

# تأثیر طول کارگذاری زبری های مصنوعی غیر ممتد بر مشخصات پرش هیدرولیکی در حوضچه های آرامش شیبدار با شیب معکوس

روزبه ریاضی<sup>۱</sup>، امیر لویمی<sup>۲</sup>

۱- گروه عمران، واحد دهدشت، دانشگاه آزاد اسلامی، دهدشت، ایران

۲- گروه سازه های آبی، واحد شوشتر، دانشگاه آزاد اسلامی، شوشتر، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۲/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۴/۱۲

## چکیده

پرش هیدرولیکی از نوع جریان های متغیر سریع است که در آن جریان از حالت فوق بحرانی به زیر بحرانی تغییر می یابد که با افزایش ناگهانی سطح آزاد آب و افت انرژی قابل توجه همراه است. در تحقیق حاضر، اثر توأم طول کار گذاری زبری بستر و شیب معکوس در کانال مستطیلی بر مشخصات پرش هیدرولیکی به صورت آزمایشگاهی بررسی شده است. آزمایشها با استفاده از زبری غیر ممتد به شکل نیم دایره و با سه دبی ۱۴،۷، ۱۵ و ۱۵،۶ لیتر بر ثانیه بر شیب معکوس بهینه ۰،۰۰۵۲ که از مطالعات قبلی بدست آمده بود صورت گرفتند. محدوده ی اعداد فرود در طول مدت آزمایش بین ۴،۸۲ تا ۹،۴۸ متغیر بود. با افزایش طول کار گذاری زبری ها روی بستر تاثیر زبری بر مشخصات پرش هیدرولیکی نیز بیشتر شد و بهینه ترین نسبت طول کار گذاری به عمق اولیه ( $L_R/Y_1=83.33$ ) بدست آمد. در آزمایشگاه با توجه به نتایج حاصل از آزمایش مشخص شد که طول پرش ۶۰٪، طول غلتاب ۶۴،۷٪ و عمق ثانویه ۲۷٪ نسبت به پرش کلاسیک کاهش یافته است.

واژه های کلیدی: پرش هیدرولیکی، زبری بستر، شیب معکوس، حوضچه آرامش

## مقدمه

مختلف مطالعاتی را انجام داده اند. راجاراتنام (۱۹۶۸) اولین مطالعه بر روی بستر زبر را انجام داد. او زبری ها را به گونه ای در کف کانال قرار داد که هیچ گونه مقاومتی در برابر جت ورودی نداشتند لذا این کار مزیتی که نسبت به بلوک های حوضچه دارد رخ ندادن پدیده ی کاویتاسیون می باشد. لوت هاووزر و ایشکیلر (۱۹۷۵) جریان توربولنت را با بستر زبر با زبری های مصنوعی کرومی شکل از جنس توپ های پلاستیکی و نوارهای فلزی بر تخته چوبی را مطالعه و نشان دادند که ایجاد جریان فوق بحرانی توسعه یافته بر بستر زبر نیاز به طول محدودتری نسبت به بستر صاف دارد. هاگز و فلک (۱۹۸۳) و محمد علی (۱۹۹۱) تاثیر زبری های مکعبی شکل بر روی پرش هیدرولیکی را بررسی

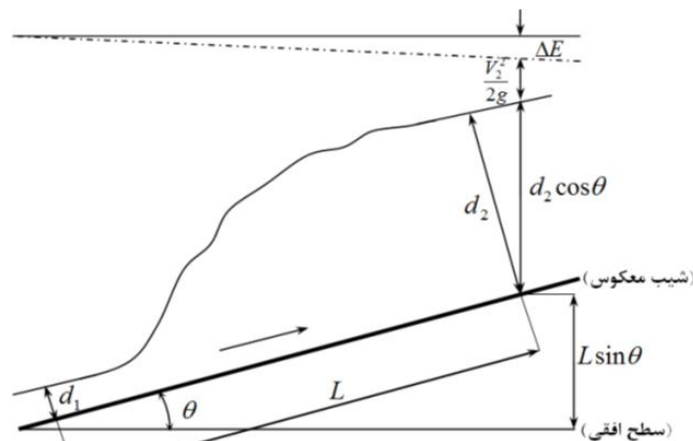
پرش هیدرولیکی از نوع جریان های متغیر سریع است که در آن جریان از حالت فوق بحرانی به زیر بحرانی تغییر می یابد که با افزایش ناگهانی سطح آزاد آب و افت انرژی قابل توجه همراه است. میشود. در زمینه ی پرش هیدرولیکی روی بستر معکوس مطالعاتی توسط محققین مختلف انجام گرفته است. راجاراتنام (۱۹۶۷، ۱۹۶۶) اولین مطالعات خود را انجام داد و به این نتیجه رسید که ثابت نگه داشتن پرش بصورت کامل روی شیب معکوس تقریباً نا ممکن است لذا پرش در شیب های معکوس را به عنوان پرش نوع F طبقه بندی کرد. همچنین در زمینه ی پرش هیدرولیکی روی بستر زبر محققینی

