

Cooperative Control of a Group of Euler-Lagrange Systems Using Adaptive Multilayer Neural Control in the Presence of Output State Constraints**Amir Naderolasli¹, Ph.D. Student, Khoshnam Shojaei^{1,2}, Associate Professor, Abbas Chatraei^{1,3}, Assistant Professor,**¹Department of Electrical Engineering- Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran²Digital Processing and Machine Vision Research Center- Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran³Smart Microgrid Research Center- Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran
amir.naderolasli@gmail.com, shojaei@pel.iaun.ac.ir, abbas.chatraei@gmail.com**Abstract**

In this paper, a constrained formation control design is implemented for a group motion of systems based on the Euler-Lagrange dynamics in the presence of model uncertainties and un-modeled dynamics with considering the output state constraints. To design a constrained formation control system, a dynamic model with respect to the Euler-Lagrange based on leader-follower structure is utilized. To solve the constrained problem of these systems, a Barrier Lyapunov Function (BLF) is applied that advances to infinity when its arguments reach to the finite bounds, in which is applied in the control design. This feature of BLFs is applied to prevent the violation of state variables from the constrained boundaries and restrict the errors of these states in the predetermined and limited bounds. Thus, the Lyapunov stability method is adopted to reveal all the signals of the closed-loop system that are bounded and the stability of formation problem is proved as semi-globally uniformly ultimately bounded (SGUUB). The computer simulation results demonstrate the efficacy of this leader-follower formation controller for systems based on the Euler-Lagrange dynamics.

Keywords: back-stepping control, Euler-Lagrange systems, formation control, leader-follower, output-constraints**Received:** 13 November 2022**Revised:** 24 January 2023**Accepted:** 11 March 2023**Corresponding Author:** Dr. Khoshnam Shojaei

<https://dorl.net/dor/20.1001>.....

مقاله پژوهشی

کنترل هماهنگ گروهی از سیستم‌های اویلر-لاگرانژ با استفاده از کنترل عصبی چند لایه تطبیقی در حضور قیدهای حالت خروجی

امیر نادرااصلی^۱، دانشجوی دکتری، خوشنام شجاعی^{۱،۲}، دانشیار، عباس چترایی^{۱،۳}، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق- واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

۲- مرکز تحقیقات پردازش دیجیتال و بینایی ماشین- واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

۳- مرکز تحقیقات ریزشبکه‌های هوشمند- واحد نجف‌آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

amir.naderolasli@gmail.com, shojaei@pel.iaun.ac.ir, abbas.chatraei@gmail.com

چکیده: در این مقاله، یک طراحی کنترل آرایش مقید برای حرکت گروهی از سیستم‌های بر پایه دینامیک اویلر-لاگرانژ در حضور عدم قطعیت‌های مدل و دینامیک‌های مدل نشده با در نظر گرفتن قیدهای حالت خروجی به کار گرفته شده است. برای طراحی یک سیستم کنترل آرایش مقید، یک مدل دینامیکی بر پایه اویلر-لاگرانژ بر اساس ساختار رهبر-پیرو استفاده شده است. برای حل مسئله مقید این سیستم‌ها، یک تابع لیاپانوف محدودکننده متقارن اعمال شده که با نزدیک شدن متغیرهای مستقل آن به کران‌های محدود، به بی‌نهایت میل می‌کند. از این ویژگی تابع‌های لیاپانوف محدودکننده برای جلوگیری از نقض قیدهای حالت‌های سیستم و قرارگیری خطاهای این حالت‌ها در کران‌های از پیش تعیین شده و محدود استفاده شده است. همچنین، روش پایداری لیاپانوف برای کرانداری تمام سیگنال‌های سیستم حلقه بسته به کار گرفته شده و پایداری مسئله آرایش به صورت نیمه سراسری به طور یکنواخت اثبات شده است. نتایج شبیه‌سازی کامپیوتری، کارایی کنترل کننده آرایش رهبر-پیرو مقید برای سیستم‌های بر پایه دینامیک اویلر-لاگرانژ را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی: رهبر-پیرو، سیستم‌های اویلر-لاگرانژ، قیدهای خروجی، کنترل آرایش، کنترل کننده پسگام

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۱/۸/۲۲

تاریخ بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۱۱/۴

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱۲/۲۰

نام نویسنده‌ی مسئول: دکتر خوشنام شجاعی

نشانی نویسنده‌ی مسئول: نجف‌آباد- بلوار دانشگاه- دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد- دانشکده مهندسی برق

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، کنترل آرایش^۱ ربات‌های متحرک^۲ بر اساس دینامیک اویلر-لاگرانژ^۳ به دلیل قابلیت پیاده‌سازی در مسائل نظارت، اکتشاف، ردیابی مسیر و حمل و نقل بسیار مورد توجه قرار گرفته شده است. کنترل هماهنگ چند ربات متحرک در مقایسه با عملکرد یک ربات، ویژگی‌هایی از جمله قابلیت اطمینان، سازگاری و انعطاف‌پذیری خواهد داشت [۱]. مسئله کنترل آرایش، حرکت گروهی از وسایل نقلیه خودگردان را برای ثابت نگه داشتن یا ردیابی موقعیت‌های مناسب همراه با جهت‌گیری‌ها نسبت به یک یا چند نقطه مرجع بیان می‌کند [۲،۳]. نگرش‌های زیادی برای دستیابی به یک آرایش مطلوب پیشنهاد شده است که به رویکردهای رهبر-پیرو^۴ [۴،۵]، تکنیک‌های مبتنی بر رفتار^۵ [۶،۷] و روش‌های مبتنی بر ساختار مجازی^۶ [۸،۹] تقسیم‌بندی می‌گردند. نگرش رهبر-پیرو در عمل به دلیل سادگی و قابلیت پیاده‌سازی و اطمینان آن نسبت به سایر روش‌ها برتری دارد [۱۰،۱۱]. مسئله کنترل آرایش با توجه به بسیاری از کاربردهای عملی برای گروه وسیعی از ربات‌های متحرک چرخدار [۱۲]، تراکتور-تریلر [۱۳] و وسایل نقلیه خودگردان آبی مورد توجه قرار گرفته شده است [۱۴،۱۵].

در سال‌های اخیر، روش‌های کنترل آرایش برای مطالعه کنترل هماهنگ ربات‌های متحرک چندگانه پیشنهاد شده است [۱۶،۱۷]. در مرجع [۱۸]، برای ارائه مشخصات عملکرد پاسخ‌گذا بر روی خطاهای آرایش مانند خطاهای خط دید^۷ و زاویه‌های سمت-گیری^۸، عملکرد از پیش تعیین شده خطاها برای طراحی کنترل‌کننده پیشنهاد شده است. در مرجع [۱۹]، یک نگرش جدید کنترل رهبر-پیرو برای مسئله آرایش فضاپیماها با عملکرد از پیش تعیین شده پیشنهاد شده که در مدل آنها پارامترهای اینرسی نامعلوم، گشتاورهای اغتشاش خارجی و دینامیک‌های مدل نشده در نظر گرفته شده است. در همه سیستم‌های فیزیکی، محدودیت‌های قیدی وجود دارند که به صورت توقف‌های فیزیکی، اشباع و مشخصات عملکردی سیستم مشخص می‌گردند [۲۰،۲۱]. نقض این محدودیت‌های قیدی در یک سیستم کنترل ممکن است منجر به کاهش نیازمندی‌های عملکردی سیستم، برخورد آنها و یا حتی ناپایداری سیستم گردد [۲۲،۲۳]. بنابراین، مدیریت این قیدها به شیوه‌ای دقیق در طراحی، تجزیه و تحلیل سیستم‌های کنترل، به دلیل محدودیت‌های سیستم و ماهیت آنها در کاربردهای عملی، به یک مسئله چالش برانگیز در زمینه‌های مختلف مهندسی کنترل تبدیل شده است [۲۴،۲۵].

تابع لیاپانوف محدود کننده^۹ در بسیاری از پژوهش‌ها برای تضمین کرانداری خطاهای ناشی از محدودیت‌های قیدی در ناحیه‌های از پیش تعیین شده پیشنهاد شده است [۲۶،۲۷]. تابع لیاپانوف محدودکننده یک تابع پیوسته است که با نزدیک شدن خطاهای حالت سیستم به کران‌های از پیش تعیین شده، مقدار آن به بینهایت میل خواهد کرد [۲۸،۲۹]. در مرجع [۳۰]، کنترل پیش‌بین مدل توزیع‌شده برای کنترل آرایش چند وسیله نقلیه با در نظر گرفتن محدودیت‌های قیدی در تابع هزینه پیشنهاد شده است. در مرجع [۳۱]، یک کنترل‌کننده عصبی تطبیقی با استفاده از تابع لیاپانوف محدودکننده برای حرکت گروهی از کشتی‌های سطحی پیشنهاد شده است.

