

ارائه روشی سیستماتیک برای تحلیل حساسیت سیستم‌های تحمل‌پذیر خطا در معماری افزونگی چند ماجولی

کوروش اصلان صفت^(۱) - غلامرضا لطیف شبگاهی^(۲)

(۱) کارشناس ارشد - گروه برق-کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

(۲) استادیار - گروه برق-کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۰/۱۶

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۳/۳

خلاصه: درخت عیب یک دیاگرام سلسله مراتبی است که راه‌های مختلف ترکیب اجزای معیوب یک سیستم را که منجر به وقوع عیب نامطلوب مشخص در آن می‌شوند به تصویر می‌کشد. این دیاگرام در فازهای طراحی و بهره‌برداری سیستم‌های صنعتی به کار رفته و به طراحان امکان ارزیابی ویژگی‌هایی نظیر قابلیت اطمینان، میانگین زمان تا خرابی و حساسیت را عرضه می‌کند. علاوه بر موارد مذکور از درخت عیب برای پیدا کردن گلوگاه‌های خرابی و تعیین نقاط ضعف طراحی استفاده می‌کنند. علیرغم کاربردهای وسیع آن در ارزیابی قابلیت اطمینان سیستمها، از درخت عیب کمتر برای محاسبه حساسیت استفاده شده است. در دهه اخیر تحقیقات محدودی در این زمینه صورت گرفته است، اما این روش‌ها برای سیستم‌های بزرگ کارایی نداشته و نظام‌مند نیستند. مقاله حاضر به ارائه روشی سیستماتیک برای ارزیابی حساسیت سیستم‌های تحمل‌پذیر خطا از روی درخت عیب آن می‌پردازد. سپس روش فوق را برای محاسبه حساسیت معماری NMR که یکی از ساختارهای متعارف تحمل‌پذیری خطا که جهت افزایش قابلیت اطمینان، ایمنی و در دسترس‌پذیری سیستم‌ها در صنعت است، به کار گرفته و به ارائه فرمولی جامع و پارامتری برای محاسبه حساسیت این ساختار می‌پردازد. روش ارائه شده می‌تواند کمک شایانی به مهندسان طراح و بهره‌بردار سیستم‌های مطمئن برای محاسبه سیستماتیک و سریع حساسیت از روی درخت عیب آنها بنماید.

کلمات کلیدی: حساسیت، درخت عیب، افزونگی، معماری NMR.

A Systematic Approach to Sensitivity Analysis of Fault Tolerant Systems in NMR Architecture

Kourosh Aslan Sefat⁽¹⁾ – Gholamreza Latif Shabgahi⁽²⁾

(1) MSc. – Department of Electrical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
k_aslansefat@sbu.ac.ir

(2) Assistant Professor - Department of Electrical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran
gh_latif@sbu.ac.ir

A fault tree illustrates the ways through which a system fails. It states different ways in which combination of faulty components result in an undesired event in the system. Being used in phases such as designing and exploiting industrial systems, and the designers able to evaluate the dependability attributes such as reliability, MTTF and sensitivity. In addition, in the mentioned ability, the fault tree is a systematic method for finding systems bottlenecks and weakness point. In spite of its extensive use in evaluating the reliability of systems, fault tree is rarely used in calculating sensitivity. In the last decade, few researches has been conducted in this field, however these methods are not applicable to large scale systems and are not systematic. This paper provides a systematic method for evaluating system sensitivity through fault tree. Then, it introduces sensitivity of NMR architecture as one of the common structures of fault tolerance which is used for enhancing systems' reliability, safety and availability in industry. This article presents a comprehensive and parameterized formula for NMR structure's sensitivity. The presented method can be a great help for designing and exploiting reliable systems engineers in systematic and instant calculation of sensitivity by means of fault tree.

Index Terms: Sensitivity, fault tree, redundancy, NMR architecture, fault tolerance.

نویسنده مسئول: کوروش اصلان صفت، کارشناس ارشد، دانشگاه شهید بهشتی تهران، k_aslansefat@sbu.ac.ir

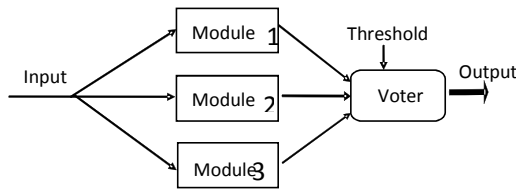
۱- مقدمه

رویکرد تحمل‌پذیری خطا در طراحی سیستم‌های صنعتی در سال‌های اخیر بیش از پیش مورد بررسی قرار گرفته است و ابزارهای متعددی به منظور تجزیه و تحلیل حالت‌های خرابی سیستم بکارگرفته شده‌اند. از میان این ابزارها می‌توان به درخت عیب، بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان، مدل مارکوف و شبکه پتری اشاره نمود. درخت عیب به سبب قدمت آن در صنعت جایگاه ویژه‌ای دارد. درخت عیب بصورت بالقوه قادر به مدل‌سازی سیستم‌های استاتیکی است. در دهه اخیر، قابلیت این روش برای مدل‌سازی تعمیر، پیکره‌بندی مجدد، اولویت، ترتیب و توالی از طریق معرفی گیت‌های جدید [۱] و ادغام آن با روش‌های دیگر مدل‌سازی نظیر پتری‌نت و مارکوف [۲] افزایش قابل ملاحظه‌ای یافته است. ویژگی رفتار تعاملی در مرجع [۳] به درخت عیب افزوده شده و موجب کاهش سایز درخت و کم شدن پیچیدگی آن گردیده است. وجود عدم قطعیت‌ها در رویدادهای پایه درخت و چگونگی اعمال آنها در محاسبات درخت یکی از چالش‌های طراحان این عرصه می‌باشد. تحلیل فازی و یا ارزیابی حساسیت از جمله راهکارهای مواجهه با عدم قطعیت و تغییرات رویدادهای پایه است. در دو دهه اخیر تحقیقات خوبی در زمینه درخت عیب فازی محقق گردیده است [۴]. ولی ارزیابی حساسیت گاه‌ها به دلیل پیچیدگی در ارزیابی سیستم‌هایی با مقیاس بزرگ به نسبت کمتری مورد توجه محققان این عرصه قرار گرفته است. در درخت عیب، هدف از ارزیابی حساسیت تعیین میزان تاثیرگذاری رویدادهای پایه بر روی رویداد نامطلوب اصلی (TOP) و در حالت کلی بر روی رویدادهای سطح بالاتر درخت عیب است [۵]. برای سیستمی با تعداد دلخواه ورودی و خروجی، حساسیت پارامتر Y_i نسبت به پارامتر X_i به صورت رابطه (۱) قابل تعریف است [۶-۷].

$$S_{X_i}(Y_j) = \frac{\partial Y_j}{\partial X_i} \left(\frac{X_i}{Y_j} \right) \quad (1)$$

این مقاله ارزیابی حساسیت را از روی درخت عیب مورد توجه قرار داده و روشی سیستماتیک برای محاسبه و تحلیل حساسیت سیستم‌های NMR که به وفور در ساختار سیستم‌های مطمئن صنعتی استفاده می‌شود، ارائه می‌کند. در یک سیستم NMR، N ماژول یکسان به صورت موازی با یکدیگر کار کرده و خروجی خود را به ازای هر ورودی، به یک مدار تصمیم‌گیر عرضه می‌کنند. اکثریت مطلق‌گیر (Majority Voter)، یکی از مدارات معمول برای تصمیم‌گیر است. این مدار در صورتی که اکثریت مطلق ماژول‌های آن خروجی یکسان (یا تقریباً یکسان) تولید کنند، عمل کرده و خروجی توافق شده را به عنوان خروجی نهایی سیستم انتخاب می‌کند. تحقیقات زیادی در خصوص الگوریتم‌های تصمیم‌گیری، چگونگی سنکرون کردن ورودی‌ها با یکدیگر، چگونگی سنکرون کردن خروجی‌های ماژول‌ها با یکدیگر، انتخاب حد آستانه برای تصمیم‌گیر، انتخاب پنجره توافق و ملحوظ کردن عدم قطعیت‌ها در تصمیم‌گیری انجام شده است [۸]. شکل (۱)

بلوک دیاگرام سیستم TMR را که نسخه پرکاربرد سیستم NMR با N برابر سه است، را نشان می‌دهد. در این ساختار تصمیم‌گیر از نوع تقریبی با حد آستانه Threshold است.



