

بهبود کنترل کننده PI چندمتغیره بهره بالا برای یک سیستم نامنظم به کمک الگوریتم ژنتیک

سید عابد حسینی^(۱) - محمدباقر نقیبه سیستانی^(۲)

(۱) دانشجوی دکتری - گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

(۲) استادیار - گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۱/۱۶

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۳/۳۱

خلاصه: این مقاله یک ساختار بهینه برای کنترل کننده PI چندمتغیره بهره بالا برای یک سیستم نامنظم به کمک الگوریتم ژنتیک ارائه می دهد. کنترل کننده های PI بهره بالا منجر به تجزیه مجانبی به مدهای سریع و کند در سیستمی حلقه بسته با ویژگی منحصر به فرد می شوند. مدهای کند سیستم، به طور مجانبی کنترل ناپذیر و رؤیت ناپذیر می شوند و بنابراین در رفتار ورودی و خروجی نقشی ندارند. از این رو پاسخ حلقه بسته تنها از قطب های سریع متأثر بوده و بنابراین پاسخ دهی سیستم سریع خواهد بود. طراحی این کنترل کننده به اولین پارامتر مارکوف سیستم چندمتغیره، یعنی ماتریس CB بستگی دارد؛ در صورتی که ماتریس CB رتبه کامل نباشد، از ماتریس اندازه گیری M با فیدبک داخلی استفاده می شود. در این ساختار، ماتریس اندازه گیری به کمک الگوریتم ژنتیک طوری انتخاب می شود تا سیستم حلقه بسته پایدار و تداخل بین خروجی ها حداقل شود. این تحقیق بر روی دو نمونه سیستم پیاده سازی شده است. از مقایسه نتایج مشاهده می شود، پاسخ زمانی کنترل کننده PI بهره بالا به کمک الگوریتم ژنتیک بهتر از نتایج مقایسه با روش های دیگر است.

کلمات کلیدی: الگوریتم ژنتیک، سیستم نامنظم، کنترل کننده PI بهره بالا، سیستم چندمتغیره.

Improving of Multivariable PI Controller with a High Gain Structure for an Irregular System by Genetic Algorithm

Seyyed Abed Hosseini⁽¹⁾ - Mohammad Bagher Naghibi Sistani⁽²⁾

(1) Ph.D. Candidate - Department of Electrical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

sa.Hosseyni@stu.um.ac.ir

(2) Assistant Professor - Department of Electrical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.

mb-naghibi@um.ac.ir

This paper describes an optimal design for multivariable PI controller with a high gain structure for an irregular system by genetic algorithm. PI controllers with a high gain structure leads to the asymptotic decomposition of the fast and slow modes in the closed loop system that have unique characteristics. The slow modes are asymptotically uncontrollable and unobservable; therefore, they have not role in input and output behavior. The closed-loop response is affected only from rapid poles; therefore, the system response will have quick behavior. An essential requirement of this design is that the first Markov parameter of multivariable system (the matrix product CB) must have full rank. If the CB matrix is not full rank, the measurement matrix (M) is used with internal feedback. In this structure, the measurement matrix is chosen using genetic algorithm in order to reach the stable closed-loop system and minimize interference between outputs. The research is implemented on the two kind of different systems. The results show that the response time of PI controller with a high gain structure by genetic algorithms has good behavior in comparison with other methods.

Index Terms: Genetic algorithm, irregular system, PI controllers, multivariable system.

۱- مقدمه

با گسترش روش‌های تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل نوین، کنترل‌کننده‌های صنعتی نظیر تناسبی (P)، انتگرالی (I)، تناسبی-انتگرالی (PI)، تناسبی-مشتق‌گیر (PD) و تناسبی-انتگرالی-مشتق‌گیر (PID) همچنان در سیستم‌های تک ورودی-تک خروجی (SISO) کاربرد صنعتی دارند. عمل تناسبی، خروجی کنترل‌کننده را مطابق اندازه خطا تنظیم می‌کند. عمل انتگرالی، خطای حالت ماندگار را حذف می‌کند. عمل مشتق‌گیر، نوعی پیش‌بینی انجام می‌دهد [۱]. استفاده از کنترل‌کننده‌های مناسب در مسیر حلقه فیدبک، می‌تواند پایداری داخلی، دنباله‌روی از فرمان ورودی، تضعیف اغتشاش، کاهش نویز و عدم حساسیت به تغییرات فرآیند را به دنبال داشته باشد. طراحی کنترل‌کننده PID نیازمند تعیین سه مشخصه بهره تناسب (K_p)، بهره انتگرالی (K_I) و بهره مشتق‌گیر (K_d) است.

در گذشته راه‌حل‌های مختلفی برای ارایه روشی به منظور کاهش زمان در انتخاب بهینه پارامترهای کنترل‌کننده PID در سیستم‌های SISO پیشنهاد شده است. از برخی روش‌های تنظیم مبتنی بر پاسخ پله می‌توان به روش‌های زیگلر-نیکولز^۷، پاسخ زمانی، معیار یک چهارم دامنه^۸، مکان هندسی ریشه‌ها^۹، پاسخ فرکانسی و جابجایی قطب^{۱۰} اشاره کرد [۱].

روش زیگلر-نیکولز با در نظر گرفتن بهره تناسبی که سیستم را به حالت نوسانی در می‌آورد، پیشنهاد شده است. در این روش بر اساس فرکانس نوسان، پارامترهای کنترل‌کننده بر اساس جدولی تنظیم می‌شوند. تعیین بهینه پارامترهای کنترل‌کننده به روش زیگلر-نیکولز در بسیاری از فرآیندهای صنعتی دشوار است. زیرا در بعضی موارد، رسانیدن سیستم به مرز ناپایداری خطرناک بوده و یا امکان‌پذیر نیست. در روش پاسخ زمانی ابتدا حلقه کنترل باز و سپس یک اغتشاش پله‌ای از طریق عنصر نهایی به فرآیند اعمال می‌شود. به منظور محاسبه پارامترهای کنترل‌کننده، ابتدا خطی که با بیشترین شیب ممکن بر پاسخ پله فرآیند پایدار مماس باشد و یا مجانب پاسخ پله فرآیند انتگرال‌دار باشد، رسم می‌شود. سپس از جدولی برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده استفاده می‌شود.