کردند. عبدالسلام و عبداللطیف (۱۹۸۴-۱۹۸۶) تأثیر تمرکز بلوک‌های مکعبی شکل را بررسی کردند که بر اساس مطالعه آنها بیشترین تمرکز زبری‌ها در کاهش طول پرش، ده درصد می‌باشد. الحمید (۱۹۹۴) با مطالعه آزمایشگاهی بر کانال مستطیلی با کف زبر شده بلوک‌های چوبی با طول ثابت اما دانسیته (تمرکز) متفاوت نشان داد که کاهش عمق ثانویه نیز تابعی از دانسیته می‌باشد و طول پرش در تراکم ۱۲ درصد به حداقل رسیده و از این تراکم بیشتر، افزایش می‌یابد. اید و راجاراتنام (۲۰۰۲) آنها پرش هیدرولیکی بر روی بستر موج دار سینوسی شکل برای اعداد فرود ۴ تا ۱۰ را انجام و به این نتیجه رسیدند که طول پرش تقریباً نصف طول آن روی بستر صاف است. مطالعه بر روی بسترهای طبیعی از جنس شن توسط کارولو و فرو (۲۰۰۷) انجام شد. آنها نشان دادند که زبری‌ها می‌توانند نسبت اعماق مزدوج و طول غلطاب و طول پرش را کاهش دهند. مطالعه پرش هیدرولیکی با زبری‌های یکنواخت، غیر یکنواخت توسط پاگیلارا (۲۰۰۸) صورت گرفت.

## مواد و روش‌ها

### تحلیل پرش بر روی شیب معکوس

در تحلیل جهش هیدرولیکی بر روی کانال‌های با شیب معکوس کف فرضیاتی در نظر گرفته می‌شود. از جمله مهمترین آنها می‌توان به ناچیز دانستن انحنا، خطوط جریان، صرفنظر کردن از افت ناشی از اصطکاک، یکنواخت فرض کردن جریان در مقاطع اولیه و ثانویه جهش، عدم شتاب در جریان و صرفنظر کردن از تأثیر اختلاط هوا در آب اشاره کرد. با کاربرد معادله‌ی اندازه حرکت در فاصله‌ی کوتاهی از یک کانال افقی با سطح مقطع مستطیلی (شکل ۱)، می‌توان تأثیر اصطکاک و وزن موثر آب صرفنظر کرد و نیروی مخصوص در دو مقطع ۱ و ۲ را با هم برابر قرار داده و معادله‌ی بین اعماق مزدوج  $d_1$  و  $d_2$  را برای جهش کلاسیک بدست آورد.



شکل ۱- تحلیل جهش هیدرولیکی روی شیب معکوس

می‌تواند مشخصات پرش هیدرولیکی را کاهش دهد. زبری در کف باعث کاهش طول پرش و عمق پایاب خواهد شد و نهایتاً سازه‌های مستهلک کننده انرژی از نوع پرش می‌توانند اقتصادی تر طراحی شوند.

زبری کف حوضچه تأثیر قابل ملاحظه‌ای در میزان طول حوضچه دارد، استفاده همزمان از شیب معکوس به همراه زبری در کف کانال می‌تواند بر مشخصات پرش تأثیرگذار باشد. استفاده از زبری کف

### آنالیز ابعادی

خصوصیات پرش هیدرولیکی در بسترهای زبر و شیب معکوس به پارامترهای زیر بستگی دارد:

$$f_1(V_1, \rho, g, \gamma_1, \gamma_2, k_R, L_r, L_j, q, L_R, I, \nu, \xi, \eta) = 0 \quad (1)$$

که در این معادله،  $V_1$  سرعت اولیه جریان،  $\rho$  جرم واحد حجم آب،  $g$  شتاب ثقل زمین،  $\gamma_1$  عمق اولیه پرش،  $\gamma_2$  عمق ثانویه پرش،  $k_R$  ارتفاع معادل زبری،  $L_r$  طول غلتاب،  $L_j$  طول پرش،  $q$  دبی در واحد عرض،  $L_R$  طول کارگذاری زبری ها،  $I$  تراکم زبری ها،  $\nu$  ویسکوزیته،  $\xi$  شکل زبری ها و  $\eta$  نوع آرایش زبری ها می باشد.

با استفاده از رابطه آنالیز ابعادی رابطه فوق را می توان به شکل زیر نوشت:

$$f_2\left(\frac{V_1}{\sqrt{gY_1}}, \frac{V_1 Y_1}{\nu}, \frac{\gamma_2}{\gamma_1}, \frac{L_R}{L_j}, \frac{L_r}{L_j}, \frac{q}{\nu Y_1}, I, \eta, \xi\right) = 0 \quad (2)$$

با توجه به اینکه در طول مدت آزمایش ها عدد رینولدز بین ۳۳۴۰۰ تا ۳۶۷۰۰ متغییر می باشد و جریان کاملاً آشفته است تاثیر لزجت خیلی کم می باشد و از

تاثیر لزجت صرف نظر میشود همچنین با توجه به ثابت بودن مواردی نظیر شکل زبری، تراکم، نوع آرایش زبری ها و ارتفاع زبری ها در آزمایشات آنها را از رابطه فوق حذف و رابطه باز نویسی می شود.

$$f_3\left(\frac{V_1}{\sqrt{gY_1}}, \frac{\gamma_2}{\gamma_1}, \frac{L_R}{L_j}, \frac{L_r}{L_j}, \frac{q}{\nu Y_1}\right) = 0 \quad (3)$$

### بررسی آزمایشگاهی

برای انجام این تحقیق که شامل اثر زبری بستر همراه شیب معکوس بر مشخصات پرش هیدرولیکی بود از فلوم آزمایشگاهی ساخته شده در آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده کشاورزی دانشگاه شوستر استفاده شد. فلوم مورد استفاده در این تحقیق، ۱۲ متر طول، ۴۰ سانتی متر عرض و ۴۰ سانتی متر ارتفاع دارد. همچنین این فلوم دارای دو دریچه در ابتدا و انتها بود که دریچه ابتدایی برای ایجاد پرش و دریچه انتهایی برای تثبیت پرش مورد استفاده قرار می گرفت. همچنین برای تنظیم دبی ورودی به فلوم از یک شیر فلکه ورودی نصب شده قبل از فلوم استفاده شد.