طراحی کنترل آرایش مقید سیستم‌های بر پایه دینامیک اویلر-لاگرانژ برای ثابت نگه داشتن حرکت گروهی از سیستم‌ها با فاصله نسبی و زاویه سمت‌گیری در حضور محدودیت‌های موجود برای رسیدن به یک آرایش مطلوب مورد نظر پیشنهاد می‌شود. مسئله کنترل آرایش مقید سیستم‌های اویلر-لاگرانژ می‌تواند مناطق بیشتری را در هوا، خشکی، دریا و ... جستجو کند که این مسئله می‌تواند راه مؤثری برای بهبود کارایی جستجوی مناطق مختلف باشد و محدوده این مناطق را با افزایش دقت خطاهای ردیابی مسئله آرایش تا حد زیادی گسترش خواهد داد.

با توجه به مرور پژوهش‌های پیشین، نوآوری‌های این مقاله به صورت زیر بیان می‌شوند:

- در حل مسئله آرایش رهبر-پیرو ربات‌های متحرک، محدودیت‌هایی از جمله نبود سیستم موقعیت‌یاب جهانی و بدون بازخورد دقیق از اطلاعات سایر سیستم‌ها و همچنین محدودیت‌های اندازه‌گیری حالت‌های خروجی وجود خواهد داشت که برای مرتفع ساختن این محدودیت‌ها، یک ساختار کنترل آرایش مقید برای حرکت گروهی از این ربات‌ها بر پایه دینامیک اویلر-لاگرانژ علیرغم وجود عدم قطعیت‌های مدل و دینامیک‌های مدل نشده در حضور قیدهای حالت خروجی به کار گرفته شده است.

- بر خلاف پژوهش‌های پیشین درباره مسئله آرایش از جمله مرجع‌های [۳۲] و [۳۳]، یک قانون کنترل مقید بر اساس تابع لیاپانوف محدودکننده لگاریتمی نامتقارن و متغیر پذیر با زمان برای حل مسئله کنترل آرایش رهبر-پیرو مقید سیستم‌های اویلر-

لاگرانژ طراحی شده است تا خطاهای ردیابی مسیر مسئله آرایش در یک ناحیه شیپوری شکل کران‌دار گردند و این کران‌های مقید و از پیش تعیین شده برای خطاهای سیستم به دلیل محدودیت‌های اندازه‌گیری و علیرغم عدم قطعیت‌های موجود در سیستم نقض نگردند.

- در مقایسه با کنترل‌کننده مرجع‌های [۳۴] و [۳۵]، یک تکنیک شبکه عصبی چند لایه تطبیقی برای تخمین نامعینی‌های پارامتری و دینامیک‌های مدل‌نشده پیشنهاد شده است که عدم قطعیت‌های موجود در دینامیک سیستم را بدون دانش کافی از آنها به‌طور مؤثری تقریب زند و همچنین با افزایش تعداد ورودی‌های شبکه عصبی، ابعاد آن بزرگتر نخواهد شد. ساختار مقاله به شرح زیر سازماندهی شده است: مقدمات و بیان مسئله در بخش دوم ارائه شده است. تابع لیاپانوف محدودکننده لگاریتمی در بخش سوم معرفی شده است. طراحی کنترل آرایش رهبر-پیرو مقید برای حرکت گروهی از سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ در حضور قیدهای حالت خروجی در بخش چهارم پیاده‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی در بخش پنجم ارائه شده و در بخش ششم نتیجه‌گیری آمده است.

۲- مقدمات و بیان مسئله

در این مقاله، یک ساختار آرایش رهبر-پیرو مقید برای حرکت گروهی از سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ بر اساس خطاهای ردیابی آرایش با توجه به یک هدف متحرک در قاب ثابت بدنه پیشنهاد شده است. شکل کلی معادلات سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ با رابطه (۱) معرفی می‌گردند که پارامترهای معادلات سیستم اوپلر-لاگرانژ مانند گشتاورهای گریز از مرکز و اثرهای پیچشی^{۱۰} و بردار جاذبه^{۱۱} در جدول (۱) تعریف شده است.

$$M_i(q_i)\ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + G_i(q_i) + D_i\dot{q}_i + \tau_{di} = \tau_i \quad (1)$$

معادلات بر پایه دینامیک اوپلر-لاگرانژ را می‌توان در قالب معادلات فیدبک اکید^{۱۲} به‌صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{cases} \dot{q}_i = v_i \\ M_i\dot{v}_i + C_i(q_i, v_i)v_i + D_i v_i + G_i = B_i\tau_{ai} \end{cases}, \quad i = 1, \dots, N \quad (2)$$

برای طراحی مسئله آرایش رهبر-پیرو مقید، گروهی از شناورهای سطحی بر اساس دینامیک اوپلر-لاگرانژ را در نظر بگیرید که توسط معادلات (۳) و (۴) با توجه به معادلات (۱) و (۲) بیان می‌شوند. مدل دینامیک شناورهای سطحی بر اساس دینامیک اوپلر-لاگرانژ بیان شده در فرمول (۱) با رابطه (۵) ارائه شده است که پارامترهای دینامیک سیستم اوپلر-لاگرانژ در جدول (۲) تعریف شده است.

$$\dot{\eta}_i = J_i(\psi_i)v_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (3)$$

$$J_i(\psi_i) = \begin{pmatrix} \cos \psi_i & -\sin \psi_i & 0 \\ \sin \psi_i & \cos \psi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$M_i\dot{v}_i + C_i(v_i)v_i + D_i(v_i)v_i + G_i = \tau_i \quad (5)$$

با توجه به سینماتیک و دینامیک سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ، معادلات حالت سیستم مطابق رابطه (۶) بیان می‌شود.

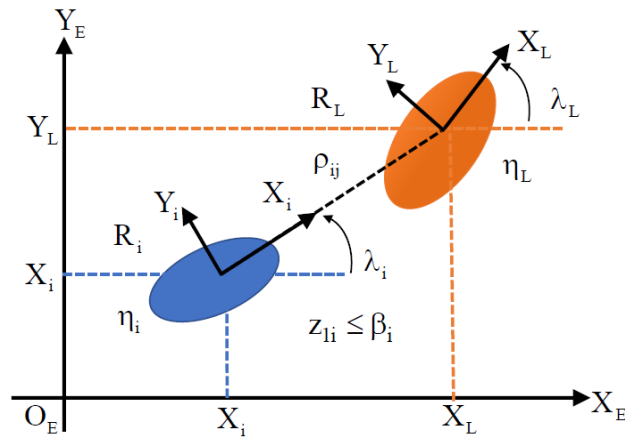
Table (1): Parameters of Euler-Lagrange system

جدول (۱): پارامترهای سیستم اوپلر-لاگرانژ

تعریف	پارامترها	تعریف	پارامترها
ماتریس اینرسی	$M_i(q_i) \in \mathbb{R}^{N \times N}$	بردارهای موقعیت و سرعت	$q_i, \dot{q}_i \in \mathbb{R}^N$
بردار جاذبه	$G_i(q_i) \in \mathbb{R}^N$	گشتاورهای گریز از مرکز و اثرهای پیچشی	$C_i(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i \in \mathbb{R}^N$
بردار اغتشاشات خارجی	τ_{di}	گشتاور تابع اصطکاک با ماتریس ثابت قطری D	$D_i\dot{q}_i \in \mathbb{R}^N$
بردار موقعیت‌ها و زاویه‌های سمت‌گیری	$\eta_i = [x_i, y_i, \psi_i]^T$	بردار سیگنال‌های ورودی	$\tau_i \in \mathbb{R}^N$
ماتریس چرخشی	$J_i(\psi_i)$	بردار سرعت‌های سیستم اوپلر-لاگرانژ	v_i
ماتریس اینرسی	$M_i > 0$	زاویه سمت‌گیری	ψ_i

Table (2): Dynamic parameters of Euler-Lagrange system
جدول (۲): پارامترهای دینامیک سیستم اوپلر-لاگرانژ

پارامترها	تعریف	پارامترها	تعریف
$C_i(v_i)$	ماتریس اثرهای پیچشی و نیروهای گریز از مرکز	$D_i(v_i)$	ماتریس میرایی
G_i	بردار جاذبه	$\eta_i = [x_i, y_i, \psi_i]^T$	بردار حالت‌های خروجی سیستم اوپلر-لاگرانژ
$v_i = [u_i, v_i, \tau_i]^T$	بردار سرعت‌های زاویه‌ای	$\tau_i \in \mathbb{R}^3$	ورودی‌های کنترلی سیستم
z_{ii}	خطای ردیابی مسئله آرایش مقید	$\beta_{ii} \in (-\beta_{ii}, \beta_{ii})$	کران‌های مقید از پیش تعیین شده