شکل (۱): نمایی ساده از ساختار TMR

Fig. (1): A simple block diagram of TMR architecture

سازمان‌دهی مقاله حاضر به شرح زیر است. در بخش دوم کارهای مهم گذشته در زمینه ارزیابی حساسیت سیستم‌های صنعتی مرور شده و در بخش سوم درخت عیب با یک مثال معرفی می‌شود. در بخش چهارم روشی سیستماتیک برای محاسبه حساسیت سیستم از روی مدل درخت عیب آن شرح داده می‌شود. بخش پنجم به ذکر دو مثال در این زمینه می‌پردازد. در بخش ششم حساسیت معماری NMR به صورت پارامتریک محاسبه شده و فرمولی بسته برای ارزیابی حساسیت این سیستم‌ها پیشنهاد می‌گردد. فرمول‌های به دست آمده به صورت عددی در بخش هفتم تحلیل شده‌اند. بخش هشتم خلاصه‌ای از مقاله را عرضه می‌کند.

۲- پیشینه تحقیق و مرور کارهای قبلی

در این بخش مروری بر تحقیقات انجام شده در زمینه (۱) معماری NMR و کاربردهای آن در صنعت و (۲) ارزیابی حساسیت در سیستم‌های تحمل‌پذیر خطا انجام می‌شود.

۱-۲- معماری NMR و کاربردهای آن در صنعت

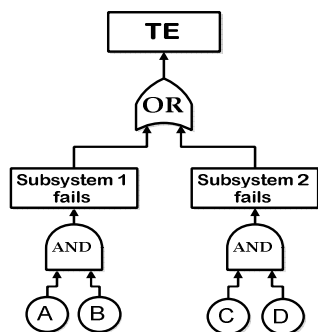
راهکارهای متفاوتی جهت افزایش ویژگی‌های اتکاپذیری سیستم نظیر استفاده از اجزای با کیفیت در سطوح مختلف آن، اعمال افزونگی و به کارگیری استراتژی‌های مناسب تعمیر وجود دارد. اعمال افزونگی علاوه بر افزایش سطح اتکاپذیری سیستم، حساسیت آن را به خرابی اجزا و زیرسیستم‌های آن کاهش می‌دهد. معماری NMR به عنوان یکی از روش‌های افزونگی با قابلیت پوشانیدن عیوب، به مدت بیش از سه دهه در لایه‌های مختلف سیستم‌های صنعتی به کار رفته است. مرجع [۸] به دسته‌بندی تصمیم‌گیرها در چنین سیستم‌هایی پرداخته است. کاربرد افزونگی TMR در سطح مدارات کنترل و حفاظت بوئینگ ۷۷۷ در مرجع [۹] مورد بحث قرار داده شده است. کاربرد افزونگی TMR در سطح پردازنده خودرو در مرجع [۱۰] و در سطح سنسورهای یک شبکه کنترل صنعتی در مرجع [۱۱] تشریح شده است. مرجع [۱۲] دیاگرامی از سیستم کنترل سلسله‌مراتبی تغییر موقعیت پویا در یک سکوی نفتی نیمه شناور را ارائه نموده و در آن کاربرد افزونگی TMR در سطح ژيرو، سنسورهای باد و سنسورهای حرکتی دیگر را نمایش داده است. در سال ۲۰۱۲ مرجع [۱۳] کاربرد دو افزونگی TMR و

بررسی این تحقیقات نشان می‌دهد که هر چند که ارزیابی حساسیت به صورت سیستماتیک و از روی درخت عیب به صورت محدودی مورد بررسی قرار گرفته است ولی تاکنون روابطی بسته و پارامتریک به منظور ارزیابی حساسیت معماری‌های تحمل‌پذیر خطا نظیر معماری NMR ارائه نشده است. این مقاله این موضوع را هدف خود قرار داده است.

۳- درخت عیب

درخت عیب یک دیاگرام منطقی و سلسله مراتبی است و در آن رویدادهایی که پتانسیل تاثیر گذاری بر کارایی و عملکرد سیستم را دارند، به صورت رویداد پایه (BE) مدل می‌شوند. این رویدادها، خرابی اجزاء، شرایط محیطی، خطای انسانی و فاکتورهایی از این قبیل را شامل می‌شوند. در یک درخت عیب راه‌های ترکیب خرابی‌ها (به صورت کلی رویداد پایه) و اثر آن بر روی سطوح مختلف عملکرد سیستم به تصویر کشیده می‌شود و در نهایت تاثیر آن بر عملکرد کلی سیستم، که رویداد نهایی (TE) نامیده می‌شوند، بیان می‌گردد. رویداد نهایی به وسیله گیت‌های منطقی به رویدادهای سطح پایین‌تر خود متصل می‌گردد. در واقع گیت‌ها نحوه تاثیر گذاری رویدادهای سطح پایین‌تر را بر روی رویدادهای سطح بالاتر مدل می‌کنند. در درخت عیب استاتیکی دو نوع متداول از گیت‌ها با نام "AND" و "OR" شناخته می‌شوند. در گیت AND تا زمانی که یکی از رویدادهای متصل به آن واقع نشده باشد، خروجی واقع نمی‌گردد و بالعکس در گیت OR هنگامی که یکی (یا بیشتر) از رویدادهای متصل واقع شود، خروجی واقع می‌گردد. سیستمی را در نظر بگیرید که شامل دو زیرسیستم سری شده بوده و هر زیرسیستم از دو جز که به موازات یکدیگر کار می‌کنند تشکیل شده باشد، درخت عیب این سیستم به صورت شکل (۲) قابل ترسیم است. در سطح اول لازم از هر دو عضو از هر زیرسیستم معیوب شود تا آن زیرسیستم معیوب گردد اما در سطح دوم کافیست یکی از زیرسیستم‌ها معیوب گردد تا رویداد نهایی رخ دهد [۳۲].

به منظور مدل کردن دقیق‌تر رفتار سیستم گیت‌های دیگری مانند گیت AND اولویت‌دار، گیت رزرو، گیت وابستگی و ... درخت عیب اضافه گردیده و مدل‌سازی آن توسعه داده شده است.



شکل (۲): درخت عیب سیستم نمونه [۳۲]

Fig. (2): Fault Tree of a mentioned example

افزونگی DDMR را در سیستم کنترل واحد حفاری (SBP) مورد بررسی قرار داده است. با چنین سابقه‌ای، بررسی حساسیت این معماری نسبت به تغییرات ورودی‌های آن ضروری به نظر می‌رسد.

۲-۲- مرور کارهای گذشته در زمینه حساسیت

در سال ۱۹۸۴ مرجع [۱۴] از زنجیره مارکوف جهت ارزیابی حساسیت در مسئله تخصیص هزینه‌های یک بیمارستان استفاده کرد. سه سال بعد ارزیابی حساسیت به کمک درخت عیب در فضای ماتریسی توسط [۱۵] ارائه شد. در سال ۱۹۸۹ ایده محاسبه برخط حساسیت به کمک زنجیره مارکوف برای سیستم‌های کنترل مطرح گردید [۱۶]. راه حلی برای ارزیابی حساسیت گذرای سیستم به کمک مدل مارکوف در مرجع [۱۷] ارائه گردیده است. مرجع [۱۸] به بررسی حساسیت در سیستم‌های سری - موازی و سیستم‌های چند حالتی پرداخته و به کمک تولید توابع عمومی و بهره‌گیری از نتایج عددی حساسیت سیستم‌های مذکور را ارزیابی کرده است. مرجع [۱۹] حساسیت یک سیستم CAS را به کمک درخت عیب دینامیکی ارزیابی نموده است. مرجع [۲۰] به ارزیابی سیستم‌هایی با معماری NMR به کمک شبکه‌های پتری احتمالی پرداخته است. در سال ۲۰۰۱ برای اولین بار از دیاگرام BDD به منظور ارزیابی حساسیت در کنار تحلیل درخت عیب استفاده شد [۲۱]. مرجع [۲۲] به ارزیابی قابلیت اطمینان، کارایی و حساسیت در سیستم‌های GPMS توسط دیاگرام‌های BDD پرداخته و پوشش نامناسب عیوب در نظر گرفته شده است. در سال ۲۰۰۳ مرجع [۲۳] به ارائه روشی به منظور ارزیابی حساسیت درخت‌های عیب دینامیکی پرداخته و تقریب‌هایی برای ساده‌سازی روابط ارائه کرده است. در این مقاله حساسیت در دو حالت وجود رفتار مستقل عیوب و عدم استقلال در رفتار عیوب ارزیابی شده است. مرجع [۲۴] با استفاده از فرضیات مرجع [۲۳] یک بسته نرم‌افزاری به منظور ارزیابی قابلیت اطمینان و حساسیت سیستم‌ها ارائه نموده است. استفاده از روش اعمال اغتشاش به منظور آنالیز حساسیت توسط [۲۳] در سال ۲۰۰۶ انجام شده است. مراجع [۲۵-۲۸] به تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان و حساسیت سیستم‌های رزرو به وسیله مدل مارکوف پرداخته و تحقیقات خود سرویس‌دهی نامطمئن و خرابی مدارات سوئیچ را لحاظ کرده‌اند. سال ۲۰۰۹ تحقیقی در دانشگاه سوفیا به منظور ارزیابی حساسیت با لحاظ تاثیرات فرسودگی و پیری قطعات و به کمک روش‌های پویای ارزیابی قابلیت اطمینان صورت گرفته است [۲۹] مرجع [۳۰] در سال ۲۰۱۰ به بررسی سیستم‌های صنعتی با درخت‌های عیب سلسله مراتبی و چندگانه پرداخته و روابطی جدید به منظور ایجاد ارتباط میان درخت عیب چندگانه و ارزیابی حساسیت ارائه نموده است. در این تحقیق حساسیت چند جهته سیستم با کمک مدل مارکوف مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. در همان سال مرجع [۳۱] حساسیت سرویس‌دهی شبکه‌های کامپیوتری را نسبت به واحدهای افزونگی به کمک مدل مارکوف ارزیابی و کرده است.