شکل ۲- نمایی از فلوم آزمایشگاهی و زبری های کارگذاری شده در کف فلوم

متر مکعب بر ثانیه برای انجام آزمایشها در نظر گرفته شد. سپس شیب کف فلوم را صفر و به ازای هر بازشدگی دریچه سه آزمایش با سه دبی متفاوت صورت گرفت و داده های آزمایشها برداشت شد. در کل برای

روش انجام آزمایش بدین صورت بود که سه باز شدگی متفاوت به اندازه های ۲، ۳، ۲ و ۲۶ سانتیمتر برای دریچه کشویی ابتدای فلوم و همچنین سه دبی متفاوت به اندازه های ۰،۰۱۴۷، ۰،۰۱۵۰ و ۰،۰۱۵۶

### نتایج و بحث

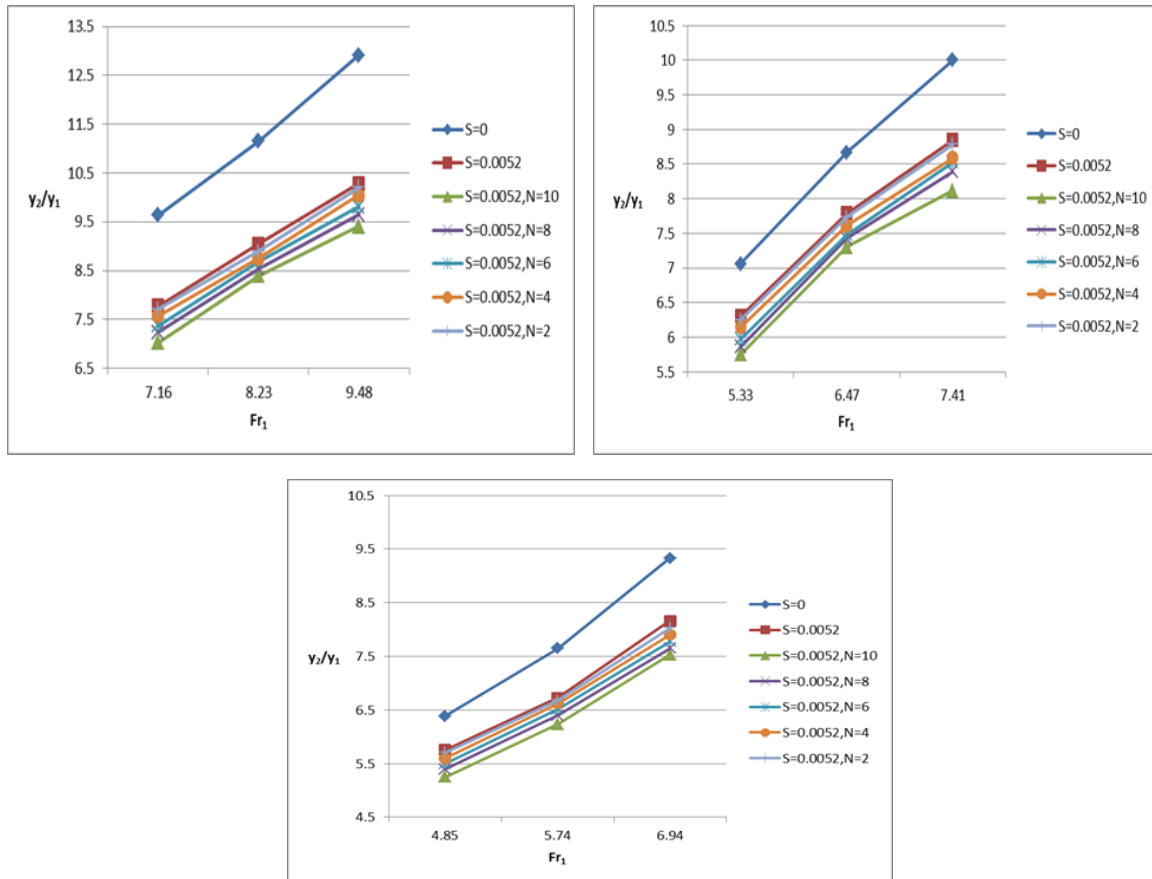
برای بررسی مشخصات پرش هیدرولیکی روی بسترهای زبر همراه شیب معکوس مشخصات پرش نظیر نسبت اعماق ثانویه به اولیه، طول نسبی پرش، طول غلتاب پرش، درصد افت انرژی نسبی و نسبت طول کارگذاری به عمق اولیه مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

### نسبت عمق ثانویه به عمق اولیه در پرش

#### هیدرولیکی

با توجه به نتایج حاصل از آزمایش‌ها بر روی بسترهای باشیب کف صفر و کف معکوس با بستر زبر تغییرات عمق ثانویه به عمق اولیه در شکل (۳) با سه بازشدگی متفاوت دریاچه (۲، ۳، ۲ و ۶) سانتیمتر نشان داده شده است. بطور کلی با توجه به این شکل‌ها نتیجه می‌شود که عمق ثانویه با افزایش عدد فرود افزایش یافته و همچنین مشاهده می‌شود که زبری کف باعث کاهش عمق ثانویه می‌شود که این کاهش برای باز شدگی دریاچه ۲ سانتی متر برابر ۲۷٪، برای باز شدگی دریاچه ۳، ۲ سانتی متر برابر ۱۸،۹٪ و برای باز شدگی دریاچه ۶، ۲ سانتی متر برابر ۱۹،۳٪ است.