شکل (۱): ساختار هندسی پایه کنترل آرایش مقید رهبر-پیرو

Figure (1): A basic geometric structure of leader follower constrained formation control

$$\begin{cases} \dot{\eta}_i = J_i v_i \\ \dot{v}_i = M_i^{-1} (\tau_i - C_i(v_i) v_i - D_i(v_i) v_i - G_i) \end{cases} \quad (6)$$

در مسئله کنترل آرایش، گستره فاصله نسبی و زاویه سمت‌گیری بین رهبر و پیروها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\rho_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (7)$$

$$\lambda_{ij} = \text{atan2}(y_j - y_i, x_j - x_i) \quad (8)$$

ساختار هندسی پایه بین دو سیستم اوپلر-لاگرانژ مستقل که در مسئله کنترل آرایش رهبر-پیرو مقید حرکت می‌کنند، در شکل (۱) نشان داده شده است. برای بیان مسئله کنترل آرایش مقید، مسیر مرجع مطلوب را که مشتقات مرتبه اول آن برای مسئله آرایش مقید فراهم است، در نظر بگیرید. بر این اساس، خطاهای ردیابی آرایش رهبر پیرو مقید برای هر سیستم اوپلر-لاگرانژ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$z_{ii}(t) = \eta_i(t) - \eta_0(t) \quad (9)$$

این خطاهای ردیابی برای هر سیستم اوپلر-لاگرانژ در مسئله کنترل آرایش مقید باید نیازمندی‌های محدودیت‌های سیستم را برآورده سازند. بنابراین، برای تضمین هدف مسئله کنترل آرایش مقید، لازم است نامساوی زیر در حل مسئله کنترل آرایش مقید در نظر گرفته شود:

$$\|z_{ii}(t)\| < \beta_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (10)$$

تبصره ۱- اگر شرایط اولیه برای خطاهای ردیابی سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ در مسئله کنترل آرایش مقید، شرایط معادله (۱۰) را برآورده سازند، ورودی‌های کنترل و قوانین بروز رسانی هدف کنترل مسئله مقید را حل خواهند کرد:

۳- تابع‌های لیاپانوف محدودکننده

یک مسئله مهم در کنترل آرایش مقید، طراحی یک الگوریتم مناسب به منظور ایجاد حرکت هماهنگ گروهی از ربات‌های متحرک مدل شده بر اساس دینامیک اویلر-لاگرانژ برای تشکیل آرایش مطلوب است. اگر موقعیت‌های سیستم‌های اویلر-لاگرانژ مستقل کنترل شوند، هر سیستم می‌تواند در هر تعاملی به سمت موقعیت مطلوب خود حرکت کند و اگر فاصله‌های بین این سیستم‌ها کنترل شوند، آرایش سیستم‌های اویلر-لاگرانژ خودمختار را می‌توان به عنوان یک ساختار ثابت در نظر گرفت. بنابراین، سیستم‌های اویلر-لاگرانژ باید با یکدیگر تعامل داشته باشند تا آرایش مقید خود را به عنوان یک ساختار ثابت حفظ کنند. بدیهی است که در سیستم‌های عملی فرض برقراری اتصال شبکه بین این سیستم‌ها همیشه برقرار نیستند. بنابراین، هر سیستم اویلر-لاگرانژ تنها می‌تواند بر اساس اطلاعات میدان دید محدود^{۱۳} (FOV) به دست آمده از همسایگان در یک کران از پیش تعیین شده به دلیل محدودیت‌های حسگری و ارتباطی تصمیم‌گیری کند و در مسیر مطلوب خود حرکت کند. برای حل مسئله آرایش مقید، تابع لیاپانوف محدودکننده لگاریتمی پیشنهاد شده که از ویژگی خاص آن، مانع رشد نامحدود آنها در یک کران مشخص می‌گردد. این مسئله ما را قادر می‌سازد تا فرآیند حل مسئله را از هر نقطه درون مجموعه امکان‌پذیری بدون شرایط خاصی از تجاوز قیدها از کران‌های مجاز جلوگیری کند [۳۶]. در این مقاله، یک تابع لیاپانوف محدودکننده متقارن برای جلوگیری از نقض قیدها و حفظ تمام حالت‌های خروجی سیستم در کران‌های محدود و از پیش تعیین شده پیشنهاد شده است. با توجه به مرجع [۳۷]، یک تابع لیاپانوف محدودکننده، یک تابع اسکالر است که مطابق با سیستم $\dot{x}/dt=f(x)$ در یک کران D حاوی مبدا تعریف شده است. این تابع اسکالر $V(x)$ پیوسته و مثبت معین است و دارای مشتقات جزئی مرتبه اول پیوسته در هر نقطه از کران D است. تبصره ۲- در مسئله آرایش مقید، فضای متغیرهای حالت برای هر سیستم اویلر-لاگرانژ خودمختار به دو دسته حالت z_1 و z_2 تقسیم می‌شود، در جایی که متغیر حالت z_1 حالتی است که باید محدود شود و متغیر z_2 حالت آزاد است. بنابراین، متغیر حالت z_1 به تابع لیاپانوف محدودکننده نیاز خواهد داشت تا از رسیدن آن به کران‌های از پیش تعریف شده جلوگیری کند، درحالی‌که برای متغیرهای حالت آزاد تابع درجه دوم پیشنهاد شده است [۳۸]. یک تابع لیاپانوف محدودکننده ممکن است هم متقارن و هم نامتقارن باشد. لم زیر نتیجه را برای شکل‌های عمومی این تابع‌ها فرموله سازی می‌کند تا اطمینان حاصل شود که محدودیت‌های خروجی یا حالت‌های خروجی نقض نخواهند شد.

اصل ۱ [۳۹]: برای هر ثابت مثبت β_1 و β_2 ، سیستم را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{\eta} = h(t, \eta) \\ \eta := [\omega, z_1]^T \end{cases} \quad (11)$$

در اینجا، تابع U و V_1 پیوسته و مشتق‌پذیر وجود دارد که به شرح زیر مثبت معین است:

$$V_1(z_1) \rightarrow \infty \text{ as } z_1 \rightarrow -\beta_1 \text{ or } z_1 \rightarrow \beta_1 \quad (12)$$

$$\gamma_1(\|\omega\|) \leq U(\omega) \leq \gamma_2(\|\omega\|) \quad (13)$$

که در این معادلات، کران‌های تعیین شده از تابع‌های کلاس k_∞ هستند. با توجه به تابع لیاپانوف پیشنهادی در معادله (۱۲)، اگر نامساوی زیر برقرار باشد، آنگاه، متغیر حالت خطای سیستم در مجموعه باز کران از پیش تعریف شده، باقی خواهد ماند.

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \eta} h \leq 0 \quad (14)$$

اصل ۲ (نامساوی یانگ) [۴۰]: برای هر (x, y) ، نامساوی زیر همواره صادق است:

$$\begin{cases} xy \leq \frac{\vartheta p}{p} |x|^p + \frac{1}{q\vartheta q} |y|^q \\ (p-1)(q-1) = 1, \quad \vartheta > 0, p > 1, q > 1 \end{cases} \quad (15)$$

۴- طراحی کنترل آرایش مقید برای سیستم‌های اویلر-لاگرانژ

۴-۱- تقریب‌زن شبکه عصبی چند لایه تطبیقی

در ادامه مقاله، از ویژگی تقریب جهانی یک شبکه عصبی چند لایه برای تخمین عدم قطعیت‌های پارامتری و دینامیک‌های مدل نشده در سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ استفاده شده است. یک شبکه عصبی سه لایه با نگاشت ورودی- خروجی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$y_i = \sum_{j=1}^{N_2} M_{ij} \sigma_j \left(\sum_{k=1}^{N_1} N_{jk} x_k + N_{j0} \right) + M_{i0}, \quad i = 1, \dots, N_3, j = 1, \dots, N_2, k = 1, \dots, N_1 \quad (16)$$

