

توزیع Matching Pursuit و تکنیک Minimum Cross Entropy

صدیقه غفرانی^۱؛ احمد آیت اللهی^۲

^۱ دانشگاه آزاد اسلامی - واحد تهران جنوب، دانشکده فنی و مهندسی، گروه برق و الکترونیک، S_ghofrani@azad.ac.ir

^۲ دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده فنی و مهندسی، گروه برق و الکترونیک

چکیده: اسپکتروگرام بر اساس تبدیل فوریه پنجره شده متداولترین روش تحلیل زمان-فرکانس است که هنگام آنالیز سیگنال‌های غیرایستا با محدودیت رزولوشن مواجه است. توزیع ویگنرویل در هر دو حوزه زمان و فرکانس رزولوشن ماکزیمم دارد اما وجود ترم‌های تداخلی، بکارگیری این توزیع را محدود کرده است. توزیع MP براساس اتم‌های گوسی اولاً همواره مثبت است، ترم تداخلی نداشته، و رزولوشن مناسب دارد. در این مقاله نشان داده‌ایم که علاوه بر ویژگی‌های گفته شده که برتری این روش آنالیز را نسبت به دو روش مذکور روشن می‌کند، توزیع زمان-فرکانس بر اساس تجزیه وقتی سیگنال در مقابل نویز افزوده شده به سیگنال نیز مقاوم است. مقاومت در برابر نویز از ویژگی‌های ذاتی این توزیع است. به عبارت دیگر بدون پرداخت هزینه و تنها با محدود کردن تعداد مراحل تکرار الگوریتم تجزیه وقتی موفق به حذف و یا کاهش نویز می‌شویم. علیرغم آنکه توزیع MP بر اساس اتم‌های گوسی همواره مثبت است و رزولوشن مناسبی دارد، اما از توزیع زمان-فرکانس بدست آمده نمی‌توان کناری زمانی و کناری فرکانسی را بدرستی استخراج نمود. در این مقاله نشان داده شده است که با بکارگیری تکنیک MCE با استفاده از توزیع MP بعنوان تابع توزیع مثبت اولیه، می‌توان به توزیع زمان-فرکانس جدیدی رسید که از یک طرف حداکثر شباهت را به توزیع MP داشته باشد و از طرف دیگر مقادیر درستی برای کناری زمانی و فرکانسی از آن استخراج شوند.

کلمات کلیدی: تجزیه MP، اتم گوسی، کاهش نویز، تکنیک MCE.

Matching Pursuit Distribution And Minimum Cross Entropy Technique

S. Ghofrani¹, A. Ayatollahi²

Abstract: The traditional method for studying non-stationary signals is spectrogram based on the short-time Fourier transform (STFT). The well known limitation of the STFT is the inherent trade-off between time and frequency resolution. The Wigner-Ville (WV) distribution has the best time-frequency resolution, but its draw back is generating cross-terms. The matching pursuit (MP) distribution based on using the Gaussian atom is always positive, does not include cross-term, and has convenient resolution. In this paper, we have shown in addition to the known properties, the MP distribution can also remove the additive noise inherently. On the other words, we are able to remove the noise just by limiting the algorithm iterations and without paying any additional cost. Although the MP distribution based on using the Gaussian atoms is always positive and it has convenient resolution, according to the MP the time marginal and the frequency marginal will not be obtained accurately. In this paper, it has been shown that by implementing the minimum cross entropy (MCE) technique according to the MP distribution as a priory positive distribution, the new extracted distribution has the most similarity to the MP distribution and it also satisfies the correct time and frequency marginal.

Keywords: Matching Pursuit Decomposition, Gaussian Atom, Removing Noise, Minimum Cross Entropy Technique.

۱. مقدمه

و امکان انجام عملیات بلادرنگ^۴ اشاره کرد. مشکل عمده استفاده از اسپکتروگرام در آنالیز سیگنال‌های غیرایستا نداشتن رزولوشن کافی در هر دو حوزه زمان و فرکانس است. مشکل استفاده از توزیع ویگنرویل بوجود آمدن ترم‌های تداخلی هنگام آنالیز سیگنال‌های چند مولفه‌ای^۵ است.

