JMRA
مجله پژوهش و کاربرد در مکانیک

روش‌های تعیین مدول مکانیکی خط، به منظور طراحی بهینه خطوط ریلی و نقش آن، بر کمینه سازی شاخص هزینه و اولویت بندی طرحهای توسعه راه آهن

مرتضی نوروزی[۱]، علی نادران[۲]*، جبارعلی ذاکری[۳] .کامران رحیم اف[۴]

۱- دانشجوی دکتری عمران گروه مهندسی عمران، دانشکده عمران، معماری و هنر، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

morteza.noruzi@srbiau.ac.ir

۲- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده عمران، معماری و هنر، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

naderan@srbiau.ac.ir

۳- استاد دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران *zakeri@iust.ac.ir*

۴- استادیار دانشگاه پیام نور ، تهران، ایران *k_rahimov@yahoo.com*

*نویسنده مسئول

چکیده

تحلیل خطوط ریلی همواره با عدم قطعیت‌های بسیاری روبرو می‌باشد. با توجه به اجرای طرحهای مختلف ریلی در کشورمان و باعنایت به محدودیت اعتبارات و هزینه بر بودن اجرای پروژهای ریلی، اولویت بندی بین پروژه ها از منظر هزینه و ابعاد فنی و مهندسی باید صورت بپذیرد تا بین طرحها, آن طرح که موثر تر است زودتر به اجرا رود. یکی از پارامترهای مهم در طراحی و اجرای طرحهای حمل و نقل ریلی، بحث مدول خط یا اصطلاحا مدول الاستیسیته می‌باشد. علاوه بر تاثیر تعیین‌کننده در طراحی اجزا و سازه خط، مدول خط در تخمین خاصیت جذب ارتعاش سازه خط، الگوی زوال خط، و به ویژه هزینه های اجرا و تعمیر و نگهداری خط و ناوگان مسافری و تاثیرگذار می‌باشد. در این مقاله پس از ذکر کلیاتی در خصوص مفهوم مدول خط و موارد استفاده از آن، به معرفی روش‌های متداول در برآورد و محاسبه مدول خط در سازه‌های بالاستی و بدون بالاست پرداخته می‌شود. در خلال مقاله نیز با ذکر مثال‌هایی، به خواننده دیدی در خصوص بزرگی کمیت تعریف شده داده می‌شود. با توجه اثرگذاری بالای خط در هزینه ها و به تبع آن اثرگذاری بر اولویت اجرای طرحها، در انتها نیز با ذکر کاربرد نرم‌افزارهای رایج تحلیل سازه در تخمین مدول سازه خط در سیستم‌های حمل و نقل ریلی، پس از ذکر نتیجه‌گیری ، پیشنهادهایی در خصوص نحوه تعیین این مدول در سیستم‌های رایج خط در ایران به منظور کمینه کرن هزینه های ساخت و بهینه سازی شبکه ریلی ارائه خواهد گردید.

کلید واژه‌ها: مدول خط- هزینه اجرا – شاخص هزینه – اولویت بندی –بهینه سازی شبکه ریلی

۱-مقدمه

یکی از پارامترهای تعیین‌کننده در هزینه های اجرای طرحهای ریلی و با هدف کمینه کردن آن، طراحی تمامی سیستم‌های روسازی میزان و بزرگی مدول خط می‌باشد. لذا در این خصوص روشهای برآورد و مقدار انتخابی مدول خط، توضیح مختصری ارائه می گردد.

در هنگام عبور وسیله نقلیه از سازه خط ، تمامی اعضای تحت بار دچار تغییر مکان و تغییر شکل می‌شوند. مدل تحلیلی خط ریلی برای اولین بار توسط *AREMA* (پروفسور تالبوت) در سال ۱۹۱۸ ارائه گردید و سپس در سال ۱۹۲۰ توسط دکتر *Hay* مورد بررسی قرار گرفت و تا امروز محققین بسیاری درگیر بحث تحلیلی خط بوده‌اند.

مدول خط یکی از پارامترهای مهم تحلیلی محسوب می شود و با مشخص بودن مقدار آن امکان تعیین پارامترهای مهندسی خط از جمله وزن ریل (وزن واحد طول ریل) ، ابعاد و فاصله تراورسها ، عمق بالاست و تشخیص نیاز به استفاده از لایه زیربالاست (در صورت استفاده از خطوط بالاستی) ، میزان سختی و آرماتور تقویتی در سازه‌های بدون بالاست ، و نیاز به تقویت بستر فراهم می‌گردد. این پارامتر علاوه بر کاربرد فراوان در طراحی سازه‌های بالاستی و بدون بالاست موارد استفاده فراوانی در مباحث صدا و ارتعاش خط دارد.

۲-مدول خط

بسیاری از سازه خط در سیستم‌های حمل و نقل ریلی (بالاست و بدون بالاست)، قابل مدلسازی بصورت تیر بر بستر ارتجاعی هستند. مدول خط در این سازه‌ها به سادگی توسط میزان تغییرمکان هر فنر (در مدل) به ازای بار مشخص چرخ قابل برآورد می‌باشد. هرچه تغییرمکان بزرگتر باشد، مدول الاستیسیته بزرگتری حاصل شده و متناظرا خط با تغییرمکان محدودتر دارای مدول الاستیسیته کوچکتری می‌باشد که در مباحثی مانند کیفیت سیر و قابلیت سرویس‌دهی خط از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشد. در خطوط ریلی معمولا تغییرمکان خط تحت بار به میزان ۵ تا ۷ میلیمتر (در بار محوری تا ۱۵ تن) محدود می‌شود. تغییر مکان خط در خطوط بالاستی به علت وجود لایه دانه‌ای بالاست در اکثر موارد بزرگتر می‌باشد که مطابق پیشنهاد *AREMA* باید در محدوده مجاز حفظ گردد. در بسیاری از آیین‌نامه‌های و پیشنهادهای طراحی سازه خط ریلی، تغییرمکان قائم به عنوان معیار مناسبی جهت قضاوت در خصوص کیفیت خط مطرح نمی‌گردد و به جای آن از انواع ثابت‌های مربوط با الاستیسیته خط استفاده می‌گردد. نمونه‌ای از ثوابت مذکور در جدول زیر گنجانده شده‌اند.

