

بررسی اثر شکل تپ لیزر بر شتابدهی الکترون‌ها در پلاسمای کم‌چگال

رضا فلاح^۱، سید محمد خراشادی‌زاده^۱

چکیده

در این مقاله، فرآیند شتابدهی الکترون در یک پلاسمای کم‌چگال برای تپ‌های لیزری گاوسی، سوپرگاوسی، کسینوس-گاوسی و شبه گاوسی بررسی و مقایسه شده است. با فرض اینکه طول زمانی تپ برابر با دوره زمانی موج پلاسمایی است، علاوه بر میدان ردپای ایجاد شده در پشت سر تپ‌ها ($E_{Wakefield}$)، انرژی که الکترون در این فرآیند بدست می‌آورد نیز برای تپ‌های لیزری محاسبه و با یکدیگر مقایسه شده است. مقایسه نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که در فرآیند شتابدهی، الکترون بیشترین انرژی را در میدان ردپای تپ کسینوس-گاوسی بدست می‌آورد، بنابراین شکل تپ لیزر می‌تواند پارامتر مهمی برای ایجاد میدان ردپای قوی‌تر و شتابدهی بیشتر الکترون‌ها باشد.

کلمات کلیدی: شتابدهی الکترون، میدان ردپای تپ لیزر، برهمکنش لیزر با پلاسما

۱- مقدمه

شتابدهی ذرات باردار موضوعی جالب و پراهمیت برای تحقیقات آزمایشگاهی و تئوری است و تلاش‌های زیادی در این زمینه به خصوص ساخت شتابدهنده‌های کوچکتر از جمله شتابدهنده‌های لیزر-پلاسمایی صورت گرفته و پیشرفت‌های خوب و چشمگیری در این زمینه حاصل شده است [۱-۴]. شتابدهنده‌های ذرات باردار دارای کاربردهای فراوانی در صنعت و پزشکی می‌باشند [۵-۶]. به عنوان مثال می‌توان از شتابدهنده خطی لیناک^۱ که در درمان انواع سرطان از طریق پرتودرمانی نام برد [۷]. در حال حاضر ابعاد شتابدهنده‌های قوی رایج به چند ده کیلومتر می‌رسد که ساخت و نگهداری آنها نیازمند هزینه‌های گزاف است. افزایش توان یک لیزر فوق کوتاه از مرتبه 1 TW به 1 PW باعث می‌شود برهمکنش

لیزر با پلاسما در رژیم نسبیتی صورت بگیرد، در این حالت اگر یک تپ لیزر فوق کوتاه پر توان از یک پلاسمای کم‌چگال عبور کند با عبور تپ در پشت سر آن در اثر جدایی بارها، موج پلاسمایی ایجاد می‌شود که به صورت طولی نسبت به زمینه ساکن یونی نوسان می‌کند، مهمتر اینکه در اثر جدایی بارها میدان الکتریکی طولی بسیار قوی ایجاد می‌شود که می‌تواند زمینه ساز شتابدهی ذرات باردار در پلاسما شود. برای شتاب ذرات به انرژی‌های نسبیتی باید دامنه امواج پلاسمایی به حد کافی قوی باشد و سرعت فاز آنها نیز نزدیک به سرعت نور در خلاء باشد [۸-۹]. تا کنون چندین طرح عملی و آزمایشگاهی برای شتابدهی ذرات با استفاده از امواج پلاسمایی با موفقیت به اجرا درآمده است. موفقترین این طرح‌ها، آنهایی هستند که بر اساس امواج پلاسمای نسبیتی دامنه بزرگ که توسط لیزر تولید شده اند، کار می‌کنند که اولین بار توسط تاجیما و داوسون در

۱- گروه فیزیک، دانشگاه بیرجند

$$\frac{\partial E}{\partial \xi} = v_g \frac{\partial B}{\partial \xi} \quad (۸)$$

$$\frac{\partial B}{\partial \xi} = \mu_0 en_0 v_{\perp} + \mu_0 en'_0 v_{\perp} + \left(\frac{v_g}{c^2}\right) \frac{\partial E}{\partial \xi} \quad (۹)$$

$$\epsilon_0 \frac{\partial^2 \varphi_w}{\partial \xi^2} = en' \quad (۱۰)$$

با انتگرال گیری و ترکیب روابط بالا، رابطه ای برای پتانسیل ردپا ($\varphi_{wakefield}$) به صورت زیر بدست می آید. [۳]

$$\frac{d^2 \varphi_w}{d\xi^2} + \left(\frac{\omega_p}{v_g}\right)^2 \varphi_w = \frac{e}{2mv_g^2} \left(\frac{c^2}{v_g^2} - 1\right) E^2 \quad (۱۱)$$