شیب صفر ۹ آزمایش انجام شد که به عنوان آزمایشات شاهد در نظر گرفته شد تا داده‌های بدست آمده از آزمایش‌های با طول کارگذاری زبری با آن مقایسه شود. در مطالعات قبلی که تأثیر شیب معکوس بر مشخصات پرش هیدرولیکی صورت گرفت یک شیب به عنوان شیب بهینه بدست آمد که مقدارش برابر ۰،۰۵۲ می‌باشد. لذا در طول آزمایشات از این شیب به عنوان شیب معکوس استفاده شد. پس از معکوس کردن شیب فلوم برای هر سه بازشدگی و سه دبی کف فلوم به طول ۱ متر زبری کارگذاری شد که در این ۱ متر تعداد ۱۰ عدد زبری روی کف فلوم چسبانده شد. پس از تشکیل پرش روی این تعداد زبری داده‌ها برداشته شد و بعد از آن دو عدد از زبری‌ها کم و دوباره برای سه بازشدگی و سه دبی آزمایش انجام و داده‌ها برداشت شد. در ادامه در هر مرحله دو عدد زبری کم و بعد از انجام آزمایش داده‌ها برداشت می‌شد تا جایی که داده‌های آزمایش با دو عدد زبری نزدیک به داده‌های آزمایش شیب معکوس که در مطالعات قبلی بدست آمده بود رسید. در مجموع برای کارگذاری زبری روی کف ۴۵ آزمایش صورت گرفت.

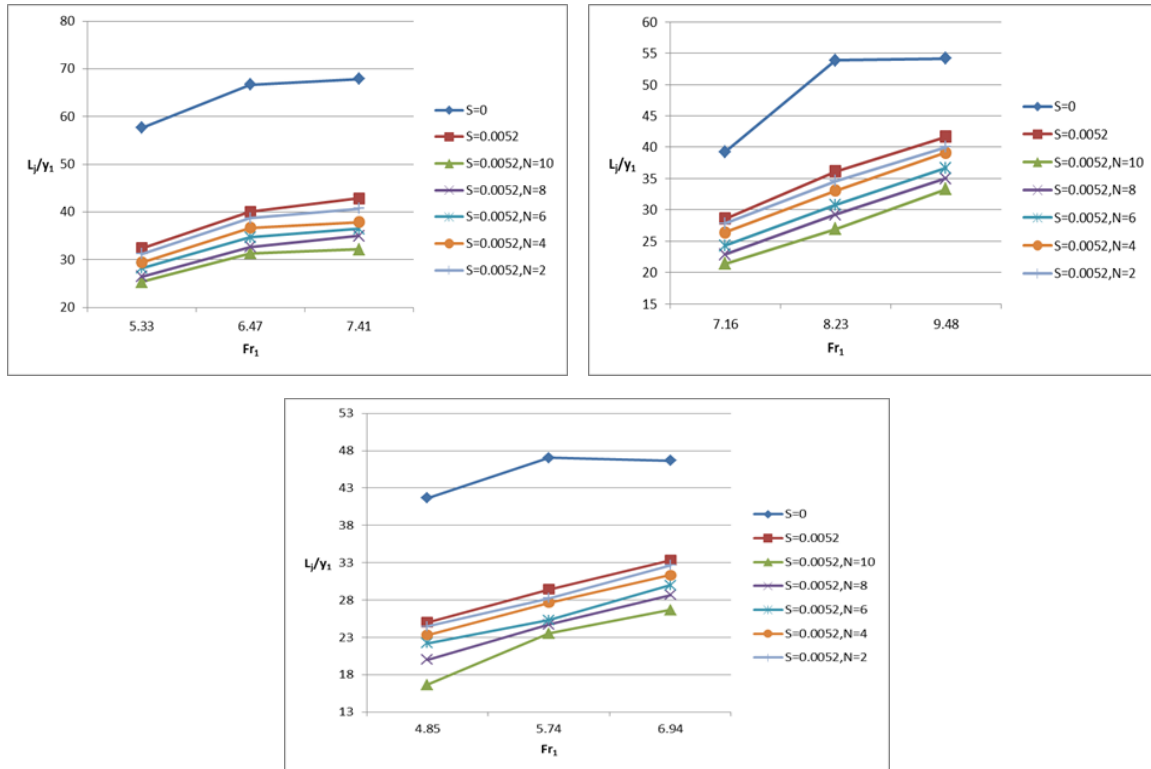


شکل ۳- تغییرات نسبت عمق ثانویه به عمق اولیه در مقابل عدد فرود در شیب های مختلف

### نسبت طول پرش به عمق اولیه در پرش هیدرولیکی

شکل (۴) نمودارهای مربوط به نسبت طول پرش به عمق اولیه در مقابل عدد فرود در بازشدگی دریچه ۲، ۳، ۲، ۳، ۲ و ۲، ۶ سانتیمتر را نشان میدهد. با توجه به نتایج حاصل از آزمایش های صورت گرفته روی بسترهای زبر با شیب کف معکوس و مقایسه آنها با شیب کف معکوس بدون زبری نمودار تغییرات نسبت طول پرش

به عمق اولیه نشان میدهد که با افزایش عدد فرود، نسبت طول پرش به عمق اولیه نیز افزایش می یابد. همچنین با مشاهده این نمودارها شاهد کاهش نسبت طول پرش به عمق اولیه با طول کارگذاری های مختلف زبری نسبت به شیب صفر است که این کاهش برای بازشدگی دریچه ۲ سانتی متر برابر ۵۰٪، برای بازشدگی دریچه ۲، ۳ سانتی متر برابر ۵۶٪ و برای بازشدگی دریچه ۲، ۶ سانتی متر برابر ۶۰٪ است.