کیفیت تکیه‌گاه خط	واحد	ضعیف	خوب
مدول بستر C	$[N/mm^3]$	0.02	0.20
ثابت فنر k_d	$[N/mm]$	5.5	55
ثابت بستر k	$[N/mm^2]$	9	90
طول مؤثر L	$[m]$	1.30	0.70

تمامی پارامترهای بالا در متون تخصصی دارای تعریف مشخص و روابط ریاضی بوده و تمامی ثوابت فوق‌الذکر نیز با یکدیگر رابطه دارند.

در خطوط با دال بتنی به علت سختی بزرگ بستر بتنی، معمولا مدول خط بسیار بزرگ حادث می‌گردد. دلیل اصلی این امر عدم تغییرمکان دال صلب بتنی تحت بارگذاری می‌باشد. به همین دلیل در توجیه استفاده از خطوط با دال بتنی اغلب استفاده از پروفیل‌های ریل سبک‌تر نیز مطرح می‌گردد (به علت سختی بالای بستر و تغییرمکان محدود تحت بارگذاری ثابت، تنش ریل کاهش می‌یابد). در سیستم‌های جرم و فنر به علت استفاده از لایه ارتجاعی در زیر دال صلب بتنی ، تغییرمکان اندکی در سازه خط حادث می‌گردد که باید در محاسبات منظور گردد.

بطورکلی در سیستم‌های ساده (سیستم‌هایی که قابل مدلسازی با تیر بر بستر ارتجاعی وینکلر باشند) ، مدول مکانیکی خط توسط رابطه زیر بیان می‌گردد :

$$\rho = -uy \qquad (۱)$$

که در رابطه فوق:

ρ : فشار (تنش) در واحد طول بر روی بستر (بالاست یا قسمت زیرین دال) ،

u : فاکتور مربوط به سختی خط یا اصطلاحا "مدول خط" ،

y :تغییر مکان قائم سازه روسازی (خط).

مدول خط معمولا بصورت بار معادل مورد نیاز در واحد طول ریل جهت تغییرمکان ریل به میزان یک واحد تعریف می‌شود. به مثال زیر توجه نمایید.

نیروی محاسبه شده جهت تغییرمکان ریل به میزان ۱ میلیمتر معمولا به نام مدول خط شناخته می‌شود. همانطور که مشخص است جهت برآورد و تعیین مدول خط باید میزان تغییرمکان ریل تحت بار وجود دارد. در برخی موارد نیز می‌توان از معیار مقدار بیشینه تغییرمکان برای ریل نیز استفاده نمود. طراحی خط با مدول الاستیسیته بالا بدون افزایش وزن ریل به میزان قابل ملاحظه‌ای ممان خمشی در زیر را کاهش می‌دهد.

۳- مدول الاستیسیته در انواع مختلف خط

سختی ریل ، پابند ، و سازه تکیه‌گاهی سختی خط را تعیین می‌نماید. انواع خطوط مورد استفاده در سیستم راه‌آهن شهری (بالاستی ، بدون بالاست اتصال مستقیم، و خط مدفون) دارای محدوده سختی گسترده‌ای هستند. در این بین خطوط بالاستی دارای کمترین مقدار مدول تکیه‌گاهی و خط مدفون دارای بزرگترین مقدار مدول تکیه‌گاهی می‌باشد. دلیل این امر نیز وجود لایه دانه‌ای بالاست با رفتار الاستیک-پلاستیک در سازه‌های خط متداول بالاستی می‌باشد و این در حالیست که در خطوط مدفون، ریل مستقیما بر روی بستر بتنی (معمولا مسلح) قرار داده شده و سختی قائم آن بسیار بزرگ‌تر از خطوط بالاستی متناظر با آن می‌باشد.

۳-۱- خط بالاستی

برآورد مدول خط در خطوط بالاستی از فرمول تالبوت امکان‌پذیر می‌باشد. در برخی موارد حداکثر تغییرمکان خط ناشناخته بوده یا مقدار بیشینه تغییر مکان ریل باید در یک سازه خط طراحی شده محاسبه گردد. در این موارد با در نظرگیری ابعاد تراورس بتنی، نوع سنگ بالاست، و فاصله بین تراورس‌ها مدول خط بطور تقریبی قابل تخمین می‌باشد. در جدول (۱) زیر مقدار تقریبی مدول خط در ریل‌های *UIC54* و *S49* گنجانده شده است.

جدول ۱: مدول خط در خطوط ریلی با شرایط مختلف

شرایط خط	مدول خط
عمق بالاست و زیر بالاست ۴۵۰ میلیمتر ، تراوسهای چوبی در فواصل ۵۵۰ میلیمتر	۸-۱۷ نیوتن بر میلیمتر مربع
عمق بالاست و زیر بالاست متراکم ۵۵۰ میلیمتر ، تراوسهای چوبی در فواصل ۵۵۰ میلیمتر	۱۷-۲۴ نیوتن بر میلیمتر مربع
عمق بالاست و زیر بالاست متراکم ۶۰۰ میلیمتر ، تراوسهای چوبی در فواصل ۵۲۰ میلیمتر	۲۴-۳۴ نیوتن بر میلیمتر مربع
عمق بالاست و زیر بالاست ۴۰۰ میلیمتر ، تراوسهای بتنی در فواصل ۶۱۰ میلیمتر	۳۴/۶ تا ۵۵/۳ نیوتن بر میلیمتر مربع

۳-۲- خطوط بدون بالاست اتصال مستقیم

سیستم روسازی خطوط سبک شهری به دو قسمت قابل تقسیم می‌باشد. یکی سیستم دال و تراورس که در بخش‌های قبلی نیز مورد بررسی قرار گرفت و دیگری ریل های قاشقی مدفون در بتن که در برخی تقاطعات و محوطه دپو مورد استفاده قرار می‌گیرد. بدین منظور مدول خط نیز به دو بخش خطوط با اتصال مستقیم (سیستم دال و تراورس متداول در در تونل‌های عمیق و تونل های کند و پوشش) و دیگری خط مدفون جهت ریل‌های قاشقی تقسیم شده است.