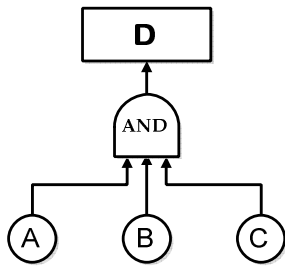
$$K_j = \frac{P_j}{P} \prod_{i \neq j} (1 - P_i) \quad (3)$$

که در آن P_j ورودی مورد نظر، P_i ورودی‌های دیگر و P احتمال خروجی گیت OR است. بر اساس تئوری احتمالات از رابطه (۴) محاسبه می‌گردد [۳۴].

$$P_{OR} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i) \quad (4)$$

ب - ضریب حساسیت گیت AND

به طور مشابه برای یک گیت AND سه ورودی می‌توان ضریب حساسیت را محاسبه نمود. برای این کار شکل (۴) را در نظر بگیرید.



شکل (۴): یک گیت AND سه ورودی [۳۳]

Fig. (4): An AND gate with three input [33]

ضریب حساسیت برای هر ورودی قابل محاسبه است (برای مثال ورودی A) و می‌توان آن را به صورت رابطه Error! Reference source not found. محاسبه نمود [۵].

$$\begin{aligned} K_A &= \frac{\partial P_D}{\partial P_A} \frac{P_A}{P_D} \\ &= \frac{\partial (P_A P_B P_C)}{\partial P_A} \frac{P_A}{P_D} \\ &= P_B P_C \frac{P_A}{P_A P_B P_C} = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

از رابطه فوق می‌توان دریافت که ضریب حساسیت گیت AND نسبت به هر ورودی برابر یک است. لازم به ذکر است احتمال خروجی گیت AND بر اساس تئوری احتمالات از رابطه (۶) محاسبه می‌گردد [۳۶].

$$P_{AND} = \prod_{i=1}^n (P_i) \quad (6)$$

ج - ضریب حساسیت گیت‌های AND و OR فازی

در عمل، در وقوع رویدادهای پایه همواره عدم قطعیتی وجود دارد برای لحاظ کردن این عدم قطعیت‌ها، لازم است گیت‌های AND و OR فازی در نظر گرفته شوند، حال بایستی ضریب حساسیت را برای این گیت‌های فازی محاسبه کرد.

اگر در درختی رویدادهای پایه به صورت فازی و با تابع عضویت مثلثی (شکل (۵)) را دوزنقه‌ای (شکل (۶)) در نظر گرفته شوند، آنگاه احتمال

(۶)

۴- الگوریتم محاسبه حساسیت سیستم از روی درخت عیب آن

این بخش به بیان روشی سیستماتیک که با اقتباس از تئوری مطرح شده در [۵] و اعمال تغییراتی در آن تدوین شده است می‌پردازد. ابتدا روش را توضیح داده و سپس آن را روی دو نمونه درخت عیب پیاده می‌کنیم.

حساسیت سیستم از روی درخت عیب آن در چهار گام به شرح زیر محاسبه می‌شود.

گام اول - تشکیل بردارهای ورودی و خروجی:

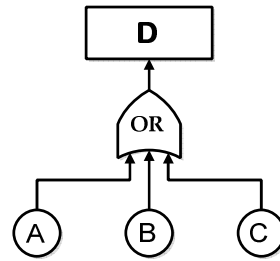
ابتدا دو بردار ورودی (X) و خروجی (Y) تشکیل می‌شوند. درایه‌های بردار ورودی X ، رویدادهای پایه درخت (BE) هستند که از بالا به پایین و از چپ به راست مرتب می‌شوند. درایه‌های بردار خروجی، خروجی‌های گیت‌های هستند که از بالا به پایین و از چپ به راست مرتب شده‌اند.

گام دوم - محاسبه ضریب حساسیت

در این گام برای هر نوع گیت موجود در درخت ضریبی بنام "ضریب حساسیت K" محاسبه می‌شود. درخت عیب استاتیکی شامل دو نوع گیت AND و OR است لذا نحوه محاسبه ضریب حساسیت K را برای این دو نوع گیت توضیح می‌دهیم.

الف - ضریب حساسیت گیت OR

یک گیت OR با سه ورودی A، B و C را به صورت شکل (۳) در نظر بگیرید.



شکل (۳): یک گیت OR سه ورودی [۳۳]

Fig. (3): An OR gate with three input [33]

به کمک رابطه (۱) می‌توان ضریب حساسیت این گیت را برای یک ورودی دلخواه (برای مثال ورودی B) به صورت رابطه (۲) محاسبه نمود [۵].

$$\begin{aligned} K_B &= \frac{\partial P_D}{\partial P_B} \frac{P_B}{P_D} \\ &= \frac{\partial (1 - (1 - P_A)(1 - P_B)(1 - P_C))}{\partial P_B} \frac{P_B}{P_D} \\ &= \frac{P_B (1 - P_A)(1 - P_C)}{P_D} \end{aligned} \quad (2)$$

رابطه فوق را می‌توان برای گیت OR از نوع ۱-ورودی به صورت رابطه (۳) گسترش داد [۳۴].

$$K_j = \frac{[a_j, b_j, c_j, d_j]}{P} \quad (12)$$

لازم به ذکر است که در این روابط K_j برداری با سه یا چهار درایه خواهد بود و این بدان معنی است که مقدار حساسیت که در قسمت‌های بعدی مورد محاسبه قرار می‌گیرد به ازای هر درایه از این بردار محاسبه شده و در نهایت حساسیت هر خروجی نسبت به هر ورودی برداری با سه یا چهار خروجی به دست خواهد آمد و با استفاده از روش‌هایی چون برش آلفا، محاسبه مرکز ثقل و فشرده سازی می‌توان حساسیت واحد محاسبه نمود که در آن عدم قطعیت رویدادهای پایه لحاظ گردیده‌اند. برای درخت عیب فازی با رویداد پایه‌ای که دارای تابع عضویت متفاوتی است نیز می‌توان روابط مشابه‌ای را به دست آورد.

گام سوم - تشکیل "ماتریس گذر حساسیت"

در "ماتریس گذر حساسیت" هر سطر متناظر با یک درایه از بردار Y بوده و ستون‌های آن از پشت سر هم قرار دادن عناصر بردارهای Y و X ساخته می‌شوند. به منظور تعیین مقادیر درایه‌های این ماتریس قوانین زیر بیان می‌گردند.

الف- درایه‌های متناظر بین هر گیت با خودش یک فرض شود.

ب- درایه‌های متناظر بین ورودی هر گیت از گیت قبلی (گیت پایین آن) با علامت منفی در بالای قطر و ورودی هر گیت از رویداد پایه با علامت مثبت قرار داده می‌شود.

ج- مقدار عددی میان درایه‌های مذکور در صورت عدم ارتباط صفر و در صورت وجود ارتباط مقدار K یا همان ضریب حساسیت فرض می‌شود.

د - این ماتریس به دو ماتریس A و B قابل تجزیه است. در واقع ماتریس A یک ماتریس پایین مثلثی است که تناظر میان گیت‌ها با یکدیگر را بیان نموده و B ماتریسی است که ارتباط میان گیت‌ها و رویدادهای پایه را مشخص می‌نماید.