از معیار یک چهارم دامنه به منظور تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده در حلقه‌هایی که دارای پاسخ نوسانی میرا هستند، استفاده می‌شود. در این روش با افزایش بهره تناسبی، دامنه پاسخ به دقت مشاهده می‌شود. زمانی که دامنه‌ها در ماکزیمم‌های متوالی در هر چرخه^{۱۱} به یک چهارم در چرخه قبلی کاهش یافت، بهره تناسبی مورد نظر حاصل می‌شود. سپس از جدولی برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده استفاده می‌شود. همچنین به منظور بهبود عملکرد کنترل‌کننده PID روش‌های متفاوتی دیگری نظیر تطبیقی و نظارتی نیز پیشنهاد شده است [۲].

همچنین روش‌های جدیدی نظیر سیستم‌های فازی، شبکه‌های عصبی، شبکه‌های عصبی-فازی، الگوریتم ژنتیک^{۱۲} و تبرد تدریجی برای تنظیم

پارامترهای کنترل‌کننده PID پیشنهاد شده است [۳-۵]. به‌عنوان نمونه، روش کنترل فازی یک روش مؤثر برای مواجه شدن با نایقینی‌ها است. در این روش، هیچ نیازی به دانستن مدل سیستم نیست. روش‌های مختلفی برای کنترل سیستم‌های چندمتغیره (MIMO) وجود دارد. مکرلان و همکاران روش‌های نایکوئیست سنتی و ایوان را به سیستم‌های MIMO توسعه دادند [۶]. مین روال ترتیبی^{۱۴} را به انتقال طراحی یک سیستم MIMO به تعدادی طراحی نایکوئیست SISO پیشنهاد داد [۷]. بریانت روال تجزیه سه گوشه‌ای^{۱۵} را از طریق عملگر حذف گوس^{۱۶} بهبود داد [۱]. یکی از روش‌های قطری‌سازی در مدل‌سازی فضای حالتی، توسط فالب و ولویچ پیشنهاد شد [۸]. در این روش، اگر درجه سیستم بالا باشد، کنترل‌کننده پیچیده می‌شود. رزبراک نشان داد، چطور یک سیستم MIMO می‌تواند به تعدادی SISO غیرمترکز تبدیل شود [۹].

بسیاری از محققان، کنترل‌کننده‌های PID را به سیستم‌های MIMO تعمیم داده‌اند [۱۰-۱۲]. کنترل‌کننده‌های PID در سیستم‌های MIMO به دو صورت با چشم‌پوشی از اثر تداخل و با در نظر گرفتن اثر تداخل استفاده شده‌اند [۱۳]. در روش اول که غیرمترکز^{۱۷} نامیده می‌شود، طراح تلاش می‌کند تا به کمک یک ماتریس تابع تبدیل قطری و یا نزدیک قطری، به اهداف کنترلی برسد. در این روش، برای هر کدام از حلقه‌ها، از کنترل‌کننده PID مجزا استفاده می‌شود. بنابراین کیفیت عملکرد کنترل‌کننده به میزان تداخل و پیچیدگی سیستم MIMO مرتبط است. در روش دوم که مترکز^{۱۸} نامیده می‌شود، طراح تلاش می‌کند با در نظر گرفتن تداخل‌ها، از تمام عناصر موجود در ماتریس تابع تبدیل کنترل‌کننده استفاده کند، بنابراین با تنظیم مناسب می‌توان سیستم‌هایی با تداخل زیاد را نیز کنترل کرد [۱۲ و ۱۳].

یو و لوی‌بن یک روش کنترل چندحلقه‌ای ساده را با فرض بدون تداخل برای کنترل‌کننده PID پیشنهاد کردند [۱۴]. پالمر یک روش کنترل‌کننده PID غیرمترکز را برای سیستم‌های دو ورودی و دو خروجی با کمک از قاعده زیگلر-نیکولز پیشنهاد کرد [۱۵]. لوح و همکاران یک روش تنظیم مبتنی بر آزمایش فیدبک امدادی^{۱۹} را پیشنهاد دادند [۱۶]. هوانگ یک روش کنترل‌کننده PID قطری را بر پایه کنترل مدل داخلی (IMC)^{۲۰} به‌منظور سیستم کنترل دما پیشنهاد داد [۱۷].

برخی روش‌های دیگر نیز برای تنظیم پارامترهای کنترل‌کننده PID مبتنی بر پاسخ پله نظیر روش‌های زیگلر-نیکولز، CHR^{۲۱} و کیتاموری^{۲۲} وجود دارند [۱۸-۲۱].

هدف اصلی تحقیق، ارایه روشی به منظور بهبود طراحی کنترل‌کننده PI چندمتغیره بهره بالا برای یک سیستم نامنظم^{۲۳} است. یکی از معیارهای مهم در انتخاب این روش، طراحی ساده و کاربردی بودن آن است. کنترل‌کننده‌های PI بهره بالا منجر به تجزیه مجانبی به مودهای

که در آن $x_2(t) \in R^m$ ، $x_1(t) \in R^{n-m}$ یک ماتریس مربعی رتبه کامل با ابعاد $m \times m$ و C_2 یک ماتریس رتبه کامل با ابعاد $m \times m$ است. قانون کنترل کننده PI بهره بالا بصورت رابطه (۳) است.

$$u(t) = g \{K_1 e(t) + K_2 z(t)\} \quad (3)$$

که در آن g یک بهره اسکالر، K_1 و K_2 ماتریسهای مربعی بهره هستند. در رابطه (۳)، $e(t) = r(t) - y(t)$ و $z(t)$ به ترتیب خطا و انتگرال خطا هستند.