ترم‌های تداخلی باعث می‌شوند که در زمان‌ها یا فرکانس‌هایی که سیگنال مقدار ندارد (که در نتیجه مقدار توزیع باید صفر باشد) چگالی قدرتی در صفحه زمان-فرکانس نشان داده شود. از طرف دیگر وجود این ترم‌ها با ماهیت نوسانی سبب منفی شدن توزیع می‌شوند. در مواردی که سیگنال به نوبت محدود است توزیع ویگنرویل دچار مشکل مضاعف است. چرا که از یک طرف با ترم‌های تداخلی روبرو است و از طرف دیگر با گسترش نوبت مواجه است.

بعبارتی توزیع در یک زمان (فرکانس) معین، خواصی را نشان می‌دهد که این ویژگی‌ها متعلق به آن زمان (فرکانس) نبوده بلکه به محدوده دیگری تعلق دارد. بدین ترتیب محققان به دنبال توزیع زمان-فرکانسی بودند که اولاً همواره مثبت باشد تا هیچگاه با تعبیر فیزیکی تناقضی بوجود نیاید، ثانیاً با مشکل بوجود آمدن ترم‌های تداخلی تا حد امکان مواجه نبوده و البته رزولوشن قابل قبولی نیز داشته باشد. در سال ۱۹۹۳ روش تجزیه وقتی سیگنال و همچنین توزیع دوخطی جدیدی بنام MP معرفی شد [۳].

توزیع MP براساس اتم‌های گوسی همواره مثبت بوده، ترم تداخلی ندارد و رزولوشن قابل قبولی نیز دارد. اما کناری زمانی^۶ و کناری فرکانسی^۷ از آن به درستی استخراج نمی‌شوند. در این مقاله تکنیک MCE^۸ را با استفاده از توزیع MP بر اساس اتم‌های گوسی بکار خواهیم گرفت. بدین ترتیب توزیع زمان-فرکانس جدیدی را بدست می‌آوریم که علاوه بر حفظ ویژگی‌های توزیع MP، کناری زمانی و کناری فرکانسی نیز به درستی از توزیع استخراج می‌شوند. کلیه تکنیک‌های جدیدی که طی کمتر از دو دهه گذشته معرفی شده‌اند، رزولوشن‌های متفاوتی را در هنگام آنالیز سیگنال نویزی و بدون نویز از خود نشان می‌دهند. در این مقاله رزولوشن سه توزیع MP، اسپکتروگرام و ویگنرویل و مقاومت آن‌ها در برابر نویز افزوده شده به سیگنال با یکدیگر مقایسه خواهد شد.

در بخش دوم به معرفی تئوری الگوریتم تجزیه وقتی MP می‌پردازیم. بخش سوم به بیان تئوری تکنیک MCE اختصاص داده شده است. در ادامه در بخش چهارم سیگنال مصنوعی، آنالیز و نتایج حاصل، از جنبه‌های مختلف مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد

نمایش سیگنال در هر یک از دو حوزه زمان، $x(t)$ ، و تبدیل فوریه آن در حوزه فرکانس، $X(\omega)$ ، اطلاعات سیگنال را بطور کامل در خود دارد. اما در حوزه فرکانس، از زمان وقوع فرکانس‌های مختلف و در حوزه زمان، از محتوای فرکانسی اطلاعاتی نداریم. در سیگنال‌های غیرایستا، محتوای فرکانسی در هر لحظه از زمان تغییر می‌کند. لذا تبدیل فوریه تنها یکسری اطلاعات کلی از قبیل عرض باند را در اختیار می‌گذارد و بین آنچه در زمان اتفاق افتاده و در حوزه فرکانس مشاهده می‌شود ارتباطی برقرار نمی‌شود. حدود ۵۰ سال پیش، تبدیل فوریه پنجره شده یا STFT^۱ معرفی شد. تبدیل فوریه پنجره شده هم اکنون نیز یکی از متداول‌ترین روش‌های آنالیز زمان-فرکانس در بسیاری از کاربردها می‌باشد [۱]. تبدیل فوریه پنجره شده برای هر سیگنال دلخواه $x(t)$ از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$STFT_x(t, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(\tau-t)e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (1)$$