که پارامترهای تقریب‌زن شبکه عصبی چند لایه تطبیقی در جدول (۳) تعریف شده است. برای تابع‌های فعال‌سازی از تابع بیش مماس استفاده شده است. برای راحتی، نگاشت ورودی- خروجی شبکه عصبی به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$F(x_1, \dots, x_{N_1}) = M^T \sigma(N^T \xi) \quad (17)$$

$$f(x) = M^T \sigma(N^T \xi) + \varepsilon(\xi) \quad (18)$$

خطاهای تقریب وزن‌های شبکه عصبی چندلایه نسبت به وزن‌های ایده‌آل به صورت رابطه (۱۹) تعریف می‌شوند که تساوی (۲۰) در اثبات پایداری سیستم استفاده می‌گردد. عبارت باقیمانده P در معادله (۲۰)، از رابطه (۲۱) به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \tilde{M} = \hat{M} - M \\ \tilde{N} = \hat{N} - N \end{cases} \quad (19)$$

$$\hat{M}^T \sigma(\hat{N}^T \xi) - M^T \sigma(N^T \xi) = \tilde{M}^T (\hat{\sigma} - \hat{\sigma}' \hat{N}^T \xi) + \hat{M}^T \hat{\sigma}' \tilde{N}^T \xi + P \quad (20)$$

$$P = \tilde{M}^T \hat{\sigma}' \hat{N}^T \xi - M^T \sigma(\tilde{N}^T \xi)^2 = M^T (\sigma - \hat{\sigma}) - M^T \hat{\sigma}' \hat{N}^T \xi + \hat{M}^T \hat{\sigma}' N^T \xi \quad (21)$$

برای تابع‌های فعال‌سازی هلالی^{۱۴} شکل، نامساوی زیر برقرار است، که در آن، b_1, b_2, b_3 پارامترهای ثابت مثبت هستند:

$$\|P\| \leq b_1 \|\xi \hat{M}^T \hat{\sigma}'\|_F + b_2 \|\hat{\sigma}' \hat{N}^T \xi\| + b_3 \quad (22)$$

۲-۴- طراحی کنترل کننده آرایش مقید شبکه عصبی چند لایه تطبیقی

در این مقاله، کنترل کننده آرایش عصبی چند لایه تطبیقی پسگام به صورت زیر طراحی می‌شود. در مرحله اول، خطاهای ردیابی آرایش سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ برای گام‌های اول و دوم کنترل کننده به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} z_{1i} = \eta_i - \eta_0 \\ z_{2i} = v_i - \alpha_i \end{cases} \quad (23)$$

بردارهای متغیرهای حالت خطا $z_{1i} = [z_{11i}, z_{12i}, z_{13i}]^T$ و $z_{2i} = [z_{21i}, z_{22i}, z_{23i}]^T$ را در نظر بگیرید. در نتیجه، تابع لیاپانوف محدودکننده در گام اول به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V_{li} = \frac{1}{2} \log \frac{\bar{\beta}_{li}^2}{\beta_{li}^2 - z_{li}^2} + \frac{1 - q(z_{li})}{2} \log \frac{\beta_{li}^2}{\bar{\beta}_{li}^2 - z_{li}^2} \quad (24)$$

با استفاده از تغییر مختصات خطاهای ردیابی برای هر سیستم اوپلر-لاگرانژ، تابع لیاپانوف محدودکننده به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

Table (3): Adaptive multi-layer neural network approximator parameters

جدول (۳): پارامترهای تقریب‌زن شبکه عصبی چند لایه تطبیقی

پارامترها	تعریف	پارامترها	تعریف
x_k	ورودی‌های شبکه عصبی	y_i	خروجی‌های شبکه عصبی
N_{jk}	وزن‌های از نرون ورودی i به نرون لایه پنهان j	N_{j0}	ترم بایاس نرون لایه پنهان j
M_{ij}	وزن از نرون لایه پنهان j به خروجی y_i	M_{i0}	ترم بایاس برای خروجی y_i
N_2	تعداد نرون‌های لایه پنهان	σ_j	تابع فعال‌سازی نرون‌ها
$\hat{\sigma}'$	مشتق تابع‌های پایه شعاعی در شبکه عصبی چندلایه	M, N	ماتریس وزنی ایده‌آل

Table (4): Design parameters of constrained formation controller

جدول (۴): پارامترهای طراحی کنترل کننده آرایش مقید

پارامترها	تعریف	پارامترها	تعریف
\bar{k}_{li}	بهره متغیر با زمان	$\underline{\beta}_{li} - \bar{\beta}_{li}$	حداقل و حداکثر کران خطای ردیابی
α_i	تابع پایدارساز	$\gamma_i > 0$	پارامتر طراحی مثبت
$\varepsilon_i(\xi_i)$	خطای تقریب شبکه عصبی	$q(z_{li})$	تابعی از خطای حالت

$$\begin{cases} V_{li} = \frac{1}{2} \log \frac{1}{1-\varpi^2} \\ \varpi = q\varpi_b + (1-q)\varpi_a \\ \varpi_b = z_{li} / \bar{\beta}_{li} \\ \varpi_a = z_{li} / \underline{\beta}_{li} \end{cases} \quad (25)$$

که پارامترهای طراحی کنترل کننده آرایش مقید در جدول (۴) تعریف شده است. در این مرحله، با مشتق‌گیری از خطاهای ردیابی محاسبه شده مسئله آرایش، مشتق تابع لیاپانوف محدودکننده به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\dot{V}_{li} = \frac{q\varpi_b}{\bar{\beta}_{li}(1-\varpi_b^2)} \left(J_i(z_{2i} + \alpha_i) - \dot{\eta}_0 - z_{li} \frac{\dot{\bar{\beta}}_{li}}{\bar{\beta}_{li}} \right) + \frac{(1-q)\varpi_a}{\underline{\beta}_{li}(1-\varpi_a^2)} \left(J_i(z_{2i} + \alpha_i) - \dot{\eta}_0 - z_{li} \frac{\dot{\underline{\beta}}_{li}}{\underline{\beta}_{li}} \right) \quad (26)$$

در نتیجه، سیگنال کنترل مجازی با توجه به مشتق تابع لیاپانوف در معادله (۲۶)، به صورت زیر طراحی می‌گردد:

$$\alpha_i = \frac{1}{J_i} (\dot{\eta}_0 - (k_{li} + \bar{k}_{li})z_{li}) \quad (27)$$

که در این معادله، k_{li} بهره ثابت مثبت طراحی و بهره متغیر با زمان از معادله (۲۸) بدست می‌آید:

$$\bar{k}_{li} = \sqrt{\left(\frac{\dot{\bar{\beta}}_{li}}{\bar{\beta}_{li}} \right)^2 + \left(\frac{\dot{\underline{\beta}}_{li}}{\underline{\beta}_{li}} \right)^2} + \phi \quad (28)$$

پس از طراحی کنترل کننده مجازی در مرحله اول، تابع لیاپانوف در گام دوم به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$V_{2i} = V_{li} + \frac{1}{2} z_{2i}^T M z_{2i} + \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{\theta}_i^T \tilde{\theta}_i \quad (29)$$

با محاسبه مشتق تابع لیاپانوف در گام دوم مسئله، خواهیم داشت:

$$\dot{V}_{2i} = \dot{V}_{li} + z_{2i}^T M \dot{z}_{2i} - \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i \quad (30)$$

با اعمال دینامیک خطا در مشتق تابع لیاپانوف، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \dot{V}_{2i} = -k_{li} \frac{\varpi^2}{1-\varpi^2} + J_i \mu_i z_{li}^T \dot{z}_{li} + z_{2i}^T (\tau_i + f^*(v)) - \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i \\ \mu_i = q(\bar{\beta}_{li}^2 - z_{li}^2) + (1-q)(\underline{\beta}_{li}^2 - z_{li}^2) \\ f^*(v) = -C_i v_i - D_i v_i - M \dot{\alpha}_i \end{cases} \quad (31)$$

بنابراین، مشتق تابع لیاپانوف در گام دوم به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\dot{V}_{2i} = -k_{li} \frac{\varpi^2}{1-\varpi^2} + z_{2i}^T (\tau_i + M_1^T \sigma(N_1^T \xi_i) + \varepsilon_i(\xi_i)) + J_i \mu_i z_{li}^T \dot{z}_{li} - \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\theta}_i^T \dot{\tilde{\theta}}_i \quad (32)$$

در نتیجه، سیگنال کنترل در گام دوم مسئله آرایش برای هر سیستم اولر-لاگرانژ به صورت زیر طراحی می‌شود:

$$\tau_i = -k_{2i} z_{2i} - \hat{M}_i^T \sigma(\hat{N}_i^T \xi_i) - J_i \mu_i z_{li} \quad (33)$$

که در این معادله، k_{2i} پارامتر ثابت مثبت طراحی است. قانون اصلاح سیگما به عنوان یک قانون تطبیقی قدرتمند پیشنهاد شده است تا پارامتر تخمین زده شده را در نقاط خاصی ثابت کند. همچنین، قانون‌های به روز رسانی شبکه عصبی چند لایه به شرح زیر طراحی می‌گردند:

$$\dot{\hat{M}}_i = \Gamma_{Mi} \left[\left(\hat{\sigma} - \hat{\sigma}' \hat{N}_i^T \xi_i \right) z_{2i}^T - K_{Mi} \hat{M}_i \right] \quad (34)$$

$$\dot{\hat{N}}_i = \Gamma_{Ni} \left[\xi_i z_{2i}^T \hat{M}_i^T \hat{\sigma}' - K_{Ni} \hat{N}_i \right] \quad (35)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \gamma_i z_{2i}^T \varphi_i - \gamma_i \delta_i (\hat{\theta}_i - \theta_{i0}) \quad (36)$$