از جایگذاری رابطه (۳) در معادلات فضای حالت (۲) و تعریف $dz(t)/dt = r(t) - y(t)$ معادلههای حلقه بسته سیستم به صورت رابطه (۴) حاصل می شوند.

$$\begin{cases} \dot{z}(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{cases} = \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 \\ 0 & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} r(t) \quad (4)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & -C_1 & -C_2 \\ 0 & A_{11} & A_{12} \\ gB_2K_2 & A_{21} - gB_2K_1C_1 & A_{22} - gB_2K_1C_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ gB_2K_1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = [0 \quad C_1 \quad C_2]$$

نمایش فضای حالتی رابطه (۴) را نیز می توان به کمک تبدیل همانندی، به صورت رابطه قطری بلوکی (۵) تبدیل می شود. برای جزئیات بیشتر این تبدیل می توانید به [۱۳] مراجعه کنید.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_s(t) \\ \dot{x}_f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_s & 0 \\ 0 & A_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s(t) \\ x_f(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_s \\ B_f \end{bmatrix} r(t) \quad (5)$$

$$y(t) = [C_s \quad C_f] \begin{bmatrix} x_s(t) \\ x_f(t) \end{bmatrix}$$

مؤلفه های معادله فضای حالت رابطه (۵) به صورت رابطه (۶) است.

سریع^{۲۴} و کند^{۲۵} در سیستم حلقه بسته با ویژگی منحصر به فرد می شود. مودهای کند سیستم، به طور مجانبی کنترل ناپذیر و رؤیت ناپذیر می شوند و بنابراین در رفتار ورودی و خروجی سیستم نقشی ندارند. از این رو پاسخ حلقه بسته تنها از قطبهای سریع متأثر بوده و بنابراین پاسخدهی سیستم، سریع خواهد بود [۱۳]. در این روش، اگر اولین پارامتر مارکوف^{۲۶} سیستم MIMO (یعنی ماتریس CB) رتبه کامل نباشد، ماتریس اندازه گیری^{۲۷} به کمک الگوریتم ژنتیک طوری انتخاب شود تا سیستم حلقه بسته پایدار و تداخل بین خروجیها حداقل شود.

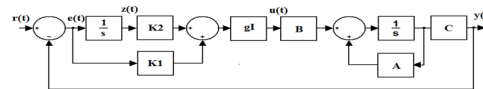
ساختار این تحقیق به شرح زیر است. در بخش ۲ به مرور ساختار کنترل کننده PI چندمتغیره بهره بالا پرداخته می شود. در بخش ۳ به معرفی الگوریتم ژنتیک در بهینه سازی کنترل کننده پرداخته شده و در بخش ۴ به معرفی مدل های سیستمی مورد استفاده پرداخته می شود. در بخش ۵ نتایج تحقیق گزارش می شود. در نهایت در بخش ۶ به بحث و نتیجه گیری پرداخته می شود.

۲- ساختار کنترل کننده PI چندمتغیره بهره بالا

در حالت کلی، سیستم چندمتغیره ای با معادلات حالت تغییرناپذیر با زمان خطی (LTI) را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{n \times n} x(t) + B_{n \times m} u(t) \\ y &= C_{l \times n} x(t) \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $x(t) \in R^n$ بردار حالت، $u(t) \in R^m$ بردار ورودی و ماتریس های A ، B و C با ابعاد مناسب هستند. برای سادگی فرض می شود تابع انتقال سیستم مربعی و تعداد خروجی های کنترل شده با تعداد ورودی های کنترلی برابر است ($m=1$). نمودار سیستم کنترل حلقه بسته به کمک کنترل کننده PI بهره بالا در شکل (۱) به نمایش گذاشته شده است [۱۳ و ۲۲-۲۴].



شکل (۱): نمودار سیستم کنترل حلقه بسته به کمک کنترل کننده PI بهره بالا

Fig. (1): Diagram of the closed loop system using PI controller with a high-gain structure

یک سیستم کنترل پذیر و رؤیت پذیر با معادلات فضای حالت (۱) را همواره می توان به کمک عملیات اکیدا معادل بودن سیستمی به صورت رابطه (۲) تبدیل کرد [۱۳].

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} u(t) \quad (2)$$

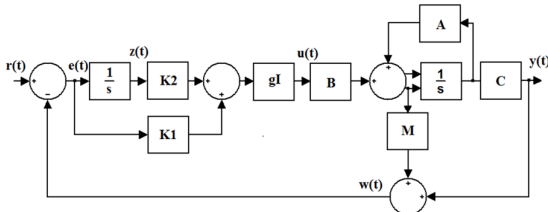
$$y(t) = [C_1 \quad C_2] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

(۱۲)

$$K_1 = [C_2 B_2]^{-1} \Sigma = [C_2 B_2]^{-1} \text{diag} \{ \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m \}$$
 که در آن $\sigma_i \in R^+$ هستند و قطبهای حلقه بسته ریشههای معادله $|sI_m + g \text{diag} \{ \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m \}| = 0$ که در $-g\sigma_i$ برای $i = 1, 2, \dots, m$ قرار دارند. بنابراین با توجه به اینکه پارامترهای مارکوف تحت تبدیل‌های همانندی تغییر نمی‌کنند ($C_2 B_2 = CB$)، بنابراین ماتریس K_1 به صورت رابطه (۱۳) انتخاب می‌شود [۱۳].

$$K_1 = [CB]^{-1} \Sigma \quad (13)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، طراحی این کنترل کننده به اولین پارامتر مارکوف سیستم چندمتغیره (ماتریس CB) بستگی دارد. در صورتی که سیستم منظم 29 باشد (به عبارت دیگر رتبه کامل باشد)، کنترل کننده PI بهترین عملکرد را دارد. بنابراین منظم بودن سیستم یک شرط الزامی است. در صورتی که سیستم نامنظم باشد (به عبارت دیگر رتبه کامل نباشد) به یک فیدبک داخلی 30 برای اعمال کنترل کننده نیاز دارد [۱۳ و ۲۲-۲۵]. شکل (۲) نمودار سیستم کنترل حلقه بسته با فیدبک داخلی را نشان می‌دهد.