که $h(t)$ پنجره متقارن زمانی بوده و $\omega = 2\pi f$ است. در STFT فرض می‌شود که سیگنال در طول هر پنجره ایستا است. در نتیجه با افزایش سرعت تغییرات در سیگنال، بایستی اندازه پنجره زمانی نیز کاهش یابد. با توجه به اصل عدم قطعیت^۲ با کم کردن اندازه پنجره زمانی، رزولوشن زمانی زیاد شده اما باز شدن طیف خود سبب کاهش رزولوشن فرکانسی می‌شود. در همین جا اولین مشکل STFT یعنی مصالحه^۳ بین رزولوشن زمانی و فرکانسی آشکار می‌شود. بعد از STFT این ایده مطرح شد که سیگنال یک بعدی زمانی را به فضای دوبعدی زمان-فرکانس بگونه‌ای منتقل کنیم که در این فضا رزولوشن زمانی و فرکانسی هر دو حداکثر بوده و بتوان برداشت انرژی داشت. برای دستیابی به این هدف توزیع‌های زمان-فرکانس کلاس کوهن معرفی شدند [۲]. معروف‌ترین توزیع زمان-فرکانس کلاس کوهن ویگنرویل است. برای سیگنال $x(t)$ توزیع ویگنرویل از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$WV_x(t, \omega) = \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right)x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right)e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2)$$

توزیع ویگنرویل حداکثر رزولوشن و تمرکز هم در حوزه زمان و هم در حوزه فرکانس را در بین کلیه توزیع‌های زمان-فرکانس کلاس کوهن دارد (اسپکتروگرام براساس STFT نیز جزء همین کلاس است $SPEC_x(t, \omega) = |STFT_x(t, \omega)|^2$). از مهم‌ترین

1. Short Time Fourier Transform
2. Uncertainty Principle
3. Trade-Off

4. Cross Term
5. Matching Pursuit
6. Time Marginal

7. Frequency Marginal
8. Minimum Cross Entropy

۲. تئوری الگوریتم تجزیه وقتی MP

این توزیع جدید دوخطی بوده اما جزء توزیع‌های کلاس کوهن نیست. اگر چه الگوریتم MP اول بار با استفاده از تابع گوسی بیان شد اما همگرایی الگوریتم مستقل از نوع دیکشنری انتخاب شده، تحت شرایطی همواره تضمین شده است [۴]. در این قسمت اتم معروف گوسی را معرفی می‌کنیم.

اتم گوسی

تابع گوسی تنها تابعی است که حداکثر تمرکز در زمان و فرکانس را دارد [۵]. این تابع چه در حوزه زمان و چه در حوزه فرکانس به شکل گوسی بوده، توزیع ویگنرویل آن فرم بسته داشته و همواره مثبت است. اتم‌های مختلف تشکیل دهنده دیکشنری گوسی به فرم زیر هستند:

$$g_{\gamma_n}(t) = \frac{1}{\sqrt{s_n}} g\left(\frac{t-u_n}{s_n}\right) e^{j\zeta_n t} \quad (7)$$

بطوریکه $g(t) = 2^{1/4} e^{-\pi t^2}$ است. مجموعه پارامترهای $\gamma_n = (s_n, u_n, \zeta_n)$ همگی حقیقی بوده به اضافه آنکه s_n همواره مثبت نیز هست. s_n عرض تابع را کنترل می‌کند. u_n و ζ_n موقعیت در زمان و موقعیت در فرکانس تابع $g_{\gamma_n}(t)$ را کنترل می‌کنند. با فرض آنکه تجزیه سیگنال توسط الگوریتم MP با استفاده از اتم‌های گوسی انجام پذیرد، توزیع دوخطی جدید به شکل زیر است:

$$E_x(t, \omega) = 2 \sum_{n=0}^{+\infty} |C_n|^2 H\left(\frac{t-u_n}{s_n}\right) \cdot F[s_n(\omega - \zeta_n)], \quad (8)$$

$$H(t) = e^{-2\pi t^2}, \quad F(\omega) = e^{-\frac{1}{2\pi}\omega^2}$$

فرکانس متوسط لحظه‌ای^۴

در حوزه آنالیزهای زمان-فرکانس، فرکانس متوسط لحظه‌ای همان گشتاور شرطی مرتبه اول است که با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید [۶]:

$$\langle \omega \rangle_t = \frac{1}{P_x(t)} \int_{-\infty}^{+\infty} \omega P_x(t, \omega) d\omega, \quad (9)$$

$$P_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t, \omega) d\omega$$

بطوریکه $P_x(t, \omega)$ توزیع دوخطی سیگنال دلخواه $x(t)$ است. با فرض تجزیه وقتی سیگنال $x(t)$ و مشخص بودن توزیع