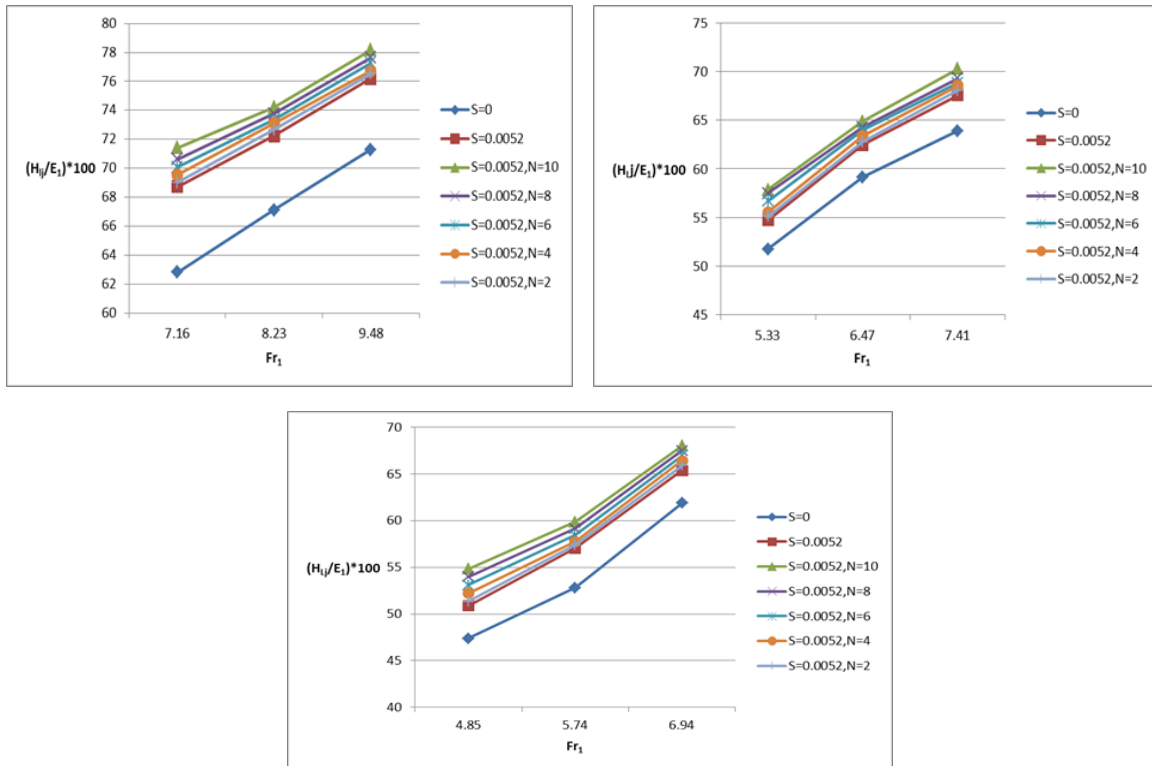


شکل ۴- تغییرات نسبت طول پرش به عمق اولیه در مقابل عدد فرود در شیب‌های مختلف

ضریب زبری و عدد فرود افت انرژی نسبی افزایش میابد. این تغییرات در اعداد فرود حداقل کمتر است. همچنین با مشاهده این نمودارها شاهد افزایش درصد افت انرژی نسبی با طول کارگذاری‌های مختلف زبری نسبت به شیب صفر هستیم که این افزایش برای باز شدگی دریاچه ۲ سانتی متر برابر ۱۳٫۷٪، برای باز شدگی دریاچه ۳،۲ سانتی متر برابر ۱۱٫۸٪ و برای باز شدگی دریاچه ۲٫۶ سانتی متر برابر ۱۵٫۷٪ است.

#### درصد افت انرژی نسبی در مقابل عدد فرود در پرش هیدرولیکی

افت نسبی انرژی پرش هیدرولیکی عبارت است از  $\Delta E/E_1$  که اختلاف انرژی مخصوص در ابتدا ( $E_1$ ) و انتهای پرش ( $E_2$ ) میباشد. شکل (۵) تغییرات درصد نرخ افت انرژی را به ازای اعداد فرود اولیه در باز شدگی دریاچه ۲، ۳، ۲٫۶ سانتی متر را نشان میدهد. در این شکل‌ها مشاهده میشود که با افزایش

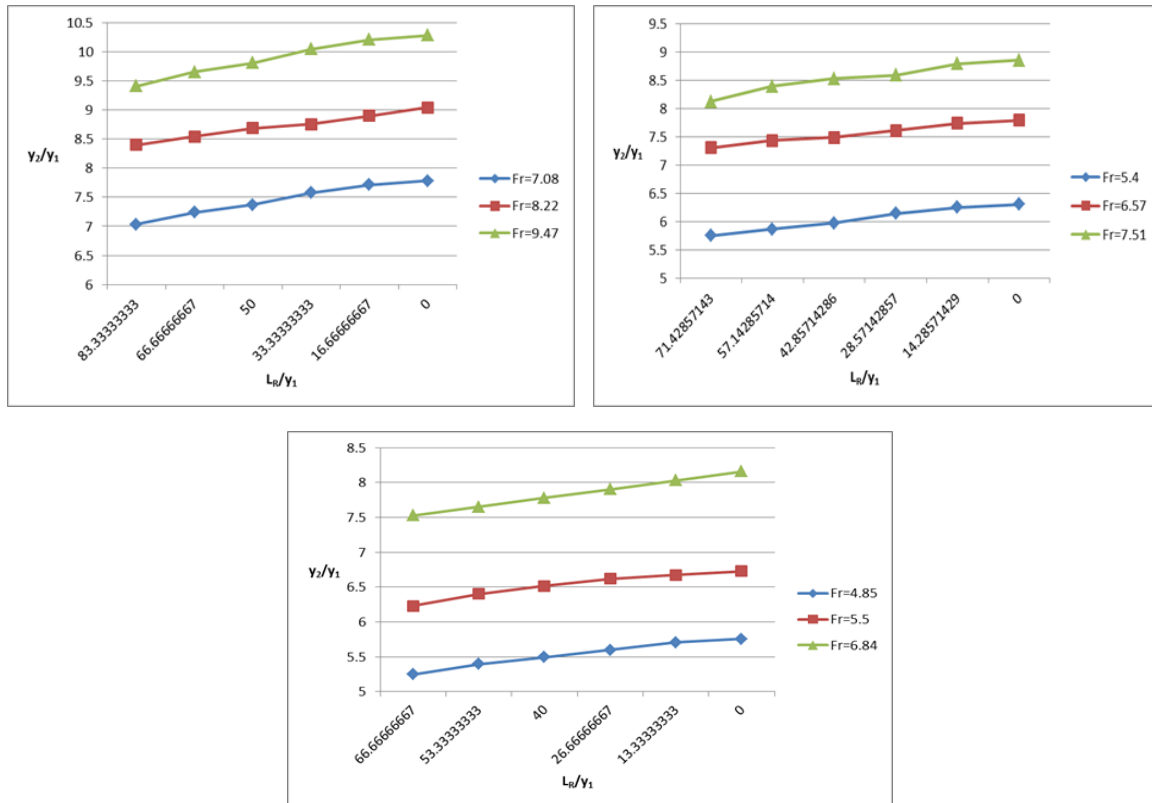


شکل ۵- تغییرات درصد افت انرژی نسبی در مقابل عدد فرود در شیب های مختلف

### تاثیر طول کارگذاری زبری کف بر عمق ثانویه پرش هیدرولیکی

شکل ۶ نمودارهای مربوط به تغییرات نسبت عمق ثانویه به عمق اولیه در مقابل نسبت طول کارگذاری به عمق اولیه را نشان میدهد. با مشاهده این نمودار مشخص می شود با افزایش عدد فرود، نسبت عمق ثانویه به عمق اولیه افزایش یافته است. همچنین از این نمودار میتوان نتیجه گرفت که با افزایش طول کارگذاری زبری نسبت عمق ثانویه به عمق اولیه در اعداد فرود مختلف نسبت به بستر افقی و شیب معکوس بهینه کاهش یافته است. که این نشان

دهندهی تاثیر زبری بر مشخصات پرش هیدرولیکی و کاهش آنها نسبت به پرش کلاسیک است. همچنین در نمودارها مشاهده می شود که نسبت عمق ثانویه به عمق اولیه در مقابل نسبت طول کارگذاری به عمق اولیه کاهش داشته که این کاهش برای بازشدگی دریچه ۲ سانتی متر برابر ۱۶٫۲ درصد، برای بازشدگی دریچه ۳ سانتی متر برابر ۲۱٫۲ درصد و برای بازشدگی دریچه ۴ سانتی متر برابر ۱۷٫۶ درصد می باشد. درنهایت با توجه به این نمودارها می توان نتیجه گیری کرد که نظر به کاهش شیب نمودار، تاثیر کارگذاری زبری ها نیز کمتر شده است.