شکل (۲): نمودار سیستم کنترل حلقه بسته با فیدبک داخلی
Fig. (2): Diagram of the closed loop control system with internal feedback

اکنون مطابق شکل (۲)، یک خروجی جدید برای سیستم به صورت رابطه (۱۴) تعریف می‌شود.

$$w(t) = y(t) + M \dot{x}_1(t) \quad (14)$$

که در آن M ماتریس اندازه‌گیری با ابعاد $m \times (n-m)$ است. در شکل ۲ خطا بصورت $e(t) = r(t) - w(t)$ تعریف می‌شود. از جایگذاری رابطه (۲) در رابطه (۱۴)، رابطه (۱۵) حاصل می‌شود.

$$w(t) = [C_1 \quad C_2] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + M [A_{11} \quad A_{12}] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

$$= [C_1 + MA_{11} \quad C_2 + MA_{12}] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Delta} [F_1 \quad F_2] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

$$A_s = \begin{bmatrix} -K_1^{-1}K_2 & 0 \\ A_{12}C_2^{-1}K_1^{-1}K_2 & A_{11} - A_{12}C_2^{-1}C_1 \end{bmatrix}$$

$$A_f = -gB_2K_1C_2$$

$$B_s = \begin{bmatrix} 0 \\ A_{12}C_2^{-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$B_f = gB_2K_1$$

$$C_s = [K_1^{-1}K_2 \quad 0]$$

$$C_f = C_2$$

واضح است که پایداری و رفتار حلقه بسته سیستم رابطه (۴) به انتخاب ماتریس‌های K_1, K_2 و اسکالر g بستگی دارد. واضح است که تحلیل سیستم حلقه بسته بسیار دشوار است، اما با توجه به ساختار رابطه (۲) و تفکیک صورت گرفته در رابطه (۵)، می‌توان از روش‌های آشفته‌گی تکین برای تحلیل رفتار مجانبی سیستم به ازای حد g به سمت بینهایت استفاده کرد.

اکنون می‌توان رفتار سیستم حلقه بسته رابطه (۴) را به کمک صورت تبدیل شده رابطه‌های (۵) و (۶) به آسانی تحلیل کرد. مجموعه قطب‌های حلقه بسته از معادله مشخصه حلقه بسته رابطه (۷) به دست می‌آید [۱۳].

$$|sI_m + K_1^{-1}K_2| |sI_{n-m} - (A_{11} - A_{12}C_2^{-1}C_1)| \times |sI_m + gB_2K_1C_2| = 0 \quad (7)$$

دسته اول قطب‌ها، با رابطه (۸) داده می‌شوند.

$$|sI_m + K_1^{-1}K_2| = 0 \quad (8)$$

این دسته قطب‌ها، کنترل‌ناپذیر و گند هستند و با انتخاب ماتریس‌های K_1 و K_2 تعیین می‌شوند.

$$K_2 = -\alpha K_1 \quad (9)$$

اگر رابطه بین K_1 و K_2 بصورت رابطه (۹) انتخاب شود، تمام m قطب این مجموعه در α قرار می‌گیرند. مقدار α مثبت رضایت‌بخش به کمک شبیه‌سازی تعیین می‌شود.

دسته دوم قطب‌ها، با رابطه (۱۰) داده می‌شوند.

$$|sI_{n-m} - (A_{11} - A_{12}C_2^{-1}C_1)| = 0 \quad (10)$$

این مجموعه از قطب‌ها، رؤیت‌ناپذیر و گند هستند و ارتباطی به انتخاب ماتریس‌های K_1 و K_2 ندارند. این مجموعه قطب‌ها برای پایداری سیستم، باید می‌نیم فاز باشند.

دسته سوم قطب‌ها، با رابطه (۱۱) داده می‌شوند.

$$|sI_m + gB_2K_1C_2| = 0 \quad (11)$$

این مجموعه، قطب‌های سریع سیستم حلقه بسته هستند. این مجموعه قطب‌ها، کنترل‌پذیر و رؤیت‌پذیر هستند. موقعیت پایدار آنها به نحوه انتخاب ماتریس K_1 بستگی دارد. ماتریس K_1 به صورت رابطه (۱۲) انتخاب می‌شود.

اکنون می‌توان رفتار سیستم حلقه بسته با معادله (۱۶) را به کمک صورت تبدیل شده رابطه‌های (۱۷) و (۱۸) به آسانی تحلیل کرد [۲۳]. مجموعه قطب‌های حلقه بسته از رابطه (۱۹) به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} & \left| sI_m + K_1^{-1}K_2 \right| \left| sI_{n-m} - (A_{11} - A_{12}F_2^{-1}F_1) \right| \\ & \times \left| sI_m + gB_2K_1F_2 \right| = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

دسته اول قطب‌ها، با رابطه (۲۰) داده می‌شوند.

$$\left| sI_m + K_1^{-1}K_2 \right| = 0 \quad (20)$$

این دسته قطب‌ها، کنترل‌ناپذیر و کُند هستند و با انتخاب ماتریس‌های K_1 و K_2 تعیین می‌شوند و اگر $K_2 = -\alpha K_1$ انتخاب شود، پایدار خواهند بود. مقدار α رضایت‌بخش به کمک شبیه‌سازی تعیین می‌شود.

دسته دوم قطب‌ها، با رابطه (۲۱) داده می‌شوند.

$$\left| sI_{n-m} - (A_{11} - A_{12}F_2^{-1}F_1) \right| = 0 \quad (21)$$

این دسته قطب‌ها، کنترل‌پذیر هستند و برخلاف سیستم منظم، به علت وجود فیدبک داخلی رؤیت‌پذیر هستند. لازم به ذکر است، این قطب‌ها، صفرهای جدید انتقال^{۳۱} هستند.