که K_{Mi} و K_{Ni} پارامترهای ثابت مثبت طراحی هستند و پارامتر θ_{i0} تخمین پیشین پارامتر θ است. با جایگزینی سیگنال کنترل در مشتق تابع لیاپانوف معادله (۳۲)، معادله زیر محاسبه می‌گردد:

$$\dot{V}_{2i} = -k_{li} \frac{\varpi^2}{1-\varpi^2} - z_{2i}^T k_{2i} z_{2i} + z_{2i}^T \left(\tilde{M}_i^T (\hat{\sigma} - \hat{\sigma}' \hat{N}_i^T \xi_i) + \hat{M}_i^T \hat{\sigma}' \tilde{N}_i^T \xi_i + \varepsilon_i + P_i \right) + \tilde{\theta}_i^T \delta_i (\hat{\theta}_i - \theta_{i0}) \quad (37)$$

با استفاده از لم ۲، نامساوی‌های زیر را می‌توان با اعمال نامساوی یانگ به صورت زیر محاسبه کرد:

$$z_{2i}^T P_i \leq k_{3i} \|z_{2i}\|^2 \left(\|\xi_i \hat{M}_i^T \hat{\sigma}'\|_F^2 + \|\hat{\sigma}' \hat{N}_i^T \xi_i\|_F^2 + 1 \right) + \frac{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}{4k_{3i}} \quad (38)$$

$$-K_{Mi} \text{tr} \left\{ \tilde{M}_i^T \hat{M}_i \right\} \leq -K_{Mi} \|\tilde{M}_i\|_F^2 + \frac{K_{Mi}}{4} \|M_i\|_F^2 \quad (39)$$

$$-K_{Ni} \text{tr} \left\{ \tilde{N}_i^T \hat{N}_i \right\} \leq -K_{Ni} \|\tilde{N}_i\|_F^2 + \frac{K_{Ni}}{4} \|N_i\|_F^2 \quad (40)$$

$$z_{2i}^T \varepsilon \leq \frac{1}{2} z_{2i}^T z_{2i} + \frac{1}{2} \varepsilon_i^{*2} \quad (41)$$

$$\tilde{\theta}_i^T \delta_i (\hat{\theta}_i - \theta_{i0}) \leq -(1 - 0.5/k^2) \delta_i \|\theta_i\|^2 + 0.5 \delta_i \|\theta_i - \theta_{i0}\|^2 \quad (42)$$

در نتیجه، مشتق تابع لیاپانوف معادله (۳۷) به صورت زیر بازنویسی می‌گردد:

$$\dot{V}_{2i} \leq -k_{li} \frac{\varpi^2}{1-\varpi^2} - z_{2i}^T \left(k_{2i} - \frac{1}{2} \right) z_{2i} - K_{Mi} \tilde{M}_i^T \hat{M}_i - K_{Ni} \tilde{N}_i^T \hat{N}_i - c_{li} \|\tilde{\theta}_i\|^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_i^{*2} + \zeta_i \quad (43)$$

بنابراین، پارامترهای s_i و γ_i به شرح زیر تعریف می‌شوند:

$$s_i = \min \left\{ k_{li}, \left(k_{2i} - \frac{1}{2} \right), c_{li}, \frac{K_{Mi}}{\lambda_{\max}(\Gamma_{Mi}^{-1})}, \frac{K_{Ni}}{\lambda_{\max}(\Gamma_{Ni}^{-1})} \right\} \quad (44)$$

$$\begin{cases} \gamma_i = +\frac{1}{2} \varepsilon_i^{*2} + \zeta_i + \frac{K_{Mi}}{4} \|M_i\|_F^2 + \frac{K_{Ni}}{4} \|N_i\|_F^2 + \frac{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}{4k_{3i}} \\ \zeta_i = 0.5 \delta_i \|\theta_i - \theta_{i0}\|^2 \\ c_{li} = -(1 - 0.5/k^2) \delta \end{cases} \quad (45)$$

در نتیجه، مشتق تابع لیاپانوف معادله (۴۳) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{V}_{2i} \leq -s_i V_{2i} + \gamma_i \quad (46)$$

که تضمین می‌کند که کنترل آرایش رهبر- پیرو سیستم‌های اوپلر- لاگرانژ خودمختار به صورت نیمه‌سراسری به طور یکنواخت در نهایت محدود شده است و بر اساس اصل ۱ و شرایط اولیه سیستم، محدودیت‌های حالت‌های خروجی هرگز نقض نخواهند شد.

تبصره ۳- شرایط امکان‌پذیری مسئله آرایش مقید در یک کران محدود از حالت‌های اولیه فرموله‌بندی می‌شود به نحوی که تمام سیستم‌های اوپلر- لاگرانژ در حرکت گروهی، پارامترهای طراحی یکسانی را به اشتراک می‌گذارند و ردیابی خروجی بدون نقض قیدهای حالت در مسئله کنترل آرایش مقید محقق می‌یابد.

در نهایت، تابع لیپانوف زیر را برای مسئله کنترل آرایش مقید کلی سیستم‌های اویلر-لاگرانژ مستقل در نظر بگیرید:

$$V_T(t) = \sum_{i=1}^N V_{2i}(t) \quad (47)$$

سپس نامساوی زیر را می‌توان برای مسئله کنترل آرایش مقید کلی سیستم‌های اویلر-لاگرانژ به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\dot{V}_T(t) = \sum_{i=1}^N (-s_i \|\chi_{ti}(t)\|^2 + \gamma_i(t)) \leq s_{\min} \|\chi_t(t)\|^2 + \gamma(t) \quad (48)$$

$$\begin{cases} \chi_t = [\chi_{t1}^T, \chi_{t2}^T, \dots, \chi_{tN}^T]^T \\ s_{\min} = \min \{s_i\}_{i=1}^N \\ \gamma = \sum_{i=1}^N \gamma_i \\ \chi_{ti} = [z_{li}^T, z_{2i}^T, \tilde{\theta}_i^T] \end{cases} \quad (49)$$

در مقایسه با نتایج ارائه شده در پژوهش‌های پیشین، با قابلیت تقریب‌زنی تابع‌های شبکه عصبی چندلایه، یک کنترل‌کننده آرایش مقید مبتنی بر شبکه‌های عصبی برای هر سیستم اویلر-لاگرانژ طراحی شده است، به این معنا که همه پیروها می‌توانند رهبر را با خطاهای ردیابی از پیش تعیین شده به صورت مجانبی تعقیب کنند. بنابراین، تمام سیگنال‌ها در سیستم حلقه بسته کراندار می‌شوند و با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی، خطاهای ردیابی آرایش به حول کران کوچکی از مبدا همگرا خواهند شد.

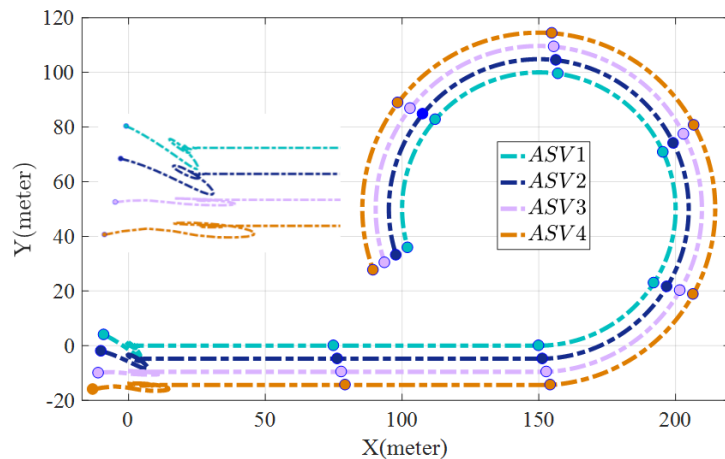
۵- نتایج شبیه‌سازی

برای نشان دادن عملکرد کنترل آرایش مقید عصبی چند لایه تطبیقی پیشنهادی، شبیه‌سازی برای ۴ مدل یکسان سیستم اویلر-لاگرانژ اجرا شده است. هدف در این شبیه‌سازی، کنترل مسئله آرایش مقید برای رسیدن به یک مسیر مورد نظر برای تشکیل خط مستقیم و شکل آرایش دایره‌ای است درحالی‌که از نقض محدودیت‌های حالت‌های خروجی جلوگیری خواهد شد. مسیر مرجع مطلوب برای ردیابی سیستم‌های اویلر-لاگرانژ در مسئله آرایش مقید به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$\eta_0 = \begin{cases} \eta_0 = [1.5t, 0, 0]^T & \text{if } t \leq t_c \\ \eta_0 = [1.5t_c + 20 \sin t', 20(1 - \cos t'), t']^T & \text{if } t \geq t_c \end{cases} \quad (50)$$