همانطور که بیان گردید، سختی خط یا میزان تغییرمکان قائم خط تحت بار مشخص وسیله نقلیه معمولا اساس تعیین مدول خط را تشکیل می‌دهد. بر خلاف خطوط بالاستی، میزان تغییرشکل و خصوصیات الاستیک قطعات تشکیل‌دهنده خطوط با دال بتنی معمولا شناخته شده و معلوم می‌باشد. در خطوط با اتصال مستقیم، تغییرمکان قائم ناشی از تغییرمکان المان‌های زیر می‌باشد:

خمش ریل،

رفتار الاستیک پابندهای خط،

لایه الاستیک میانی بین سیستم پابند و دال بتنی،

در خطوط همسطح، معمولا خمش دال بتنی (با در نظرگیری بستر خط به عنوان تکیه‌گاه) موجب تغییرمکان جزیی می‌شود.

مدول خط در سازه‌های خط اتصال مستقیم معمولا با درنظرگیری سختی فنر معادل با کل سیستم (از آنجا که در خطوط با دال بتنی تنها المان دارای سختی قائم کم، در سیستم پابند تعبیه می‌گردد، در نظرگیری سختی قائم پابندها بصورت مجرد نیز تقریبی مناسب از خاصیت ارتجاعی کل سازه خط می‌باشد)محاسبه می‌شود. سختی فنر معادل خط دارای محدوده تغییر بسیار گسترده می‌باشد. دو محدوده زیر در بیشتر خطوط با دال بتنی قبل استفاده می‌باشد :

۱۵۷۸۰ تا ۲۴۵۴۰ نیوتن بر میلیمتر

۴۲۰۶۰ تا ۵۶۰۸۰ نیوتن بر میلیمتر

فاصله بین پابندها نیز مانند فاصله بین تراورس‌ها در خطوط بالاستی تاثیر بسزایی بر سختی فنر مورد نظر دارد. در سیستم خط سبک معمولا فاصله پابندها برابر ۷۰ سانتیمتر در نظر گفته می‌شود. سختی فنر در سیستم‌های بدون بالاست معمولا با عنایت به ضوابط کاهش ارتعاش خط معرفی می‌گردد. به تبع آن سختی معرفی شده در این قسمت بر مدول خط تاثیر گذار می‌باشد. در این حالت فرمول تالبوت به شکل زیر قابل استفاده می باشد:

$$\frac{P}{s} = \mu$$

که در آن P مقدار تعریف شده برای فنریت معادل سیستم پابند و خط با اتصال مستقیم و s برابر با فاصله بین پابندها در پروفیل طولی خط می‌باشد.

نیرو (در واقع تنش) محاسبه شده در بالا در واقع، تنش مورد نیاز جهت ایجاد تغییرمکان برابر ۱ میلیمتر روی یک ریل در یک پابند به فاصله ۷۰۰ میلیمتر از پابند بعدی می باشد که به نام مدول خط شناخته می‌شود. یک مطالعه موردی در انتهای این مقاله جهت برآورد مدول خط در یک سازه ریلی سبک با استفاده از یک نرم‌افزار اجزای محدود در انتهای این مقاله ارائه گشته است.

مدول خط استاتیک معمولا کوچکتر از مدول خط است که در عمل (بهره‌برداری از خط) بدست می‌آید. دلیل این امر نیز بارگذاری‌های متعدد و دارای همپوشانی ریل توسط قطار عبوری و خاصیت تقویت دینامیکی سرعت قطار می‌باشد. بدین معنی که قبل از برگشت کامل سیستم پابند (یا بطورکلی سیستم روسازی) مجددا توسط چرخ بعدی بارگذاری گشته و از طرفی فرکانس بارگذاری نیز در این بین منجر به تقویت دینامیکی می‌گردد. بنابراین معمولا عدد استاتیک بدست آمده در ضریب افزایش دینامیکی ۱/۲۵ تا ۱/۳۰ ضرب می‌گردد. بنابراین مدول خط به شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$25.7 * 1.25 = 32.12 N / mm / mm$$

۳-۲-۱-خط مدفون[1]

در این قسمت توضیح مختصری در خصوص ریل‌های مدفون ارائه می‌گردد. این سیستم در خطوط ریلی در تقاطعات همسطح و درون محدوده سرویس و دپوهای تعمیراتی آلات ناقله دارای کاربرد می‌باشد. مدول خط در خطوط مدفون از نحوه طراحی نشیمنگاه ریل و دال زیرین تاثیر بسیار می پذیرد.

در بسیاری از خطوط مدفون، سیستم دال و تراورس یا سیستم بلوک‌های با اتصال مستقیم در بتن مدفون می‌شوند (تا تراز قارچ ریل با بتن پر شود) و بدین ترتیب سازه خط مدفون، شکل می‌گیرد. مطابق استاندارد ارائه شده توسط $TCRP$ در مواردیکه بتن پرکننده، مقاومت سازه‌ای قابل ملاحظه‌ای را باعث نمی‌شود یا در مواردیکه از صفحات یا قطعات الاستیک استفاده می‌شود، مدول خط مشابه سیستم‌های ارائه شده در بخش قبل (خط با اتصال مستقیم) قابل محاسبه می‌باشد.

معمولا تعیین دقیق مدول خط در سیستم‌های خط مدفون با صعوبت همراه می‌باشد. از جمله دلایل صعوبت تعیین و برآورد مدول خط در این نوع سیستم‌های ریلی، موارد زیر قابل بیان می‌باشند:

ریل دارای تکیه‌گاه پیوسته می باشد. در این حالت، فرض اولیه تالبوت در خصوص خط با تکیه‌گاه مجزا دیگر صحیح نمی‌باشد.