گام چهارم - محاسبه ماتریس حساسیت

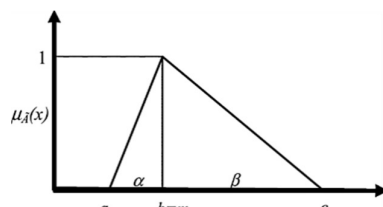
به منظور ارزیابی حساسیت به کمک رابطه (۱۳) ماتریس حساسیت قابل محاسبه است، هر سطر از این ماتریس متناظر با یک گیت و هر ستون از این ماتریس متناظر با یک رویداد پایه خواهد بود. بدین ترتیب حساسیت رویداد TOP (TE) نسبت به هر یک از رویدادهای پایه از روی سطر اول این ماتریس تعیین می‌گردد.

$$S = \text{diag}(Y) A^{-1} B (\text{diag}(X))^{-1} \quad (13)$$

۵- پیاده‌سازی روش برای دو مثال نمونه

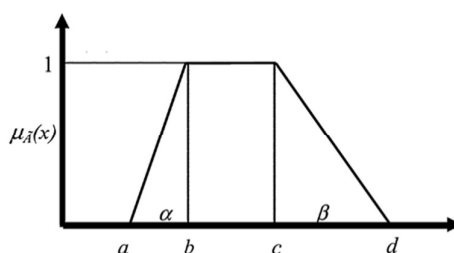
مثال ۱: شکل (۷) یک درخت عیب استاتیکی ساده را نشان می‌دهد که دارای ۵ گیت و ۶ رویداد پایه است. برای محاسبه حساسیت آن، ابتدا دو بردار X و Y برای این درخت تعریف می‌شوند. رویدادهای پایه در

خروجی گیت‌های AND و OR را به صورت روابط (۷) و (۸) برای تابع عضویت مثلثی و روابط (۹) و (۱۰) برای تابع عضویت دوزنقه‌ای محاسبه نمود [۴].



شکل (۵): تابع عضویت مثلثی برای رویداد پایه در درخت عیب فازی

Fig. (5): Fuzzy triangular membership function as a basic event in Fault Tree



شکل (۶): تابع عضویت دوزنقه برای رویداد پایه در درخت عیب فازی

Fig. (6): Fuzzy Trapezoidal membership function as a basic event in Fault Tree

$$P_{OR} = 1 - \left[\prod_{i=1}^n (1 - a_i), \prod_{i=1}^n (1 - b_i), \prod_{i=1}^n (1 - c_i) \right] \quad (7)$$

$$P_{AND} = \left[\prod_{i=1}^n a_i, \prod_{i=1}^n b_i, \prod_{i=1}^n c_i \right] \quad (8)$$

$$P_{OR} = 1 - \left[\prod_{i=1}^n (1 - a_i), \prod_{i=1}^n (1 - b_i), \dots \right] \quad (9)$$

$$P_{AND} = \left[\prod_{i=1}^n (1 - c_i), \prod_{i=1}^n (1 - d_i) \right] \quad (10)$$

از آنجایی که در روابط فوق مقادیر احتمالی برای هر یک از مقادیر a, b, c و d به صورت جداگانه در نظر گرفته می‌شود می‌توان گفت که ضریب حساسیت برای گیت AND در درخت عیب فازی مانند قسمت قبل برابر یک و ضریب حساسیت گیت OR در این درخت از رابطه (۱۱) برای تابع عضویت مثلثی و از رابطه (۱۲) برای تابع عضویت دوزنقه‌ای محاسبه می‌گردد.

$$K_j = \frac{[a_j, b_j, c_j]}{P} \times \left[\prod_{i \neq j} (1 - a_i), \prod_{i \neq j} (1 - b_i), \prod_{i \neq j} (1 - c_i) \right] \quad (11)$$

با داشتن دو ماتریس A، B و لحاظ نمودن بردارهای X و Y به صورت قطری ماتریس حساسیت از رابطه (۱۳) به دست می‌آید. به منظور درک بهتر مسئله فرض کنید که احتمال رویدادهای پایه مطابق جدول (۱) فرض گردند.

Table (1): Probabilistic values of basic events

جدول (۱): مقادیر احتمالاتی رویدادهای پایه

$P_{12} = 0.01$	$P_{21} = 0.02$	$P_{111} = 0.05$
$P_{112} = 0.06$	$P_{221} = 0.04$	$P_{222} = 0.03$

با استفاده از رابطه (۶) برای گیت AND و رابطه (۴) برای گیت OR احتمال هر یک از گیت‌ها به صورت جدول (۲) محاسبه می‌گردد.

$$P_{AND} = \prod_{i=1} P_i \quad (1)$$

$$P_{OR} = 1 - \prod_{i=1} (1 - P_i) \quad (2)$$

جدول (۲): مقادیر احتمالاتی گیت‌ها

Table (2): Probabilistic values of intermediate events

$P_{22} = 0.0688$	$P_{11} = 0.003$
$P_1 = 0.01297$	$P_2 = 0.001376$
$P_{TE} = 1.17846 \times 10^{-5}$	

با به کارگیری رابطه (۳) برای گیت‌های OR در درخت عیب مذکور مقادیر K به صورت روابط (۱۷) تا (۲۰) قابل محاسبه می‌باشند.

$$K_{11} = \frac{P_{11}(1 - P_{12})}{P_1} = 0.22899 \quad (17)$$

$$K_{12} = \frac{P_{12}(1 - P_{11})}{P_1} = 0.768697 \quad (18)$$

$$K_{221} = \frac{P_{221}(1 - P_{222})}{P_{22}} = 0.564 \quad (19)$$

$$K_{222} = \frac{P_{222}(1 - P_{221})}{P_{22}} = 0.419 \quad (20)$$

پس از تعیین مقادیر K برای گیت‌های OR در درخت عیب مورد ارزیابی، ماتریس گذر حساسیت مطابق رابطه (۲۱) را از روی درخت عیب نوشته شده و خواهیم داشت:

$$\begin{matrix}
 \begin{matrix} P_{TE} & P_1 & P_2 & P_{11} & P_{22} & P_{12} & P_{21} \\
 P_{TE} & \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 P_1 & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -0.299 & 0 & 0.769 & 0 \\
 P_2 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\
 P_{11} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 P_{22} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & k_{221} & k_{222} & 0 \end{bmatrix} & \begin{matrix} P_{111} & P_{112} & P_{221} & P_{222} \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.564 & 0.419 \end{matrix}
 \end{matrix}
 \end{matrix}
 \end{matrix} \quad (21)$$

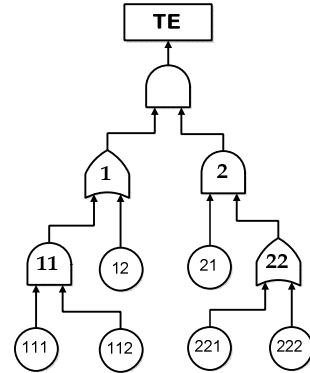
درخت عیب بوده و تعداد ستون‌های آن به تعداد رویدادهای پایه در درخت می‌باشد. در این ماتریس سطر اول مربوط به حساسیت رویداد

کنار یکدیگر بردار X را تشکیل می‌دهند که در آن رویدادهای پایه موجود در درخت از بالا به پایین و از چپ به راست در بردار X آورده شده‌اند.

$$X^T = [P_{12}; P_{21}; P_{111}; P_{112}; P_{221}; P_{222}] \quad (14)$$

بردار Y بیانگر خروجی هر یک از گیت‌های درخت عیب است. آنها در بردار Y از بالا به پایین و از چپ به راست مرتب می‌گردند. این بردار به صورت رابطه (۱۵) نوشته می‌شود.

$$Y^T = [P_{TE}; P_1; P_2; P_{11}; P_{22}] \quad (15)$$



شکل (۷): نمونه‌ای از یک درخت عیب استاتیکی [۵]

Fig. (7): An example of static Fault Tree [5]

پس از تشکیل بردارهای مذکور ماتریس گذر حساسیت رابطه (۱۶) از روی درخت عیب و به کمک گام‌های اول و دوم نوشته می‌شود.

$$\begin{matrix}
 Y^T \\
 P_{TE} \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\
 P_1 & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & k_{11} & 0 \\
 P_2 & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\
 P_{11} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 P_{22} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} P_{111} & P_{112} & P_{221} & P_{222} \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}
 \end{matrix}
 \end{matrix}
 \end{matrix} \quad (16)$$

$$\begin{matrix}
 X^T \\
 P_{12} & P_{21} & P_{111} & P_{112} & P_{221} & P_{222} \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 k_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & k_{221} & k_{222}
 \end{matrix} \quad (21)$$

با استفاده از رابطه (۱۳) ماتریس حساسیت به صورت رابطه (۲۲) به دست می‌آید. تعداد سطرهای ماتریس حساسیت به تعداد گیت‌های

که حساسیت این گیت نسبت به سه رویداد ۰.۲۱، ۲۲۲ و ۲۲۱ صفر بوده و نسبت به دیگر رویدادها مقدار غیر صفر دارد.

$$S = \begin{matrix} P_{TE} \\ P_1 \\ P_2 \\ P_{11} \\ P_{22} \end{matrix} \begin{bmatrix} P_{12} & P_{21} & P_{111} & P_{112} & P_{221} & P_{222} \\ 1.372 \times 10^{-3} & 8.923 \times 10^{-4} & 8.173 \times 10^{-5} & 6.811 \times 10^{-5} & 2.516 \times 10^{-4} & 2.49 \times 10^{-4} \\ 0.997 & 0 & 5.940 \times 10^{-2} & 4.950 \times 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 6.880 \times 10^{-2} & 0 & 0 & 1.940 \times 10^{-2} & 1.940 \times 10^{-2} \\ 0 & 0 & 5.999 \times 10^{-2} & 0.500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.970 & 0.960 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$Y^T = [P_{TE}; P_1; P_2; P_3] \quad (24)$$

مقادیر K را برای گیت OR به صورت روابط (۲۵) تا (۲۷) محاسبه می‌گردند. لازم به ذکر است که مقادیر K برای گیت‌های AND یک در نظر گرفته می‌شود.

$$K_{G1} = \frac{P_{G1}(1-P_{G2})(1-P_{G3})}{P_{TE}} \quad (25)$$

$$K_{G2} = \frac{P_{G2}(1-P_{G1})(1-P_{G3})}{P_{TE}} \quad (26)$$

$$K_{G3} = \frac{P_{G3}(1-P_{G2})(1-P_{G1})}{P_{TE}} \quad (27)$$

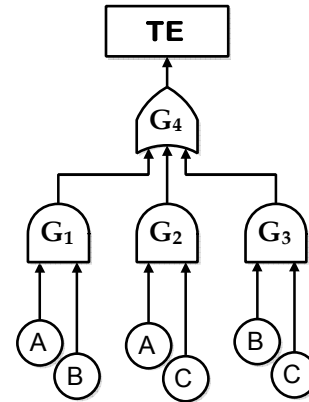
از روی درخت عیب این سیستم می‌توان ماتریس گذر حساسیت را به صورت رابطه (۲۸) به دست آورد. در این ماتریس درایه متناظر میان هر گیت و خودش یک قرار داده شده است. مقادیر درایه‌های متناظر میان گیت‌ها با علامت منفی و در بالای قطر یک تعیین گردیده و مقادیر متناظر میان گیت‌ها و رویدادهای پایه با علامت مثبت مشخص شده‌اند. ماتریس گذر حساسیت به دست آمده به دو ماتریس A و B شکسته شده و از روی رابطه (۱۳) ماتریس حساسیت محاسبه می‌گردد.

$$P_{TE} \begin{bmatrix} P_{TE} & P_1 & P_2 & P_3 & P_a & P_b & P_c \\ 1 & -K_{G1} & -K_{G2} & -K_{G3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$S^T = \begin{bmatrix} \frac{P_{TMR}(K_{G1} + K_{G2})}{P_a} \\ \frac{P_{TMR}(K_{G1} + K_{G3})}{P_b} \\ \frac{P_{TMR}(K_{G2} + K_{G3})}{P_c} \end{bmatrix} \quad (29)$$

TOP نسبت به هر یک از رویدادهای پایه می‌باشد. در ماتریس حساسیت محاسبه شده در این مسئله سطر دوم حساسیت گیت شماره یک نسبت به رویدادهای پایه درخت بیان شده است و مشاهده می‌شود

مثال ۲: شکل (۸) درخت عیب یک سیستم TMR را نمایش می‌دهد. در این سیستم تصمیم‌گیرنده از نوع حداکثر مطلق فرض شده است، در نتیجه با معیوب شدن بیش از دو ماژول سیستم از کار می‌افتد.



شکل (۸): درخت عیب معماری TMR
Fig. (8): Fault Tree of TMR architecture

ابتدا دو بردار X و Y به صورت روابط (۲۳) و (۲۴) تشکیل می‌گردند.

$$X^T = [P_a; P_b; P_c] \quad (23)$$

سطر اول بردار حساسیت محاسبه شده برای سیستم TMR که معرف میزان حساسیت رویداد TOP به هر یک از رویدادهای پایه است، به صورت رابطه (۲۹) به دست می‌آید.

ورودی است. لذا در رابطه (۳۵)، P_{AND} بسته به تعداد ماژول‌ها از رابطه (۳۷) قابل محاسبه است.

$$P_{AND} = \prod_{i=1}^{N+1} P_i \quad (37)$$

لازم به ذکر است که به سهولت می‌توان به کمک اثبات استقرایی، درستی فرمول‌های ارائه شده را اثبات کرد.

۷- ارزیابی روابط و ارائه نتایج عددی

در این بخش روابط بدست آمده در مقاله به صورت عددی ارزیابی می‌گردند. اثر تغییرات میزان افزونگی (N) و نوع نرخ خرابی (توزیع احتمالاتی خرابی) روی حساسیت بررسی می‌شود. حساسیت ویژگی‌ای است که می‌تواند نسبت به تغییرات احتمال خرابی (یا تغییرات قابلیت اطمینان) ماژول‌ها و زمان متغیر باشد و این تغییرات از رفتار احتمالاتی ماژول‌ها بی‌تاثیر نیست. از آنجا که برای بیشتر سیستم‌های سخت‌افزاری نرخ خرابی ماژول‌ها از توزیع نمایی، در سیستم‌های نرم‌افزاری نرخ خرابی واریانت‌ها از توزیع وایبال و در سیستم‌های سخت‌افزاری از نوع احتمالاتی نرخ خرابی از نوع پواسون تبعیت می‌کنند لذا سه توزیع نمایی، وایبال و پواسون انتخاب می‌شوند و حساسیت TOP سیستم NMR که نرخ خرابی ماژول‌های آن دارای سه نوع توزیع احتمالاتی فوق هستند بررسی و مقایسه می‌شوند. قابلیت اطمینان بر اساس توابع توزیع نمایی، وایبال و پواسون به صورت روابط (۳۸) تا (۴۰) بیان می‌گردد.

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (38)$$

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta} \quad (39)$$

$$R(t) = \sum_{x=0}^n \frac{(\lambda t)^x e^{-\lambda t}}{x!} \quad (40)$$

۷-۱- بررسی حساسیت نسبت به افزایش قابلیت اطمینان

ماژول‌ها

در این بخش حساسیت TOP نسبت به قابلیت اطمینان (که رابطه مستقیم با نرخ خرابی اجرا دارد) سیستم، وقتی از توزیع نمایی، وایبال و پواسون تبعیت می‌کند، بررسی می‌گردد.

شکل (۹) تغییرات حساسیت نسبت به افزایش قابلیت اطمینان سیستم، وقتی تابع توزیع خرابی نمایی و نرخ خرابی ۰.۰۱ باشد، را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که هرچه قابلیت اطمینان ماژول‌ها در معماری NMR بیشتر شود حساسیت رویداد TOP نسبت به خرابی ماژول‌ها کمتر می‌شود. همچنین در این شکل می‌توان گفت هنگامی که تعداد ماژول‌ها افزایش یابد تغییرات حساسیت نسبت به قابلیت

۶- محاسبه حساسیت سیستم NMR از روی مدل درخت عیب

این بخش به ارائه رابطه‌ای بسته برای محاسبه حساسیت معماری NMR می‌پردازد.

اگر احتمال رخدادهای پایه با یکدیگر برابر فرض شوند (رابطه (۳۰)) روابط حساسیت برای سیستم‌های TMR، 5MR، 7MR و 9MR به طریق مشابهی به صورت روابط (۳۱) تا (۳۴) به دست می‌آیند.

$$P_a = P_b = P_c, P_1 = P_2 = P_3 = P \quad (30)$$

$$S_{TMR|event} = \frac{2P_{TMR} P_{AND} (1 - P_{AND})^2}{P_a} \quad (31)$$

$$S_{5MR|event} = \frac{6P_{5MR} P_{AND} (1 - P_{AND})^9}{P_a} \quad (32)$$

$$S_{7MR|event} = \frac{20P_{7MR} P_{AND} (1 - P_{AND})^{34}}{P_a} \quad (33)$$

$$S_{9MR|event} = \frac{70P_{9MR} P_{AND} (1 - P_{AND})^{125}}{P_a} \quad (34)$$

با مشاهده روابط فوق می‌توان فرمولی جامع و بسته برای ارزیابی حساسیت در معماری NMR به صورت رابطه (۳۵) ارائه نمود.

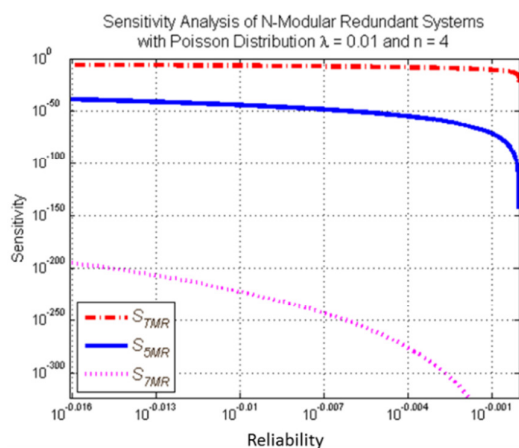
$$S_{NMR|event} = \frac{\left(\frac{N-1}{N-1}\right) P_{NMR} P_{AND} (1 - P_{AND}) \left(\left(\frac{N+1}{2}\right) - 1\right)}{P_a} \quad (35)$$

در رابطه فوق P_{NMR} از رابطه (۳۶) که در مراجع بسیاری از جمله [۳۵] آمده است، به دست می‌آید.

$$P_{NMR} = \left(\sum_{i=0}^{N-1} \binom{N}{i} P^{N-i} (1-P)^i \right) \quad (36)$$

این رابطه را می‌توان از روش استقرای ریاضی اثبات کرد که اثبات آن در مرجع [۳۶] آمده است. رابطه (۳۵) برای اولین بار در این مقاله جهت ارزیابی حساسیت معماری NMR ارائه شده است. در سال ۱۹۸۷ مرجع [۳۷] رابطه‌ای را برای ارزیابی حساسیت سیستم TMR حمایت شده با رزرو ارائه کرده بود. برای صحت سنجی رابطه (۳۵) کافی است که در آن رابطه N برابر ۳ انتخاب شود و به ازای مقادیر یکسان در احتمال خرابی ماژول‌ها رابطه داده شده در مرجع [۳۷] (هنگامی که تعداد رزروهای آن صفر انتخاب شود) ساده شود، حاصل دو رابطه مذکور یکسان خواهد شد که نشان دهنده درستی رابطه (۳۵) ارائه شده در این مقاله است. در درخت عیب معماری TMR گیت AND دو ورودی است. برای معماری 5MR این گیت سه ورودی دارد و به همین ترتیب برای سیستم NMR هر گیت AND دارای $N+1/2$

شکل (۱۱) تغییرات حساسیت نسبت به افزایش قابلیت اطمینان سیستمی که خرابی آن رفتار احتمالاتی (توزیع خرابی پواسون با نرخ خرابی ۰.۰۱ و X برابر ۴) دارد، را نشان می‌دهد. مانند دو شکل قبل تحلیل‌ها برای این شکل نیز صادق است با این تفاوت که افت حساسیت هنگامی که قابلیت اطمینان سیستم بیشتر است. در این منحنی حساسیت معماری 9MR صفر است. در این منحنی با افزایش قابلیت اطمینان افت حساسیت نسبت به دو منحنی قبل بیشتر است. بررسی این سه منحنی نشان می‌دهد که حساسیت با توزیع پواسون تغییرات آرام‌تر و با توزیع وایبال تغییرات تیزتری نسبت به قابلیت اطمینان دارد. همچنین به واقعیت نزدیک بودن نتایج به راحتی مشهود است زیرا می‌دانیم هنگامی که قابلیت اطمینان اجزای یک سیستم افزایش یابد حساسیت خرابی آن کاهش می‌یابد.



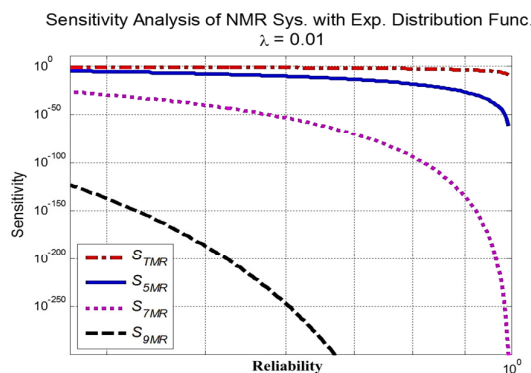
شکل (۱۱): منحنی حساسیت معماری NMR نسبت به قابلیت اطمینان ماژول‌ها (با لحاظ تابع توزیع پواسون)

Fig. (11): Sensitivity analysis of NMR architecture vs. modules' reliability (Poisson distribution function)

۷-۲- بررسی حساسیت نسبت به گذر زمان

در این بخش حساسیت TOP نسبت به افزایش زمان و تاثیر آن بر اجزای سیستم، وقتی رفتار احتمالاتی اجزا از توزیع نمایی، وایبال و پواسون تبعیت می‌کند، نشان داده می‌شود. منحنی‌های این بخش در بازه زمانی (۰ تا ۲۰۰) واحد زمانی ترسیم شده‌اند. شکل (۱۲) منحنی تغییرات حساسیت معماری NMR، وقتی که خرابی ماژول‌ها از توزیع نمایی با نرخ ۰.۰۱ تبعیت کند، را نسبت به گذر زمان نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با گذر زمان حساسیت سیستم افزایش می‌یابد و توجیح آن پیری و کاهش قابلیت اطمینان سیستم به مرور زمان است. همچنین مشاهده می‌شود که افزایش تعداد ماژول‌ها افت حساسیت مذکور را کم می‌کند، این رفتار به دلیل آن است که افزایش تعداد ماژول‌ها قابلیت اطمینان سیستم را بالا برده و به سبب آن نرخ افت حساسیت بر اقر گذشت زمان کاهش می‌یابد.

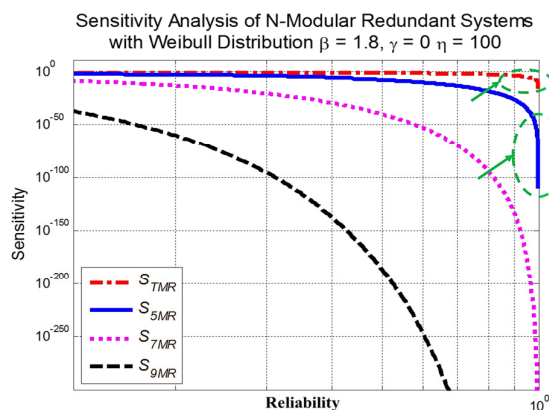
اطمینان ماژول‌ها کمتر می‌شود. به عبارت دیگر افزایش تعداد ماژول‌ها می‌تواند کمبود قابلیت اطمینان ماژول‌ها را تا حدی جبران کند و این موضوع به بهای افزایش هزینه، وزن، پیچیدگی و مواردی از این قبیل امکان‌پذیر است.



شکل (۹): منحنی حساسیت معماری NMR نسبت قابلیت اطمینان ماژول‌ها (با لحاظ تابع توزیع نمایی)

Fig. (9): Sensitivity analysis of NMR architecture vs. modules' reliability (exponential distribution function)

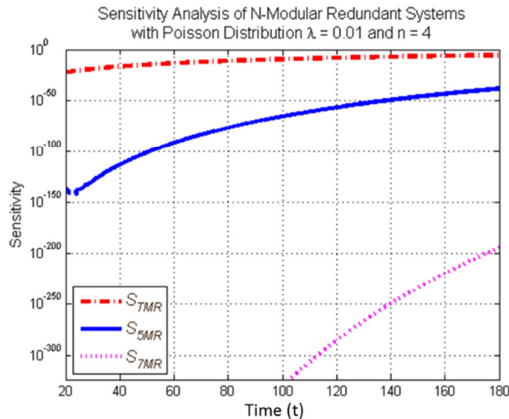
همانطور که گفته شد برای نسخه‌ها نرم افزاری رفتار خرابی سیستم با توزیع احتمالاتی وایبال مدل می‌شود. شکل (۱۰) منحنی تغییرات حساسیت در معماری NMR، وقتی که توزیع احتمالاتی از نوع وایبال، پارامتر گاما برابر صفر، پارامتر ا تا برابر ۱۰۰ و پارامتر بتا برای ۱.۸ باشد، را نسبت به افزایش قابلیت اطمینان نشان می‌دهد. تحلیل‌های بیان شده برای منحنی شکل (۹) در این شکل نیز صادق است. تفاوت میان توزیع احتمالاتی وایبال با توزیع احتمالاتی نمایی در این شکل مشخص گردیده است و مشاهده می‌شود که هنگامی که مقادیر قابلیت اطمینان به یک نزدیک‌تر باشد آنگاه افت حساسیت نسبت به افزایش قابلیت اطمینان بیشتر است.



شکل (۱۰): منحنی حساسیت معماری NMR نسبت به قابلیت اطمینان ماژول‌ها (با لحاظ تابع توزیع وایبال و بتا بزرگتر از یک)

Fig. (10): Sensitivity analysis of NMR architecture vs. modules' reliability (Weibull distribution function with $\beta > 1$)

این منحنی نسبت به دو منحنی قبل کمتر است. در این منحنی حساسیت معماری 9MR نسبت به گذر زمان صفر است.



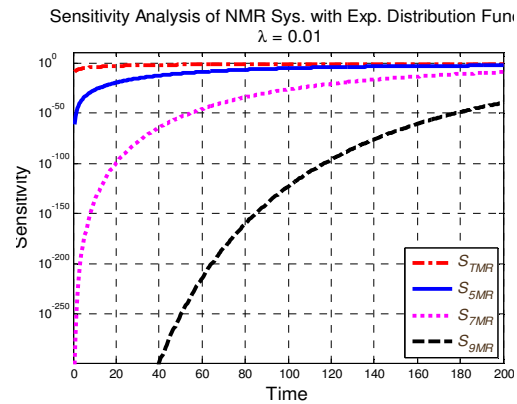
شکل (۱۴): منحنی حساسیت معماری NMR نسبت به تغییرات زمان (با لحاظ تابع توزیع پواسون)

Fig. (14): Sensitivity analysis of NMR architecture vs. time (Poisson distribution function)

از میان دو منحنی مربوط به توزیع وایبال با بتا بزرگتر از یک و توزیع نمایی، توزیع نمایی در لحظات اولیه شیب تغییرات حساسیت بیشتر و منحنی آن تیزتر است و بر خلاف تمام اینها منحنی مربوط به توزیع پواسون رفتاری آرام‌تر داشته و با گذشت زمان حساسیت خرابی TE به ماژول‌ها افزایش کمتری پیدا می‌کند و می‌توان گفت حساسیت در مثال توزیع پواسون سطح پایین‌تر و تغییرات کمتری دارد. اگر احتمال خرابی ماژول‌ها بدون در نظر گرفتن نوع توزیع خرابی به صورت ثابت لحاظ شود می‌توان تحلیل‌هایی که ادامه مورد بحث قرار می‌گیرند را ارائه نمود.

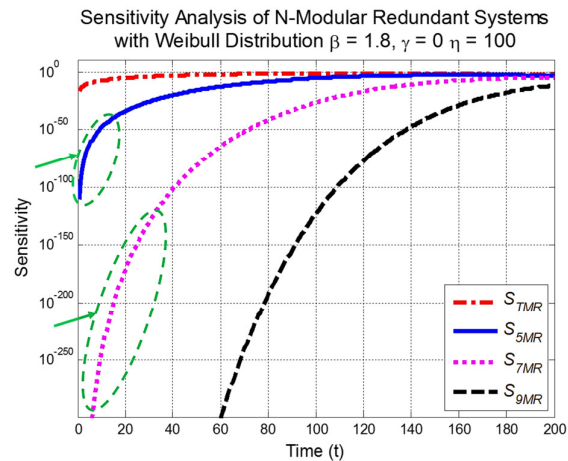
منحنی تغییرات حساسیت نسبت به تغییرات احتمال خرابی یک عضو به صورت لگاریتمی در شکل (۱۵) نشان داده شده است. این منحنی برای چهار حالت با تعداد متفاوت ۳، ۵، ۷ و ۹ ماژول افزونه در نظر گرفته شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش احتمال خرابی، حساسیت سیستم نسبت به خرابی ماژول‌ها افزایش می‌یابد، همچنین تاثیر افزایش تعداد ماژول‌های افزونه بر روی کاهش حساسیت دیده می‌شود و به نظر می‌رسد که با افزایش تعداد ماژول‌های افزونه می‌توان حساسیت خرابی کلی سیستم نسبت به خرابی یک جز را کاهش داد، این کار به بهای افزایش هزینه، وزن و پیچیدگی سیستم تمام می‌شود. در واقع روابط پارامتریک ارائه شده در این مقاله مصالحه میان موارد مذکور و میزان حساسیت را به تصویر می‌کشد.

شکل (۱۳) منحنی تغییرات حساسیت نسبت به گذر زمان را با لحاظ فرضیات شکل قبل نشان می‌دهد با این تفاوت که اینبار بتا بزرگتر از یک و برابر ۱.۸ فرض شده است. لازم به ذکر است که منحنی با فرض بتا برابر یک مانند توزیع نمایی خواهد بود و به همین دلیل از ذکر آن صرف‌نظر شده است. تحلیل‌هایی که برای منحنی اول در این بخش (توزیع نمایی) توضیح داده شد برای این منحنی نیز صادق است و تفاوت آن تنها برای زمان‌های اولیه شروع به کار سیستم است که همانطور که نشان داده شده است این تغییرات نسبت به توزیع نمایی آهنگ کمتری دارد.



شکل (۱۲): منحنی حساسیت معماری NMR نسبت به تغییرات زمان (با لحاظ تابع توزیع نمایی)

Fig. (12): Sensitivity analysis of NMR architecture vs. time (exponential distribution function)

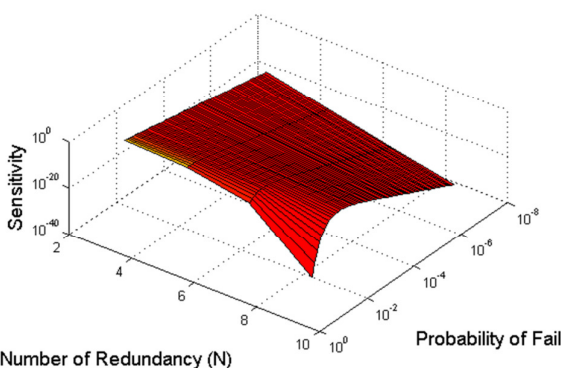


شکل (۱۳): منحنی حساسیت معماری NMR نسبت به تغییرات زمان (با لحاظ تابع توزیع وایبال و بتا بزرگتر از یک)

Fig. (13): Sensitivity analysis of NMR architecture vs. time (Weibull distribution function with $\beta > 1$)

با لحاظ توزیع پواسون با نرخ خرابی ۰.۰۱ و X برابر ۴ منحنی تغییرات حساسیت نسب به گذر زمان به صورت شکل (۱۴) به دست می‌آید. این منحنی نشان می‌دهد که گذر زمان موجب افزایش حساسیت رویداد TOP شده و افزایش تعداد ماژول‌ها این افت را کاهش می‌دهد. شیب

Sensitivity Analysis of N-Modular Redundant Systems



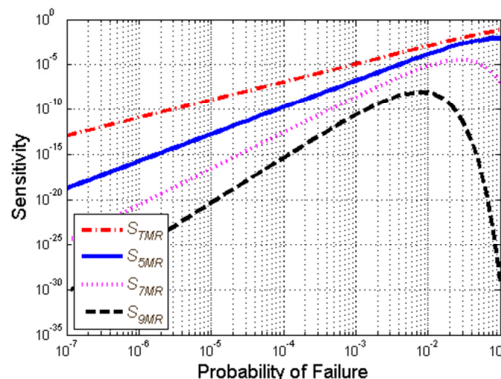
شکل (۱۶): منحنی سه بعدی تغییرات حساسیت نسبت به تغییرات احتمال خرابی یک ماژول و تعداد ماژولها

Fig. (16): Sensitivity analysis of NMR architecture vs. module's probability of failure and number of redundant modules (in 3 dimensions)

۸- نتیجه گیری

لحاظ کردن عدم قطعیتها در ارزیابی سیستمهای مطمئن صنعتی چالشی اساسی است. این مقاله ارزیابی حساسیت را به عنوان یکی از روشهای مواجهه با عدم قطعیت در سیستمها مورد توجه قرار داده و پس از بررسی تحقیقات انجام شده در زمینه ارزیابی حساسیت، به بیان روشی سیستماتیک برای محاسبه آن پرداخت. علاوه بر روش نوینی برای محاسبه حساسیت معماری NMR به عنوان یکی از روشهای متداول افزونگی در صنعت ارائه گردید. با استفاده از روش ارائه شده رابطهای بسته برای محاسبه حساسیت این معماری ارائه و به کمک نرم افزار MATLAB نتایج عددی این رابطه برای مطالعه تاثیرگذاری تغییرات پارامترهای رویدادهای پایه و مشخصات ماژولهای سیستم در رویداد TOP ارائه شد.

Sensitivity Analysis of N-Modular Redundant Systems



شکل (۱۵): منحنی تغییرات حساسیت نسبت به تغییرات احتمال خرابی یک ماژول

Fig. (15): Sensitivity analysis of NMR architecture vs. module's probability of failure

چگونگی تغییرات حساسیت خرابی سیستم نسبت به خرابی اجزا به صورت لگاریتمی در شکل (۱۶) آمده است. در این منحنی محور عمودی بیان کننده حساسیت سیستم و محورهای افقی بیانگر احتمال خرابی یک ماژول (محور X) و تعداد ماژولها در معماری NMR می باشند. شبیه منحنی تاثیر افزایش افزونگی بر کاهش حساسیت خرابی سیستم نسبت به خرابی یک ماژول دیده می شود. نکته قابل توجه در منحنیهای ارائه شده این است که با وجود کم بودن تعداد ماژولهای افزونه حساسیت سیستم کاهش می یابد. باید توجه داشت که در عمل هیچگاه نرخ خرابی سیستمها به این میزان نزدیک نمی شود و در واقع حالت بهینه از روی این منحنیها با کاهش احتمال خرابی ماژولها و افزایش تعداد افزونگی به دست می آید.

References

- [1] J. Dugan, S.J. Bavuso, M. Boyd, "Fault trees and sequence dependencies", In Annual Reliability and Maintainability Symposium, Los Angeles, 1990.
- [2] D. Raiteri, G. Franceschinis, M. Iacono, V. Vittorini, "Repairable fault tree for the automatic evaluation of repair policies", Proceeding of the IEEE/DSN, pp. 659-668, Florence, Italy, July 2004.
- [3] P. Crouzen, "Compositional analysis of dynamic fault trees using input/output interactive markov chains", MSc. Thesis at University of Twente, Enschede, Netherlands, 2006.
- [4] Y A. Mahmood, A. Ahmadi, A.K. Verma, A. Srividya, U. Kumar, "Fuzzy fault tree analysis: A review of concept and application", International Journal of System Assurance Engineering and Management, Vol. 4, No. 1, pp. 19-32, 2013.
- [5] P. László, "Sensitivity investigation of fault tree analysis with matrix-algebraic method", Theory and Applications of Mathematics & Computer Science, Vol. 1, No. 1, pp. 35-44, 2011.
- [6] D.M. Hamby, "A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models", Environmental Monitoring and Assessment, Vol. 32, No. 2, pp. 135-154, 1994.
- [7] P.M. Frank, M. Eslami, "Introduction to system sensitivity theory", IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, Vol. 10, No. 6, pp. 337 - 338, 1980.
- [8] G. Latif-Shabgahi, J.M. Bass, S. Bennett, "A taxonomy for software voting algorithms used in safety-critical systems", IEEE Trans. on Reliability, Vol. 53, No. 3, pp. 319 - 328, 2004.
- [9] Y. Yeh, "Triple-triple redundant 777 primary flight computer", Proceeding of the IEEE/AERO, Vol. 1, pp. 293-307, Aspen, CO, 1996.

- [10] M. Baleani, A. Ferrari, L. Mangeruca, A. Sangiovanni-Vincentelli, M. Peri, S. Pezzini, "Fault-tolerant platforms for automotive safety-critical applications", In International Conference on Compilers, Architecture and Synthesis for Embedded Systems, New York, 2003.
- [11] R.M. Daoud, H.H. Amer, H.M. ElSayed, "Performance and reliability of fault-tolerant ethernet networked control systems", In Factory Automation, Shanghai, China, InTech, pp. 265-288. 2010.
- [12] A.J. Sørensen, "Marine control systems", Department of Marine Technology, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway, 2011.
- [13] B. Cai, Y. Liu, Z. Liu, X. Tian, H. Li, C. Ren, "Reliability analysis of subsea blowout preventer control systems subjected to multiple error shocks", Journal of Loss Prevention in the Process Industries, Vol. 25, No. 6, p. 1044-1054, 2012.
- [14] E.L. Hannan, "A markov sensitivity model for examining the impact of cost allocations in hospitals", Journal of the Operational Research Society, Vol. 35, No. 2, pp. 117-129, 1984.
- [15] R.L. Iman, "A matrix-based approach to uncertainty and sensitivity analysis for fault trees¹", Risk Analysis, Vol. 7, No. 1, pp. 21-33, 1987.
- [16] C. Cassandras, S. Strickland, "On-line sensitivity analysis of markov chains", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 34, No. 1, pp. 76 - 86, 1989.
- [17] A.V. Ramesh, T. Kishor, "On the sensitivity of transient solutions of markov models", ACM SIGMETRICS Performance Evaluation Review, Vol. 21, No. 1, pp. 122-134, 1993.
- [18] G. Levitin, L.A., "Importance and sensitivity analysis of multi-state systems using the universal generating function method", Reliability Engineering & System Safety, Vol. 65, No. 3, pp. 271-282, 1999.
- [19] Y. Ou, J.B. Dugan, "Sensitivity analysis of modular dynamic fault trees", Proceeding of the IEEE/IPDS, pp. 35-43, Chicago, IL, 2000.
- [20] R. Kieckhafer, M. Azadmanesh, Y. Hui, "On the sensitivity of NMR unreliability to non-exponential repair distributions", Proceeding of the IEEE/HASE, pp. 293-300, Albuquerque, NM, Nov. 2000.
- [21] Y. Dutuit, A. Rauzy, "Efficient algorithms to assess component and gate importance in fault tree analysis", Reliability Engineering & System Safety, Vol. 72, No. 2, pp. 213-222, 2001.
- [22] L. Xing, J.B. Dugan, "Analysis of generalized phased-mission system reliability, performance, and sensitivity", IEEE Trans. on Reliability, Vol. 51, No. 2, pp. 199-211, 2002.
- [23] Y. Ou, J.B. Dugan, "Approximate sensitivity analysis for acyclic markov reliability models", IEEE Trans. on Reliability, Vol. 52, No. 2, pp. 220-230, 2003.
- [24] H.K. Lo, C.Y. Huang, Y.R. Chang, W.C. Huang, J.R. Chang, "Reliability and sensitivity analysis of embedded systems with modular dynamic fault trees", In TENCON, Melbourne, Qld., 2005.
- [25] J.B. Ke, L. Wen-Chiung, W. Kuo-Hsiung, "Reliability and sensitivity analysis of a system with multiple unreliable service stations and standby switching failures", Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 380, No. 1, pp. 455-469, 2007.
- [26] K.H. Wang, J.B. Ke, W.C. Lee, "Reliability and sensitivity analysis of a repairable system with warm standbys and reliable unreliable service stations", International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 31, No. 11-12, pp. 1223-1232, 2007.
- [27] P. Do Van, B. Anne, B. Christophe, "Importance measure on finite time horizon and application to markovian multistate production systems", Institution of Mechanical Engineers, Vol. 222, No. 3, pp. 449-461, 2008.
- [28] P. Do Van, B. Anne, B. Christophe, "Reliability importance analysis of markovian systems at steady state using perturbation analysis", Reliability Engineering & System Safety, Vol. 93, No. 11, pp. 1605-1615, 2008.
- [29] G. Petkov, M. Pekov, "Ageing effects sensitivity analysis by dynamic system reliability methods (GO-FLOW and ATRD)", Report from Technical University of Sofia, Bulgaria, 2009.
- [30] S. Contini, F. Luciano, M. Vaidas, "A novel method to apply importance and sensitivity analysis to multiple fault trees", Journal of Loss Prevention in the Process Industries, Vol. 23, No. 5, pp. 574-584, 2010.
- [31] R. Matos Junior, G. Almir, C. Kadna, M. Paulo, T. Kishor, "Sensitivity analysis of availability of redundancy in computer networks", In The Fourth International Conference on Communication Theory, Reliability, and Quality of Service, Budapest, Hungary, 2011.
- [32] K. Alex, J. Olds, "Reliability analysis technique comparison, as applied to the space shuttle", AE8900 Special Project, School of Aerospace Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, 2003.
- [33] N. Limnios, Fault Trees, New York, United States: John Wiley & Sons, 2013.
- [34] K. Aslansefat, G. Latif-Shabgahi, S. Zaferanchi, "A systematic method sensitivity analysis of module failure in NMR architecture based on fault tree", In 9th Maintenance Conference, Tehran, Iran, 2014 (In Persian).
- [35] E. Dubrova, Fault-Tolerant Design, New York Heidelberg Dordrecht London: Springer, 2012.
- [36] K. Aslansefat, "A novel approach for reliability and safety evaluation of control systems with dynamic fault tree", MSc. Thesis, Abbaspur Campus, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran, 2014.
- [37] R.A. Maire, A.L. Reibman, K.S. Trivedi, "Transient analysis of acyclic markov chains", Performance Evaluation, Vol. 7, No. 3, pp. 175-194, 1987