با در نظر گرفتن ثابت زمانی t_c ، مسیر مورد نظر یک خط مستقیم برای $t \leq t_c$ و سپس یک دایره با شعاع ۶۰ برای $t \geq t_c$ است. با توجه به اصل ۱، برای تأمین کراندار خطاهای ردیابی در مسئله کنترل آرایش مقید، قیدهای روی شرایط اولیه باید تأمین شده باشد. برای شرایط اولیه سیستم‌های اویلر-لاگرانژ در مسئله کنترل آرایش مقید، از روش آزمون و خطا استفاده شده است تا فرض‌های اصلی مسئله برآورده گردند. همچنین در شبیه‌سازی مسئله آرایش مقید، کران‌های خطاهای ردیابی به صورت یک ناحیه شیپوری شکل با استفاده از تابع‌های نمایی برای کران‌های بالا و پایین در نظر گرفته شده که بتوانند شرایط اولیه سیستم‌های اویلر-لاگرانژ را تأمین و به چالش بکشند. در شکل (۲) مسیر ردیابی ربات‌های متحرک بر پایه دینامیک اویلر-لاگرانژ در صفحه دو بعدی در مسئله کنترل آرایش مقید نشان داده شده است. در ادامه نتایج شبیه‌سازی برای سایر سیستم‌های خودمختار نشان داده شده و این نتایج برای سایر پیروها در طراحی آرایش مقید قابل تعمیم است. پارامترهای طراحی کنترل‌کننده، موقعیت‌ها و زاویه‌های سمت‌گیری و سرعت‌های اولیه سیستم‌های اویلر-لاگرانژ در جدول شماره (۵) معرفی شده‌اند. در شکل‌های (۳) الی (۵)، خطاهای ردیابی حالت‌های خروجی مسئله آرایش مقید ربات‌های متحرک بر پایه دینامیک اویلر-لاگرانژ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد خطاهای ردیابی مسئله آرایش مقید، کران‌های از پیش تعیین شده ناشی از محدودیت‌های سیستم را نقض نخواهند کرد. در شکل (۶) نرم دوم خطاهای ردیابی حالت‌های خروجی در مسئله آرایش مقید ربات‌های متحرک بر پایه دینامیک اویلر-لاگرانژ نشان داده شده است. هدف از نمایش این شکل، نشان دادن همگرایی نرم دوم خطاهای ردیابی خروجی در مسئله آرایش مقید به صفر در زمان بسیار کوتاهی است.

در شکل‌های (۷) الی (۹) سیگنال‌های کنترلی مسئله آرایش مقید ربات‌های متحرک بر پایه دینامیک اوپلر-لاگرانژ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل‌ها نشان داده شده است سیگنال‌های کنترلی طراحی شده نرم و قابل اعمال به محرک‌های سیستم خواهند بود. در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) فاصله‌های نسبی و زاویه‌های سمت‌گیری برای سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ در مسئله کنترل آرایش مقید نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد حالت‌های مسئله آرایش مقید سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ، قیده‌های از پیش تعیین شده مسئله کنترل آرایش را تضمین خواهند کرد. در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) تخمین وزن‌های ماتریس‌های شبکه عصبی چند لایه برای سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ در مسئله کنترل آرایش مقید نشان داده شده است. همان‌طور که نشان داده شده است، تخمین وزن‌های ماتریس‌های شبکه عصبی چند لایه طراحی شده نه تنها کراندار هستند بلکه به مقادیر مشخص همگرا شده‌اند.



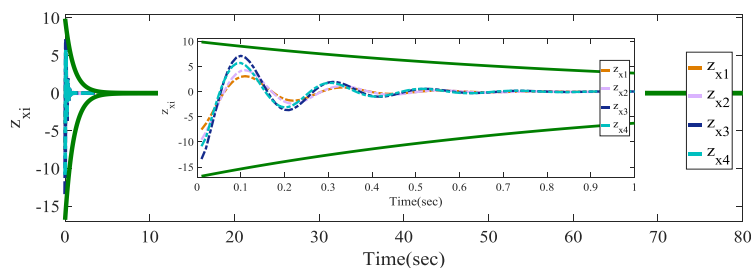
شکل (۲): مسیر ردیابی ربات‌های متحرک اوپلر-لاگرانژ در صفحه دو بعدی در مسئله کنترل آرایش مقید

Figure (2): The formation trajectory tracking of the Euler-Lagrange mobile robots in 2-D plane in the constrained formation control problem

Table (5): The controller design parameters, positions and orientation angles and initial velocities of Euler-Lagrange systems

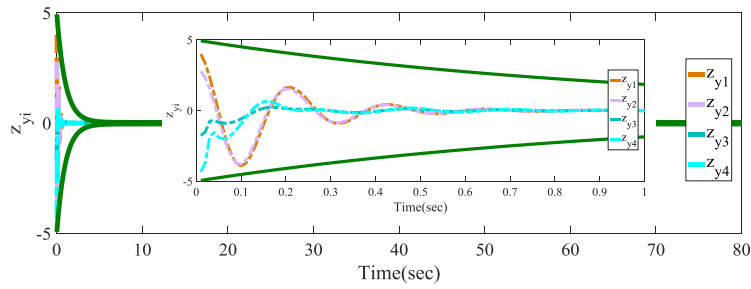
جدول (۵): پارامترهای طراحی کنترل کننده، موقعیت‌ها و زاویه‌های سمت‌گیری و سرعت‌های اولیه سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ

تعریف	پارامترها	تعریف	پارامترها
موقعیت و زاویه سمت‌گیری	$\eta_2(0) = [-10, -2, 0]^T$	موقعیت و زاویه سمت‌گیری	$\eta_1(0) = [-9, 4, 0]^T$
موقعیت و زاویه سمت‌گیری	$\eta_4(0) = [-13, -16, 0]^T$	موقعیت و زاویه سمت‌گیری	$\eta_3(0) = [-11, -10, 0]^T$
پارامترهای طراحی کنترل کننده	$k_{1i} = 10 \quad k_{2i} = 5 \quad \delta_i = 5$	سرعت‌های اولیه	$v_i(0) = [0, 0, 0]^T \quad i \in N$
ضرایب طراحی شبکه عصبی	$\Gamma_{Ni} = 10, \Gamma_{Mi} = 20$	کران‌های از پیش تعیین شده خطاها	$\beta_{1i} \in (-\bar{\beta}_1, \bar{\beta}_1)$
تابع نمایی کران پایین	$\beta_i(t) = \bar{\beta}_{i,oc} + (\beta_{i0} - \bar{\beta}_{i,oc})e^{-\alpha t}$	تابع نمایی کران بالا	$\bar{\beta}_i(t) = \bar{\beta}_{i,oc} + (\bar{\beta}_{i0} - \bar{\beta}_{i,oc})e^{-\alpha t}$
خطای حالت ماندگار	$\alpha = 1 \quad \bar{\beta}_{i,oc} = \bar{\beta}_{i,oc} = 0.2$	شرایط تقریب اولیه	$\theta_{2i}(0) = 0.4 \quad \theta_{3i}(0) = 0.2$ $\theta_{1i}(0) = 0.8$

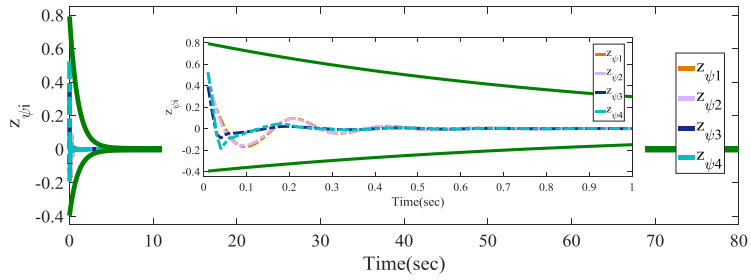


شکل (۳): خطاهای ردیابی خروجی برای سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ مستقل در کنترل آرایش مقید در راستای محور x

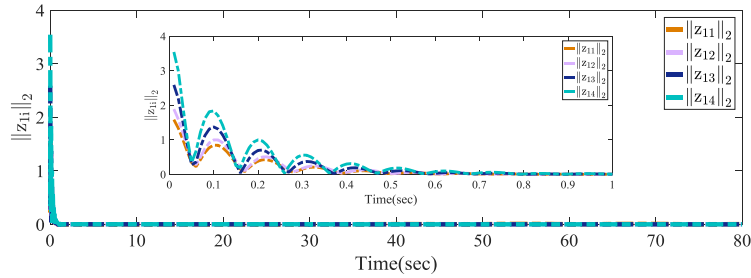
Figure (3): The output tracking errors for Euler-Lagrange systems in the constrained formation control for x-axis