تغییرمکان ریل بسیار کوچک و اندک می‌باشد.

ثابت فنریت معادل در مصالح تکیه‌گاهی ریل مشخص نبوده یا به آسانی قابل محاسبه نمی‌باشد.

مدول خط در خطوط کاملا مدفون در بتن سازه‌ای مصداق ندارد. در این موارد تغییرمکان ریل در حدود ۰/۰۲۵ میلیمتر می‌باشد. مدول خط متناظر با تغییرمکان کوجکتر از میلیمتر نیز بسیار بزرگ می‌باشد که در برخی موارد تابعی از تغییر مکان دال تکیه‌گاهی زیرین خط (که آن مقداری بسیار کوچک و قابل اغماض است) می‌شود.

معمولا مدول خط در سیستم‌های مدفون از اندازه‌گیری میدانی بدست می‌آید. برای مثال در خطی مدفون با لایه ۲/۳ میلیمتر پلاستیکی (جهت حفاظت در برابر جریان های الکتریکی سرگردان ناشی از نیروی کشش برقی قطار و دارای خاصیت ارتجاعی پایین) تحت بار ۵۳۳۷۵ نیوتنی تغییرمکانی برابر ۰/۰۵۰ تا ۰/۲۵ میلیمتر حادث گردید. در این حالت ثابت فنر معادل سیستم برابر ۳۵۶۰۰۰ نیوتن بر میلیمتر می گردد و بنابراین با عنایت به تکیه‌گاه پیوسته ریل نیز نیروی مورد نیاز جهت ایجاد تغییر مکان واحد در خط برابر ۳۵۶۰۰۰ نیوتن بر میلیمتر مربع می‌گردد. در خطوط تمام مقطع پلی‌اورتنی نیز مدول خطی در محدوده نام‌برده برآورد می‌گردد.

در برخی از خطوط مدفون جهت کاهش ارتعاش یا کاهش سختی سازه خط از پروفیل‌های ارتجاعی در زیر ریل ، زیر زینچه یا در زیر خط استفاده می‌شود. در این موارد سازه خط تحت بارگذاری دچار تغییرمکان اندک شده و مدول الاستیسیته برای آن متصور می‌گردد. برای مثال در صورت استفاده از ریل پد به ضخامت ۸ میلیمتر در زیر

---

[1] - *Embedded Track*

ریل (از جنس الاستومر *50 Durometer*) مدول خط تقریبا برابر با ۱۰۳۷ نیوتن بر میلیمتر مربع (اندازه‌گیری شده تجربی) برای سازه خط بدست می‌آید. در طراحی خط نام برده در صورت افزایش ضخامت خط به ۱۹ میلیمتر مدول الاستیسیته خط به ۲۰۷ نیوتن بر میلیمتر مربع کاهش می‌یابد. در اینجا متذکر می‌شود که مدول خط با الگوی خطی با افزایش ضخامت پد زیر ریل کاهش نمی‌یابد. میزان کاهش بستگی به جنس لایه ارتجاعی مورد استفاده و شکل پد الاستیک مورد استفاده دارد.

به عنوان یک روشی تجربی و در مواردیکه فرض تغییرمکان الاستیک خطی برای پد ارتجاعی قابل قبول باشد، میزان تقریبی مدول خط با فرض تغییرمکان ریل برابر با ۱۵٪ ضخامت پد تخمین زده می‌شود. استفاده از این روش جهت مقاصد طراحی و بدون انجام آزمایشات تجربی پیشنهاد نمی‌شود.

۴-ارائه یک روش تئوری و یک روش تجربی جهت برآورد بهینه مدول خط

در این قسمت از مقاله روشی جهت تعیین مدول خط برای مقاصد طراحی خط ارائه می‌گردد. روش تجربی مورد نظر به نام روش *Kerr* معروف می‌باشد که با استفاده از یک لکومتیو یا واگن با آرایش چرخ و محور دلخواه مدول خط را ارزیابی می نماید و روش دیگر مدلسازی عددی خط می‌باشد که در ادامه گزارش ارائه خواهد شد. در انتهای این مقاله نیز نحوه محاسبه مدول خط جهت طراحی سیستم روسازی ارائه می‌گردد.

در سیستم‌های جرم و فنر (از جمله برخی از سیستم‌های روسازی سبک شهری) با فرض الاستیسیته کافی برای لایه ارتجاعی زیر دال خط همانند سیستم بالاستی ، می‌توان رفتار خط را توسط رابطه زیر (تیر بر بستر ارتجاعی وینکلر) بیان نمود:

$$EI\frac{d^4w}{dx^4}+kw(x)=q(x) \qquad (۲)$$

که در آن $w(x)$ تغییرمکان قائم محور ریل و EI سختی خمشی قائم ریل و $q(x)$ بارگذاری قائم روی خط می‌باشد. در رابطه فوق $kw(x)=p(x)$ به عنوان فشار تماسی در سطح مشترک ریل و نشیمنگاه آن قابل تعریف می‌باشد و پارامتر k (μ در روابط فوق) به عنوان مدول تکیه‌گاهی خط یا بطور ساده‌تر مدول خط شناسایی می‌گردد. رابطه بالا در آیین‌نامه *AREA [4]* برای تمامی خطوط قابل مدلسازی توسط تیر بر بستر ارتجاعی پیشنهاد شده‌است.

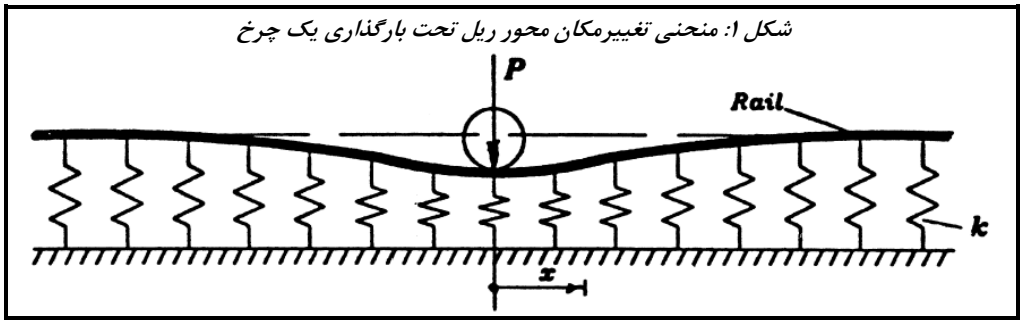
برای یک چرخ ، معادله دیفرانسیل فوق‌الذکر (شکل زیر منحنی تغییرمکان ریل را نمایش می‌دهد) دارای جواب عمومی به شرح زیر می‌باشد:

$$w(x)=\frac{P\beta}{2k}e^{-\beta x}(\cos\beta x+\sin\beta x) \qquad (۳)$$

که در آن:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}} \qquad (۴)$$

شکل ۱: منحنی تغییرمکان محور ریل تحت بارگذاری یک چرخ



در حالت بیش از یک بار ، بارگذاری (به تبع آن منحنی تغییرمکان) از برهم نهی چندین بارگذاری بدست می‌آید. در رابطه فوق E و I به ترتیب مدول الاستیسیته و ممان اینرسی ریل هستند. تنها پارامتر مجهول k می‌باشد که با معلوم بودن تغییر مکان یک نقطه (x) مشخص در طول خط قابل برآورد است.

۴-۱-روش *Kerr* جهت تعیین *k*

رابطه تحلیلی تغییرمکان ریل زیر بوژی، با برهم‌نهی رابطه ریاضی مربوط به بارگذاری قابل محاسبه می‌باشد. در حالت عمومی بار محوری دو بوژی برابر و بار دو بوژی مجاور متفاوت فرض می‌شود.

$$P_1 = P_2 = P, P_3 = P_4 = nP \qquad (۵)$$

در رابطه بالا n مقیاس وزن نامیده می شوند. پس از بر هم نهی تمامی تغییرمکان‌های ناشی از بارگذاری مکانیکی چهار چرخ بوژی واگن، رابطه تحلیلی منحنی تغییرمکان از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$w(0) = \frac{p\beta}{2k} + \frac{p\beta}{2k}e^{-\beta l_2}(\cos\beta l_2 + \sin\beta l_2) + \frac{np\beta}{2k}e^{-\beta l3}(\cos\beta l_3 + \sin\beta l_3) + \frac{np\beta}{2k}e^{-\beta l_3}(\cos\beta l_4 + \sin\beta l_4) \qquad (۶)$$

که در آن:

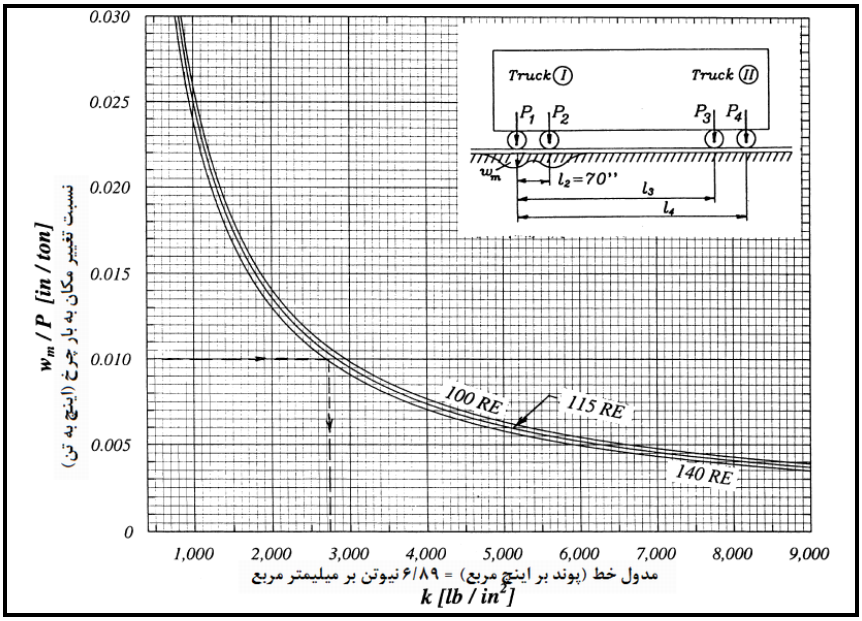
$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4EI}}$$

با استفاده از رابطه فوق مدول خط k قابل محاسبه می‌باشد. بدین منظور تغییرمکان ریل در زیر آخرین چرخ بوژی اندازه‌گیری شده و با نام $w(0)=wm$ در رابطه قرار داده می‌شود. بدین وسیله خواهیم داشت:

$$\frac{w_m}{P} = \frac{\beta}{2k}[1 + e^{-\beta l_2}(\cos\beta l_2 + \sin\beta l_2) + ne^{-\beta l_3}(\cos\beta l_3 + \sin\beta l_3) + e^{-\beta l_4}(\cos\beta l_4 + \sin\beta l_4)]$$

در رابطه فوق تمامی پارامترها به غیر از مدول خط (k) از اندازه‌گیری میدانی بدست می آیند. شکل زیر منحنی تغییرات مدول خط را نمایش می‌دهد.

شکل ۲ : گراف تعیین مدول خط به روش kerr



۴-۲-تیر بر بستر ارتجاعی

در این مدل یک تیر به طول بینهایت با سختی خمشی EI بر روی یک بستر ارتجاعی با مدول بستر k فرض می‌گردد. این روش به عنوان روش استاندارد در دستورالعمل طراحی خطوط بدون بالاست با اتصال مستقیم مطرح گردیده است. معادله دیفرانسیل این روش به شرح زیر می‌باشد:

$$EI\frac{d^4w}{dx^4}+kw=q(x) \qquad (۷)$$

حل تحلیلی رابطه دیفرانسیل (۱) به آسانی قابل محاسبه می‌باشد. توابع نیرو، تغییرمکان و لنگر خمشی (جواب عمومی رابطه (۱)) به شرح زیر می‌باشد:

$$p(x)=\frac{Q}{2L}\eta(x)\ ,\ M(x)=\frac{QL}{4}(x)\ w(x)=\frac{Q}{2kL}\eta(x) \qquad (۸)$$

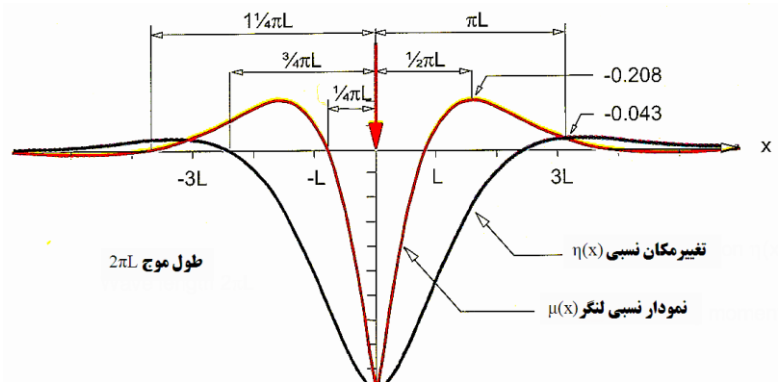
که در آن:

$$\mu(x)=e^{-x/L}\left[\cos\frac{x}{L}-\sin\frac{x}{L}\right]\ \eta(x)=e^{-x/L}\left[\cos\frac{x}{L}+\sin\frac{x}{L}\right] \qquad (۹)$$

$$L=\sqrt[4]{\frac{4EI}{k}}=\sqrt[4]{\frac{4EIa}{CA}}$$

$w(x)$ تغییرمکان ریل به میلیمتر و L طول مشخصه ریل به میلیمتر می‌باشد که از رابطه ۹ حاصل می‌گردد. سایر پارامترهای مورد استفاده عبارتند از a: فاصله بین تراورس‌ها، C:مدول بستر $(N/mm3)$، k مدول خط $(N/mm/mm)$، سطح تماسی معادل خط با دال بتنی برابر نصف عرض خط(میلیمتر مربع)، EI سختی خمشی ریل

و دال بتنی *(N.mm2)*، و Q بار یک چرخ به نیوتن می‌باشد.۰ مقادیر کلیدی نمودار لنگر و تغییرمکان تحت بار منفرد را نمایش می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌گردد، مقادیر بیشینه لنگر و تغییرمکان دقیقا در زیر بار متمرکز بوجود می‌آیند. اثر سایر بارها بصورت منفی با مقادیر بدست آمده جمع جبری می‌شوند و معمولا اثرکاهنده دارند



شکل ۳ : تغییرمکان نسبی و لنگرهای خمشی در مدل تیر بر بستر ارتجاعی ساده

روابط اشاره شده فوق مربوط به یک بار منفرد می‌باشد. تخمین بزرگی لنگر و تغییرمکان بر اساس اصل برهم‌نهی حاصل می‌گردد. در این صورت مقادیر تغییرمکان و لنگر خمشی در فاصله li از مبدا مختصات (که معمولا در زیر یک چرخ یا در فاصله وسط دو چرخ انتخاب می‌گردد)، از روابط زیر حاصل می‌گردند.

$$M_0 = \frac{L}{4}\sum_i Q_i \mu(l_i) \quad w_0 = \frac{1}{2kL}\sum_i Q_i \eta(l_i) \qquad (۱۰)$$

,

۴-۳-روش عددی

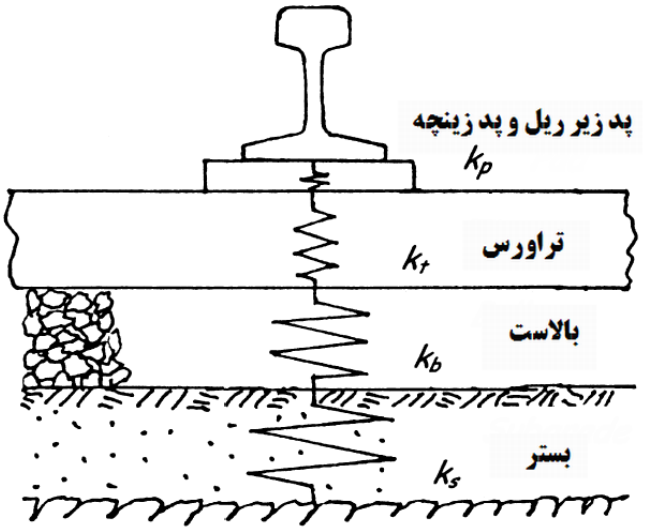
مدول تکیه‌گاهی ریل (شامل پد ، تراورس، بالاست یا دال بتنی، و بستر) توسط چند لایه فنر هر کدام با سختی مشخص و متصل شده بصورت سری (شکل ۳ را مشاهده نمایید) قابل بیان می‌باشد. مدول تیکه‌گاهی ریل (مدول خط) از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$k = \frac{1}{1/k_p + 1/k_t + 1/k_b + 1/k_s}$$

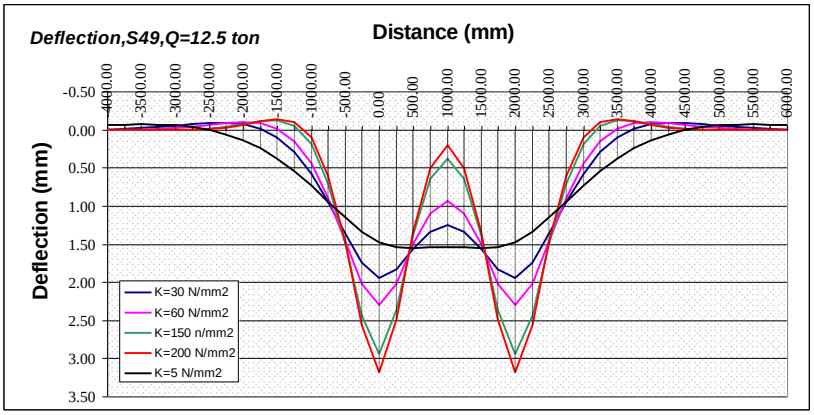
در رابطه فوق kp مدول پد زیر ریل ، kt مدول تراورس (در تراورسهای بتنی مدول تراورس به قدری بزرگ می‌باشد که جمله متناظر با آن قابل اغماض می گردد) ، kb مدول الاستیسیته متناظر بالاست (یا دال بتنی جایگزین

لایه بالاست)، و ks مدول بستر خط می‌باشد. این روش معمولا در مدل‌های عددی و کامپیوتری دارای کاربرد فـراوان می‌باشد.

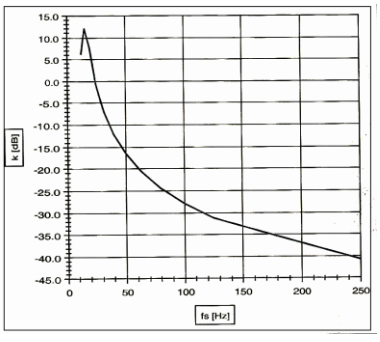
شکل ۳: مدل ساده شده خط مورد استفاده در خطوط ریلی بالاستی

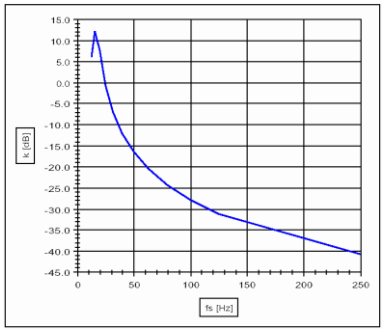
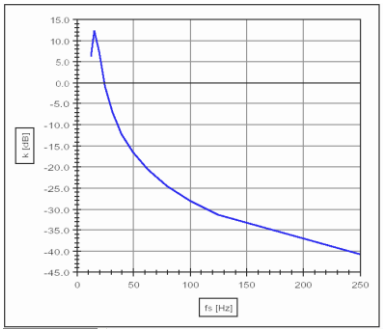


شکل ۴:نمایی از منحنی تغییرمکان با تغییر سختی خط



خواص میرایی ارتعاش سازه در خط نمونه(قطار شهری شیراز)

Axle load=10 tons					
System natural Frequency		*Frequency*	*K(dB)*	*IL(%)*	
Track only	Train with trains	*12.5*	*6.1*	*-101*	
20.4	***17.2***	*16*	*12.0*	*-299*	
		20	*7.5*	*-137*	
		25	*-0.9*	*9*	
		31.5	*-7.0*	*55*	
		40	*-12.2*	*75*	
		50	*-16.5*	*85*	

		63	*-20.6*	*91*	
		80	*-24.5*	*94*	
		100	*-28.0*	*96*	
		125	*-31.3*	*97*	
		250	*-40.8*	*99*	
Axle load=12.5 tons					
System natural Frequency		*Frequency*	*K(dB)*	*IL(%)*	
Track only	Train with trains	*12.5*	*6.1*	*-101*	
20.3	***17.2***	*16*	*12.0*	*-299*	
		20	*7.5*	*-137*	
		25	*-0.9*	*9*	
		31.5	*-7.0*	*55*	
		40	*-12.2*	*75*	
		50	*-16.5*	*85*	
		63	*-20.6*	*91*	
		80	*-24.5*	*94*	
		100	*-28.0*	*96*	
		125	*-31.3*	*97*	
		250	*-40.8*	*99*	
Axle load=14 tons *Please refer to footnote 5*					
System natural Frequency		*Frequency*	*K(dB)*	*IL(%)*	
Track only	Train with trains	*12.5*	*6.2*	*-103*	
20.3	***17.1***	*16*	*12.2*	*-306*	
		20	*7.2*	*-130*	
		25	*-1.0*	*11*	
		31.5	*-7.1*	*56*	
		40	*-12.3*	*76*	
		50	*-16.6*	*85*	
		63	*-20.7*	*91*	
		80	*-20.6*	*94*	
		100	*-28.1*	*96*	
		125	*-31.4*	*97*	
		250	*-40.8*	*99*	

۵-برآورد بهینه مدول خط در سیستم روسازی

نتایج حاصل از تحلیل یک خط سبک در جدول زیر ارائه گردیده است. تحلیل این سیستم روسازی با استفاده از نرم‌افزار *Sap2000* انجام گرفته است. همانطور که از جدول زیر (شماره ۲) نیز مشخص می‌باشد، با افزایش مدول خط (پارامتر k) میزان لنگر و تغییر مکان زیر نیز کاهش یافته است. متناظر با داشتن بزرگی نیروی عمودی وارده (بار

محوری در این مورد خاص برابر ۱۲/۵ تن بدون ضریب ضربه می‌باشد)و تغییرمکان قائم ریل، قادر به تعیین مدول بهینه خط خواهیم بود.

جدول ۲: نتایج تحلیل سازه خط در یک خط سبک شهری

	K	لنگر خمشی در جهت $X(t.m)$		تغییر مکان ریل (mm)
		Max	Min	
خط مستقیم	۱/۵	۲/۸۸	-۱/۹۲	۱/۸۹
	۲/۵	۲/۲۱	-۱/۸۱	۱/۶۵
	۳/۵	۲/۰۶	-۱/۵۱	۱/۱۳
قوس	۱/۵	۲/۸۸	-۱/۹۲	۱/۹۸
	۲/۵	۲/۲۱	-۱/۸۱	۱/۵۷
	۳/۵	۲/۰۶	-۱/۵۱	۱/۰۵

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهاد

در این مقاله انواع روش‌های متداول در برآورد سختی قائم خط و ثابت مدول خط مورد بررسی قرار گرفت. همانطور که مشاهده گردید، مدول خط به عنوان یکی از اصلی‌ترین ورودی‌های طراحی سازه خطوط ریلی محسوب گشته و در محاسبه و انتخاب آن دقت فراوانی مورد نیاز می‌باشد. معمولا با زیادشدن مدول خط، تنش در اعضای سازه‌ای خط افزایش یافته و به تبع آن اثرات خستگی جدی‌تری مطرح می‌شوند. با این حال افزایش این کمیت بر خاصیت جذب ارتعاش خط و راحتی سیر مسافر تاثیر مثبتی ایفا می‌نماید. پارامتر هزینه یکی از شاخصهای تاثیرگذار اصلی، در تعیین اولویت اجرای خطوط می باشد. انتخاب بهینه و طراحی مناسب راه آهن در طرحهای توسعه شبکه ریلی، سبب مدیریت و کمینه شدن هزینه های ساخت و به خصوص نگهداری خواهد شد.

در تحقیق گسترده تر، می توان تاثیر و میزان نقش طراحی خط در هزینه های شبکه اعم از دوره ساخت و یا بهره برداری را تحلیل نموده و تحلیل حساسیت بهینه سازی طراحی بر هزینه و اولویت بندی چند طرح پایلوت را بررسی نماید.

منابع و مراجع

۱. چوکان، فرزاد. (۱۳۹۷). انتخاب بهینه سبد پروژه های ساخت با توجه به منابع محدود برنامه ریزی پویا. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، رشته مهندسی عمران، گرایش مدیریت ساخت. دانشگاه تهران.

۲. شاوردی، مرضیه. (۱۳۹۹). ارائه مدل بهینه‌سازی سبد طرح‌های صندوق‌های توسعه فناوری (مورد مطالعه: صندوق نوآوری و شکوفایی). رساله دکتری، رشته مدیریت، سیاست‌گذاری علم و فناوری. دانشگاه علم و صنعت.

۳. گلستانه، رامین. (۱۳۹۷). عنوان: ارائه مدل چند هدفه ریاضی به منظور تشکیل پورتفوی سرمایه‌گذاری بانک‌ها با رویکرد شاخص‌های اقتصاد مقاومتی. رساله دکتری، رشته مهندسی صنایع، مرکز تحصیلات تکمیلی.

٤. محمودی، رضا. (۱۳۹۸). طراحی شبکه حمل و نقل شهری پایدار با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها و نظریه بازی‌ها. رساله دکتری، رشته مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان.

5. 4-AREA: American Railway Engineering Association- Track
6. García-Archilla, B.; Lozano, A.J.; Mesa, J.A.; Perea, F. GRASP algorithms for the robust railway network design problem. *J. Heuristics* **2013**, *19*, 399–422.
7. Canca, D.; De-Los-Santos, A.; Laporte, G.; Mesa, J.A. An adaptive neighborhood search metaheuristic for the integrated railway rapid transit network design and line planning problem. Comput. Oper. Res. 2017, 78, 1–14.
8. M.Noruzi, A.Naderan, JA.Zakeri, K.Rahiov Sustainability 2023, 15(6), 5022; https://doi.org/10.3390/su15065022
9. Wang, B.; Huang, J.; Xu, J. Capacity optimization and allocation of an urban rail transit network based on multi-source data. *J. Ambient Intell. Humaniz. Comput.* **2019**, *10*, 373–383.
10. Alireza Seyedvakili, S.; Zakeri, J.-A.; Nasr Azadani, S.M.; Shafahi, Y. Long-term railway network planning using a multiperiod network design model. *J. Transp. Eng. Part A Syst.* **2020**, *146*, 04019054.
11. Lin, B.; Liu, C.; Wang, H.; Lin, R. Modeling the railway network design problem: A novel approach to considering carbon emissions reduction. *Transp. Res. Part D Transp. Environ.* **2017**, *56*, 95–109.
12. Tirkolaee, E.B.; Goli, A.; Weber, G.-W.; Szwedzka, K. A novel formulation for the sustainable periodic waste collection arc-routing problem: A hybrid multi-objective optimization algorithm. In *Logistics Operations and Management for Recycling and Reuse*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2020; pp. 77–98.
13. Babaeinesami, A.; Tohidi, H.; Ghasemi, P.; Goodarzian, F.; Tirkolaee, E.B. A closed-loop supply chain configuration considering environmental impacts: A self-adaptive NSGA-II algorithm. *Appl. Intell.* **2022**, *52*, 13478–13496.
14. Ghasemi, P.; Goodarzian, F.; Abraham, A. A new humanitarian relief logistic network for multi-objective optimization under stochastic programming. *Appl. Intell.* **2022**, *52*, 13729–13762.
15. Tirkolaee, E.B.; Goli, A.; Weber, G.-W. A robust two-echelon periodic multi-commodity RFID-Based location routing problem to design petroleum logistics networks: A case study. In Logistics and Supply Chain Management: 7th International Conference, LSCM 2020, Tehran, Iran, 23–24 December 2020; Revised Selected Papers 7; Springer: Cham, Switzerland, 2021; pp. 3–23.
16. Modern Railway Track-Second Edition- Dr. C.Esveld- Chapter 5-p-75
17. Modern Railway Track-Second Edition- Dr. C.Esveld- Chapter 5,6,7
18. TCRP report 57- Track design handbook for light rail transit-National Academy press-2000
19. Kalantari, H.; Badiee, A.; Dezhboro, A.; Mohammadi, H.; Tirkolaee, E.B. A fuzzy profit maximization model using communities viable leaders for information diffusion in dynamic drivers collaboration networks. *IEEE Trans. Fuzzy Syst.* **2022**, *31*, 370–379.
20. Nguyen, H.; Kieu, L.M.; Wen, T.; Cai, C. Deep learning methods in transportation domain: A review. *IET Intell. Transp. Syst.* **2018**, *12*, 998–1004.