روش تجزیه وقتی سیگنال، MP نامیده می‌شود که در سال ۱۹۹۳ توسط Mallat و Zhang معرفی شد [۳]. در این روش ابتدا شبیه‌ترین اتم به سیگنال را برگزیده و باقیمانده محاسبه می‌شود، در مراحل بعدی شبیه‌ترین اتم به باقیمانده انتخاب می‌شود. کلیه اتم‌ها متعلق به یک خانواده بوده که به آن دیکشنری^۱ گفته می‌شود. چنانچه مجموعه اتم‌های تشکیل دهنده دیکشنری کامل باشند، الگوریتم MP مستقل از نوع تابع مادر انتخاب شده، همواره همگرا است. تجزیه MP پس از N بار تکرار به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{N-1} C_n g_{\gamma_n}(t) + R^N x(t) \quad (3)$$

بطوریکه $x(t)$ سیگنال تجزیه شده، مجموعه $\{g_{\gamma_n}(t)\}_{n=0, \dots, N-1}$ اتم‌های زمان-فرکانس هستند که متعلق به دیکشنری می‌باشند.

ضرایب $C_n = \langle R^n x(t), g_{\gamma_n}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} R^n x(t) g_{\gamma_n}^*(t) dt$ از حاصل

ضرب داخلی توابع $(R^n x(t), g_{\gamma_n}(t))$ بدست می‌آیند. پارامتر γ_n اشاره به مجموعه پارامترهای اتم‌ها دارد و $R^N x(t)$ باقیمانده پس از N مرحله تجزیه سیگنال است. با فرض $R^0 x(t) = x(t)$ حال اگر الگوریتم MP در هر مرحله باقیمانده را تجزیه می‌کند. حال اگر تعداد تکرار الگوریتم نامحدود فرض شود، باقیمانده صفر شده و داریم:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} R^N x(t) = 0 \Rightarrow x(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} C_n g_{\gamma_n}(t). \quad (4)$$

توزیع ویگنرویل سیگنال تجزیه شده برابر است با:

$$WV_x(t, \omega) = \sum_{n=0}^{+\infty} |C_n|^2 WV_{g_{\gamma_n}}(t, \omega) + \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=0}^{+\infty} C_n C_m^* WV_{g_{\gamma_n} g_{\gamma_m}}(t, \omega) \quad (5)$$

بطوریکه $WV_{g_{\gamma_n}}$ و $WV_{g_{\gamma_n} g_{\gamma_m}}$ ویگنرویل خودی^۲ و ویگنرویل تداخلی^۳ تعریف می‌شوند. Zhang و Mallat جمله دوم در رابطه (۵) را به عنوان ترم‌های تداخلی بوجود آمده در توزیع ویگنرویل تشخیص دادند و با حذف آن توزیع زمان-فرکانس جدیدی را معرفی کردند:

$$E_x(t, \omega) = \sum_{n=0}^{+\infty} |C_n|^2 WV_{g_{\gamma_n}}(t, \omega) \quad (6)$$

1. Dictionary
2. Auto Wigner Ville

3. Cross Wigner Ville
4. Instantaneous Frequency

$$\int_{-\infty}^{+\infty} M(t, \omega) dt = |X(\omega)|^2 = m(\omega) \quad (14)$$

برای آنکه دو تابع $M(t, \omega)$ و $P_x(t, \omega)$ حداکثر شباهت را به یکدیگر داشته باشند، بایستی آنتروپی متقابل^۱ بین دو تابع حداقل گردد. ضمن آنکه باید شرط کناری زمانی و کناری فرکانسی نیز توسط توزیع جدید $M(t, \omega)$ تا حد امکان ارضاء گردند. برای تحقق این امر، الگوریتم زیر در دو مرحله اجراء می‌شود [۹]:

$$M^1(t, \omega) = P_x(t, \omega) \frac{m(t)}{m'(t)} \quad (15)$$

$m'(t)$ کناری زمانی تخمین زده شده توسط توزیع اولیه $P_x(t, \omega)$ است. $M^1(t, \omega)$ توزیع جدیدی است که شرط کناری زمانی را ارضاء می‌کند اما کناری فرکانسی را خیر. برای ارضاء شرط کناری فرکانسی یک مرحله دیگر الگوریتم را به پیش می‌بریم و توزیع جدید $M^2(t, \omega)$ را بدست می‌آوریم:

$$M^2(t, \omega) = M^1(t, \omega) \frac{m(\omega)}{m'(\omega)} \quad (16)$$

$m(\omega)$ کناری فرکانسی درست و $m'(\omega)$ کناری فرکانسی است که از توزیع $M^1(t, \omega)$ بدست آمده است. تابع توزیع $M^2(t, \omega)$ کناری فرکانسی را ارضاء می‌کند اما کناری زمانی را لزوماً ارضاء نمی‌کند. تکنیک MCE و الگوریتم گفته شده (روابط (۱۵) و (۱۶)) را آنقدر تکرار می‌کنیم تا هر دو شرط برآورده شوند. در صورتیکه $P_x(t, \omega)$ بعنوان توزیع اولیه، همواره مثبت باشد، تکنیک MCE تضمین می‌کند که توزیع $M^N(t, \omega)$ پس از N مرحله تکرار الگوریتم نیز همواره مثبت خواهد بود.

۴. نتایج عملی

سیگنال $x(t)$ متشکل از ۵۱۲ نمونه را با معادله ریاضی زیر در نظر می‌گیریم:

$$x(t) = \begin{cases} \sin(0.625\pi \sin(0.002\pi)), & t = 0, \dots, 299 \\ \sin(0.007(t-300)^2), & t = 300, \dots, 511 \end{cases} \quad (17)$$

با توجه به حقیقی بودن سیگنال $x(t)$ ، کلیه ضرایب حاصل از تجزیه سیگنال نیز بایستی حقیقی باشند. بنابراین در تجزیه وقتی سیگنال، کلیه اتم‌های تشکیل دهنده دیکشنری گوسی باید حقیقی باشند. برای تعریف اتم حقیقی، پارامتر فاز ϕ به مجموعه پارامترهای تعریف کننده اتم اضافه می‌گردد که این پارامتر در بازه

MP بر اساس اتم‌های گوسی، فرکانس متوسط لحظه‌ای به طور تحلیلی محاسبه شده است:

$$\langle \omega \rangle_t = \frac{1}{E_x(t)} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} R_n H\left(\frac{t-u_n}{s_n}\right) \zeta_n, \quad (10)$$

$$E_x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} R_n H\left(\frac{t-u_n}{s_n}\right), \quad R_n = |C_n|^2 \cdot \frac{1}{s_n}$$

۳. تئوری تکنیک MCE

عموماً بدست آوردن مقادیر درستی برای کناری زمانی و کناری فرکانسی از توزیع زمان-فرکانس، با مثبت بودن توزیع ناسازگار است. بطور مثال از توزیع ویگنرویل، کناری زمانی و فرکانسی به درستی محاسبه می‌شوند، در حالیکه تضمینی برای همواره مثبت بودن توزیع وجود ندارد. اسپکتروگرام براساس STFT بعنوان یکی دیگر از توزیع‌های زمان-فرکانس کلاس کوهن همواره مثبت است، اما کناری زمانی و کناری فرکانسی را نمی‌توان به درستی از اسپکتروگرام استخراج کرد. مثبت بودن توزیع به همراه تحقق شرایط کناری زمانی و فرکانسی به ما اطمینان می‌دهد که اولاً دامنه توزیع در هر نقطه از زمان-فرکانس بیانگر انرژی سیگنال است و ثانیاً در هر کجا که سیگنال زمانی $x(t)$ و یا تبدیل فوریه سیگنال $X(\omega)$ برابر صفر باشد، این توزیع مقداری ندارد. توزیع دوخطی $P_x(t, \omega)$ را برای سیگنال دلخواه $x(t)$ در نظر می‌گیریم. شرایط کناری زمانی و کناری فرکانسی به بیان ریاضی در ذیل آورده شده‌اند [۷], [۸]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t, \omega) d\omega = |x(t)|^2 \quad (11)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_x(t, \omega) dt = |X(\omega)|^2 \quad (12)$$