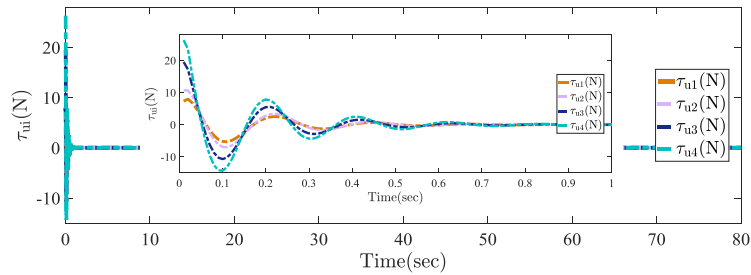
شکل (۴): خطاهای ردیابی خروجی برای سیستم‌های اویلر-لاگرانژ مستقل در کنترل آرایش مقید در راستای محور y
 Figure (4): The output tracking errors for Euler-Lagrange systems in the constrained formation control for y -axis



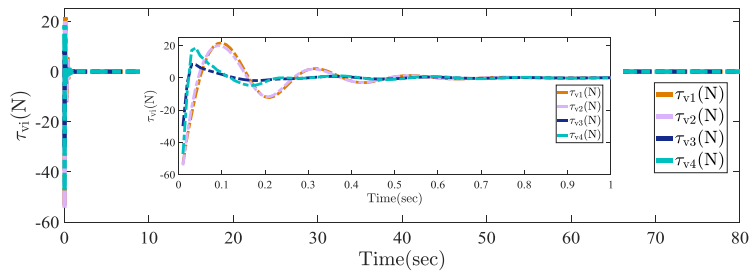
شکل (۵): خطاهای ردیابی خروجی برای سیستم‌های اویلر-لاگرانژ مستقل در کنترل آرایش مقید در راستای محور ψ
 Figure (5): The output tracking errors for Euler-Lagrange systems in the constrained formation control for ψ -axis



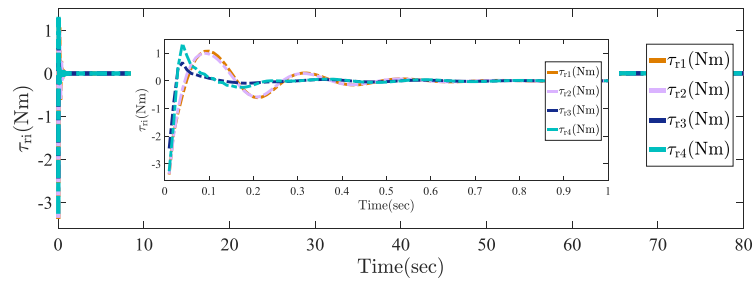
شکل (۶): نرم دوم خطاهای ردیابی خروجی برای سیستم‌های اویلر-لاگرانژ مستقل در کنترل آرایش مقید
 Figure (6): The second norm of output tracking errors for Euler-Lagrange systems in the constrained formation control



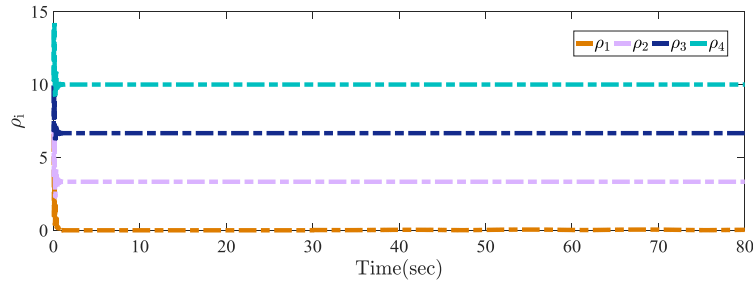
شکل (۷): سیگنال‌های کنترلی طراحی شده برای سیستم‌های اویلر-لاگرانژ در مسئله کنترل آرایش مقید
 Figure (7): The designed control signals for Euler-Lagrange systems in the formation control problem (τ_{ui})



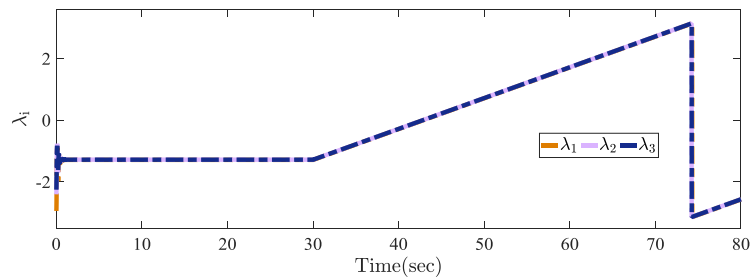
شکل (۸): سیگنال‌های کنترلی طراحی شده برای سیستم‌های اویلر-لاگرانژ در مسئله کنترل آرایش مقید
 Figure (8): The designed control signals for Euler-Lagrange systems in the formation control problem (τ_{vi})



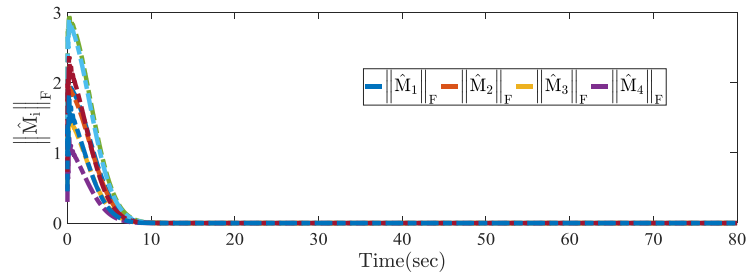
شکل (۹): سیگنال‌های کنترلی طراحی شده برای سیستم‌های اویلر-لاگرانژ در مسئله کنترل آرایش مقید
Figure (9): The designed control signals for Euler-Lagrange systems in the formation control problem (τ_{ri})



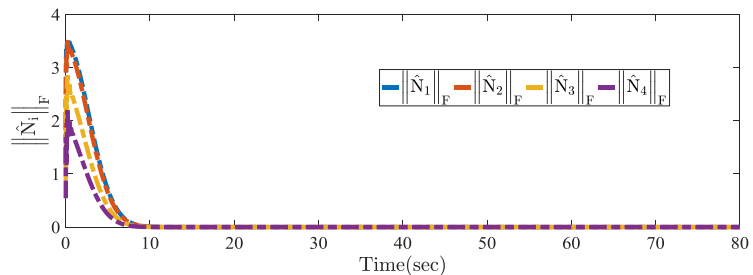
شکل (۱۰): فاصله‌های نسبی سیستم‌های اویلر-لاگرانژ در مسئله کنترل آرایش
Figure (10): The relative distances of Euler-Lagrange systems in the formation control problem (ρ_i)



شکل (۱۱): زاویه‌های سمت‌گیری برای سیستم‌های اویلر-لاگرانژ در مسئله کنترل آرایش
Figure (11): The orientation angles of Euler-Lagrange systems in the formation control problem (λ_i)



شکل (۱۲): تخمین وزن‌های ماتریس‌های شبکه عصبی چندلایه برای سیستم‌های اویلر-لاگرانژ
Figure (12): The approximation of weights of multilayer neural network matrices for Euler-Lagrange systems



شکل (۱۳): تخمین وزن‌های ماتریس‌های شبکه عصبی چند لایه برای سیستم‌های اویلر-لاگرانژ
Figure (13): The approximation of weights of multilayer neural network matrices for Euler-Lagrange systems

Table (6): Comparison of the constrained formation control with conventional backstepping control with considering performance indicators

جدول (۶): مقایسه کنترل‌کننده آرایش مقید با کنترل‌کننده رایج پسگام با در نظر گرفتن شاخص‌های عملکرد

شاخص	$\ z_{11}(0)\ $	$\ z_{12}(0)\ $	$\ z_{13}(0)\ $	$\ z_{14}(0)\ $	$\ B_i(0)\ $	ISE	ISE	ITAE
طرح ۱	۵/۷۱	۸/۷۳	۱۰/۹۲	۱۳/۸۸	بدون قید	۰/۲۸	۰/۲۳	۰/۲۱
طرح ۲	۳/۹۶	۴/۷۲	۶/۴۸	۸/۸۶	۱۱/۰۸	۰/۱۶	۰/۲۳	۰/۱۱