که در آن $\omega_p = n_0 e^2 / \epsilon m$ فرکانس موج پلاسمایی و $v_g = C \sqrt{1 - \omega_p^2 / \omega^2}$ سرعت گروه است.

از طرفی انرژی که الکترون در میدان ردپا بدست می آورد از رابطه $\Delta W = mc^2 \Delta \gamma$ بدست می آید، لذا برای محاسبه انرژی کسب شده توسط الکترون در میدان ردپای تپ، از معادله انتقال تکانه الکترون و فاکتور نسبیته γ استفاده می شود:

$$\frac{dp}{dt} = -eE_w(\xi) \quad , \quad \gamma = \sqrt{1 + p^2 / mc^2} \quad (۱۲)$$

که در این روابط p ، e و m به ترتیب تکانه، بار و جرم الکترون هستند. برای سادگی محاسبات، تغییر متغیر $\eta = k_p(\xi - l/2)$ که مربوط به فاز میدان ردپا می باشد اعمال می شود. با استفاده از رابطه (۱۲) و تغییر متغیر $\xi = x - v_g t$ ، دو رابطه به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\frac{d\gamma}{dt} = -\frac{peE(\eta)}{\gamma m^2 c^2} \quad , \quad \frac{d\eta}{dt} = k_p [c(1 - 1/\gamma^2) - v_g] \quad (۱۳)$$

با انجام محاسبات و عملیات جبری بر روی رابطه (۱۳) در نهایت رابطه زیر بدست می آید:

$$\gamma - \frac{v_g}{c} (\gamma^2 - 1)^{1/2} = -\frac{e}{mc^2 k_p} \int E_w(\eta) d\eta \quad (۱۴)$$

۱۹۷۹ پیشنهاد شده است [۱۰]. در این شتابدهنده ها از طریق مکانیسم های مختلف، امواج پلاسمایی با دامنه ی بلند برانگیخته می شود و با استفاده از میدان الکتریکی این امواج، می توان یک الکترون را تا انرژی های بسیار بالا شتاب داد.

۲- ایجاد میدان ردپای تپ و شتابدهی الکترون

یک تپ لیزر با فرکانس زاویه ای ω ، شدت I_0 و پهنای زمانی τ ($\tau = 2\pi/\omega$) از یک پلاسمای همگن سرد بدون برخورد با چگالی n_0 عبور کرده و در پشت سر یک میدان ردپا (E_w) ایجاد می کند. معادلات حاکم بر پلاسمای در این حالت به صورت زیر بیان می شوند:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n\vec{v}) = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (۲)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \times \vec{j} + \frac{1}{C^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{with } \vec{j} = -n_e e \vec{v} \quad (۳)$$

$$\epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = e(n_i - n_e) \quad (۴)$$

با استفاده از تغییر متغیر $\xi = x - v_g t$ و تبدیل رابطه ها به مولفه های طولی و عرضی، اعمال تقریب های $\partial n_e / \partial \xi = 0$ و $p_{\perp} \approx mv_{\perp}$ ، فرض اینکه $v_{\perp} \ll v_g$ روابط زیر محاسبه می شود [۳]:

$$-v_g \frac{\partial n'_e}{\partial \xi} + n_0 \frac{\partial v_{\perp}}{\partial \xi} + v_{\perp} \frac{\partial n'_e}{\partial \xi} + n'_e \frac{\partial v_{\perp}}{\partial \xi} = 0 \quad (۵)$$

$$-v_g \frac{\partial v_{\perp}}{\partial \xi} + v_{\perp} \frac{\partial v_{\perp}}{\partial \xi} = -(eE/m) + (ev_{\perp} B/m) \quad (۶)$$

$$-v_g \left(\frac{\partial v_{\perp}}{\partial \xi}\right) + v_{\perp} \left(\frac{\partial v_{\perp}}{\partial \xi}\right) = (e/m) \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - \frac{ev_{\perp} B}{m} \quad (۷)$$

$$A_G = -\frac{\sqrt{\pi}eE_0^2}{2\sqrt{\gamma}k_p m v_g^2} \left(\frac{c^2}{v_g^2} - 1\right) \exp\left(-\frac{k_p^2}{4\gamma}\right) \quad (18)$$

با استفاده از رابطه‌ی $\vec{E}_w = -\vec{\nabla}\phi_w$ و رابطه (۱۵) می‌توان میدان ردپا و انرژی الکترون در میدان ردپای این تپ را محاسبه کرد.

$$E_w^G(\xi) = A_G \text{Cos}k_p \left(\xi - \frac{l}{2}\right) \quad (19)$$

$$\Delta W_G = \frac{eA}{k_p \left(1 - \frac{v_g}{c}\right)} \left(\text{Sin}k_p \xi + \text{Sin} \frac{k_p l}{2}\right) \quad (20)$$

۲-۳ تپ سوپر گاوسی (super-Gaussian)

مجذور میدان الکتریکی تپ سوپر گاوسی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$E_{SG}^2(\xi) = E_0^2 \exp(-2\gamma^2(\xi - L/2)^4) \quad (21)$$

$$0 \leq \xi \leq L$$

پتانسیل و میدان ردپای این تپ به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\phi_w^{SG}(\xi) = \frac{A_{SG}}{k_p} \text{Sin}\left[k_p \left(\xi - \frac{l}{2}\right)\right] \quad (22)$$

$$E_w^{SG}(\xi) = A_{SG} \text{Cos}k_p \left(\xi - \frac{l}{2}\right) \quad (23)$$

که در روابط بالا، A_{SG} به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$A_{SG} = -\frac{eE_0^2}{2m v_g^2} \left(\frac{c^2}{v_g^2} - 1\right) \left\{ \frac{\omega^3}{4 \times 2^4} \left(-\frac{8\sqrt{2}}{\omega^2} \Gamma\left(\frac{5}{4}\right)\right) \times \right. \\ \left. {}_p F_q\left[\left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right\}, \frac{k^4 \omega^4}{512}\right] + k^2 \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \times \right. \\ \left. {}_p F_q\left[\left\{\frac{5}{4}, \frac{3}{2}\right\}, \frac{k^4 \omega^4}{512}\right]\right\} \quad (24)$$

که در رابطه (۲۴)، $\Gamma()$ تابع گاما و ${}_p F_q[]$ تابع فوق هندسی عمومی هستند. انرژی الکترون در میدان

برای اینکه میزان انرژی که الکترون در میدان ردپا بدست می‌آورد محاسبه شود، لازم است با توجه به رابطه‌ی انرژی $\Delta W = mc^2 \Delta \gamma$ ، تغییرات γ محاسبه شود، لذا با فرض اینکه $\gamma^2 = 1 + \beta^2$ و مقادیر اولیه $\xi = 0$ و $\gamma_0 = 1$ است، $\Delta \gamma$ به صورت زیر محاسبه می‌شود [۳]:

$$\Delta \gamma = \gamma - \gamma_0 = -e \int E(\eta) d\eta / mc^2 k_p \left(1 - \frac{v_g}{c}\right) \quad (15)$$

۳- چگونگی تاثیر نوع تپ

رابطه‌های (۱۱ و ۱۵) به وضوح نشان می‌دهند که شتابدهی الکترون به میدان الکتریکی تپ لیزر بستگی دارد. از طرفی خروجی واقعی لیزرها کاملاً با توزیع گاوسی تطابق ندارد [۱۱]، بنابراین برای بررسی چگونگی تاثیر شکل تپ لیزر بر شتابدهی الکترون، چهار تپ گاوسی، سوپر گاوسی، کسینوس-گاوسی و شبه گاوسی در نظر گرفته می‌شود. با جایگذاری مجذور میدان الکتریکی این تپ‌ها در رابطه‌های (۱۱ و ۱۵) و با فرض اینکه پتانسیل ردپا در $\xi = l/2$ صفر می‌شود، می‌توان پتانسیل (ϕ_w)، میدان ردپای تپ‌ها (E_w) و انرژی الکترون در فرآیند شتابدهی کسب می‌کند را بدست آورد.

۳-۱ تپ گاوسی (Gaussian)

مجذور میدان الکتریکی تپ گاوسی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$(16)$$

$$E^2(\xi) = E_0^2 \exp(-\gamma(\xi - L/2)^2) \quad 0 \leq \xi < L$$

با انجام محاسبات، پتانسیل ردپای تپ گاوسی برابر است با:

$$\phi_w^G(\xi) = \frac{A_G}{k_p} \text{Sink}_p \left(\xi - \frac{l}{2}\right) \quad (17)$$

که در این رابطه:

$$E_{GL}^2(\xi) = E_0^2 \sin^2\left(\frac{\pi}{l}\xi\right) \quad 0 \leq \xi \leq l$$

(۳۱)

با انجام محاسبات پتانسیل و میدان ردپای این تپ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\varphi_w^{GL}(\xi) = \frac{A_{GL}}{k_p} \sin\left[k_p\left(\xi - \frac{l}{2}\right)\right] \quad (۳۲)$$

$$E_w^{GL}(\xi) = A_{GL} \cos k_p\left(\xi - \frac{l}{2}\right) \quad (۳۳)$$

که در روابط بالا، ثابت A_{GL} به صورت زیر بدست می‌آید:

$$A_{GL} = -\frac{2e\pi^2 E_0^2}{mv_g^2 k_p (k_p^2 l^2 - 4\pi^2)} \left(\frac{c^2}{v_g^2} - 1\right) \sin\left(\frac{k_p l}{2}\right) \quad (۳۴)$$

با انجام محاسبات، انرژی الکترون در میدان ردپای تپ شبه گاوسی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta W_{GL} = \frac{eA_{GL}}{k_p \left(1 - \frac{v_g}{c}\right)} \left(\sin k_p \xi + \sin \frac{k_p l}{2}\right) \quad (۳۵)$$

۴- محاسبات

برای بررسی و مقایسه چگونگی تاثیر شکل تپ‌های لیزری گاوسی (GP)، سوپر گاوسی (SGP)، کسینوس-گاوسی (CGP) و شبه گاوسی (GLP) بر فرآیند شتابدهی الکترون در محیط پلاسما به این صورت است که با استفاده از نرم افزار MATLAB ابتدا منحنی تغییرات میدان ردپای این تپ‌ها را بر حسب متغیر بدون بعد ξ شبیه‌سازی کرده و در ادامه منحنی‌های تغییرات دامنه میدان ردپای تپ‌ها و انرژی کسب شده الکترون در محیط پلاسما را بر حسب شدت تپ لیزر و چگالی الکترونی پلاسما، برای تپ‌های لیزری رسم می‌شود. لذا برای انجام محاسبات و شبیه‌سازی، فرض‌های زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\lambda = 820 \text{ nm}, n_0 = 3.4 \times 10^{24} / \text{m}^3, L = 23 \mu\text{m} \quad (۳۶)$$

ردپای این تپ بدست می‌آورد به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\Delta W_{SG} = \frac{eA_{SG}}{k_p \left(1 - \frac{v_g}{c}\right)} \left(\sin k_p \xi + \sin \frac{k_p l}{2}\right) \quad (۲۵)$$

۳-۳ تپ کسینوس-گاوسی (Cosine-Gaussian)

مجذور میدان الکتریکی این نوع تپ به صورت زیر است:

$$E_{CG}^2(\xi) = E_0^2 \cos^2(\kappa \xi) \exp(-2\gamma(\xi - L/2)^2) \quad 0 \leq \xi \leq L$$

با انجام محاسبات پتانسیل و میدان ردپای تپ کسینوس-گاوسی به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\varphi_w^{CG}(\xi) = \frac{A_{CG}}{k_p} \sin\left[k_p\left(\xi - \frac{l}{2}\right)\right] \quad (۲۷)$$

$$E_w^{CG}(\xi) = A_{CG} \cos k_p\left(\xi - \frac{l}{2}\right) \quad (۲۸)$$

که در روابط بالا، ضریب A_{CG} به صورت زیر بدست می‌آید:

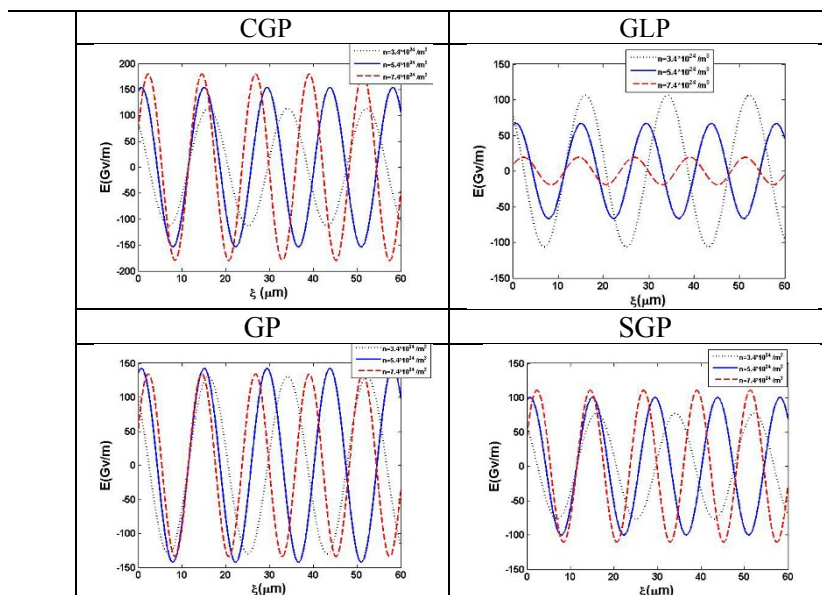
$$A_{CG} = -\frac{(\pi\gamma)^{0.5} e E_0^2}{8mv_g^2} \left(\frac{c^2}{v_g^2} - 1\right) \times [\exp(-(k_p + 2\kappa)^2 \gamma^2 / 4) \times (1 + \exp(2\kappa k_p \gamma^2) + 2\exp(\kappa(k_p + \kappa)\gamma^2))] \quad (۲۹)$$

انرژی که الکترون در میدان ردپای تپ کسینوس-گاوسی بدست می‌آورد به صورت زیر محاسبه می‌شود:

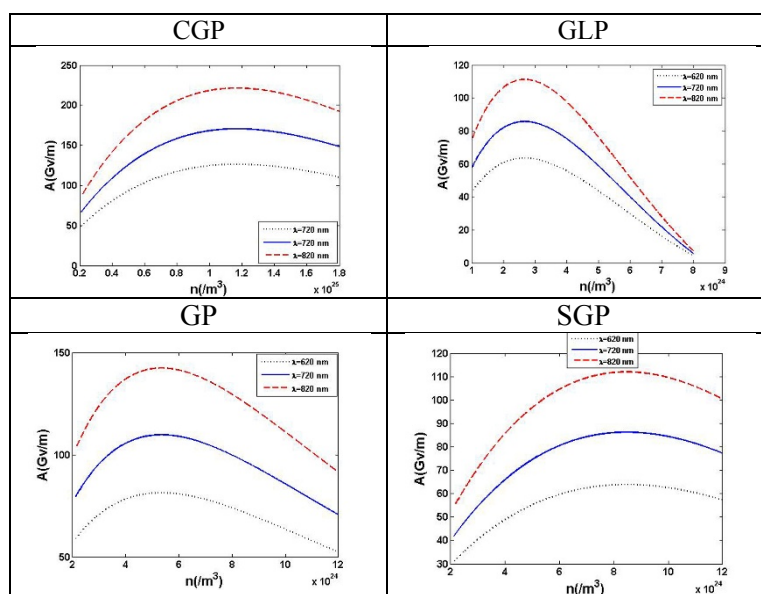
$$\Delta W_{CG} = \frac{eA_{GL}}{k_p \left(1 - \frac{v_g}{c}\right)} \left(\sin k_p \xi + \sin \frac{k_p l}{2}\right) \quad (۳۰)$$

۴-۳ تپ شبه گاوسی (Gaussian-like)