در حالت کلی برای هر توزیع دو خطی منجمله توزیع MP روابط (۱۱) و (۱۲) صادق نیست. تکنیک MCE یک روش عمومی برای تولید یک تابع توزیع جدید بر اساس تابع توزیع اولیه و با احراز یک یا چند شرط از پیش تعیین شده است. تابع توزیع جدید را که در پی یافتن آن هستیم $M(t, \omega)$ و تابع توزیع اولیه را $P_x(t, \omega)$ می‌نامیم (در اینجا $P_x(t, \omega)$ همان توزیع MP بر اساس اتم‌های گوسی است). از آنجایی که هدف ما تحقق شرایط کناری توسط تابع توزیع جدید است، لذا:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} M(t, \omega) d\omega = |x(t)|^2 = m(t) \quad (13)$$

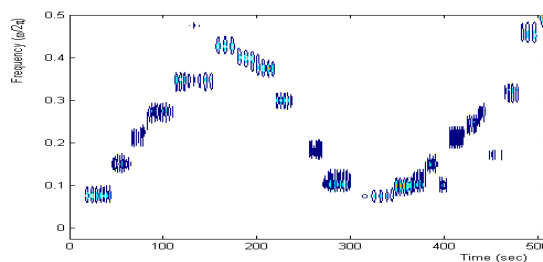
یکی از ویژگی‌های الگوریتم MP آن است که اتم‌ها را به ترتیب اهمیت مرتب می‌کند، به این معنی که بیشترین انرژی سیگنال در منطقه‌ای از زمان و فرکانس قرار دارد که اولین اتم انتخاب شده حول آن نقطه متمرکز است و این موضوع تا آخرین اتم ادامه می‌یابد. بدین ترتیب از آنجایی که الگوریتم MP با تعداد تکرار محدود بکار گرفته می‌شود، این روش تجزیه و فقی سیگنال، ماهیتاً در برابر نویز افزوده شده به سیگنال مقاوم است. همانطوریکه در شکل ۵ مشاهده می‌شود، از توزیع‌های زمان فرکانس اسپکتروگرام، و ویگنرویل اطلاعات مفیدی نمی‌توان استخراج کرد اما کماکان توزیع MP براساس اتم گوسی رزولوشن قابل قبولی دارد و نحوه تغییرات فرکانسی سیگنال با زمان به خوبی مشاهده می‌شود.

۵. نتیجه گیری

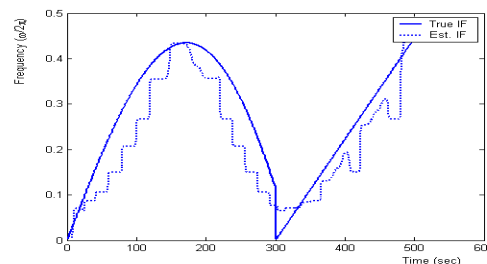
از سال ۱۹۹۳ که الگوریتم تجزیه و فقی معرفی شد، عملکرد روش مذکور در کاربردهای متعددی مورد آزمایش قرار گرفته است. توزیع MP بر اساس اتم‌های گوسی همواره مثبت است، ترم تداخلی ندارد و رزولوشن قابل قبولی نیز دارد، اما کناری زمانی و کناری فرکانسی را نمی‌توان از آن بدرستی استخراج کرد. در این مقاله نشان دادیم که اگر چه با بکارگیری تکنیک MCE می‌توان بر این مشکل فائق آمد. اما در مقابل، رزولوشن و تمرکز توزیع کمتر شده و از طرف دیگر کمیت فرکانس متوسط لحظه‌ای که تخمین درست آن اهمیت زیادی در آنالیز سیگنال‌های غیر ایستا دارد با خطای بیشتری همراه خواهد بود. همچنین در این مقاله برتری توزیع MP بر اساس اتم‌های گوسی نسبت به اسپکتروگرام بر اساس STFT، و توزیع ویگنرویل برای آنالیز سیگنال غیرایستا و جمع شده با نویز نشان داده شد. علیرغم آنکه از هیچ روش حذف نویز استفاده نکردیم، اما به تجربه ثابت شد که هیچکدام از دو روش اسپکتروگرام و ویگنرویل ماهیتاً قدرت مقابله با نویز را ندارند. در حالیکه MP با تعداد تکرار محدود توانایی بالقوه حذف نویز را دارد. از آنجایی که در اغلب کاربردهای عملی با سیگنال نویزی مواجه هستیم، اهمیت روش تجزیه و فقی بیش از پیش مشخص می‌شود.

منابع

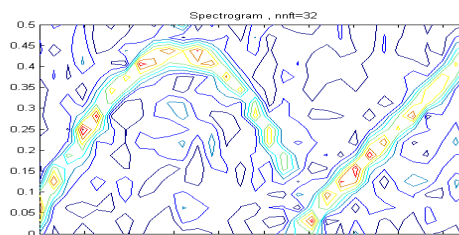
- [1] S. Qian, and D. Chen, "Joint analysis," IEEE Signal Processing Magazine, pp. 53 -67, March 1999.



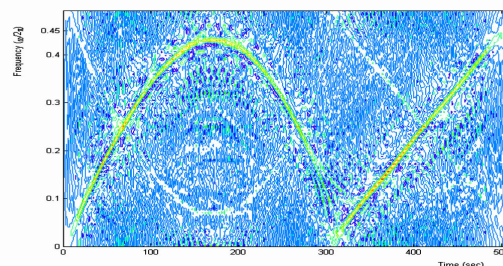
شکل ۳. نمودار کانتور توزیع مثبت جدید که شرایط کناری زمانی و فرکانسی را ارضاء می‌کند. این توزیع با استفاده از تکنیک MCE و پس از ۱۰۰ بار تکرار الگوریتم بدست آمده است.



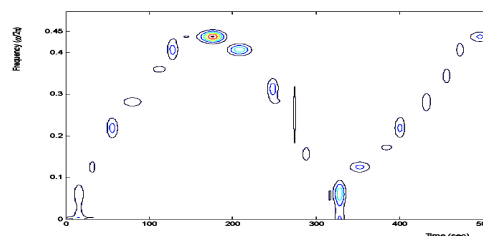
شکل ۴. نمایش فرکانس متوسط لحظه‌ای تخمین زده شده توسط توزیع جدید (خط چین) و مقدار واقعی فرکانس لحظه‌ای (خط پیوسته).



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۵. مقاومت توزیع‌های زمان-فرکانس در برابر نویز افزوده شده (الف) توزیع اسپکتروگرام (ب) توزیع ویگنرویل (ج) توزیع MP.

- time-frequency distributions,” *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 4, no. 6, pp. 176-177, June 1997.
- [8] S. Krishnan, R.M. Rangayyan, and G.D. Bell, and C.B. Frank, “Adaptive time-frequency analysis of knee joint vibroarthrographic signals for noninvasive screening of articular cartilage pathology,” *IEEE Trans. Biomedical Eng.*, vol. 47, no. 6, pp. 773-783, June 2000.
- [9] D. Groutage, “A fast algorithm for computing minimum cross-entropy positive time-frequency distributions,” *IEEE Trans. Sig. Proc.*, vol. 45, no. 8, pp. 1954-1970, Aug. 1997.
- [10] S.E. Ferrando, and L.A. Kolasa, “Algorithm 820: a flexible implementation of matching pursuit for Gabor functions on the interval,” *ACM Trans. Mathematics Software*, vol. 28, no. 3, pp. 337 - 353, Sept. 2002.
- [11] B. Boashash, and P.J. Black, “An efficient real-time implementation of the Wigner-Ville distribution,” *IEEE Trans. ASSP*, vol. 35, no. 11, pp. 1611-1616, Nov. 1987.
- [2] L. Cohen, “Time-frequency distributions - a review,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 77, no. 7, pp. 941-980, July 1989.
- [3] S.G. Mallat, and Z. Zhang, “Matching pursuit with time-frequency dictionaries,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, no. 12, pp. 3397 -3415, Dec. 1993.
- [4] A. Bultan, “A four-parameter atomic decomposition of chirplets,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 47, no. 3, pp. 731 -745, March 1999.
- [5] R.S. Orr, “The order of computation for finite discrete Gabor transforms,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, no. 1, pp. 122 -130, Jan. 1993.
- [6] B. Boashash, “Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal-part 1: fundamental,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 80, no. 4, pp. 520 -538, April 1992.
- [7] S. I. Shah, and P. J. Loughlin, L.F. Chaparro, “Informative priors for minimum cross-entropy