برای مقایسه کنترل‌کننده آرایش رهبر-پیرو مقید در مقایسه با کنترل‌کننده رایج پسگام، دو طرح شبیه‌سازی انجام شده است که نتایج تحلیلی آنها در جدول (۶) آورده شده است. در طرح اول، کنترل‌کننده پسگام بدون رابطه‌های محدودکننده و در طرح دوم، کنترل‌کننده پسگام با رابطه‌های محدودکننده شبیه‌سازی شده است. همچنین برای نشان دادن کارایی کنترل‌کننده طراحی شده شاخص‌های عملکرد زیر استفاده شده است [۴۱].

$$\begin{cases} \text{ISE} = \int_0^T \|z_{ii}\|_2^2 dt \\ \text{IAE} = \int_0^T \|z_{ii}\|_2 dt \\ \text{ITAE} = \int_0^T t \|z_{ii}\|_2 dt \end{cases} \quad (51)$$

نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که در طرح ۲، نرم دوم خطاهای حالت خروجی سیستم‌ها و شاخص‌های عملکردی به میزان قابل توجهی نسبت به طرح ۱ با شرایط یکسان سیستم‌ها و ضرایب کنترل‌کننده کاهش پیدا کرده‌اند، در صورتی که طرح ۱ برای بعضی از سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ، نرم دوم کران‌های از پیش تعیین شده در شرایط صفر را نقض خواهند کرد. همچنین، نرم دوم خطاهای ردیابی هر سیستم اوپلر-لاگرانژ در طرح ۲ از نرم کران از پیش تعیین شده همواره کوچکتر خواهند بود که عملکرد مناسب کنترل‌کننده پیشنهادی را علیرغم نامعینی‌های پارامتری و دینامیک‌های مدل نشده نشان می‌دهد.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، محدودیت‌های خطاهای ردیابی برای حل مسئله کنترل آرایش مقید برای حرکت گروهی از سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ به کار گرفته شده است. کنترل آرایش مقید رهبر-پیرو سیستم‌های اوپلر-لاگرانژ تحت یک تکنیک عصبی-تطبیقی چندلایه برای جبران پارامترهای نامعین و دینامیک‌های مدل نشده پیاده‌سازی شده است. یک تابع لیاپانوف محدودکننده نامتقارن و متغیر پذیر با زمان برای جلوگیری از نقض محدودیت‌های حالت‌های خروجی سیستم اعمال شده که نشان می‌دهد که این حالت‌های خروجی می‌توانند از هر نقطه در فضای محدود از پیش تعیین شده شروع شوند. نتایج شبیه‌سازی‌های به دست آمده نشان می‌دهند که محدودیت‌ها در خطاهای ردیابی مسئله آرایش مقید هرگز نقض نخواهند شد. بنابراین، خطاهای ردیابی مسئله آرایش مقید در الگوریتم کنترل‌کننده پیشنهادی در کران‌های محدود و از پیش تعیین شده باقی می‌مانند و همه سیگنال‌های حلقه بسته با توجه به شرایط ضعیف در مقادیر اولیه کراندار باقی می‌مانند.

سپاسگزاری

این مقاله مستخرج از رساله دوره دکتری در دانشگاه آزاد اسلامی واحد نجف‌آباد است. نویسندگان بر خود لازم می‌دانند مراتب تشکر صمیمانه خود را از همکاران حوزه پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی و داوران محترم که ما را در انجام و ارتقای کیفی این مقاله یاری نموده‌اند، اعلام نمایند.

References

مراجع

- [1] F. Real, A.R. Castaño, A. Torres-González, J. Capitán, P.J. Sánchez-Cuevas, M.J. Fernández, M. Villar, A. Ollero, "Experimental evaluation of a team of multiple unmanned aerial vehicles for cooperative construction", IEEE Access, vol. 9, pp. 6817-6835, Jan. 2021 (doi: 10.1109/ACCESS.2021.3049433).

- [2] W. Zhao, H. Liu, F.L. Lewis, "Robust formation control for cooperative underactuated quadrotors via reinforcement learning", *IEEE Trans. on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 32, no. 10, pp. 4577-4587, Oct. 2021 (doi: 10.1109/TNNLS.2020.3023711).
- [3] C. Yuan, H. He, C. Wang, "Cooperative deterministic learning-based formation control for a group of nonlinear uncertain mechanical systems", *IEEE Trans. on Industrial Informatics*, vol. 15, no. 1, pp. 319-333, Jan. 2018 (doi: 10.1109/TII.2018.2792455).
- [4] Z. Gao, G. Guo, "Velocity free leader-follower formation control for autonomous underwater vehicles with line-of-sight range and angle constraints", *Information Sciences*, vol. 486, pp. 359-378, June 2019 (doi: 10.1016/j.ins.2019.02.050).
- [5] S. He, M. Wang, S.L. Dai, F. Luo, "Leader-follower formation control of USVs with prescribed performance and collision avoidance", *IEEE Trans. on Industrial Informatics*, vol. 15, no. 1, pp. 572-581, Jan. 2019 (doi: 10.1109/TII.2018.2839739).
- [6] M.N. Huda, H. Yu, S. Cang, "Behavior-based control approach for the trajectory tracking of an underactuated planar capsule robot", *IET Control Theory and Applications*, vol. 9, no. 2, pp. 163-175, Jan. 2015 (doi: 10.1049/iet-cta.2013.1100).
- [7] N. Hacene, B. Mendil, "Behavior-based autonomous navigation and formation control of mobile robots in unknown cluttered dynamic environments with dynamic target tracking", *International Journal of Automation and Computing*, vol. 18, no. 5, pp.766-786, Mar. 2021 (doi: 10.1007/s11633-020-1264-x).
- [8] Q. Zhen, L. Wan, Y. Li, D. Jiang, "Formation control of a multi-AUVs system based on virtual structure and artificial potential field on SE (3)", *Ocean Engineering*, vol. 253, Article Number: 111148, June 2022 (doi: 10.1016/j.oceaneng.2022.111148).
- [9] D. Zhou, Z. Wang, M. Schwager, "Agile coordination and assistive collision avoidance for quadrotor swarms using virtual structures", *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 34, no. 4, pp. 916-923, Aug. 2018 (doi: 10.1109/TRO.2018.2857477).
- [10] J. Lin, Z. Miao, H. Zhong, W. Peng, Y. Wang, R. Fierro, "Adaptive image-based leader-follower formation control of mobile robots with visibility constraints", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 7, pp. 6010-6019, July 2020 (doi: 10.1109/TIE.2020.2994861).
- [11] S.L. Dai, S. He, X. Chen, X. Jin, "Adaptive leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with prescribed transient and steady-state performance", *IEEE Trans. on Industrial Informatics*, vol. 16, no. 6, pp. 3662-3671, June 2019 (doi: 10.1109/TII.2019.2939263).
- [12] Z. Wang, L. Wang, H. Zhang, L. Vlacic, Q. Chen, "Distributed formation control of nonholonomic wheeled mobile robots subject to longitudinal slippage constraints", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 51, no. 5, pp. 2992-3003, May 2019 (doi: 10.1109/TSMC.2019.2911975).
- [13] P. Kassaeiyan, B. Tarvirdizadeh, K. Alipour, "Control of tractor-trailer wheeled robots considering self-collision effect and actuator saturation limitations", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 127, pp. 388-411, July 2019 (doi: 10.1016/j.ymsp.2019.03.016).
- [14] H. Liang, Y. Fu, J. Gao, H. Cao, "Finite-time velocity-observed based adaptive output-feedback trajectory tracking formation control for underactuated unmanned underwater vehicles with prescribed transient performance", *Ocean Engineering*, vol. 233, Article Number: 109071, Aug. 2021 (doi: 10.1016/j.oceaneng.2021.109071).
- [15] A. Naderolasli, K. Shojaei, A. Chatraei, "Platoon formation control of autonomous underwater vehicles under LOS range and orientation angles constraints", *Ocean Engineering*, vol. 271, Article Number: 113674, Mar. 2023 (doi: 10.1016/j.oceaneng.2023.113674).
- [16] Z. Peng, D. Wang, Z. Chen, X. Hu, W. Lan, "Adaptive dynamic surface control for formation of autonomous surface vehicles with uncertain dynamics", *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol. 21, no. 2, pp. 513-520, Mar 2013 (doi: 10.1109/TCST.2011.2181513).
- [17] S.L. Dai, S. He, H. Lin, C. Wang, "Platoon formation control with prescribed performance guarantees for USVs", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 5, pp. 4237-4246, May 2018 (doi: 10.1109/TIE.2017.2758743).
- [18] C. Wei, J. Luo, H. Dai, G. Duan, "Learning-based adaptive attitude control of spacecraft formation with guaranteed prescribed performance", *IEEE Trans. on Cybernetics*, vol. 49, no. 11, pp. 4004-4016, Nov. 2019 (doi: 10.1109/TCYB.2018.2857400).
- [19] K.P. Tee, S.S. