# بکارگیری نویز سفید[1] در تعیین خواص دینامیکی تیرهای لانه زنبوری

**محمدعلی لطف اللهی یقین، استادیار گروه عمران، دانشگاه ارومیه**

پست الکترونیکی ma.lotfollahi@mail.urmia.ac.ir

**چکیده**

در بررسی خواص دینامیکی تیرهای لانه زنبوری لازم است که شدت تحریک مود دینامیکی این تیرها در ازای بارگذاری های مختلف مورد بررسی قرار گیرد. واضح است که در ازای بارگذاری خاص کلیه مودهای یک سازه تحریک نشده و واکنش سازه به خواص بارگذاری، بستگی کامل دارد. در مقاله حاضر با استفاده از روش المانهای محدود (نرم افزار ANSYS) یک بار دینامیکی با خواص نویز سفید در یک باند فرکانسی مناسب روی تیرهای طره لانه زنبوری و پروفیل های معمولی اعمال و خصوصیات دینامیکی و مودهای مختلف تحریک شده آنها مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته اند. ملاحظه می شود که برای تحریک و شناسایی خواص دینامیکی این تیرها نوع بارگذاری کاملاً مهم می باشد. در تیر طره با بارهای گسترده یکنواخت با خواص نویز سفید صرفاً بعضی از مودهای ارتعاشی یعنی مودهای خمشی تحریک شده و اثر بعضی از مودهای دیگر از جمله مودهای پیچشی حذف می گردد. لذا برای تحریک کلیه مودها بایستی بارگذاریهایی با باند مناسب فرکانسی اعمال شود که بتواند کلیه مودهای ارتعاشی تیر را تحریک نماید. همچنین قابل ذکر است که روش جاری مبین ضعیفتر بودن تیرهای لانه زنبوری در مقایسه با تیرهای معمولی در ازای بارهای ثقلی دینامیکی است، که این بارها مولد لنگرهای خمشی و تحریک مودهای خمشی می گردد.

**کلید واژه ها:** تیر طره، لانه زنبوری، مودهای خمشی، المانهای محدود، طیف پاسخ، نویز سفید

## ۱- مقدمه

در تحلیل مودال سازه های دینامیکی معمولاً لازم است تعداد مودهای مورد نظر برای هر تحلیل به تناسب دقت و اهمیت تحقیق از ابتداء فرض شود. در طول تحلیل مقادیر فرکانس ها به ترتیب صعودی تعیین و افزایش شماره مودها مبین کاهش اهمیت آنها روی پاسخ دینامیکی سازه خواهد بود، ولی متاسفانه بطور دقیق وزن و تأثیر مودهای بالاتر مشخص نخواهد شد. لذا برای تحلیلگر مشخص نیست که تا کدام مود بایستی تحلیل انجام گیرد ناچاراً انتخاب تعداد مودهای مورد بررسی تابع تجربه فرد خواهد بود. در این مقاله به شیوه دیگری که بکارگیری نویز سفید میباشد متوسل شده و از دیدگاه دیگری تحلیل دینامیکی تیر طره دنبال شده است. در شیوه جدید تعیین قبلی تعداد مودها و اعمال محدودیت روش شماره آنها ضرورتی ندارد، بلکه پس از تحلیل، کلیه مودهای فعال متناسب با شرایط بار همراه با وزن و مقدار اثر آنها خود را نشان خواهد داد.

در راستای بررسی خصوصیات دینامیکی تیرهای لانه زنبوری و در کنار آن تیر با پروفیل معمولی بعنوان المان شاهد، تیر طره تحت بارگذاری گسترده یکنواخت با باند فرکانس نوسانی نویز سفید قرار داده می شود. تحت بار فوق واکنشهای

مختلف تیر از جمله تغییر مکان، لنگر خمشی و شتاب تعیین و تابع چگالی طیفی[۲] توان واکنشهای مذکور تهیه و مورد بحث و بررسی قرار می گیرد.

## ۲- سیستم های دینامیکی و تحلیل فرکانسی تحت بارهای تصادفی

هر سیستم فیزیکی اعم از یک سازه یا ماشین و یا مدار الکترونیکی، چنانچه تحت یک ورودی (نیروی وارده) مانند x(t) قرار گیرد واکنشی مانند y(t) نشان خواهد داد. چنانچه تعداد زیادی ورودی مثلاً $x_1(t)$ و $x_2(t)$ و... سیستم را تحریک کند تعداد خروجی ها هم متناسباً $y_1(t)$ و $y_2(t)$ و ... واکنشهای سازه را تشکیل خواهند داد. ورودیها ممکن است نیرو، فشار، نیروی زلزله یا حرکت زمین و یا امواج دریا باشند. واکنشها نیز می توانند تغییر مکان، لنگر، سرعت، شتاب، ولتاژ و غیره باشند. در سیستم های خطی ارائه رابطه بین ورودی و خروجی با معادله دیفرانسیلی ممکن خواهد بود. با عنایت به شکل ۱ می توان مشخصات یک ورودی را تحت خواص دینامیکی خود به خروجی مناسب تبدیل کرد[1].