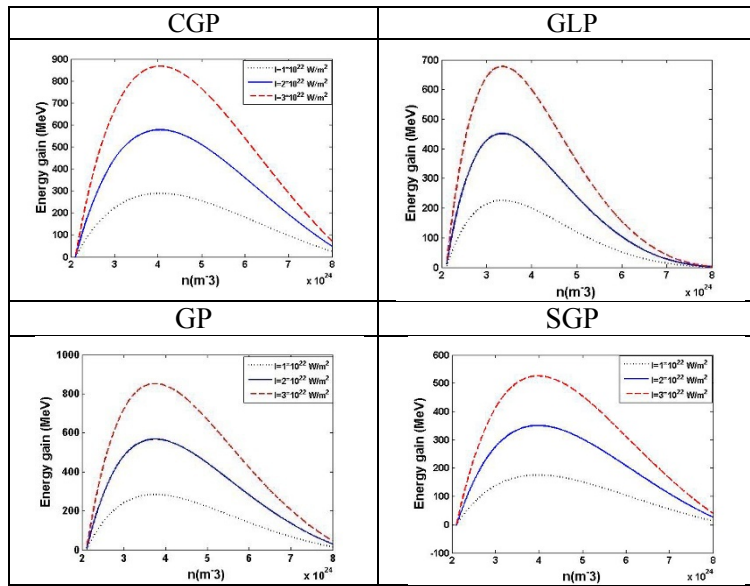
مجذور میدان الکتریکی این نوع تپ به صورت زیر است:



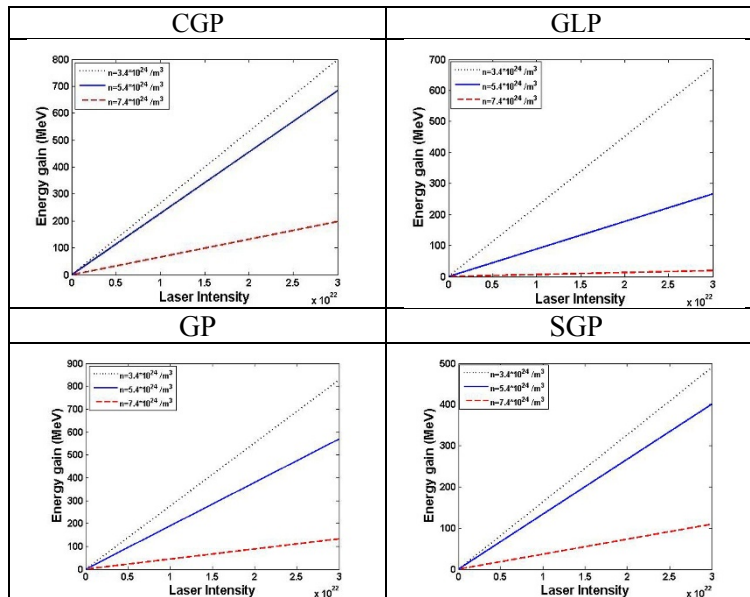
شکل ۱. توزیع میدان ردپای تپ‌ها بر حسب ξ برای شدت $2 \times 10^{22} \text{ W/m}^2$



شکل ۲. تغییرات دامنه میدان ردپای تپ‌ها بر حسب چگالی الکترونی برای شدت $2 \times 10^{22} \text{ W/m}^2$



شکل ۳. تغییرات انرژی کسب شده الکترون در میدان ردپای تپها بر حسب چگالی الکترونی



شکل ۴. تغییرات انرژی کسب شده الکترون در میدان ردپای تپها بر حسب شدت تپ لیزر

۵- نتیجه گیری

الف)- شکل ۱ توزیع میدان ردپای تپها را بر حسب ξ برای چگالی‌های الکترونی متفاوت نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که میدان ردپای تپ کسینوس-گوسی قویتر از میدان ردپای سایر تپها است که دلیل آن کوچکتر بودن پهنای این تپ نسبت به

از بررسی محاسبات و شبیه‌سازی‌های انجام شده، این‌طور نتیجه‌گیری می‌شود که:

مراجع

- [1] Huang C., et al., "QUICKPIC: A highly efficient particle – in – cell code for modeling wakefield acceleration in plasmas", Journal of Computational Physics, Vol. 217, 2006, pp. 657.
- [2] Kingham RJ, Bell AR., "Enhanced wakefields for the 1D laser wakefield accelerator", Physics Review Letter **Vol. 79**, 1997, pp. 4810.
- [3] Faure J., et al., "A laser – plasma accelerator producing monoenergetic electron beams", Nature, Vol. 431, 2004, pp.541–544.
- [4] Mangles S., et al., "Mono – energetic beams of relativistic electrons from intense laser–plasma interactions", Nature, Vol. 431, 2004, pp.535–538.
- [5] Katsouleas T., et al., "Plasma physics with GeV electron beams, comments on plasma physics and controlled fusion", Comments on Modern Physics, Vol. 1, 1999, pp. 99.
- [6] Lin Hai, Xu Zhizhan, Chen Li-Ming, Usami JCKieffer S, Ohsawa Y., " Laser wakefield and self-modulation of driving pulse", Phys Plasmas, Vol. 10, 2003, pp. 3371.
- [7] John Ford C., "Microwave Electron Linac in the Treatment of Cancer", IEEE, Chicago, Proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference.
- [8] Malik Hitendra K., et al., "Electron acceleration by laser produced wake field: Pulse shape effect", optics commun. Vol. 280, 2007, pp. 417-423.
- [9] Sprangle P, Hafizi B, Penano JR, Hubbard RF, Ting A, Moore CI, et al. "Wakefield generation and GeV acceleration in tapered plasma channels", Physical Review E, VOL. 63, 2001, PP. 056405
- [10] Tajima T., Dawson J.M., "Laser electron accelerator", Phys. Rev. Lett., Vol. 43, 1979, pp. 267–270.
- [11] Nadgaran H., Fallah R., "Thermally-affected Cosine-Gauss and Parabolic-Gauss beams and comparisons of Helmholtz–Gauss beam families", Optics Commun. 341, 2015, pp. 160-172.

تپ‌های دیگر است که می‌تواند سبب انتقال انرژی بیشتری به الکترون‌های پلاسما شود. همچنین مشاهده می‌شود با افزایش چگالی الکترونی پلاسما، رفتار میدان ردپای تپ‌ها با یکدیگر تفاوت دارد.

(ب) - شکل ۲ تغییرات دامنه میدان ردپای تپ‌ها را بر حسب چگالی الکترونی نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که ابتدا با افزایش چگالی حامل‌ها تا مقداری مشخص، دامنه‌ی میدان ردپای تپ‌ها افزایش پیدا می‌کند و سپس کاهش پیدا می‌کند.

(ج) - شکل ۳ تغییرات انرژی کسب شده الکترون در میدان ردپای تپ‌ها را بر حسب چگالی الکترونی نشان می‌دهد. محاسبات نشان می‌دهد که انرژی الکترون در میدان ردپای تپ‌ها با زیاد شدن چگالی الکترونی افزایش و سپس کاهش می‌یابد، زیرا با افزایش چگالی الکترونی، بزرگی میدان ردپا کاهش می‌یابد و برای حالتی که $\omega_p > \omega_l$ شود، تپ لیزر در پلاسما میرا شده است و فرآیند شتابدهی الکترون متوقف می‌شود. همچنین با بررسی شکل ۳ مشاهده می‌شود که بیشترین و کمترین انرژی را الکترون به ترتیب در میدان ردپای تپ‌های کسینوس-گوسی و سوپرگوسی کسب می‌کند.

(د) - شکل ۴ تغییرات انرژی کسب شده الکترون در میدان ردپای تپ‌ها بر حسب شدت تپ را برای چگالی‌های الکترونی متفاوت نشان می‌دهد. این شکل به وضوح نشان می‌دهد که مقدار انرژی الکترون در میدان ردپای تپ‌ها با افزایش شدت تپ‌ها به صورت خطی افزایش می‌یابد ولی در این حالت اگر چگالی الکترونی پلاسما را افزایش دهیم، میزان افزایش انرژی کسب شده الکترون نسبت به قبل کاهش پیدا می‌کند. بنابراین با توجه به نتایج بدست آمده، به وضوح تاثیر نوع و شکل تپ را بر روند شتابدهی الکترون در پلاسما مشاهده می‌شود.