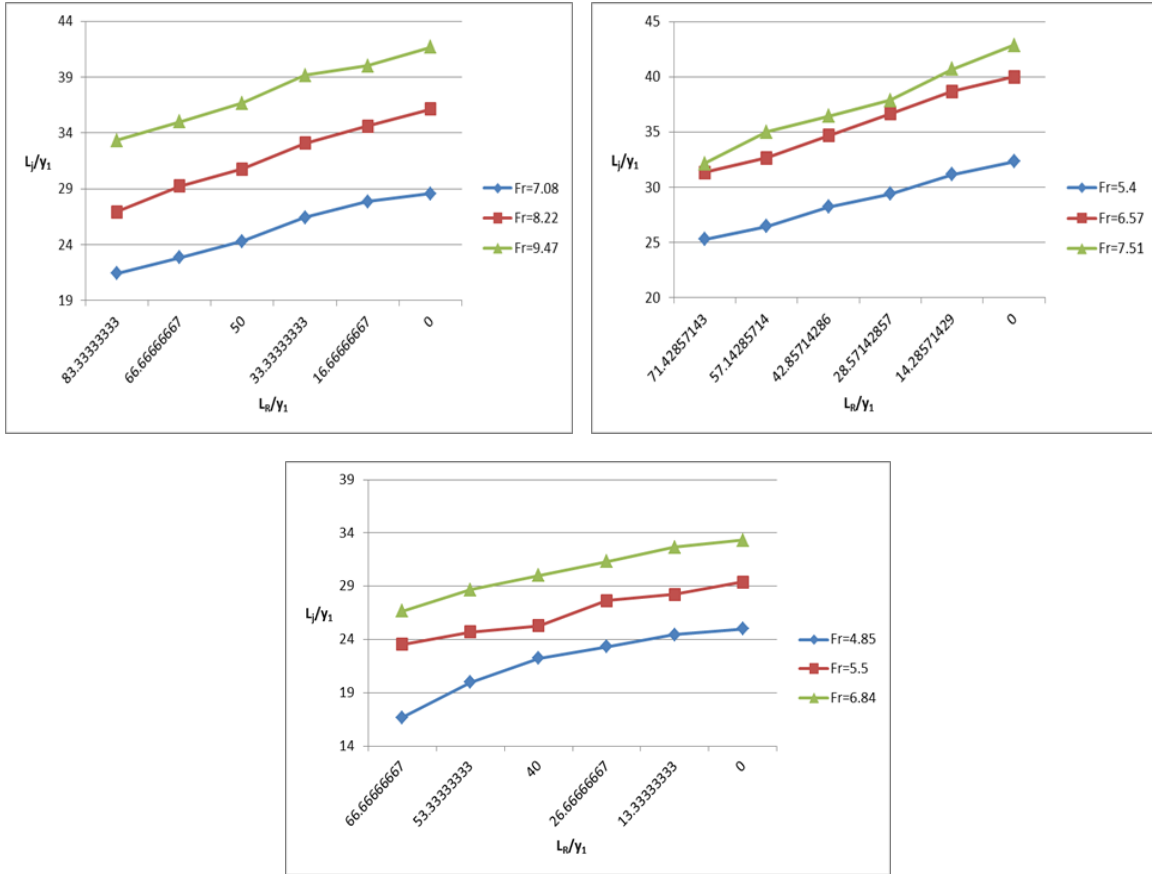
شکل ۶- تأثیر طول کارگذاری زبری بر نسبت عمق ثانویه به عمق اولیه با اعداد فرود مختلف

دهنده‌ی تأثیر زبری بر مشخصات پرش هیدرولیکی و کاهش آنها نسبت به پرش کلاسیک است. همچنین در نمودارها مشاهده می‌شود که نسبت طول پرش به عمق اولیه در مقابل نسبت طول کارگذاری به عمق اولیه کاهش داشته که این کاهش برای بازشدگی دریاچه ۲ سانتی متر برابر ۲۱٫۸ درصد، برای بازشدگی دریاچه ۳،۳ سانتی متر برابر ۱۹٫۷ درصد و برای بازشدگی دریاچه ۲٫۶ سانتی متر برابر ۲۹٫۱ درصد می‌باشد. در این نمودارها نیز ملاحظه می‌گردد که با افزایش طول کارگذاری، از شیب تغییرات کاسته شده که نشان دهنده کاهش تأثیر کارگذاری زبری ها می‌باشد.

### تأثیر طول کارگذاری زبری کف بر طول پرش هیدرولیکی

شکل ۷ نمودارهای مربوط به تغییرات نسبت طول پرش به عمق اولیه در مقابل نسبت طول کارگذاری به عمق اولیه را نشان میدهد. با مشاهده این نمودار مشخص می‌شود با افزایش عدد فرود، نسبت عمق طول پرش به عمق اولیه افزایش یافته است. همچنین از این نمودار میتوان نتیجه گرفت که با افزایش طول کارگذاری زبری نسبت طول پرش به عمق اولیه در اعداد فرود مختلف نسبت به بستر افقی و شیب معکوس بهینه کاهش یافته است. که این نشان





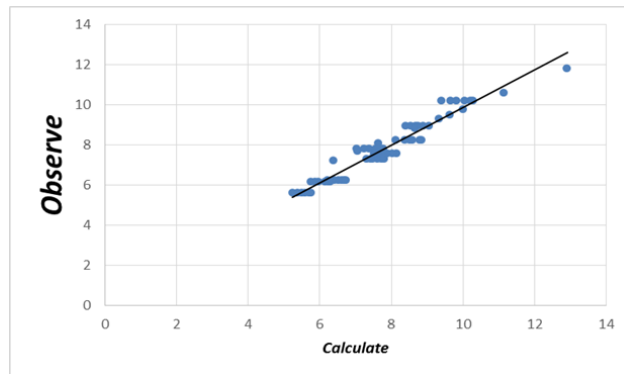
شکل ۷- تاثیر طول کارگذاری زبری بر طول پرش با اعداد فرود مختلف

رابطه بدست آمده برای نسبت اعماق مزدوج

$$\frac{y_2}{y_1} = 35.155 - 42.50 S + 2.572 Fr_1 \quad (4)$$

در این رابطه  $R^2=0.969$  و  $S$  = شیب کف  
 در شکل (۸) نتایج مشاهداتی و نتایج بدست آمده از  
 رابطه (۴) با هم مقایسه شده‌اند.

روابط بدست آمده با استفاده از نرم افزار SPSS  
 با استفاده از داده های بدست آمده و پارامترهای  
 بی بعد مؤثر و با استفاده از نرم افزار تحلیل آماری  
 SPSS روابط بی بعدی بدست آمد تا بتوان از این روابط  
 در پروژه های عملی استفاده کرد.



شکل ۸ - مقایسه داده های مشاهداتی و محاسباتی بر اساس رابطه (۴)

با بهینه‌ترین حالت طول کارگذاری زبری به ترتیب ۵۰، ۶۴ و ۵۰ درصد کاهش داشت.