**شکل۱: تحریک و پاسخ در سیستم خطی [1]**

یکی از روشها برای شناسائی خواص دینامیکی یک سازه، بکارگیری روش تابع پاسخ ضربه[۳] است، که توسط یک اغتشاش مناسب (ضربه واحد) در زمان صفر ایجاد می شود. در پاسخ به چنین ورودی، سیستم بطور ناگهانی از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از نوساناتی حالت تعادل استاتیکی را بعد از مرور زمان به آرامی باز می‌یابد. چنانچه پاسخ گذرا را برای کل زمان یعنی تا تعادل استاتیکی بعد از اغتشاش اندازه گیری کنیم، پاسخ بصورت شکل ۲ تحت نام تابع پاسخ ضربه $h(t)$ بدست خواهد آمد. مقدار تابع ضربه برای زمان قبل از اعمال ضربه صفر بوده، و شکل نوسان برای هر سیستم دینامیکی ثابت است.

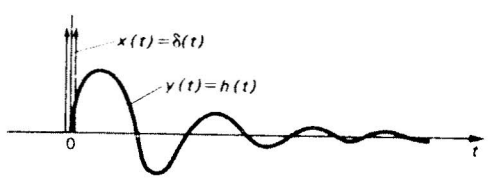
روش دیگری که برای تحلیل و تعیین مشخصات سیستمهای دینامیکی خطی بکار گرفته می شود روش پاسخ فرکانسی[۴] است. پاسخ فرکانسی با دو کمیت مستقل بنامهای دامنه و فاز بیان شده ضمنا بصورت یکعدد مختلط نیز تحت نام تابع تبدیل سیستم سازه[۵] شناخته می شود. این تابع نیز مشابه دامنه و فاز صرفاً تابعی از فرکانس بوده و بازای هر فرکانس خاص دارای یک مقدار ثابت بوده ولی شامل قسمت حقیقی و مجازی است. از آنجا که با شناسائی تابع پاسخ فرکانسی و یا تابع پاسخ ضربه ای مشخصات دینامیکی سیستم بطور کلی تعریف می شود، لذا بایستی بتوان بین این دو تابع رابطه ای تعیین کرد، که چنین رابطه ای با روش تبدیل فوریه و بکارگیری محتوای فرکانسی آن فراهم می شود. بعبارت دیگر تابع پاسخ فرکانسی، تبدیل فوریه تابع پاسخ ضربه ای است [2].

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-i\omega t} dt \qquad (۱)$$

در تحلیل یک سیستم دینامیکی تحت بار تصادفی، محرک در هر لحظه قابل پیش بینی نبوده و تعیین مقدار واکنش نیز بصورت جزمی[۶] میسر نیست، لذا می توان برای بررسی مشخصات واکنش سازه از تحلیل طیفی بهره گرفت. در این حالت تابع چگالی طیفی توان واکنش را می توان از حاصلضرب تابع چگالی طیفی توان در اپراتور دامنه واکنش[۷] بصورت زیر تعیین نمود[2].

$$S_{yy}(\omega) = \left|H(\omega)\right|^2 S_{xx}(\omega) \qquad (۲)$$

بدیهی است از بررسی دقیق تابع چگالی طیفی توان واکنش نه تنها خواص این واکنش تعیین می شود بلکه می توان خواص دینامیکی سیستم را ارزیابی نمود.




## ۳- معرفی نرم افزار و نوع المان اجزاء محدود

برای تحلیل عددی در این مقاله روش المانهای محدود و نرم افزار ANSYS 5.4 بکار گرفته شده است. بدلیل وجود توانائی در المان SHELL 63 برای بکارگیری در هر دو اعضاء پوسته ای و خمشی و نیز امکان اعمال نیرو در صفحه المان یا عمود بر آن، این المان در هر دو تیر لانه زنبوری و نیمرخ معمولی اعم از بال یا جان آنها بکار گرفته شده است. المان در

هـر گـره دارای سـه آزادی انتقالی و سه درجه حرکت چرخشی حـول محورهای کارتزین می باشد. مشخصات کامل این المان در بـند 4.63 و 14.63 مـنوئال ANSYS 5.4 و همچنـین در ANSYS 5.5 ارائـه شـده اسـت[3]. پـروفیلها طـبق معمـول فولادی و از جنس آهن نرمه با وزن مخصوص $7800\ Kgf/m^3$ و دارای ضـخامت یکسـان در ورق هـای بال و جان می باشد. ضمناً برای ترسیم و نشان دادن تابع چگالی طیفی توان واکنش هـای مخـتلف تیـرها (تغییـر مکـان، لنگر و شتاب) از نرم افزار MATLAB بهره گرفته شده است[4].

