اختیار معامله بر روی سهام، ارز و دیگر داراییهای مالی هستند.

قراردادهای اختیار معامله بر روی کالاها نیز به طور گسترده مورد معامله قرار میگیرند که خود به دو صورت اختیار معامله بر روی خود کالاها و یا اختیار معامله بر روی قرارداد آتی کالاها میباشند (بورس کالای ایران، ۱۳۹۵). اختیار معامله بر روی کالاها از اواخر دهه ۱۹۸۰ معرفی شد و پیوسته رشد یافت. نایمکس<sup>۷</sup> و کامکس<sup>۸</sup> فعالترین بورسهای اجراکننده این نوع اختیار معاملات هستند. این نوع قراردادها روی انواع مختلفی از کالاها همچون انرژی، فلزات و غلات در حال اجرا است. با این وجود، بیشتر این قراردادها روی کالاهای انرژی و فلزات (انرژی بیشتر از فلزات) اجرا میشود. اکثر اختیار معامله‌های انرژی در نایمکس، اختیار معامله امریکایی روی نفتخام و گاز طبیعی هستند (الکساندر و ونکاترامانان<sup>۹</sup>، ۲۰۰۸).

در میان فلزات نیز، طلا (به عنوان فلزی گرانبها) به دلیل آنکه با تغییرات اکثر کالاهای معدنی و دیگر داراییهای مالی همبستگی شدیدی ندارد، دارای خاصیت نقدشوندگی بالاست و پوششدهنده مناسب برای ریسک تورم و تغییرات نرخ ارز است، به عنوان یک دارایی پایدار در پورتفوی سرمایه‌گذاران قرار گرفته است و با وجود همبستگی این کالا با دلار و نوسانات قابل ملاحظه آن، لزوم پوشش ریسک این کالا در سبد دارایی ضروری دانسته شد. لذا استفاده از قراردادهای اختیار معامله بر روی طلا به منظور پوشش ریسک نوسانات آن در بازار پیوسته افزایش یافت (بورس کالای ایران، ۱۳۹۵). امروزه مبادله قراردادهای اختیار معامله طلا در حجم وسیعی در بورس نایمکس و توکیو<sup>۱۰</sup> در حال اجرا است.

<sup>۱</sup>. Prabha, P, Savard, K, Wickramarachi, H

<sup>۲</sup>. Option Contracts

<sup>۳</sup>. Chicago Board Options Exchange (CBOE)

<sup>۴</sup>. New York Stock Exchange (NYSE)

<sup>۵</sup>. Philadelphia Stock Exchange (PHLX)

<sup>۶</sup>. Hull

<sup>۷</sup>. New York Mercantile Exchange (NYMEX)

<sup>۸</sup>. Commodity Exchange, Inc (Comex)

<sup>۹</sup>. Alexander, C., & Venkatramanan, A

<sup>۱۰</sup>. Tokyo Commodity Exchange (TOCOM)

در ایران نیز از آنجایی که سکه طلا بازیگران فراوان و بازار نقد شونده دارد، وجود چنین ابزارهایی برای طلا سبب کسب منفعت برای خریداران محصولات طلا یا محصولات مشتقه از آن و افرادی که همواره در موقعیتی قرار دارند که این محصول را به بازار عرضه میکنند و میفروشند، میباشد. لذا در تاریخ ۱۳۹۵/۹/۲۴ با بررسی فقهی و شرعی این قرارداد و پذیرش آن به عنوان قرارداد بیع، شرکت بورس کالای ایران در کنار قراردادهای آتی، قراردادهای اختیار معامله کالا بر روی سکه طلای تمام بهار آزادی طرح امام خمینی را راه اندازی کرد (بورس کالای ایران، ۱۳۹۵). بدلیل آنکه قراردادهای اختیار معامله سکه در ایران به تازگی و در سالهای اخیر راه اندازی شده است و ابزاری نوین در بازار بورس ایران محسوب میشود، قیمتگذاری این قراردادها و بررسی فرصتهای آربیتراژ<sup>۱</sup> در این بازار برای سرمایه‌گذاران مورد نیاز تلقی میشود. لذا در این تحقیق به قیمتگذاری قراردادهای اختیار معامله سکه طلا با استفاده از روشهای «بلک شولز<sup>۲</sup>» و «برابری خرید و فروش<sup>۳</sup>» میپردازیم. بلک شولز اصلیتترین روش برای قیمتگذاری قراردادهای اختیار معامله میباشد و همچنین برابری خرید و فروش روشی متداول برای تعیین فرصتهای آربیتراژ ناشی از قراردادهای اختیار معامله است که میتواند هدایتگر معامله‌گران در بازار بورس باشد. در روش بلک شولز با استفاده از نوسانات بازده سکه طلا به قیمتگذاری اختیار معامله خرید و فروش سکه میپردازیم و قیمت‌های محاسبه شده را با قیمت‌های بازاری مقایسه میکنیم. در نهایت نتایج حاصل از بلک شولز را با نتایج روش برابری خرید و فروش که تنها از طریق قیمت‌های بازاری به تعیین فرصتهای آربیتراژ میپردازد، مقایسه میکنیم. همچنین، نوسانات بازده سکه طلا را به دو روش نوسانات آماری و واریانس ناهمسانی<sup>۴</sup> محاسبه میکنیم و از هر دو روش در قیمتگذاری بلک شولز استفاده مینماییم. در ادامه در بخش دوم این تحقیق، مطالعات موجود در زمینه قراردادهای اختیار معامله بیان میشود. در بخش سوم، مبانی نظری تحقیق و در بخش چهارم دادهها و اطلاعات آماری بیان میشود. در بخش پنجم نیز برآورد مدل و در نهایت در بخش ششم نتیجهگیری و پیشنهادات مطرح خواهد شد.

## ۲- پیشینه تحقیق

به دلیل اهمیت قابلتوجه قراردادهای اختیار معامله در بازارهای بورس و فرابورس دنیا و افزایش روز افزون این معاملات به منظور پوشش ریسک دارایی پایه، مطالعات گستردهای در زمینه این قراردادها در جهان صورت گرفته است که در این تحقیق تعدادی از آنها را بیان میکنیم:

کیمیگری و آفریده ثانی (۱۳۸۷) جهت قیمتگذاری اختیار معامله سهام از دو روش بلک شولز و درخت دو جمله‌ای استفاده کرده‌اند. به عبارت دیگر با استفاده از نوسانات سهم، ترکیبی از دو مدل مذکور را در مطالعه خود بکاربرده‌اند. به این صورت که، سهمهایی با نوسانات پایین از روش بلک شولز و سهمهایی با نوسانات بالا از روش درخت دو جمله‌ای قیمتگذاری شده است و برای تعیین مرز جدایی این دو مدل میانگین نوسانات بازار ایران در

<sup>۱</sup> در این تحقیق منظور از فرصتهای آربیتراژ بهره گرفتن از تفاوت‌های ارزش قراردادهای اختیار معامله می باشد.

<sup>۲</sup> Black Scholes

<sup>۳</sup> Put Call Parity

<sup>۴</sup> Garch

نظر گرفته شده است. برای محاسبه این میانگین از ۳۲ سهم بازار بورس تهران استفاده گردیده است. در نهایت مدل ارائه شده به دو روش ریاضی تحلیلی و نظرسنجی از خبرگان اعتبارسنجی گردیده است. در این تحقیق بیان شده است که مدل برتر مدلی است که در آن سود و ضرر خریدار و فروشنده نزدیک به صفر باشد، بدین معنی که هر چه مجموع سود و ضرر خریدار و فروشنده کمتر باشد کارکرد مدل بهتر است. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که مدل تلفیقی دارای این ویژگی است. همچنین شیرایا و تاکاهاشی<sup>۱</sup> (۲۰۱۱) فرمول جدیدی برای قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله میانگین روی کالاها تحت عنوان هستون و یک مدل نوسانی تصادفی توسعه یافته SABR ارائه داده‌اند. ه نتایج عددی بر روی اختیار معامله امریکایی به وسیله کالیبراسیون، دقت این مدل را تایید کرده است. تعمیدی، محمدی، قره یثاق و دهباشی (۱۳۹۳) نیز به قیمت‌گذاری اختیار معامله محصول کلزا تحت ۱۰ سناریوی قیمت اعمال با استفاده از مدل بلک شولز پرداخته‌اند. نتایج مطالعات آنها نشان می‌دهد که با افزایش قیمت اعمال تحت سناریوهای مختلف، قیمت اختیار خرید کاهش و قیمت اختیار فروش افزایش خواهد یافت. این بدان معنی است که اگر شرکت‌های تبدیل فرآورده کلزا، بخواهند خود را در مقابل ریسک قیمتی کمتر پوشش دهند، نیاز به هزینه کمتری دارند. از طرف دیگر با کاهش قیمت توافقی، قیمت اختیار خرید افزایش می‌یابد. این نیز بدان معنی است که اگر مدیران شرکت‌های مذکور بخواهند خود را در مقابل ریسک، بیشتر پوشش دهند نیاز به پرداخت هزینه (حق اختیار معامله) بیشتری خواهند داشت. از طرف دیگر با افزایش قیمت اعمال، ارزش قرارداد اختیار فروش بالاتر رفته، در نتیجه قیمت این اوراق نیز افزایش می‌یابد. کشاورزان با درجه ریسک‌پذیری مختلف می‌توانند در این بازار شرکت داشته باشند. بدین معنا که افراد با ریسک‌پذیری بالاتر، طالب این هستند که حق اختیار فروش کمتری پرداخت کنند و در مقابل، پوشش کمتری نیز دریافت نمایند. به همین طریق، کشاورزان با ریسک‌پذیری کمتر، طالب پرداخت حق اختیار معامله بالاتر برای پوشش بیشتر خود در مقابل ریسک قیمتی خواهند بود. در ادامه، لین و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۱۴) برای قیمت‌گذاری اختیار معامله طلا از مدل مارکف استفاده کرده‌اند و با مدل‌های دیگری چون بلک شولز مقایسه نموده‌اند. مدل مارکف به لحاظ پرهش‌های قیمت طلا و ریسک‌های ناشی از آن می‌پردازد و خطای قیمت‌گذاری کمتری را نسبت به مدل‌های رقیب مطرح می‌کند. این خطای قیمت‌گذاری می‌تواند با قیمت‌های اعمال متفاوت کاهش یابد که بستگی به «میانگین نسبی خطای مربعات»<sup>۳</sup> دارد. در نتیجه توانایی ذینفعان بازار برای سفته‌بازی و پوشش ریسک موقعیتشان در بازار طلا از مهمترین عوامل برای در نظر گرفتن ریسک‌های پرتی برای اطمینان از بهره‌وری بازار است. حاجیان و همکاران (۱۳۹۴) نیز به بررسی مدیریت ریسک قیمت نفت و امکان افزایش درآمدهای نفتی با استفاده از قراردادهای اختیار معامله پرداخته‌اند. بدین منظور از دو روش درخت دوتایی و مدل بلک شولز به صورت تلفیقی جهت ارزش‌گذاری این قراردادها استفاده کرده‌اند. نتایج مطالعات آنها نشان می‌دهد که استفاده از قراردادهای اختیار معامله در فروش نفت می‌تواند علاوه بر مدیریت ریسک قیمت نفت، درآمدهای بیشتری را از فروش نفت نسبت به حالتی که ریسک پوشش داده نمی‌شود نصیب کشور

<sup>۱</sup>. Kenichiro Shiraya & Akihiko Takahashi

<sup>۲</sup>. Shih-Kuei Lin, Yu-Min Lian & Szu-Lang Liao

<sup>۳</sup>. The Relative Mean Square Errors (RMSEs)

تولیدکننده نفت کند. همچنین قراردادهای بلندمدتتر ریسک را بیشتر پوشش میدهند. زیرا در بلندمدت نوسان قیمت نفت بیشتر است و از این رو احتمال این امر بیشتر است که اعمال حق اختیار فروش به صرفه‌تر از فروش نفت در قیمت اسپات زمان سررسید باشد. در مجموع و به طور میانگین، تعداد دفعاتی که سود حاصل از انعقاد قرارداد اختیار معامله صفر است در قراردادهای بلندمدتتر کمتر میشود. از این رو تاخت کردن قراردادهای کوتاهمدت به قراردادهای بلندمدتتر هم میتواند به صرفه باشد. مهرآرا و نایی (۱۳۹۳) به بررسی چگونگی ارتباط علی بین دو بازار نقد و آتی سکه طلا در ایران به روش میانگین موزون بین قیمت قراردادهای آتی با سررسیدهای مختلف میپردازند. در این مطالعه با استفاده از رویکرد همانباشستگی و مدل تصحیح خطا<sup>۱</sup> و همچنین آزمون علیت همزمانی وجود یا عدم وجود رابطه علی بین قیمت‌های نقدی و آتی سکه طلا بررسی میشود. نتایج نشان میدهد که قیمت‌های این دو بازار همانباشستگی دارند و رابطه علیت بین قیمت نقدی و آتی سکه طلا هم در کوتاه مدت و هم در بلندمدت، دوطرفه است. نمودارهای کنش-واکنش در دو بازار نقد و آتی با دو روش مدل تصحیح خطا و خودرگرسیون برداری بیزی<sup>۲</sup> برآورد و با یکدیگر مقایسه شده است. نتایج نشان میدهد که این دو بازار با یکدیگر ارتباط دارند و شوک‌های هر بازار بر بازار دیگر اثرگذار است. طالبی و همکاران (۱۳۹۴) نیز با استفاده از مدل بلک شولز به ارزشگذاری اوراق اختیار فروش تبعی سهام در بازار بورس اوراق بهادار تهران پرداخته‌اند. نتایج این تحقیق نشان میدهد که اختیار فروش تبعی سهام‌های مورد مطالعه آنها به خوبی توانسته‌اند کاهش قیمت سهام‌های پایهای خود را پوشش دهند. میسنر و لابوزسکی<sup>۳</sup> (۲۰۱۷) نیز در مقاله خود مطرح میکنند که علاوه بر هزینه‌های مالی در فرمول قیمتگذاری بلک شولز هزینه نگهداری دارایی پایه (در صورتی که کالا باشد) نیز باید لحاظ شود. در اختیار معامله روی دارایی‌های مالی سودهای مورد انتظار یا درآمد بهره لحاظ میشود. اختیار معاملات مرسوم روی قراردادهای آتی هزینه نگهداری شامل نمیشوند و در اختیار معامله سبک آتی روی آنها هزینه‌های نگهداری و نرخهای کوتاهمدت عاملی در قیمتگذاری نیستند. این تغییرات در بلک شولز، سبب تغییراتی در رابطه برابری خرید و فروش اختیار معامله میشود. برای اوراق بهادار اگر سودهای مورد انتظار یا درآمدهای بهره‌های بیش از هزینه‌های مالی باشد، ارزش زمانی فروش از ارزش زمانی خرید بیشتر خواهد بود. در خصوص اختیار معامله کالاها، ارزش زمانی خرید همیشه بیش از ارزش زمانی فروش است. اگر اختیار معامله خرید (فروش) قابل اجرا باشد، ارزش زمانی یک فروش (خرید) روی قرارداد آتی از ارزش زمانی خرید (فروش) بیشتر خواهد بود. همچنین، ارزشهای زمانی خرید و فروشها برای اختیار معامله سبک آتی روی آنها همیشه برابر هستند. امیری و همکاران (۱۳۹۷) نیز به بررسی قیمتگذاری قراردادهای اختیار معامله سکه طلا در بورس کالای ایران بر اساس مدل "بلک-شولز" میپردازند. قیمت اختیار معامله به روش تئوریک بلک شولز در بازه زمانی دی ماه ۱۳۹۵ تا شهریور ۱۳۹۶ در دو قرارداد اختیار خرید و فروش به تفکیک هر سررسید محاسبه و با قیمت بازار مقایسه میشود. این مقاله نشان میدهد که قیمت بازاری اختیار معامله خرید و فروش سکه طلا در بورس ایران در سطوح مختلف قیمت‌های اعمال،

<sup>۱</sup> . ECM

<sup>۲</sup> . Bayesian vector autoregression(BVAR)

<sup>۳</sup> . James F. Meisner and John W. Labuszewski

در ۵۳ الی ۱۰۰ درصد روزهای سرمایه‌گذاری، کمتر از قیمت تئوریک بوده است. همچنین قراردادهای اختیار معامله سکه طلا با سررسید دی ماه ۱۳۹۵ استراتژی خوش بینانه قرارداد اختیار خرید و قراردادهای اختیار معامله سکه طلا با سررسید آبان ماه ۱۳۹۵، استراتژیهای پروانه‌های فروش و خوش بینانه قرارداد اختیار خرید، در تمامی روزهای سرمایه‌گذاری کاملا سود ده بوده است. میرزایی و بهرام‌مهر (۱۳۹۸) ابتدا در مقاله خود با استفاده از روش برابری خرید و فروش نشان می‌دهند که در قراردادهای اختیار معامله سکه طلا فرصت آربیتراژ وجود دارد. سپس به روش بلک شولز به قیمت‌گذاری این قراردادها می‌پردازند. سپس تلاطم واقعی از داده‌های تاریخی و تلاطم القایی از فرمول بلک شولز را محاسبه می‌کنند و نشان می‌دهند که مانایی صرف ریسک تلاطم در اکثر قراردادها وجود دارد. همچنین ضریب همبستگی نرخ بازده مازاد در بازار سکه و صرف ریسک تلاطم برای همه قراردادهای مورد بررسی منفی است که نشان از معکوس بودن حرکت صرف ریسک تلاطم و بازده مازاد در بازار اختیار سکه است. در صورتی که تلاطم واقعی بازار بیشتر از مقدار انتظاری آن توسط سرمایه‌گذاران باشد، بازده سکه در بازار آبی نیز افزایش می‌یابد. همچنین به دلیل نوسانات صعودی قیمت در بازار آبی سکه، اختیار فروش در بازار قراردادهای اختیار به سرعت ارزش خود را از دست می‌دهد و در چنین شرایطی، خرید اختیار فروش پیشنهاد نمی‌گردد. امیری (۱۳۹۸) به بررسی قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله سکه طلا براساس مدل‌های بلک-شولز، بونس و دو جمله‌ای در بازه زمانی دی ماه ۱۳۹۵ تا شهریور ۱۳۹۶ و مقایسه آن با قیمت اختیار معامله در بورس کالای ایران می‌پردازد. نتایج نشان می‌دهد که در تمامی قیمت‌های اعمال شده و در تمامی روزهای سرمایه‌گذاری، قیمت تئوریک اختیار معامله خرید براساس مدل بلک شولز بالاتر از مدل بونس بوده است. همچنین، قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله فروش در سطوح مختلف قیمت اعمال، در سطح قیمت اعمال ۱۲۷۵۰۰۰۰ ریال، در تمامی روزهای سرمایه‌گذاری قیمت تئوریک اختیار معامله فروش براساس مدل بلک شولز کمتر از مدل دو جمله‌ای بوده است. در ادبیات قراردادهای اختیار معامله، قیمت‌گذاری سکه طلا به روش "بلک شولز" مطالعه و بررسی شده است اما از روش "برابری خرید و فروش" و تعیین فرصت‌های آربیتراژ در این بازار مطالعه‌های صورت نگرفته است. بنابراین در این پژوهش به قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله سکه طلا در بورس کالای ایران به دو روش "برابری خرید و فروش" و "بلک شولز" می‌پردازیم و نتایج آنها را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. در ادامه پس از بیان مبانی نظری قراردادهای اختیار معامله، به قیمت‌گذاری اختیار معامله سکه طلا در ایران می‌پردازیم.

### ۳- مبانی نظری

#### ۳-۱- معرفی قراردادهای اختیار معامله

قرارداد اختیار معامله قراردادی است دو طرفه بین خریدار و فروشنده که براساس آن، به خریدار این حق داده می‌شود که بدون هیچ التزام و تعهدی، مقدار معینی از دارایی مندرج در قرارداد را با قیمت توافقی معین در یک سررسید معین یا در طول آن، بخرد یا بفروشد و خریدار نیز در ازای این امتیاز مبلغی را تحت عنوان حق شرط که در واقع همان قیمت اختیار است، به طرف دیگر می‌پردازد (تعمیدی و همکاران، ۱۳۹۳، ص ۲). قرارداد اختیار

معامله به دو نوع کلی اختیار خرید<sup>۱</sup> و اختیار فروش<sup>۲</sup> تقسیم میشود. در قرارداد اختیار خرید، خریدار حق خرید یک کالا را در آینده از فروشنده اختیار خواهد داشت. فروشنده اختیار نیز در قرارداد اختیار خرید متعهد است، زمانی که خریدار تمایل به استفاده از حق خود دارد، کالا را به قیمت توافق شده (قیمت اعمال یا توافقی<sup>۳</sup>) به او بفروشد. در قرارداد اختیار فروش نیز، خریدار حق فروش کالا را در آینده به فروشنده اختیار معامله خواهد داشت. فروشنده اختیار نیز در قرارداد اختیار فروش متعهد است زمانی که خریدار اختیار تمایل به استفاده از حق فروش خود دارد، کالا را به قیمت توافق شده از او بخرد (بورس کالای ایران، ۱۳۹۳). هر اختیار معامله میتواند آمریکایی یا اروپایی باشد. تفاوت این دو نوع اختیار معامله ربطی به منطقه جغرافیایی ندارد. اختیار معامله آمریکایی در هر زمان از طول دوره عمر قرارداد تا تاریخ انقضا یا در تاریخ سرسید قابل اعمال است. در حالی که اختیار معامله اروپایی تنها در تاریخ انقضای آن قابل اعمال است (بورس کالای ایران، ۱۳۹۳).

### ۳-۲- مواضع معاملاتی و منفعت قرارداد اختیار معامله

در هر قرارداد اختیار معامله، دو طرف معامله‌گر وجود دارد. یک طرف معامله، سرمایه‌گذاری است که موقعیت خرید اتخاذ کرده و اختیار معامله را خریده است. در طرف دوم قرارداد، سرمایه‌گذار موقعیت فروش اتخاذ کرده است. به عبارتی، اختیار معامله را صادر کرده یا فروخته است. خریدار یا دارنده اختیار معامله، هیچگونه تعهدی در قبال قرارداد ندارد، در حالیکه فروش یا صدور اختیار معامله برای فروشنده تعهدآور است. بدین معنی که فروشنده، مبلغ قیمت اختیار را دریافت میکند و در مقابل متعهد میشود که در صورت اعمال اختیار معامله توسط خریدار، به مفاد قرارداد عمل کند. سود یا زیان صادرکننده اختیار، درست عکس خریدار میباشد (هال، ۲۰۲۱). به طور کلی چهار موقعیت برای یک اختیار معامله وجود دارد:

۱. موقعیت خرید در قرارداد اختیار خرید ۲. موقعیت خرید در قرارداد اختیار فروش ۳. موقعیت فروش در قرارداد اختیار خرید ۴. موقعیت فروش در قرارداد اختیار فروش. منظور از خریداران، معامله‌گرانی هستند که موضع خرید و منظور از فروشندگان، افرادی هستند که موضع فروش اتخاذ کرده‌اند. معادلات این بخش برگرفته از کتاب جان هال، ۲۰۲۱ میباشد.

اگر  $KK$  را قیمت اعمال و  $S_t S_t$  را قیمت دارایی پایه در زمان سرسید بدانیم، بازده حاصل از موقعیت خرید در یک اختیار خرید اروپایی از رابطه (۱) بدست می‌آید.

$$Max(S_t - K, 0) \quad Max(S_t - K, 0) \quad (1)$$

رابطه ۱، این واقعیت را نشان میدهد که اگر  $K < S_t K < S_t$  باشد (در زمان سرسید قرارداد، قیمت اعمال کمتر از قیمت دارایی در بازار باشد)، اختیار معامله توسط خریدار اعمال خواهد شد و بازده آن تفاوت بین قیمت

<sup>۱</sup>. Call Option

<sup>۲</sup>. Put Option

<sup>۳</sup>. Strike Price

دارایی پایه در بازار و قیمت تحت قرارداد خواهد بود. و اگر  $K > S_t$  باشد، اختیار معامله اعمال نخواهد شد. در این صورت بازده اختیار خرید صفر است. بازده سرمایه‌گذاری که موقعیت فروش در قرارداد اختیار خرید اروپایی اتخاذ کرده است از رابطه (۲) بدست می‌آید.

$$\text{Min}(K - S_t, 0) = -\text{Max}(S_t - K, 0) \quad \text{Min}(K - S_t, 0) = -\text{Max}(S_t - K, 0)$$

رابطه ۲ نشان می‌دهد که در صورت اعمال اختیار، فروشنده اختیار به همان اندازه که خریدار سود میکند ضرر خواهد کرد. در قرارداد اختیار فروش، اگر  $K > S_t$  (در زمان سررسید قرارداد، قیمت اعمال بیش از

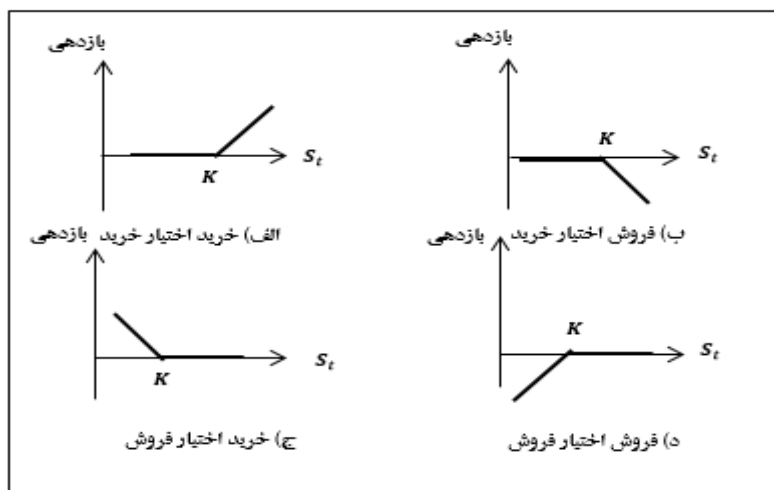
قیمت دارایی در بازار باشد)، اختیار معامله توسط خریدار اعمال می‌شود و اگر  $K < S_t$  باشد قرارداد توسط خریدار اجرا نخواهد شد. بنابراین بازده سرمایه‌گذاری که موقعیت خرید در قرارداد اختیار فروش اروپایی اتخاذ کرده است از رابطه (۳) بدست می‌آید.

$$\text{Max}(K - S_t, 0) \quad (3)$$

همچنین بازده دارنده موقعیت فروش اختیار فروش اروپایی از رابطه (۴) بدست می‌آید.

$$-\text{Max}(K - S_t, 0) = \text{Min}(S_t - K, 0)$$

رابطه ۴ نیز نشان می‌دهد که سود و زیان فروشنده اختیار فروش عکس خریدار است. بازدهی حاصل از هر چهار موقعیت در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱- بازدهی حاصل از خرید یا فروش قرارداد اختیار معامله اروپایی

منبع: حال، ۲۰۲۱، اختیار معامله، آتی و دیگر مشتقات



### ۳-۳- برابری قیمت اختیارهای فروش و خرید اروپایی

ارتباط بین قیمت بازاری اختیار خرید و فروش اروپایی از رابطه (۵) بدست می‌آید.

$$C_e + Ke^{-rt} = P_e + S_0$$

در رابطه ۵،  $C_e$  قیمت بازاری اختیار خرید،  $P_e$  قیمت بازاری اختیار فروش،  $S_0$  قیمت آتی دارایی پایه،  $Ke^{-rt}$  قیمت تحت قرارداد اختیار،  $r$  نرخ بهره و  $t$  زمان می‌باشد.

دو سید دارایی در نظر می‌گیریم:

سید الف: شامل یک اختیار خرید اروپایی روی یک دارایی (در اینجا سکه طلا) بعلاوه ارزش حال قیمت تحت قرارداد اختیار  $(Ke^{-rt}Ke^{-rt})$

سید ب: شامل یک اختیار فروش اروپایی روی یک دارایی بعلاوه یک دارایی

رابطه ۵ نشان می‌دهد که می‌توان قیمت یک اختیار خرید اروپایی با قیمت توافقی و سررسید معین را از قیمت یک اختیار فروش اروپایی با همان قیمت توافقی و همان سررسید بدست آورد و برعکس. اگر این رابطه برقرار نباشد، فرصتهای آربیتراژ ایجاد خواهد شد. برای مثال، اگر ارزش سید الف نسبت به سید ب بیشتر باشد این امر موجب ظهور فرصتهای آربیتراژ می‌شود. راهبرد مطلوب در اینجا برای آربیتراژگر این است که اوراق بهادار سید الف را بفروشد و اوراق بهادار سید ب را خریداری کند تا به سود تضمینی دست یابد؛ به عبارت دیگر این راهبرد متضمن فروش اختیار خرید و خرید سهام و خرید اختیار فروش است. اگر آربیتراژگر احتمال دهد که قیمت دارایی پایه کاهش خواهد یافت، دارایی پایه و اختیار فروش می‌خرد و اختیار خرید می‌فروشد تا به سود برسد. عکس این حالت نیز به همین ترتیب است، اگر ارزش سید الف نسبت به سید ب کمتر باشد، فرصتهای آربیتراژ ایجاد می‌شود. در این صورت آربیتراژگر باید به خرید اختیار خرید و فروش سهام و فروش اختیار فروش بپردازد (هال، ۲۰۲۱). قراردادهای اختیار معامله به روشهای مختلفی قیمتگذاری می‌شود که در ادامه اصلیترین روش قیمتگذاری یعنی روش بلک شولز توضیح داده می‌شود.

### ۳-۴- مدل قیمت‌گذاری بلک شولز

اصلیترین روش قیمتگذاری قرارداد اختیار خرید و فروش اروپایی مدل بلک شولز است. فرض اساسی در مدل بلک شولز برای دارایی پایه‌ای که سود پرداخت نمی‌کند این است که، قیمت‌های دارایی پایه از یک «گشت تصادفی» پیروی می‌کنند و درصد تغییرات قیمت آن در یک دوره زمانی کوتاهمدت دارای توزیع نرمال می‌باشد. فرض «گشت تصادفی» قیمت‌ها دلالت بر این دارد که، قیمت دارایی پایه در هر دوره زمانی آتی دارای توزیع لگاریتم نرمال می‌باشد بنابراین با توجه به مدل بلک شولز برای قیمت‌های دارایی پایه‌ای می‌توان گفت که اگر  $S_t$  قیمت دارایی پایه در زمان آتی باشد، در این صورت  $\ln S_t$  به صورت نرمال می‌باشد (هال، ۲۰۲۱).

فرمولهای بلک شولز برای قیمت‌های قرارداد اختیار معامله از نوع اروپایی که سودی پرداخت نمیکنند، روابط ۶ تا ۹ میباشند.

$$c = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2) \quad (6)$$

$$p = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (7)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (9)$$

در معادلات ۶ تا ۹، تابع توزیع احتمال تجمعی یک متغیر با توزیع نرمال استاندارد شده میباشند. متغیرهای  $pp$  و  $cc$  به ترتیب قیمت‌های اختیار خرید و اختیار فروش اروپایی هستند.  $S_0 S_0$  قیمت جاری دارایی پایه،  $KK$  قیمت اعمال،  $rr$  نرخ بهره بدون ریسک (به صورت مرکب و پیوسته)،  $TT$  مدت زمان باقیمانده تا زمان انقضا و  $\sigma\sigma$  نوسانپذیری قیمت دارایی پایه را نشان میدهد. از دیدگاه نظری، مدل بلک شولز را صرفاً برای مدت زمان کوتاهی که  $rr$  ثابت است، میتوان به کار برد. در عمل هنگام استفاده از مدل مذکور،  $rr$  را برابر با نرخ بهره بدون ریسک کسب شده روی سرمایه‌گذاری با عمر  $TT$  (مهلت باقیمانده تا زمان سررسید اختیار معامله) قرار میدهم (هال، ۲۰۲۱).

یکی از پارامترهایی کلیدی در قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله، نوسانات بازده دارایی پایه است. لذا مدل‌سازی و تخمین مناسب این پارامتر به عنوان یکی از مسائل مهم در حوزه مالی مطرح است. در ادامه دو روش برای محاسبه واریانس بازده دارایی پایه مطرح میشود.

### ۳-۴-۱- مدل‌سازی نوسانات قیمت سکه طلا

تمامی مدل‌هایی که برای قیمت‌گذاری داراییهای مالی مطرح میشوند، نیازمند برآورد و پیشبینی تغییرپذیری میباشند. زیرا هم پیشبینی بازدهی اهمیت دارد و هم نوسانات آتی بازدهی از اهمیت زیادی برخوردار است. تغییرپذیری را اغلب به صورت انحراف معیار یا واریانس تعریف میکنند (سوری، ۱۳۹۲، ص ۵۳۹). تغییرپذیری قیمت

هر دارایی پایه،  $\sigma^2$ ، عدم اطمینان نسبت به بازده آن را اندازه‌گیری میکند. بنابراین  $\sigma^2$  برابر است با انحراف معیار بازده دارایی پایه در یک سال با این شرط که بازده آن به صورت مرکب پیوسته بیان شده باشد. بازدهی هر دارایی پایه در زمان  $t$  از رابطه (۱۰) بدست می‌آید (درخشان، ۱۳۹۰، ص ۴۶۹):

$$(10) \quad u_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

لذا برای بدست آوردن تغییرپذیری قیمت دارایی پایه میبایست انحراف معیار رابطه ۱۰ را بدست آورد. نوسانات بازارهای مالی، محققان را به ایجاد مدل‌های کاربردی برای اندازه‌گیری و پیش‌بینی نوسانات بازده دارایی پایه و شاخص قیمت بازار بورس متمایل کرده است. در بررسی داده‌های سری زمانی معمولاً فرض ثابت بودن واریانس طی زمان را در نظر می‌گیرند، اما در عمل واریانس در دوره‌های مختلف ثابت نیست. برای حل مشکل واریانس ناآبایت، یا باید داده‌ها را به نحوی تبدیل کرد تا همگنی واریانس حاصل شود و یا از مدل‌هایی استفاده شود که پذیرای ناهمگنی در واریانس باشند. یک خانواده معروف از این مدل‌ها، مدل‌های مشروط به ناهمگنی واریانس می‌باشد. این مدل‌ها اتورگرسیو شرطی با پراکندگی متغیر نامیده می‌شوند. در این مدل‌های واریانس ناهمسانی عمومی‌ترین روش برای مدل‌سازی نوسانات و تغییرپذیری داده‌های سری زمانی مالی با فراوانی زیاد می‌باشد (کیمیاگری و همکاران، ۱۳۹۰، ص ۴).

از آنجایی که  $\sigma^2$  به عنوان معیار نااطمینانی یا تغییرات پیش‌بینی نشده قیمت طلا لزوماً ثابت نیست لذا برای محاسبه تغییرپذیری بازده قیمت طلا از روش‌های ناهمسانی واریانس استفاده می‌کنیم (سوری، ۱۳۹۲، ص ۵۴۰). در تحقیق حاضر برای محاسبه نوسانات بازده طلا از دو روش استفاده می‌کنیم؛ روش معمول واریانس ناهمسانی و روش آماری محاسبه واریانس و انحراف معیار. در ادامه داده‌ها و اطلاعات آماری تحقیق مطرح می‌شوند.

#### ۴- داده‌ها و اطلاعات آماری

##### ۴-۱- داده‌ها

قراردادهای اختیار معامله طلا در تاریخ ۱۳۹۵/۹/۲۴ در بورس کالای ایران راه اندازی شده‌اند.<sup>۱</sup> ۱۶ قرارداد اختیار معامله طلا در تاریخ ۲۳ دی و اسفند سال ۱۳۹۵ بسته شده‌اند و ۸ قرارداد دیگر باز هستند که تاریخ سررسید آنها ۱۳۹۶/۴/۲۵ می‌باشد. در بازه تحقیق به منظور قیمت‌گذاری اختیار معامله، شش قرارداد از قراردادهای باز انتخاب شدند که تاریخ شروع آنها ۱۳۹۵/۱۲/۱۶ می‌باشد. لذا برای قیمت‌گذاری اختیار معامله، قیمت آنی سکه از تاریخ ۱۳۹۵/۱۲/۱۶ تا ۱۳۹۶/۴/۱ استفاده می‌شود. داده‌های مربوط به سری زمانی قیمت روزانه سکه بهار آزادی (طرح قدیم) از شبکه اطلاع رسانی اتحادیه طلا، جواهر و سکه تهران گردآوری شده است. همچنین برای محاسبه نوسانات سکه طلا از طریق مدل واریانس ناهمسانی، داده‌های قیمت آنی سکه از تاریخ ۱۳۹۵/۱/۷ تا ۱۳۹۶/۴/۳۰ استفاده می‌شود. در این تحقیق به جای نرخ بهره بدون ریسک، نرخ بازدهی اوراق مشارکت دولتی ثابت ۱۸ درصد

<sup>۱</sup> در بازار سهام ایران نیز قراردادهای اختیار معامله فعال هستند اما به صورت پویا اجرا نمی‌شوند.

در نظر گرفته می‌شود. قیمت توافقی، قیمت اختیار خرید و فروش بازاری و حجم هر یک از قراردادهای باز از سایت بورس کالای ایران گردآوری شده است.  $tt$  نیز زمان باقی مانده تا سررسید قرارداد اختیار است. در محاسبه قیمت‌گذاری اختیار طلا، زمان روزانه می‌باشد (تعداد روزهای باقیمانده تا سررسید). تعداد روزهای کاری در بورسها سالیانه ۲۵۲ روز است. لذا برای محاسبه  $tt$ ، تعداد روزهای باقیمانده تا سررسید را بر ۲۵۲ تقسیم می‌کنیم (درخشان، ۱۳۹۰، ص ۴۷۲).

#### ۴-۲- قراردادهای اختیار معامله طلای ایران

در جدول ۱ مشخصات نماد قراردادهای اختیار معامله طلای ایران بیان شده است.

جدول ۱- مشخصات نماد قرارداد اختیار معامله سکه بهار آزادی طرح امام (ره)

1	دارایی پایه	سکه طلای تمام بهار آزادی طرح امام خمینی (ره) براساس استاندارد بانک مرکزی
2	نماد کالا	GCMYYCK (K) نمایانکننده قیمت اعمال، MM علامت اختصاری ماه قرارداد و YY سال و C نشاندهنده اختیار خرید میباشد GCMYYPK (K) نمایانکننده قیمت اعمال، MM علامت اختصاری ماه قرارداد و YY سال و P نشاندهنده اختیار خرید میباشد
3	اندازه قرارداد	یک سکه
4	واحد پولی قیمت	ریال
5	نوع قرارداد	اروپایی

منبع: یافته‌های پژوهشگر

همانطور که در بخش ۷-۱ ذکر شد، ۸ قرارداد اختیار معامله باز وجود دارد که اطلاعات آنها در جدول ۲ بیان شده است.

جدول ۲- قراردادهای اختیار باز در بورس کالای ایران

ردیف	قراردادهای اختیار	زمان سررسید	زمان انعقاد قرارداد	قیمت اعمال (ریال)	Put/Call
1	GCTR96C1175	25/04/1396	16/12/1395	11,750,000	Call
2	GCTR96C1200	25/04/1396	16/12/1395	12,000,000	Call
3	GCTR96C1225	25/04/1396	16/12/1395	12,250,000	Call
4	GCTR96C1250	25/04/1396	28/01/1396	12,500,000	Call
5	GCTR96P1175	25/04/1396	16/12/1395	11,750,000	Put
6	GCTR96P1200	25/04/1396	16/12/1395	12,000,000	Put
7	GCTR96P1225	25/04/1396	16/12/1395	12,250,000	Put
8	GCTR96P1250	25/04/1396	28/01/1396	12,500,000	Put

منبع: یافته‌های پژوهشگر

طبق جدول ۲، تاریخ انعقاد دو قرارداد GCTR96C ۱۲۵۰ و GCTR96P ۱۲۵۰ ۲۸ فروردین ماه ۱۳۹۶ می‌باشد. مابقی قراردادها در ۱۶ اسفند ماه ۱۳۹۵ منعقد شده‌اند. تاریخ انقضای تمامی قراردادهای مذکور ۲۵ تیرماه ۱۳۹۶ می‌باشد.

میانگین حجم قراردادهای باز و حداکثر حجم مبادله شده در هر قرارداد باز در جدول ۳ بیان شده است. طبق این جدول، به طور میانگین بیشترین حجم مبادلات مربوط به قرارداد فروش GCTR96P ۱۱۷۵ با حجم ۶۵ (ردیف دو و ستون پنجم) قرارداد است و کمترین حجم مبادله به میزان ۱۲ (ردیف دو و ستون دو) قرارداد مربوط به قرارداد خرید GCTR96C ۱۱۷۵ می‌باشد. در ردیف سوم این جدول حداکثر میزان مبادله صورت‌گرفته در هر قرارداد ذکر شده است که بیشترین متعلق به قرارداد GCTR96P ۱۲۰۰ با ۳۴۰ (ردیف سه و ستون شش) قرارداد و کمترین با ۳۷ (ردیف سه و ستون دو) مبادله، مربوط به قرارداد GCTR96C ۱۱۷۵ می‌باشد.

جدول ۳- میانگین حجم معامله اختیارات

GCTR96P 1225	GCTR96P 1200	GCTR96P 1175	GCTR96C 1225	GCTR96C 1200	GCTR96C 1175	Option contracts
22	46	65	21	27	12	Volume average
114	340	230	60	105	37	Max volume

منبع: یافته‌های پژوهشگر

در ادامه قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله به تفصیل بیان می‌شود.

## ۵- برآورد مدل

در بخش ۵-۱ به قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله طلا با استفاده از روش «بلک شولز» می‌پردازیم و در بخش ۵-۲ به بررسی روش «برابری خرید و فروش اختیار»، خواهیم پرداخت. در نهایت نتایج هر دو روش با یکدیگر مقایسه خواهند شد.

### ۵-۱- بلک شولز

همانطور که در بخش ۳-۴ بیان شد، اگر قیمت هر سهم در مقطع زمانی  $TT$  در آینده را با  $S_T S_T$  نشان دهیم، آنگاه  $\ln S_T \ln S_T$  توزیع نرمال دارد. این فرض، مبنای مدل بلک شولز است. لذا در مطالعه حاضر این فرض را برای قیمت‌های طلا بررسی می‌کنیم. جدول ۴، جدول آماری  $\ln S_T \ln S_T$  و نمودار ۱، نمودار هستیوگرام  $\ln S_T$  می‌باشد که با نمودار توزیع نرمال مقایسه شده است. همانطور که جدول ۴ نشان می‌دهد با اختلاف ناچیزی، میانگین  $<$  میانگین  $<$  مدمیانگین  $<$  میانگین  $<$  مد است. بنابراین توزیع تا حدی چولگی به راست دارد. اگر

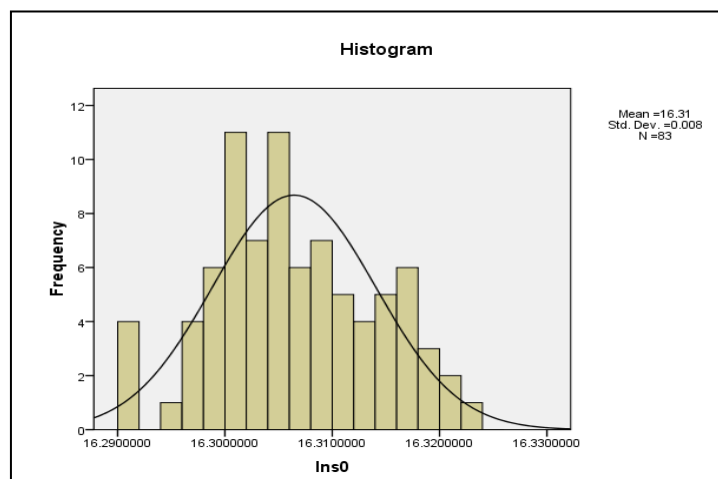
قدرمطلق ضریب چولگی بین ۰.۱ و ۰.۵ باشد توزیع نزدیک به نرمال است و اگر قدر مطلق کشیدگی بین ۰.۱ و ۰.۵ باشد توزیع نزدیک به نرمال خواهد بود (ناصرحیفر، ۱۳۹۱، ص ۱۱۵). طبق جدول ۴، ضریب چولگی و کشیدگی به ترتیب  $0.122531383$  و  $-0.435273168$  هستند که در بازه‌های مذکور قرار دارند. بنابراین توزیع  $\ln S_T \ln S_T$  نزدیک به نرمال است و فرض مدل بلک شولز را تامین میکند.

جدول ۴- جدول آماری  $\ln(S_T) \ln(S_T)$

16.30540475	میانه
16.30644186	میانگین
16.30041721	مد
0.122531383	چولگی
-(0.435273168)	کشیدگی
16.32340104	حداکثر
16.29019851	حداقل

منبع: یافته‌های پژوهشگر

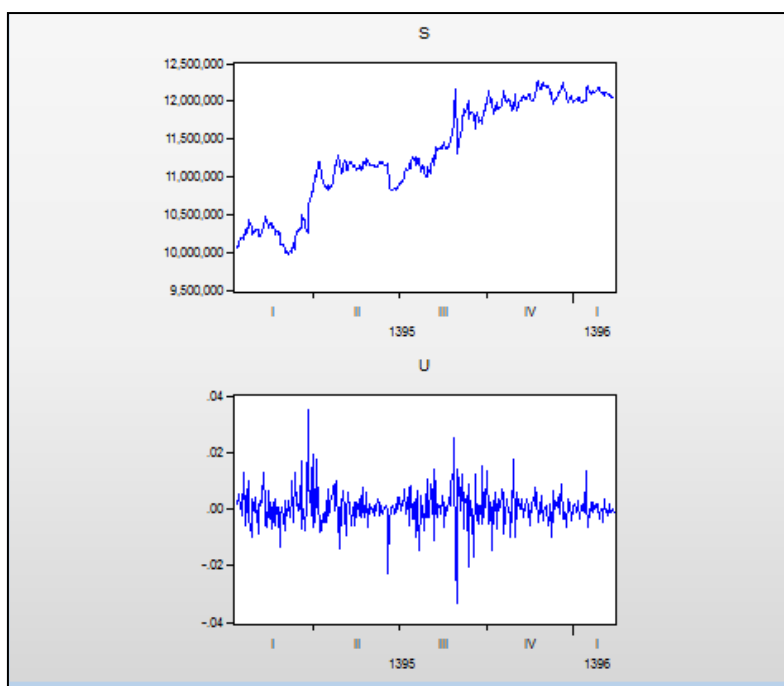
نتایج فوق در نمودار ۱ نیز قابل ملاحظه می‌باشد. همانطور که نمودار ۱ نشان می‌دهد، توزیع لگاریتم قیمت سکه طلا به توزیع نرمال نزدیک می‌باشد و فرض بلک شولز را تامین میکند.



نمودار ۱- نمودار هستیتوگرام  $\ln S_T \ln S_T$

منبع: یافته‌های پژوهشگر

از آنجایی که سکه طلا به عنوان یک کالا در نظر گرفته میشود، هزینه نگهداری برای آن مطرح میشود. لذا این هزینه باید در معادله بلک شولز لحاظ شود. در این مطالعه فرض میکنیم هزینه نگهداری در قیمت اختیار معامله لحاظ شده است. در نمودار ۲، نمودار قیمت (S) و بازده سکه طلا (U) رسم شده است. نمودار بازده سکه طلا (U) نشان میدهد که، این سری حول صفر تمرکز یافته و بازدهها دائماً در حال نوسان هستند، اندازه این نوسانها گاهی بزرگ و گاهی کوچک است که نشاندهنده وجود تغییرات خوشهای در سری زمانی بازده سکه میباشد. در واقع تغییرات خوشهای بدین معنی است که، روزهای با تغییرات زیاد قیمت در کنار هم و روزهای با تغییرات کم قیمت نیز در کنار هم رخ میدهند. تغییرات خوشهای همان اثری است که مدل واریانس ناهمسانی برای کنترل آن طراحی شده است. این نوسانات ضرورت بررسی اثرات واریانس ناهمسانی را نشان میدهد.



نمودار ۲- نمودار قیمت و بازده سکه طلا (۱۳۹۶/۰۴/۱۳۹۵-۳۰/۰۱/۰۷)

منبع: یافته‌های پژوهشگر

بنابراین در ادامه از دو روش آماری و مدل واریانس ناهمسانی نوسان قیمت طلا را به دست می‌آوریم و به وسیله آنها، قیمت اختیار معامله را با استفاده از مدل بلک شولز تعیین میکنیم و به بیان نتایج هر یک از این دو روش می‌پردازیم.

۵-۱-۱- بلک شولز- واریانس ناهمسانی

جدول ۵ نشان می‌دهد که بازده قیمت سکه طلا دارای اثرات واریانس ناهمسانی است.

جدول ۵- اثرات واریانس ناهمسانی در بازده قیمت سکه طلا

Dependent Variable: U				
Method: ML ARCH - Normal distribution (BFGS / Marquardt steps)				
Date: 08/03/17 Time: 14:07				
Sample: 1/08/1395 2/13/1396				
Included observations: 402				
Convergence achieved after 20 iterations				
Coefficient covariance computed using outer product of gradients				
Presample variance: backcast (parameter = 0.7)				
GARCH = C(2) + C(3)*RESID(-1)^2 + C(4)*GARCH(-1)				
Variable	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.000322	0.000279	1.154308	0.2484
Variance Equation				
C	2.99E-06	6.43E-07	4.642538	0.0000
RESID(-1)^2	0.101060	0.021995	4.594685	0.0000
GARCH(-1)	0.819106	0.033262	24.62573	0.0000
R-squared	-0.000401	Mean dependent var	0.000446	
Adjusted R-squared	-0.000401	S.D. dependent var	0.006196	
S.E. of regression	0.006198	Akaike info criterion	-7.471403	
Sum squared resid	0.015403	Schwarz criterion	-7.431637	
Log likelihood	1505.752	Hannan-Quinn criter.	-7.455658	
Durbin-Watson stat	2.011759			

منبع: یافته‌های پژوهشگر

نتایج حاصل از قیمت‌گذاری قراردادهای اختیار معامله طلا با استفاده از مدل قیمت‌گذاری بلک شولز و واریانس ناشی از روش واریانس ناهمسانی در جدول ۶ بیان شده است.

جدول ۶- میانگین قیمت اختیار معامله طلا با استفاده از مدل بلک شولز- واریانس ناهمسانی (واحد: ریال)

قیمت اعمال	میانگین قیمت اختیار بلک شولز	میانگین قیمت اختیار بازار	قراردادهای اختیار
11,750,000	931,624	778,997	GCTR96C1175
12,000,000	694,561	539,500	GCTR96C1200
12,250,000	457,525	309,321	GCTR96C1225
11,750,000	0 $\cong$	39,480	GCTR96P1175
12,000,000	0 $\cong$	85,733	GCTR96P1200
12,250,000	25.72	196,816	GCTR96P1225

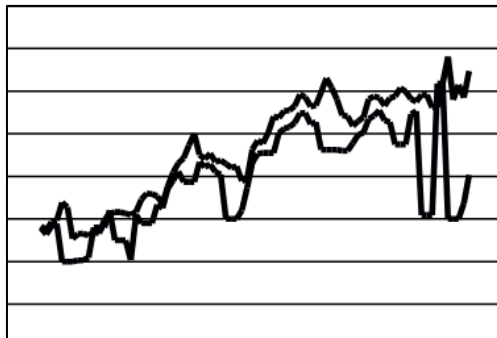
منبع: یافته‌های پژوهشگر



نتیج‌انداز جدول ۶ نشان می‌دهد که، به طور میانگین قیمت قرارداد اختیار خرید طلا در بازار ارزانهتر از مقدار محاسبه شده آن است. به عبارتی قراردادهای اختیار خرید در بازار با قیمت پایین در حال معامله هستند. لذا فرصتهای سرمایه‌گذاری خرید قرارداد اختیار خرید را به سرمایه‌گذاران توصیه می‌کند. همچنین، قیمت محاسبه شده اختیار فروش طلا تقریباً صفر می‌باشد و یا بسیار ناچیز است. در حالی که قراردادهای اختیار فروش طلا در بازار با قیمتی بالاتر از صفر در حال فروش است. لذا خرید اختیار فروش به سرمایه‌گذاران توصیه نمی‌شود و یا به عبارتی فرصتهای سرمایه‌گذاری به دارندگان اختیار فروش طلا، فروش آن را توصیه می‌کند.

صفر شدن قیمت قراردادهای اختیار فروش به دلیل بزرگ بودن مقدار قیمت آبی سکه طلا است. به عبارتی، زمانی که قیمت دارایی پایه بسیار بزرگ باشد، قیمت اختیار فروش اروپایی (PP) به صفر نزدیک می‌شود. این نتیجه با معادله (۷) سازگاری دارد. زیرا وقتی که عدد قیمت دارایی پایه خیلی بزرگ شود، مقادیر  $N(-d_1)N(-d_1)$  و  $N(-d_2)N(-d_2)$  به صفر نزدیک می‌شوند. در حالت اختیار خرید نیز، با بزرگ بودن قیمت دارایی پایه،  $d_1d_1$  و  $d_2d_2$  هر دو بزرگ می‌شوند. بنابراین  $N(d_1)N(d_1)$  و  $N(d_2)N(d_2)$  به یک نزدیک می‌شوند. در نتیجه قرارداد اختیار خرید بسیار شبیه به یک پیمان آتی خواهد بود و قیمت اختیار خرید برابر با  $S_0 - Ke^{-rT}$  است. این رابطه همان قیمت اختیار خرید است که توسط رابطه (۶) بدست آورده می‌شود (درخشان، ۱۳۹۰، ص ۴۸۵ و ۴۸۶).

نمودار ۳ مقایسه بین قیمت اختیار بازاری و بلک شولز را برای قرارداد اختیار خرید GCTR96C1175 نشان می‌دهد. طبق نمودار، به طور میانگین قیمت بلک شولز از قیمت بازاری بیشتر است. در ادامه نتایج حاصل از بلک شولز را با واریانس و انحراف معیار آماری بیان می‌کنیم.



نمودار ۳- قیمت اختیار (بلک شولز (BS)) در برابر قیمت اختیار (بازار) - (C) قرارداد GCTR96C1175 (واحد: ریال)

منبع: یافته‌های پژوهشگر

### ۵-۱-۲- بلک شولز- نوسانات آماری

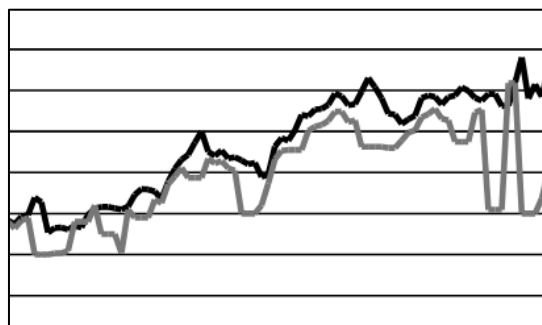
جدول ۷ میانگین قیمت قرارداد اختیار معامله سکه را با استفاده از انحراف معیار آماری نشان می‌دهد.

جدول ۷- میانگین قیمت اختیار با استفاده از مدل بلک شولز- آماری (واحد:ریال)

قیمت اعمال	میانگین قیمت اختیار بلک شولز	میانگین قیمت اختیار بازار	قراردادهای اختیار
11,750,000	931,624	778,997	GCTR96C1175
12,000,000	694,561	539,500	GCTR96C1200
12,250,000	457,685	309,321	GCTR96C1225
11,750,000	0 $\cong$ 0	39,480	GCTR96P1175
12,000,000	0 $\cong$ 0	85,733	GCTR96P1200
12,250,000	186,100	196,816	GCTR96P1225

منبع: یافته‌های پژوهشگر

با مقایسه جداول ۶ و ۷ در می‌یابیم که نتایج حاصل از قیمت‌گذاری بلک شولز از هر دو روش محاسبه نوسانات بازده سکه طلا تقریباً یکسان می‌باشد. بنابراین در جدول ۷ نیز نتایج نشان می‌دهد که قیمت اختیار خرید طلا در بازار کمتر از میزان محاسبه شده است. لذا فرصتهای سرمایه‌گذاری خرید اختیار خرید طلا را توصیه می‌کند. همچنین، قیمت اختیار فروش در بازار بیش از میزان محاسبه شده و متفاوت از صفر است. لذا فروش اختیار فروش برای دارندگان این قرارداد توصیه می‌شود. نمودار ۴ مقایسه قیمت اختیار خرید بازاری و بلک شولز را برای قرارداد GCTR96C1175 نشان می‌دهد. طبق نمودار، قیمت بلک شولز از قیمت بازاری بیشتر است. در ادامه به بررسی قرارداد اختیار معامله طلا از روش برابری خرید و فروش می‌پردازیم.



نمودار ۴- قیمت اختیار (بلک شولز) (BS) در برابر قیمت اختیار (بازار) - (C) قرارداد GCTR96C1175 (واحد:ریال)

منبع: یافته‌های پژوهشگر

بنابراین نتایج هر دو بخش ۵-۱-۱ و ۵-۱-۲ سرمایه‌گذاران را به خرید اختیار خرید و فروش اختیار فروش هدایت میکند. در ادامه به بررسی روش «برابری خرید و فروش» می‌پردازیم.

### ۵-۲- برابری خرید و فروش

روش برابری خرید و فروش برای سه دسته قرارداد اختیار معامله سکه طلا بررسی شده است؛ قرارداد خرید و فروش اختیار معامله طلا با قیمت توافقی ۱۱,۷۵۰,۰۰۰ ریال، ۱۲,۰۰۰,۰۰۰ ریال و ۱۲,۲۵۰,۰۰۰ ریال. نتایج حاصل از آنها در سه جدول ۸، ۹ و ۱۰ و هر یک برای پنج روز بیان شده است. نتایج جدول ۸ نشان می‌دهد که، سبدهای خرید و فروش اختیار برابر نیستند. بنابراین فرصتهای آربیتراژ وجود دارد. به طور میانگین به دلیل کمتر بودن مقادیر ستون دوم جدول (سبد الف) نسبت به ستون سوم (سبد ب)، فرصتهای آربیتراژ به خرید اختیار خرید و فروش اختیار فروش و دارایی پایه (طلا) توصیه می‌کند.

جدول ۸- برابری خرید و فروش (K=12,250,000)

نتایج	$P + S_0$	$c + Ke^{-rt}$	تاریخ
اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم	12,215,000	11,675,278	16/12/1395
اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم	12,161,000	11,668,077	17/12/1395
اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم	12,163,117	11,602,292	18/12/1395
اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم	12,320,973	11,210,136	19/12/1395
اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم	12,193,175	11,617,663	21/12/1395

منبع: یافته‌های پژوهشگر

جدول ۹ و ۱۰ نیز نشان می‌دهند که قیمت سبد اختیار خرید کمتر از اختیار فروش است و به طور میانگین فرصتهای آربیتراژ به خرید اختیار خرید و فروش اختیار فروش و دارایی پایه (طلا) توصیه می‌کند.

جدول ۹- برابری خرید و فروش (K=12,000,000)

نتایج	$P + S_0$	$c + Ke^{-rt}$	تاریخ
اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم	12,146,310	12,032,639	16/12/1395
اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم	12,093,000	11,564,676	17/12/1395
اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم	12,017,355	11,353,620	18/12/1395
اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم	12,119,219	11,343,698	19/12/1395
اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم	12,030,355	11,485,343	21/12/1395

منبع: یافته‌های پژوهشگر

جدول ۱۰- برابری خرید و فروش (K=11,750,000)

تاریخ	$c + Ke^{-rt}$	$P + S_0$	نتایج
16/12/1395	11,292,767	12,045,000	اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم
17/12/1395	11,507,407	12,060,806	اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم
18/12/1395	11,381,567	11,961,636	اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم
19/12/1395	11,315,705	12,044,999	اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم
21/12/1395	11,331,024	11,974,636	اختیار خرید میخریم و اختیار فروش میفروشیم و سکه میفروشیم

منبع: یافته‌های پژوهشگر

برآوردهای فوق نشان می‌دهد که، روش بلک شولز و برابری خرید و فروش نتایج مشابهی را بیان می‌کنند. به طور میانگین در هر دو روش، فرصتهای سرمایه‌گذاری خرید اختیار خرید و فروش اختیار فروش را به سرمایه‌گذاران توصیه می‌کنند. در ادامه نتیجه‌گیری و پیشنهادات تحقیق حاضر بیان می‌شود.

#### ۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در سالهای اخیر با افزایش حجم معاملات در حوزه مشتقات مالی بالاخص قراردادهای اختیار معامله، قیمت‌گذاری دقیق این اوراق از اهمیت بالایی نزد تحلیلگران و فعالان بازار سرمایه برخوردار شده است. معامله قراردادهای اختیار معامله روی کالاها و داراییهای مالی متنوعی صورت می‌گیرد. در ایران علاوه بر داراییهای مالی، از آذرماه ۱۳۹۵ معامله این قراردادها بر روی سکه طلا نیز اجرا شد. به دلیل نوپا بودن قراردادهای اختیار معامله سکه طلا در ایران، لزوم قیمت‌گذاری آنها برای فعالان این بازار و استفاده مناسب از فرصتهای آربیتراژ موجود باعث شد تا در این مطالعه به قیمت‌گذاری این قراردادها و تحلیل آنها در بازار سکه طلا بپردازیم. لذا در این تحقیق قیمت‌گذاری اختیار معامله سکه طلا در ایران با استفاده از دو روش «بلک شولز» و «برابری خرید و فروش» صورت گرفت. در روش بلک شولز یکی از عناصر کلیدی در معادلات، نوسانات بازده سکه طلا است. محاسبه نوسانات از دو روش واریانس ناهمسانی و آماری صورت گرفت و نتایج حاصل از دو روش با یکدیگر مقایسه شد. در نهایت نتایج حاصل از روشهای بلک شولز و برابری خرید و فروش نیز با یکدیگر مقایسه شد.

نوسانات حاصل از دو روش آماری و واریانس ناهمسانی تفاوت قابل ملاحظه‌ای در نتایج ایجاد نکرده‌اند. محاسبه قیمت‌های اختیار خرید و فروش بلک شولز نشان می‌دهد که، قیمت‌های اختیار خرید محاسباتی از قیمت‌های بازاری آن بیشتر است. به عبارتی، این قراردادها با قیمت‌های پایینی در بازار در حال معامله هستند. همچنین قیمت‌های اختیار فروش محاسبه‌شده ارزشی نزدیک به صفر دارند، در حالی که در بازار با قیمتی بالاتر از صفر در حال معامله هستند. نتایج حاصل از روش برابری خرید و فروش نیز نشان می‌دهد که، قیمت سبد اختیار معامله خرید به طور میانگین پایینتر از قیمت سبد اختیار معامله فروش است. همانطور که نتایج نشان می‌دهد، هر دو روش بلک شولز و برابری خرید و فروش از پایین بودن قیمت اختیار خرید و بالا بودن قیمت اختیار فروش حکایت می‌کنند. بنابراین به سرمایه‌گذاران سکه طلا توصیه می‌شود که از فرصت‌های بازار استفاده نمایند و به خرید اختیار خرید بپردازند.

## فهرست منابع

- ۱) درخشان، مسعود. (۱۳۹۰). مشتقات و مدیریت ریسک در بازارهای نفت. موسسه مطالعات بین‌المللی انرژی. چاپ دوم.
- ۲) سوری، علی. (۱۳۹۲). اقتصاد سنجی پیشرفته. نشر فرهنگ شناسی. چاپ اول
- ۳) ناصحی فر، وحید. (۱۳۹۲). آمار کاربردی ویژه آزمون کارشناسی ارشد رشته‌های حسابداری، مدیریت و اقتصاد. نشر ترمه. چاپ چهارم.
- ۴) امیری، مهدیه؛ میرزا پور بابا جان، اکبر و اکبری مقدم، بیت اله. (۱۳۹۷). «بررسی استراتژی سرمایه‌گذاری در قراردادهای اختیار معامله با روش قیمتگذاری بلک - شولز (مطالعه موردی: قراردادهای اختیار معامله سکه طلا در بورس کالای ایران)». فصلنامه اقتصاد مالی. سال یازدهم. شماره چهارم.
- ۵) امیری، مهدیه. (۱۳۹۹). «قیمتگذاری قراردادهای اختیار معامله با روشهای بلک- شولز، بونس و دو جمله‌ای (مطالعه موردی: قراردادهای اختیار معامله سکه طلا در بورس کالای ایران)». فصلنامه بورس اوراق بهادار. شماره ۵۰. سال سیزدهم. ص ۱۴۱-۱۷۰.
- ۶) تعمیدی، هادی؛ محمدی، حمید؛ سیفی قره یثاق، داود و دهباشی، وحید. (۱۳۹۳). «تحلیل و بررسی قرارداد اختیار معامله و قیمتگذاری اوراق اختیار معامله در محصولات کشاورزی». پژوهشهای اقتصاد و توسعه کشاورزی. جلد ۲۹(۱)، ۹۴-۱۰۵.
- ۷) حاجیان، محمد هادی؛ عصارى آرانى، عباس، یاورى، کاظم و مهرگان، نادر. (۱۳۹۴). «به کارگیری قراردادهای اختیار معامله در مدیریت ریسک قیمت نفت». اولین کنفرانس ملی نفت، گاز، پتروشیمی و توسعه پایدار.
- ۸) زمانیان، غلامرضا؛ شهیکی تاش، محمد نبی؛ طالبی گوجانی، مجید. (۱۳۹۴). «قیمتگذاری اوراق اختیار فروش تبعی سهام در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل بلک شولز». اولین کنفرانس بین‌المللی مدیریت و حسابداری با رویکرد ارزش آفرینی.
- ۹) کیمیاگری، علی محمد و آفریده ثانی، احسان. (۱۳۸۷). «ارایه یک روش تلفیقی جهت قیمتگذاری اختیار معامله مبتنی بر دو مدل بلک شولز و درخت دوتایی (مطالعه موردی بازار بورس سهام ایران)». نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید دانشگاه علم و صنعت ایران. جلد ۱۹. شماره ۴.
- ۱۰) کیمیاگری، علی محمد؛ حاجی زاده، احسان؛ دستخوان، حسین و رضانی، مجید. (۱۳۹۶). «ارائه یک مدل ترکیبی جدید به منظور قیمت گذاری اختیار معامله». نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید.
- ۱۱) مهرآرا، محسن و نائبی، فاطمه. (۱۳۹۳). «رابطه بین قیمت‌های نقدی و آتی سکه طلا در ایران». فصلنامه علوم اقتصادی. سال ۸. شماره ۲۹.
- ۱۲) میرزایی بادبزی، وحید و بهرادمهر، نفیسه. (۱۳۹۸). «بررسی صرف ریسک واریانس در بازار قراردادهای اختیار معامله سکه ایران». فصلنامه اقتصاد مالی. سال سیزدهم. شماره ۴۶. بهار ۱۳۹۸. صفحه ۱۴۵-۱۵۹.
- 13) Hull, J. C. (2021). Options, Futures, and Other Derivatives. Pearson Education India.
- 14) Alexander, C., & Venkatramanan, A. (2008). Commodity Options. The Handbook of Commodity Investing.

- 15) Lin, S. K., Lian, Y. M., & Liao, S. L. (2014). Pricing Gold Options Under Markov-Modulated Jump-Diffusion Processes. *Applied Financial Economics*, 24(12), 825-836.
- 16) Meisner, J. F., & Labuszewski, J. W. (2017). Modifying the Black-Scholes Option Pricing Model for Alternative Underlying Instruments. *Financial Analysts Journal*, 40(6), 23-30.
- 17) Prabha. P, Savard.K, Wickramarachi,H .(2014),Deriving the Economic Impact of Derivatives,Milken Institute.
- 18) Shiraya, K., & Takahashi, A. (2011). Pricing Average Options on Commodities. *Journal of Futures Markets*, 31(5), 407-439.
- 19) <http://www.ime.co.ir/>

**Pricing The Gold Coin Options of Iran Mercantile Exchange Market: "Black Scholes" and "Put-Call Parity" Approaches**

Nafise Baharadmehr<sup>1</sup>  
Narges Tahmasabi<sup>2</sup>

Received: 30 / June / 2022      Accepted: 02 / September / 2022

**Abstract**

The purpose of this paper is to price the gold coin options contracts in the Iran's Exchange Market. For this purpose, the "Black Scholes" model has been used as well as the "Put-Call Parity" method. GARCH model and Statistical method have been used for the "Black Scholes" model. The data for six Gold Coin options in the Iran mercantile exchange has been obtained for period of 16/12/1395 to 1/4/1396. The results show that both the "Black Scholes" and the "put-call parity" suggest investors buy call options.

**Keywords:** Gold Coin Options, Black Scholes, Put-Call Parity, GARCH Volatilities, Statistical Volatilities.

**JEL Classification:** G11, G12, G32

---

<sup>1</sup> Department of Economics, University of Tehran, Tehran, Iran, (corresponding author), behradmehr@ut.ac.ir

<sup>2</sup> Department of Economics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran, ntahmasebi22@gmail.com  
Ecj@iauctb.ac.ir



This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