۴. در بازشدگی دریاچه شامل ۲، ۳، ۲ و ۲٫۶ سانتی متر عمق ثانویه از شیب صفر به شیب معکوس با بهینه‌ترین حالت طول کارگذاری زبری به ترتیب ۲۷، ۱۸، ۹ و ۱۹، ۳ درصد کاهش داشت.

۵. در بازشدگی ۲، ۳، ۲ و ۲٫۶ سانتی متر درصد افت انرژی نسبی از شیب صفر به شیب معکوس با بهینه‌ترین حالت طول کارگذاری زبری به ترتیب ۷، ۱۳، ۸ و ۱۱، ۷ درصد افزایش داشت.

۶. در بازشدگی ۲ سانتیمتر بهینه‌ترین حالت طول کارگذاری به عمق اولیه ( $L_R/Y_1$ ) برابر ۸۳، ۳۳ و کمترین مقدار طول کارگذاری به عمق اولیه ( $L_R/Y_1$ ) برابر ۱۴، ۲۸، در باز شدگی ۲، ۳ سانتیمتر بهینه‌ترین حالت طول کارگذاری به عمق اولیه ( $L_R/Y_1$ ) برابر ۷۱، ۴۲ و کمترین مقدار طول کارگذاری به عمق اولیه ( $L_R/Y_1$ ) برابر ۱۱، ۷۶ و در بازشدگی ۲٫۶ سانتیمتر بهینه‌ترین حالت طول کارگذاری به عمق اولیه ( $L_R/Y_1$ ) برابر ۶۶، ۶۶ و کمترین مقدار طول کارگذاری به عمق اولیه ( $L_R/Y_1$ ) برابر ۱۱، ۱۱ بدست آمد.

همانگونه که در نمودار مشاهده میشود، نتایج مشاهداتی و محاسباتی تطابق نسبتاً خوبی را نشان می‌دهند.

### نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر، تأثیر توام زبری بستر همراه شیب معکوس بر مشخصات پرش هیدرولیکی شامل نسبت عمق ثانویه، طول پرش، طول غلتاب، درصد افت انرژی نسبی و طول کارگذاری زبری بررسی شده است. نتایج حاصل از این تحقیق به شرح زیر است:

۱. شیب معکوس به همراه زبری کف بر مشخصات پرش هیدرولیکی نظیر طول پرش، طول غلتاب و عمق ثانویه تأثیر گذار و آنها را نسبت به حالت پرش کلاسیک کاهش داد. همچنین شیب معکوس و زبری کف بر درصد افت انرژی نسبی تأثیرگذار و آنرا نسبت به پرش کلاسیک افزایش داد.

۲. در بازشدگی ۲، ۳، ۲ و ۲٫۶ سانتی متر طول پرش از شیب صفر به شیب معکوس با بهینه‌ترین حالت طول کارگذاری زبری به ترتیب ۵۰، ۵۶ و ۶۰ درصد کاهش داشت.

۳. در گشودگی‌های مختلف شامل ۲، ۳، ۲٫۶ سانتی متر طول غلتاب از شیب صفر به شیب معکوس

### منابع

۱. ابریشمی؛ ج و حسینی؛ م. (۱۳۷۹). هیدرولیک کانالهای باز؛ مشهد: دانشگاه امام رضا (ع)؛ چاپ بیست و نهم.
۲. بیرامی؛ م. (۱۳۷۶). سازه‌های انتقال آب؛ اصفهان: دانشگاه صنعتی اصفهان؛ چاپ هشتم.
۳. محمودیان شوشتری؛ م. (۱۳۸۵). اصول جریان در مجاری باز؛ اهواز: دانشگاه شهید چمران؛ جلد اول؛ چاپ دوم.
۴. دستورانی؛ م و نصرآبادی؛ م. (۱۳۹۰). اثر زبری بستر بر مشخصات پرش هیدرولیکی روی شیب معکوس؛ مجله پژوهش آب ایران؛ ۵(۹): ۹۱-۱۰۰.
5. Abrishami J., Saneie M. (1994). "Hydraulic jump in adverse basin slopes". Int. J. Water Res. Eng., 21: 51-63.
6. Alhamid, A.A. (1994). 'Effective roughness on horizontal rectangular stilling basins'. Transaction on Ecology and the environment, vol. 8.
7. Beirami M.K., Chamani M.R. (2006). "Hydraulic jumps in sloping channels: sequent depth ratio". Journal of Hydraulic engineering. 132(10): 1061-1068.
8. Blaisdell, F.W. (1948). "Development of hydraulic design of saint Anthony Falls stilling basins". Trans, ASCE, 113.

9. Carolo, F.G. Ferro, V. and pam palone, V. (2007). "Hydraulic Jumps on rough beds". J. of Hyraulic Engrg, ASCE, 133.
10. Chow V.T. (1959). "Open-Channels Hydraulics". McGraw-Hill, New York, 425-429.
11. Khadar M.H.A., Rajagopal S. (1972). "Hydraulic jump in adverse channel slopes". Irrig. PWT. 29: 77-82.
12. Kindswater, C.E. (1942). "The Hydraulic jump in sloping channels". Transaction ASCE, paper No.2228. 1107-1116.
- hydraulic jump". J. Hydraul. Eng. 126, 847 (2000).
13. Rajaratnam N. (1966). "The hydraulic jump in sloping channel". Irrigation and Power, Vol.23, No.2, April 137-149.
14. Rajaratnam N. (1967). " Hydraulic jumps". In Advances in Hydrosience, Ed. Ven Te Chow, Vol.4, P.254.