## ٤- اثر نویز سفید در واکنش سازه

فرایندهایـی که در یک محدوده کوچکی از فرکانسها فعال مـی شـوند، فـرایندهای بانـد باریـک[8] نامیده می شوند. در این پروسـه هـا همـه نوسـاناتی کـه در امتداد زمان انجام می شود محـور افقـی را قطـع میکنـند[5]. در مقابـل چـنانکه محدوده فرکانسـهای فعـال یـک پروسـه وسـیع باشـد آن را فرایند باند عریض[9] می نامند. چنین فرایندی براحتی از روی چگالی طیفی فـرایند کـاملاً مشـخص اسـت. چنانکه محدوده فرکانس ها از صـفر تـا بیـنهایت ادامه یابد یک طیف تئوریک بنام نویز سفید تعـریف مـی شـود. در عمـل طـیف با باند محدودتری که کلیه فرکانس ها در محدوده مذکور به یک میزان (دامنه) فعال باشند را مـی تـوان نویز سفید نامید. در تحلیل بعضی از سیستم های دینامیکی اعمال نویز سفید بعنوان ورودی بسیار مفید است زیرا کـه بدلـیل وجـود تأثیر کلیه فرکانسهای سیستم دینامیکی می تـواند در ازای خـواص دینامیکـی دلخواه خود نوسان و واکنش داشـته باشـد. بعبارت دیگر فرکانسهای کلیه مودهای مؤثر یک سازه می تواند براحتی در اثر اعمال نویز سفید فعال شده و خود را نشـان دهند. ضمناً چون دامنه تأثیر ورودی همه فرکانس ها یکسـان اسـت، مقایسـه مقـدار چگالـی طیفـی در فرکانسهای مخـتلف تأثیـر و اهمـیت اثـرگذاری مودهای مختلف را براحتی نشـان مـی دهـد. در این راستا اعمال یک بارگذاری متناسب با شـرایط سـازه بـرای تحـریک مـودهای خاص مورد نظر که با شـرایط بارگذاری همخوانی داشته باشد بسیار مهم است[6]. به عبارتی بار مذکور با خواص نویز سفید مسلماً تحت فرکانسهای خاصـی کـه بـا شـکل مـودهای سـازه متناسـب است، سازه را تحـریک مـی کـند. میـتوان پیش بینی نمود که تحریک سازه تحـت فـرکانس هـای طبیعـی اول نسبتاً شدید و در فرکانس هـای بالاتـر بـا افـزایش مـود ضعیفتر خواهد شد. ضمناً بدلیل آیـنکه آنالیـز در حـوزه فرکانسـی انجـام مـی گیرد، بهتر است خاصـیت مورد نظر سازه بشکل طیف واکنش تهیه و نشان داده شـود. در مقاله حاضر باند نسبتاً وسیعی در حد صفر تا صد هرتز در نویز سفید در نظر گرفته شده و بار وارده حالت بار یکنواخت گسـترده در طـول تیـر و در جهـت نیروی ثقل می باشد. برای تیـرهای اسـتهلاکی برابر دو درصد در نظر گرفته شده است. از واکنشـها، چگالـی طیفـی توان تغییر مکان، لنگر و شتاب جمع آوری و بـه ازای بانـد فرکانسی در نظر گرفته شده در طول تیر تعیـین میشـود. تیـرها بـا طـول ۳۱۰ سـانتیمتر، در چهار حالت مخـتلف مورد تحلیل قرار می گیرد. از این چهار حالت دو مورد مـربوط بـه تیرهایـی است که فقط در محور وسط تیر و نیز در بالا و پائین ورق جان بصورت طولی مهار عرضی شده اند (مهار نـاقص). البـته مهارها روی لبه های بال بالا و پائین بجای لبه هـای ورق جـان اعمـال شـده اسـت. دو مـورد دیگر مربوط به تیرهایـی اسـت که تمام گره های آن مهار عرضی کامل (مهار کامـل) شـده انـد. در هر مورد، مسئله یکبار برای تیر با پروفیل معمولـی و بـار دیگـر بـرای تیر لانه زنبوری تحلیل شده است. همچنـین در کلـیه حـالات فوق الذکر بهتر است تحلیل مودال انجـام گـرفته مقادیـر فرکانس ها مشخص گردد. در این راستا صـرفاً مقادیـر فرکانس مودهای خمشی در جداول ۱ و ۲ جهت مقایسه با نتایج تحلیلهای حاضر ارائه شده است[7].

**جدول ۱: فرکانس مود های ارتعاشی تیر طره ای معمولی و لانه زنبوری، با مهار ناقص جان**

| توصیف نوع مود شکل | تیر معمولی | تیر لانه زنبوری |
|---|---|---|
| | فرکانس(هرتز) | فرکانس(هرتز) |
| مود اول خمشی | ۱/۱۴۷۷ | ۱/۱۴۹۵ |
| مود دوم خمشی | ۶/۴۰۰۷ | ۵/۳۳۲۷ |
| مود سوم خمشی | ۱۵/۵۸۷ | ۱۱/۶۷۵ |
| مود چهارم خمشی | – | ۱۷/۹۹۵ |

**جدول ۲: فرکانس مود های ارتعاشی تیر طره ای معمولی و لانه زنبوری، با مهار کامل عرضی جان**

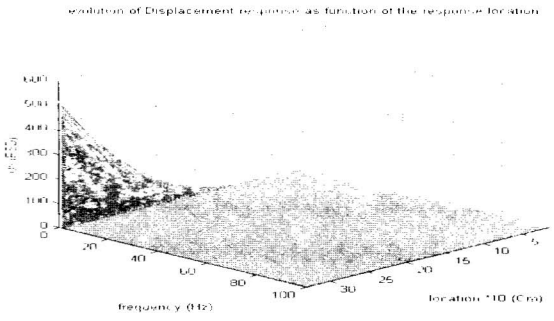
| توصیف نوع مود شکل | تیر معمولی فرکانس(هرتز) | تیر لانه زنبوری فرکانس(هرتز) |
|---|---|---|
| مود اول خمشی | ۱/۱۸۶۴ | ۱/۱۸۶۸ |
| مود دوم خمشی | ۶/۵۷۸۶ | ۵/۴۴۶ |
| مود سوم خمشی | ۱۵/۹۴۰ | ۱۱/۸۶۷ |
| مود چهارم خمشی | ۲۶/۶۶۱ | ۱۸/۲۲۱ |
| مودپنجم خمشی | – | ۲۴/۴۱۲ |
| مود ششم خمشی | – | ۳۰/۲۰۸ |

## ۵- چگالی طیفی توان واکنشها در تیر طره با مهار ناقص

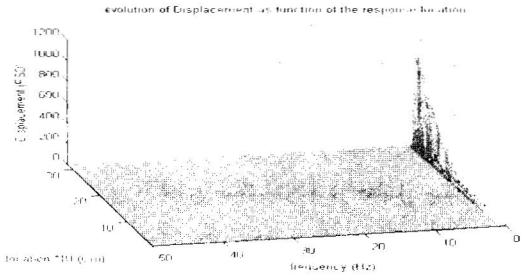
در ازای بارگذاری ثقلی گسترده با تحریک نویز سفید روی تیرهای با مهاربندی ناقص عرضی طیف واکنشهای مختلف بشرح زیر قابل بحث و بررسی است.

### ۵-۱- چگالی طیفی توان تغییر مکان

از آنجایی که شکل مودها ماهیتاً از نوع تغییر مکان میباشد، لذا برای مقایسه نتایج آنالیز فرکانسی تحت تحریک نویز سفید با تحلیل مودال به نظر می رسد که بررسی طیف تغییر مکان لازم باشد. در این راستا برای هر دو تیر معمولی و لانه زنبوری شکل چگالی طیفی توان تغییر مکان تهیه و به صورت سه بعدی در اشکال ۳ و ۴ ارائه شده است. همانطوریکه از شکلها مشخص است هر دو تیر یعنی هم تیر معمولی و هم تیر لانه زنبوری صرفاً در فرکانسی معادل مود اول تحریک شده و شکل طیف مشابه شکل مود اول ارتعاش می باشد. در سایر فرکانسها هیچ گونه واکنشی از تیرها مشاهده نمی شود. این موضوع بیانگر آنست که تغییر مکان سازه تنها تحت تأثیر مود اول ارتعاشی است. البته انتظار می رفت که سایر مودهای خمشی نیز در طیف تغییر مکان مشهود و مؤثر بودند لیکن چنین انتظاری محقق نمی گردد.



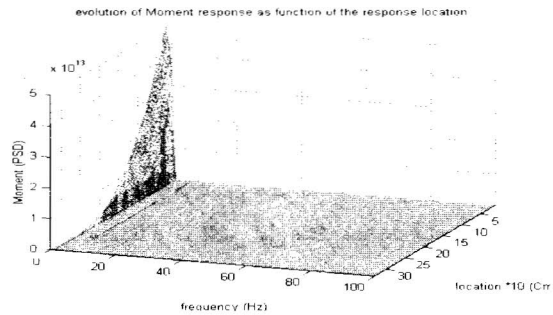

**شکل ۳: نمودارطیف تغییرمکان قائم برای تیرطره بایروفیل نرمال**



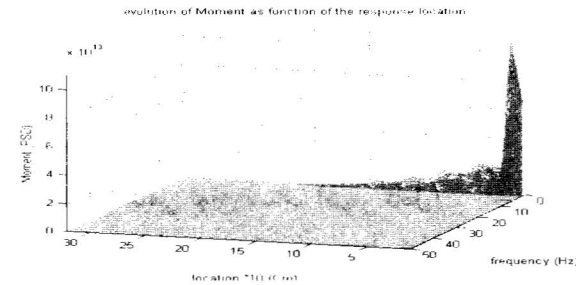

**شکل ٤: نمودار طیف تغییرمکان قائم برای تیرطره لانه زنبوری**

### ۵-۲- چگالی طیفی توان لنگر

با توجه به عدم امکان شناسایی رفتار تیر از واکنش مربوط به تغییر مکان در ازای مودهای مختلف ارتعاشی که با اعمال نویز سفید بدست آمده بود، در مرحله بعدی طیف لنگر نیز در هر دو تیر معمولی و لانه زنبوری تهیه و در شکلهای ۵ و ۶ ارائه گردیده است. در طیف لنگر تیرمعمولی تغییرات جزئی روی مود دوم ارتعاش نیز قابل مشاهده است ولی مودهای ارتعاشی بالاتر به هیچ وجه تحریک نمیشوند. البته طیف لنگر بطور کلی یک تفاوت عمده نسبت به طیف تغییر مکان از خود نشان میدهد. این تفاوت مربوط به محل حداکثر واکنش است که در تغییر مکان محل این ماکزیمم در نوک تیر ولی در لنگر محل حداکثر در تکیه گاه تیر طره می باشد. در تیر لانه زنبوری علاوه بر واکنش بسیار جزئی در مود دوم که حتی نسبت به تیر معمولی کمتر نیز است، همچنین تولید مقادیر حداکثر لنگر روی تکیه گاه یک تغییر عمده دیگر نیز مشاهده میشود. این تغییر مربوط به پلکانی بودن طیف لنگر است که در محلهای لانه زنبوری باعث تولید شکستگی هائی میگردد. چنین پدیده ای قبل از رویت قابل پیش بینی نبود. البته از چنین پدیده ای می توان نتیجه گرفت که، احتمالاً محل سوراخها و یا خرابی را




**شکل ۵: نمودار طیف لنگر برای تیر طره، پروفیل نرمال با مهار ناقص**

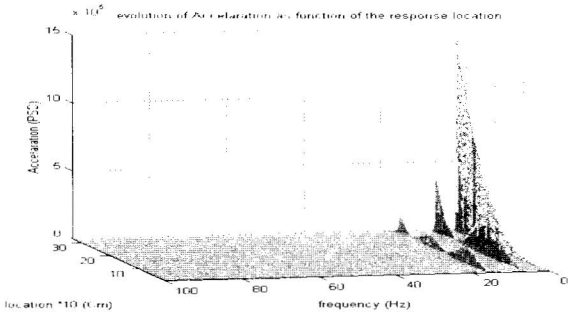



**شکل ٦: نمودار طیف لنگر برای تیر طره لانه زنبوری با مهار ناقص**

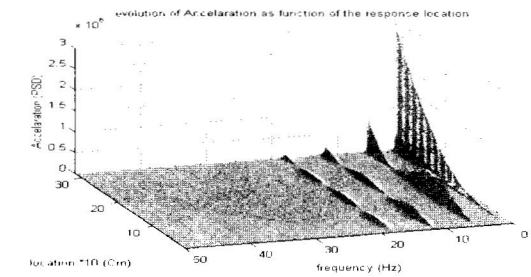
میتوان با ترسیم طیف واکنش لنگر به ازای نویز سفید مشاهده و شناسایی نمود. چنین نتیجه ای می تواند کاملاً کاربرد این روش را در شناسایی تیرهای معیوب توجیه و توصیه کند. به عبارتی چنانچه یک سازه معیوب همراه یک سازه شاهد سالم تحریک شود از روی طیف دیاگرام لنگر ضمن شناسایی تیر معیوب تعیین محل عیب نیز ممکن خواهد بود[8].

## ۵-۳- چگالی طیفی توان شتاب

در مرحله نهائی با آنالیزی مشابه، چگالی طیفی توان شتاب تعیین و در اشکال ۷ و ۸ نشان داده می شود. تأثیر فرکانس های مودهای بالاتر در این طیف ها واضح تر و مؤثرتر بوده، و مقادیر فرکانسهای روی اشکال با مقادیر فرکانسها در جدول ۱ قابل مقایسه و تطبیق است. دلیل اینکه مودهای بالاتر در طیف شتاب بیشتر تحریک میشود، میتواند تأثیر خود فرکانسها باشد. زیرا که طیف شتاب نسبت به تغییر مکان و لنگر یک تفاوت عمده داشته و آن اعمال حاصلضرب توان دو فرکانس ها در طیف شتاب است. فرکانسها که در مودهای بالاتر مقادیر بیشتری دارند در طیف شتاب مؤثرتر ظاهر شده و خود را بهتر نشان می دهند. لذا بررسی طیف شتاب دارای محاسن و معایبی است. حسن آن اینست که فرکانسهای بالاتر واضحتر و دقیقتر در طیف ظاهر شده و تأثیر تعداد مودها در باند فرکانسی در نظر گرفته شده قابل رؤیت است. ولی از معایب آن اینکه بدلیل تأثیر توان دوم فرکانسها روی طیف شتاب تاثیر مودهای بالاتر قویتر از تأثیر واقعی آنها روی واکنشها (غیر از شتاب که صحیح است) نشان داده می شود. لیکن در کل با توجه به ماهیت شتاب چنین عیبی کاملاً قابل صرف نظر است. از نکات دیگری که از طیف شتاب قابل درک است اینکه چون نیروی وارده در راستای قائم (ثقلی) میباشد لذا صرفاً مودهای ارتعاشی خمشی در جهت اصلی تیر در طیف ظاهر میشوند و کلیه فرکانسهای مربوط به پیچش ها و حرکت محوری و کمانش جان و ... از طیف شتاب حذف شده اند. بدیهی است جهت تشخیص این مود شکل ها بایستی بارهایی در جهت های مربوطه (مثلاً پیچشی و یا ...) اعمال و بصورت نویز سفید فرکانسهای مختلف مربوطه را تحریک نمود. در رابطه با تیر معمولی و تیر لانه زنبوری مقایسه نشان میدهد که اولاً در تیر لانه زنبوری مود شکل های بالاتر از مود اول (اصلی)، نسبت به تیر معمولی قویتر عمل میکنند. ضمناً در تیر معمولی فقط سه مود، ولی در تیر لانه زنبوری چهار مود اول کاملاً مشهود است. در فرکانسهای بالاتر حتی تا فرکانس یکصد هرتز برای تیر معمولی و فرکانس ۵۰ برای تیر لانه زنبوری هیچ مود خمشی دیگری فعال نیست.




**شکل ۷: نمودار طیف شتاب برای تیر طره، پروفیل نرمال با مهار ناقص جانبی**



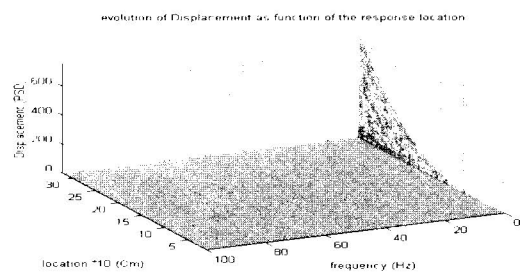

**شکل ۸: نمودار طیف شتاب برای تیر طره لانه زنبوری با مهار ناقص جانبی**

## ٦- چگالی طیفی توان واکنشها در تیر طره با مهار کامل جانبی جان

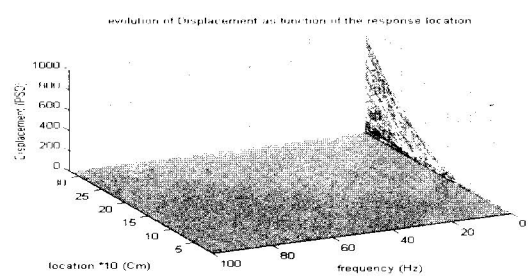
بدلیل اینکه بارگذاری روی تیرها عمدتاً در راستای ثقلی بوده و جان این تیرها توسط مصالح پرکننده مهاربندی عرضی شده اند[9]. لذا تیرهای مقید شده کامل جانبی نیز تحت اثر بار گسترده نویز سفید تحریک و طیف های واکنش های آن جهت بررسی عملکرد دینامیکی شان ارائه میشود.

### ٦-١- چگالی طیفی توان تغییر مکان (مهار کامل)

شکل ظاهری طیف تغییر مکان تیرهای طره با پروفیل معمولی شکل ۹ و لانه زنبوری شکل ۱۰ کاملاً مشابه هستند با این تفاوت که تیر لانه زنبوری نرمتر عمل کرده و برای تغییر مکان مقدار PSD بیشتری را نشان میدهد. ضمناً رفتار سازه طوری است که صرفاً مود اول خمشی تحریک شده و حداکثر مقدار در نوک سازه تولید میشود و مودهای دیگر هیچگونه مشارکتی در طیف تغییر مکان سازه نشان نمی دهند.




**شکل ۹: نمودار طیف تغییر مکان قائم برای تیر طره، پروفیل نرمال با مهار کامل جانبی جان**



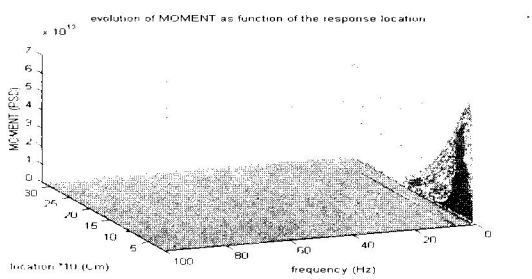

**شکل ۱۰: نمودار طیف تغییر مکان قائم برای تیر طره لانه زنبوری با مهار کامل جانبی جان**

### ٦-٢- چگالی طیفی توان لنگر (مهار کامل )

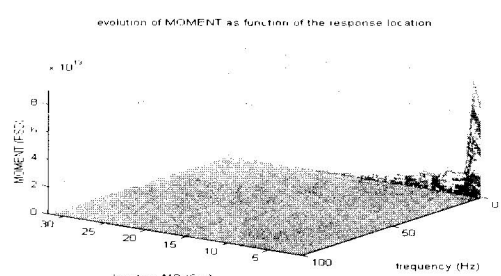
طیف لنگر خمشی در نقاط مختلف تیر معمولی و لانه زنبوری به ازای رنج فرکانس صفر تا ۱۰۰ هرتز در اثر اعمال نویز سفید عمدتاً از فرکانس اول متأثر میشود. البته فرکانس دوم در هر دو تیر تأثیر بسیار ناچیزی از خود بروز میدهد که در اشکال ۱۱ و ۱۲ قابل رؤیت است. مقدار طیف لنگر همانند دیاگرام لنگر در تکیه گاه حداکثر و در نوک تیر به صفر میرسد. ضمناً در تیر لانه زنبوری بدلیل وجود سوراخها مقادیر لنگر دارای شکستگی هایی است که بروز این خاصیت ابزار مناسبی برای شناختن تغییرات منظم یا نامنظم ممان اینرسی تیرها میباشد.

### ٦-٣- چگالی طیفی توان شتاب (مهار کامل)

طیف های مربوط به شتاب تیرهای معمولی و لانه زنبوری با مهار کامل عرضی و تحت اثر بار گسترده یکنواخت با مشخصات نویز سفید در اشکال ۱۳ و۱۴ ارائه شده است. در این طیفها فرکانسهای بالاتر کاملاً مشارکت داشته و نسبت به تیرهای با مهار ناقص تأثیر بیشتری از خود نشان میدهند.

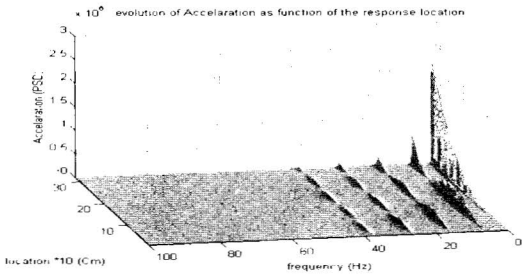



**شکل ۱۱: نمودار طیف لنگر برای تیر طره، پروفیل نرمال با مهار کامل جانبی جان**

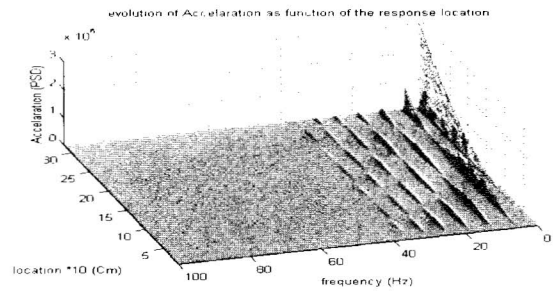



**شکل ۱۲: نمودار طیف لنگر برای تیر طره لانه زنبوری با مهار جانبی جان**

در تیـر معمولـی بـا مهار کامل دو مود اضافی تر یعنی مود خمشـی چهـارم و پـنجم، همچنـین در تیر لانه زنبوری با مهار کامـل سـه مود اضافی تر یعنی مودهای پنجم و ششم و هفتم خمشـی نسـبت بـه انـواع مشابه با مهار ناقص مشاهده میشود. البـته تأثیـر مـودهای بالاتر با افزایش شماره مود کاملاً کاهش مـی یابـد ولـی از فـرکانس حـدود ۴۰ هرتز به بالاتر هیچ مود خمشـی در تحـریک سازه فعال نیست. لذا محدوده فرکانس در نظـر گـرفته شده برای نویز سفید، یعنی صفر تا ۱۰۰ هرتز یک فاصـله مناسـبی بـرای تحلـیل حاضـر فراهم کرده است. طیف شـتاب در انـتهای آزاد سـازه هـا حداکثر بوده و نقاط با نزدیک شـدن موقعیتشـان بـه تکـیه گـاه تحرک کمتری از خود نشان میدهند. علیرغم تفاوت عمده ای که در تیر لانه زنبوری نسبت بـه تیـر معمولی از نظر مودهای فعال وجود دارد ولی کماکان از ظاهر طیف شتاب امکان تشخیص لانه زنبوری بودن تیر معلوم نیسـت (چنین موضوعی در طیف لنگر مقدور بود). بدیهی است بدلـیل ایـنکه این بارگذاری در راستای شتاب ثقلی اعمال شده اسـت توانایـی تحـریک فرکانسهای غیر خمشی مقدور نبوده و جهـت مطالعـه رفـتار دینامیکـی سازه روی مودهای پیچشی و کمانشی و ... می توان با بارگذاری های دینامیکی مناسب آن مودها را تحریک و رفتارشان را مورد بررسی قرار داد.




**شکل ۱۳: نمودار طیف شتاب برای تیر طره، پروفیل نرمال با مهار کامل جانبی جان**




**شکل ۱٤: نمودار طیف شتاب برای تیر طره لانه زنبوری با مهار کامل جانبی جان**

## ۷- نتایج و پیشنهادات

۱- شـکل چگالـی طیفـی تـوان تغییر مکان در هر دو تیر طره معمولی و لانه زنبوری که برای حالت های با مهار عرضی کامـل یا ناقص تحت اثر نویز سفید تهیه شده اند از نظر کلی با هم مشابه هستند. شکل طیف ها مشابه شکل مود اول ارتعاش تیـر طـره بـوده و در سایر فرکانسها هیچ گونه واکنشی از تیرها مشاهده نمی شود.

۲- انـرژی اصـلی چگالـی طیفـی تـوان لنگـر در تیر طره معمولـی و لانـه زنـبوری بـا مهار کامل یا ناقص عرضی بازای نویـز سـفید فقـط در مـود اول ارتعـاش تولید شده و مقدار آنها بـرعکس طـیف تغییـر مکـان در هـر دو تیر در محل تکیه گاه حداکثـر اسـت. در طـیف لنگـر تغییـرات جزئـی روی مود دوم ارتعـاش نیـز قابـل مشـاهده است ولی مودهای ارتعاشی بالاتر بهیچ وجه تحریک نمی شوند.

۳- طـیف لنگر در محل های لانه زنبوری شکستگی هائی دارد کـه ظاهر آن را پلکانی نشان می دهد. این پدیده غیر قابل پـیش بینی امکان تشخیص محل سوراخها و یا خرابی ها را در سـازه ها با بررسی طیف واکنش لنگر سازه معیوب در کنار یک سازه مشابه شاهد سالم فراهم می سازد.

۴- چگالـی طیفـی تـوان شـتاب تیـر طـره معمولی و لانه زنـبوری، تأثیـر مـود شکلهای بالاتر را واضح تر و مؤثرتر نشان مـیدهد. دلـیل ایـنکه مـودهای بالاتـر در طـیف شـتاب بیشتر تحریک می شوند، می تواند ناشی از اعمال حاصل ضرب توان دوم فرکانسها در شتاب نسبت به تغییر مکان باشد.

۵- بدلـیل اعمال نیروی وارده در راستای قائم (ثقلی) کلیه مـود شـکلهای مـربوط به پیچشها و حرکت محوری و کمانش جـان و... از طـیف شـتاب حـذف و صـرفا مـودهای ارتعاشی خمشی در جهت اصلی تیر در طیف نشان داده شده اند.

۶- در تیر طره لانه زنبوری مودهای بالاتر از مود اول (مود اصـلی) نسبت به تیر معمولی قویتر عمل کرده و تعداد مودهای فعـال موجود در طیف شتاب این تیرها بیشتر است. این موضوع حاکی از نرمی بیشتر تیر لانه زنبوری است.

۷- تعـداد مـودهای فعـال در طـیف شتاب تیر طره با مهار کامـل عرضی برای پروفیل های معمولی یا لانه زنبوری بیشتر از تیر با مهار ناقص بوده و بطور کلی در فرکانس های بالاتر از ۴۰ هیچ مد خمشی دیگری فعال نیست.

۸- جهـت تشـخیص مود شکلهای پیچشی و کمانش جان علاوه بر آنالیز فرکانسی بایستی بارهایی در جهت های مربوطه

(مـثلاً پیچشـی و یـا ...) اعمال و بصورت نویز سفید فرکانس های مختلف را تحریک نمود.

۹- چـنانچه بحـث شـد طـیف لنگـر در محـل هـای لانه زنـبوری کنگـره دار دیده میشود. پیشنهاد می شود با استفاده از تحلـیل سـازه هـای معـیوب و با شکستگی های مختلف تأثیر شـکل و نـوع شکسـتگی را روی طـیف های مختلف لنگرشان بررسی شود. به این ترتیب امکان تشخیص محل سوراخها و یا خرابیها را در سازه ها با بررسی طیف واکنش لنگر سازه معیوب تبیین نمود.

## مراجع


[1] Newland, D.E., "An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis," Third edition, Longman Inc., London, (Distributed in the USA by John Wiley, New York), 1993.

[2] Chatfield, C., "The Analysis of Time Series, an Introduction," fourth edition, Chapman and Hall Ltd., London, 1989.

[3] ANSYS User's Giud, "Revision 5.5, Swanson Analysis System," Ninth Edition, 1998.

[4] Krauss, T.P., et al, "Signal Processing Toolbox, For Use with MATLAB," The Math Works, Inc, 1994.

[5] Ochi, M.K., "Applied Probability and Stochastic Processes, In Engineering and Physical Sciences," John Wiley & Sons, Inc., New York, 1990.

[6] Clough, R.W., & Penzin, J., "Dynamics of Structures", 2nd Edition, McGraw Hill, 1993.

[۷] لطـف اللهـی یقـین، محمد علی، "آنالیز دینامیکی تیرهای لانـه زنبوری به روش المانهای محدود و مقایسه واکنش سازه با نتایج آزمایشگاهی"، گزارش نهائی، برنامه ملی تحقیقات ۷۶، محل اجرا دانشگاه ارومیه ۱۳۸۱.

[۸] شـاهین پـر، رضا، "مطالعه رفتار دینامیکی اعضاء بتن آرمه معـیوب بـه روش اجـزاء محـدود"، پایـنامه کارشناسـی ارشـد، دانشگاه ارومیه، ۱۳۸۰.

[۹] لطـف اللهـی یقـین، محمد علی، "بررسی تغییرات مدهای مخـتلف دینامیکـی تیرهای لانه زنبوری نسبت به پروفیل های معمولی در تیرهای طره"، اولین کنفرانس سازه های جدار نازک ایران، دانشگاه ارومیه، ۱۳۸۱.


## پانویس

1- White Noise
2- Power Spectral Density Function
3- Unit Impulse Response Function
4- Frequency Response Function
5- Transfer Function
6- Deterministic
7- Response Amplitude Operator
8- Narrow Band Processes
9- Broad Band Processes

# Termining the Dynamic Properties of Castellated Beams Using the White-Noise

Mohammad-Ali Lotfollahi-Yaghin
Assistant Professor, Engineering Faculty, Urmia University
ma.lotfollahi@mail.urmia.ac.ir

In investigation of dynamic specifications of castellated beams, it is necessary to be studied the excitation intensity of dynamic mode shapes for different loading conditions. It is evident that for a specific loading, not all modes of a structure are excited and the structural response depends on the applied loading specifications. In this paper using the finite element method (based on ANSYS software), a dynamic load with properties of white noise in a proper frequency range is applied on the both cantilever castellated and plain webbed beams. The dynamic specifications and different excited modes of them are taken into investigation. It could be seen that the loading conditions are very important in order to excite and define the dynamic specifications of these beams. In a uniformly loaded cantilever beam with the white-noise properties, merely some of the vibration modes, that is, the flexural modes are excited and the effects of some of the other modes such as torsional modes are eliminated. Therefore, in order to excite all of the vibration modes a loading with proper frequency band should be applied. Also it should be mentioned that the current method indicates that castellated beams are weak in comparison with plain webbed beams subjected to dynamic gravity loads which cause bending moments and excite the flexural modes.

**Key Words:** Cantilever, Castellated, Bending Mode, Finite element, Response, White-Noise