دسته سوم قطب‌ها، با رابطه (۲۲) داده می‌شوند.

$$\left| sI_m + gB_2K_1F_2 \right| = 0 \quad (22)$$

این مجموعه، قطب‌های سریع سیستم حلقه بسته هستند. این مجموعه قطب‌ها، کنترل‌پذیر و رؤیت‌پذیر هستند. موقعیت پایدار آنها به نحوه انتخاب ماتریس K_1 بستگی دارد. ماتریس K_1 به صورت رابطه (۲۳) انتخاب می‌شوند.

$$K_1 = [F_2B_2]^{-1}\Sigma = [F_2B_2]^{-1} \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m\} \quad (23)$$

که در آن $\sigma_i \in \mathbb{R}^+$ هستند و قطب‌های حلقه بسته ریشه‌های معادله $\left| sI_m + g \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_m\} \right| = 0$ که در $-g\sigma_i$ برای $i = 1, 2, \dots, m$ قرار دارند. ماتریس تابع تبدیل مجانبی سیستم حلقه بسته برای g به سمت بینهایت از معادله‌های (۱۷) و (۱۸) به صورت رابطه (۲۴) به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} \Gamma(s) &= \Gamma_s(s) + \Gamma_f(s) \\ &= [C_1 - C_2F_2^{-1}F_1] \left[sI_{n-1} - A_{11} + A_{12}F_2^{-1}F_1 \right]^{-1} \\ & \quad A_{12}F_2^{-1} + C_2F_2^{-1} [sI_1 + gF_2B_2K_1]^{-1} gF_2B_2K_1 \end{aligned} \quad (24)$$

معادله (۲۴) شامل دو بخش سریع و کُند است. جمله اول معادله حاوی ریشه‌های کُند (صفرهای انتقال) و جمله دوم حاوی ریشه‌های سریع است. برخلاف سیستم منظم، ماتریس تابع تبدیل قطب‌های کُند را نیز شامل می‌شود.

حال هدف تعیین ماتریس اندازه‌گیری M به نحوی است تا F_2 رتبه کامل داشته باشد، سیستم حلقه بسته پایدار باشد و تداخل در سیستم حداقل شود.

در این حالت با انتخاب مناسب ماتریس اندازه‌گیری M می‌توان تضمین نمود که رتبه کامل داشته باشد و برای خروجی جدید رتبه F_2B_2 برابر m است [۱۳].

از جایگذاری رابطه (۳) در معادله فضای حالت (۲) و تعریف $dz(t)/dt = r(t) - y(t)$ معادله حلقه بسته سیستم به صورت رابطه (۱۶)، حاصل می‌شود.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{z}(t) \\ \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \bar{A} \begin{bmatrix} z(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \bar{B}r(t) \\ y(t) = \bar{C} \begin{bmatrix} z(t) \\ x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (16)$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & -F_1 & -F_2 \\ 0 & A_{11} & A_{12} \\ gB_2K_2 & A_{21} - gB_2K_1F_1 & A_{22} - gB_2K_1F_2 \end{bmatrix}$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} I_1 \\ 0 \\ gB_2K_1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = [0 \quad C_1 \quad C_2]$$

نمایش فضای حالتی رابطه (۱۶) به کمک تبدیل همانندی، به صورت رابطه قطری بلوکی (۱۷) تبدیل می‌شوند. برای جزئیات بیشتر این تبدیل می‌توانید به [۱۳] مراجعه کنید.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_s(t) \\ \dot{x}_f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_s & 0 \\ 0 & A_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s(t) \\ x_f(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_s \\ B_f \end{bmatrix} r(t) \quad (17)$$

$$y(t) = [C_s \quad C_f] \begin{bmatrix} x_s(t) \\ x_f(t) \end{bmatrix}$$

با استفاده از روش‌های آشفته‌گی تکین برای تحلیل رفتار مجانبی سیستم و گرفتن حد g به سمت بینهایت، مؤلفه‌های معادله فضای حالت رابطه (۱۷) بصورت رابطه (۱۸) به دست می‌آید.

$$A_s = \begin{bmatrix} -K_1^{-1}K_2 & 0 \\ A_{12}F_2^{-1}K_1^{-1}K_2 & A_{11} - A_{12}F_2^{-1}F_1 \end{bmatrix}$$

$$A_f = -gB_2K_1F_2$$

$$B_s = \begin{bmatrix} 0 \\ A_{12}F_2^{-1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$B_f = gB_2K_1$$

$$C_s = [C_2F_2^{-1}K_1^{-1}K_2 \quad C_1 - C_2F_2^{-1}F_1]$$

$$C_f = C_2$$

۳- الگوریتم ژنتیک

در این بخش از الگوریتم ژنتیک [۲۶] برای انتخاب مناسب بهترین پارامترهای ماتریس اندازه گیری M ، از کل مجموعه قابل قبول استفاده می شود. در این الگوریتم، ابتدا یک جمعیت^{۳۲} اولیه از کروموزومها به عنوان والدین به صورت تصادفی با توزیع یکنواخت بین تمام ویژگیها انتخاب می شود. متغیرها به عنوان عناصر ماتریس اندازه گیری هستند. فضای همه متغیرها مشابه یکدیگر از -50 تا 50 در نظر گرفته می شود. تعداد بیت های هر متغیر ۲۰ انتخاب شده است، بنابراین طول کل هر جمعیت ۸۰ است. برای صحت پاسخها از رابطه (۲۵) استفاده می شود.

$$\text{Accuracy of answer} = \frac{|\text{The best of answer} - \text{The worst of answer}|}{\text{The best of answer}} \times 100 \quad (25)$$

تابع برازندگی^{۳۳} مورد استفاده، که کروموزومهای الگوریتم ژنتیک در جهت رشد آن حرکت می کنند، بر مبنای صحت جواب و نسبت زمان نشست^{۳۴} به بالازدگی^{۳۵} در خروجی های سیستم است. این تابع باید در هر نسل برای تمام کروموزومها محاسبه شود. سپس در مرحله بعدی، به کمک مقادیر ارزیابی حاصل شده، نرخ برش^{۳۶} و نرخ جهش^{۳۷} تعریف شده و جمعیت بعدی محاسبه می شود. در این تحقیق، از عملگر برش تک نقطه ای با احتمال $P_{\text{cross}}=0.4$ و از عملگر جهش با احتمال $P_{\text{mutation}}=0.05$ استفاده می شود. همچنین از عملگر انتخاب چرخ رولت برای برگزیدن بهترین ویژگیها استفاده است. در این مقاله، تعداد تکرارهای الگوریتم، توسط پارامتر تولید^{۳۸} به مقدار ۵۰ مشخص می شود.

۴- توصیف سیستمها

در این مقاله از دو سیستم برای بررسی و تحلیل نتایج استفاده می شود.

۴-۱- سیستم اول

سیستم با معادله حالت رابطه (۲۶) را در نظر بگیرید.

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (26)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & \beta & -1 \end{bmatrix} x(t)$$

در سیستم رابطه (۲۶) ماتریس A_{12} ، B_2 و C_2 به شرح رابطه (۲۷) هستند.

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

پارامتر β مقادیر صفر و یا یک را می تواند اختیار کند. مقادیر ویژه سیستم ۳ و $2 \pm 2.3361i$ است.

تابع انتقال این سیستم به ازای $\beta=0$ به صورت رابطه (۲۸) است.

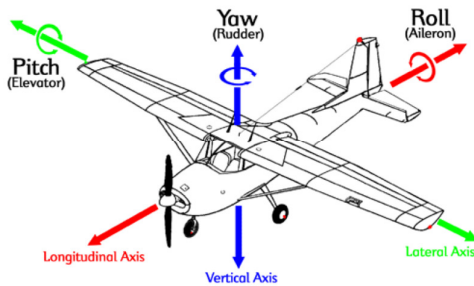
$$G = \begin{bmatrix} \frac{-s^2 + 7s - 12}{s^3 - 7s^2 + 21s - 27} & \frac{4s + 2}{s^3 - 7s^2 + 21s - 27} \\ \frac{s - 3}{s^3 - 7s^2 + 21s - 27} & \frac{-s^2 + 6s - 13}{s^3 - 7s^2 + 21s - 27} \end{bmatrix} \quad (28)$$

همچنین تابع انتقال این سیستم به ازای $\beta=1$ به صورت رابطه (۲۹) است.

$$G = \begin{bmatrix} \frac{-s^2 + 7s - 12}{s^3 - 7s^2 + 21s - 27} & \frac{4s + 2}{s^3 - 7s^2 + 21s - 27} \\ \frac{s^2 - 5s + 6}{s^3 - 7s^2 + 21s - 27} & \frac{-10}{s^3 - 7s^2 + 21s - 27} \end{bmatrix} \quad (29)$$

۴-۲- سیستم دوم

سیستم دوم یک مدل غیرخطی هواپیما است [۲۷]. محورهای بدنه در معادلات دینامیکی هواپیما در شکل (۳) تعریف شده اند. هواپیما با کنترل روی سه محور به حرکت مناسب خود ادامه می دهد. سیستم کنترل هواپیما به دو بخش جانبی و طولی تقسیم می شود که در شکل (۳) به نمایش گذاشته شده است.



شکل (۳): تعریف محورهای بدنه هواپیما

Fig. 3: Definition of body axes of airplane

معادله دینامیکی به کمک خطی سازی به معادله حالت جانبی رابطه (۳۰) تبدیل می شوند [۲۷ و ۲۸].

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}$$

$$x = [v_b, p_b, r_b, \phi, \varphi]^T$$

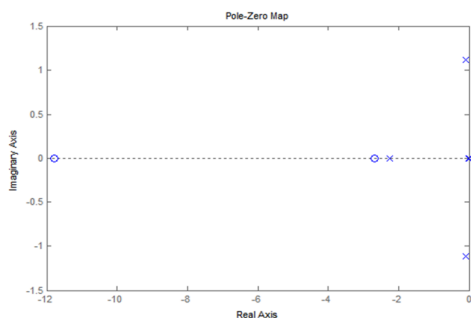
$$u = [d_r, d_a]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.13858 & 14.326 & -219.04 & 32.167 & 0 \\ -0.02073 & -2.1692 & 0.91315 & 0.000256 & 0 \\ 0.00289 & -0.16444 & -0.15768 & -0.00489 & 0 \\ 0 & 1 & 0.00618 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.15935 & 0.00211 \\ 0.01264 & 0.021326 \\ -0.012879 & 0.00171 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

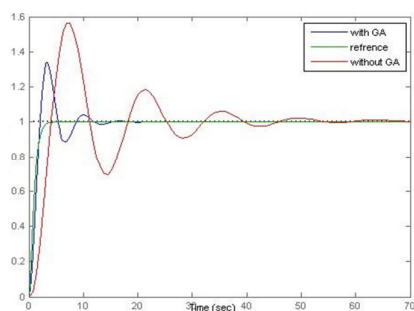
سیستم در $11/7902-$ و $2/6927-$ صفر انتقال دارد و هر دو سمت چپ محور $j\omega$ قرار دارند.



شکل (۴): موقعیت قطب و صفرهای سیستم مدل هواپیما

Fig. (4): The position of the poles and zeros of the airplane model

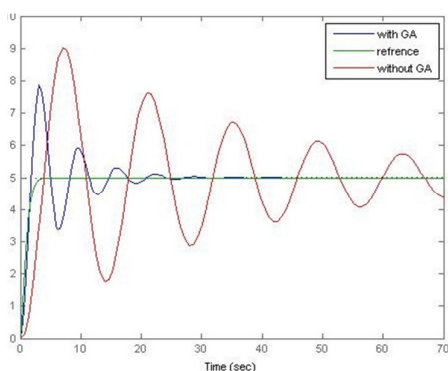
با محاسبه ماتریس CB مشاهده می‌شود، $|CB| = 0$ است و بنابراین سیستم نامنظم است، در نتیجه $[CB]^{-1}$ وجود ندارد. ردیابی ورودی مرجع ثابت ۱ فوت بر ثانیه، برای خروجی v_b مدل، بدون الگوریتم ژنتیک و با الگوریتم ژنتیک در شکل (۵) آورده شده است.



شکل (۵): ردیابی خروجی v_b مدل از ورودی مرجع ثابت

Fig. (5): Tracking of the model output (v_b) from input constant reference

ردیابی ورودی مرجع ثابت ۵ درجه، برای خروجی ϕ مدل، بدون الگوریتم ژنتیک و با الگوریتم ژنتیک در شکل (۶) آورده شده است.



در رابطه (۳۰)، v_b سرعت جانبی، p_b نرخ گردش، r_b میزان انحراف، ϕ زاویه گردش، φ زاویه انحراف، d_r موقعیت سکان و d_a موقعیت بخش متحرک بال هواپیما است. واحدهای پایه استفاده شده در مدل فوت^۳، رادیان و ثانیه هستند. با انتخاب ماتریس C به صورت رابطه (۳۰)، v_b و ϕ به عنوان خروجی مدل در نظر گرفته شده‌اند.

۵- نتایج

در شبیه‌سازی‌ها ماتریس Σ واحد فرض شده است.

سیستم اول:

حالت اول $\beta=0$: در این حالت سیستم رؤیت‌پذیر و کنترل‌پذیر بوده و سیستم در سمت راست محور $j\omega$ در محل ۶ صفر انتقال دارد. با محاسبه دترمینان ماتریس CB مشاهده می‌شود، $|CB| \neq 0$ است. در نتیجه $[CB]^{-1}$ وجود دارد و سیستم منظم است. مقدار رابطه (۲۸) به ازای $S=0$ در رابطه (۳۱) آورده شده است.

$$G = \begin{bmatrix} 0.4 & -0.074 \\ 0.1 & 0.481 \end{bmatrix} \quad (31)$$

از (۳۱) مشاهده می‌شود، سیستم غلبه قطری ندارد.

حالت دوم $\beta=1$: در این حالت سیستم رؤیت‌پذیر و کنترل‌پذیر بوده و سیستم صفر انتقال ندارد. با محاسبه دترمینان ماتریس CB مشاهده می‌شود، $|CB| = 0$ است. در نتیجه $[CB]^{-1}$ وجود ندارد و سیستم نامنظم است.

مقدار رابطه (۲۹) به ازای $S=0$ در رابطه (۳۲) آورده شده است.

$$G = \begin{bmatrix} 0.4 & -0.074 \\ -0.2 & 0.370 \end{bmatrix} \quad (32)$$

ماتریس F_2 به ازای $\beta=1$ به صورت رابطه (۳۳) است.

$$F_2 = C_2 + MA_{12} = \begin{bmatrix} -1 + m_1 & 1 + m_1 \\ 1 + m_2 & -1 + m_2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

حال باید ماتریس اندازه‌گیری M به نحوی تعیین شود تا الف-ماتریس F_2 رتبه کامل داشته باشد، ب- سیستم حلقه بسته پایدار باشد و ج- تداخل در سیستم حداقل شود و در حالت ایده‌آل ماتریس $C_2 F_2^{-1}$ قطری باشد. در گذشته برای تعیین ماتریس اندازه‌گیری، یکی از پارامترها (m_1) را صفر و پارامتر دوم (m_2) را طوری تعیین می‌کردند، که حاصل غیر ویژه شود. در این مسأله $m_2 \neq 0$ حاصل می‌شود. این روش سبب بروز خطا و عدم تعیین مناسب می‌شود.

سیستم دوم:

در این حالت، سیستم رؤیت‌پذیر و کنترل‌پذیر است. مقادیر ویژه این سیستم در شکل ۴ به نمایش گذاشته شده است. مشاهده می‌شود که

می‌شوند و بنابراین در رفتار ورودی و خروجی نقشی ندارند. از این رو پاسخ حلقه بسته تنها از قطب‌های سریع متأثر بوده و بنابراین پاسخ‌دهی سیستم، سریع خواهد بود. طراحی این کنترل کننده به اولین پارامتر مارکوف سیستم چندمتغیره، بستگی دارد؛ در صورتی که اولین پارامتر مارکوف رتبه کامل نباشد، از ماتریس اندازه‌گیری با فیدبک داخلی استفاده می‌شود. در این ساختار، ماتریس اندازه‌گیری به کمک الگوریتم ژنتیک طوری انتخاب می‌شود تا سیستم حلقه بسته پایدار و تداخل بین خروجی‌ها حداقل شود. این تحقیق، بر روی دو نمونه سیستم پیاده‌سازی شده است. از مقایسه نتایج مشاهده می‌شود، پاسخ زمانی کنترل کننده PI بهره بالا به کمک الگوریتم ژنتیک بهتر از روش [۲۳] است.

شکل (۶): ردیابی خروجی Φ مدل از ورودی مرجع ثابت
 Fig. (6): Tracking of the model output (Φ) from input constant reference

۶- بحث و نتیجه‌گیری

روش‌های مختلفی برای کنترل سیستم‌های MIMO وجود دارد. یک روش برای انتخاب ماتریس اندازه‌گیری M در [۲۳] پیشنهاد شده است، اما نمی‌تواند در سیستم‌های پیچیده استفاده شود. هدف این مقاله، ارائه یک ساختار بهینه برای کنترل کننده PI چندمتغیره بهره بالا برای یک سیستم نامنظم به کمک الگوریتم ژنتیک است. یکی از معیارهای مهم در انتخاب این روش، طراحی ساده و کاربردی بودن آن است. کنترل کننده‌های PI بهره بالا منجر به تجزیه مجانبی به مدهای سریع و کند در سیستم حلقه بسته با ویژگی منحصر به فرد می‌شود. مدهای کند سیستم، به طور مجانبی کنترل‌ناپذیر و رؤیت‌ناپذیر

پی‌نوشت:

- | | |
|------------------------------------|---------------------------|
| 1. Proportional | 21. Chein-Hrones-Reswick |
| 2. Integral | 22. Kitamori |
| 3. Proportional-Integral | 23. Irregular |
| 4. Proportional-Derivative | 24. Fast modes |
| 5. Single Input Single Output | 25. Slow modes |
| 6. Anticipated | 26. Markov parameter |
| 7. Ziegler-Nichols (Z-N) | 27. Measurement matrix |
| 8. Quarter-Amplitude | 28. Linear Time Invariant |
| 9. Root Locus | 29. Regular |
| 10. Pole placement | 30. Inner loop |
| 11. Cycle | 31. Transmission |
| 12. Genetic Algorithm | 32. Population |
| 13. Multiple Input Multiple Output | 33. Fitness function |
| 14. Sequential procedure | 34. Setling time |
| 15. Triangular decomposition | 35. Overshoot |
| 16. Gauss-elimination operation | 36. Crossover rate |
| 17. Decentralized | 37. Mutation rate |
| 18. Centralized | 38. Generation |
| 19. Relay feedback experiment | 39. Foot |
| 20. Internal Model Control | |

References

- [1] Q.G. Wang, C. Ye, W.J. Cai, C.C. Hang, "PID control for multivariable processes", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [2] H. Zhang, B. Liu, "Fuzzy modeling and fuzzy control", New York: Springer-Verlag, 2006.
- [3] P. Acarnley, Y. Al-Sadiq, "Tuning PI speed controllers for electric drives using simulated annealing", Proceedings of the IEEE/ISIE, Vol. 4, pp. 1131-1135, 2002.
- [4] R.A. Krohling, J.P. Rey, "Design of optimal disturbance rejection PID controllers using genetic", IEEE Trans. on Evolutionary Computation, Vol. 5, pp. 78-82, Feb. 2001.
- [5] A. Visioli, "Tuning of PID controllers with fuzzy logic", Proceedings Control Theory and Applications, Vol. 148, pp. 1-8, Jan. 2001.
- [6] A.G.J. MacFarlane, "Frequency response methods in control systems", New York, IEEE Press, 1979.
- [7] D.Q. Mayne, "Sequential design of linear multivariable systems", Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, Vol. 126, No. 6, pp. 568-572, June 1979.

- [8] P.L. Falb, W.A. Wolovich, "On the decoupling of multivariable systems", Proc. JACC, Philadelphia, Pennsylvania, pp. 791-796, 1967.
- [9] H.H. Rosenbrock, "Computer-aided control system design", New York: Academic Press, 1974.
- [10] Z. Bingul, "A new PID tuning technique using differential evolution for unstable and integrating processes with time delay", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, LNCS, Vol. 3316, pp. 254-260, 2004.
- [11] R.A. Krohling, J.P. Rey, "Design of optimal disturbance rejection PID controllers using genetic algorithm", IEEE Trans. on Evolutionary Computation, Vol. 5, pp.78-82, Feb 2001.
- [12] Y. Mitsukura, T. Yamamoto, M. Kaneda, "A design of self-tuning PID controllers using a genetic algorithm", Proceedings of the American Control Conference, San Diego, CA, pp. 1361-1365, June 1999.
- [13] A. Khaki-sedigh, "Analysis and design of multivariable control systems", KNTU Publication, 2012 (in Persian).
- [14] C.C. Yu, W.L. Luyben, "Design of multi loop SISO controllers in multivariable processes", Industrial Eng. Chem. Fundam, Vol. 25, pp. 344-350, 1986.
- [15] Z.J. Palmor, Y. Halevi, N. Krasney, "Automatic tuning of decentralized PID controllers for TITO processes", Vol. 31, No. 7, pp. 1001-1010, July 1995.
- [16] A.P. Loh, C.C. Hang, C.K. Quek, V.U. Vasnani, "Auto-tuning of multi-loop proportional-integral controllers using relay feedback", Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 32, pp. 1102-1107, 1993.
- [17] Y.R. Huang, Y.M.Tian, L.G. Qu, "Design of model driven cascade PID controller using quantum neural network", Advanced Materials Research, Vol. 108-111, pp. 1486-1491, May 2010.
- [18] K.J. Astrom, T. Hagglund, "Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control", Journal of Process Control, Vol. 14, No. 6, pp. 635-650, Aug. 2004.
- [19] J.G. Ziegler, N.B. Nichols, "Optimum settings for automatic controllers", Trans. of the ASME, Vol. 64 pp. 759-768., Nov 1942.
- [20] K.L. Chien, J.A. Hrones, J.B. Reswick, "On the automatic control of generalized passive systems", Trans. of ASME, Vol. 74, pp. 175-185, 1952.
- [21] T. Kitamori, "A Method of control system design based upon partial knowledge about controlled processes", Trans. SICE Japan, Vol. 15, No. 4, pp. 549-555, 1979.
- [22] W.J. Locken, "Digital multivariable tracker control laws for the KC-135A", Master's thesis, December 1983.
- [23] D.B. Ridegly, S.S. Banda, J.J. D'Azzo, "Decoupling of high-gain multivariable tracking systems", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 8, No. 1, pp. 44-49, Feb 1985.
- [24] D.J.F. Hopper, "Active control of V/Stol aircraft", PhD Thesis, Department of Aeronautical and Mechanical Engineering, The University of Salford, April 1990.
- [25] J.J.D'Azzo, C.H. Houpis, "Linear control system analysis and design conventional and modern", Edition, New York: McGraw-Hill, 1995.
- [26] R.L. Haupt, S.E. Haupt, "Practical genetic algorithms", Edition, John Wiley and Sons, Inc, pp. 189-190, 2004.
- [27] G. Tao, S. Chen, X. Tang, S.M. Joshi, "Adaptive control of systems with actuator failures", Springer-Verlag, London, 2004.
- [28] J. Guo, Y. Liu, G. Tao, "Multivariable MRAC with state feedback for output tracking", Proceedings of the Conference on American Control, pp. 592-597, St. Louis, MO, USA, June 2009.

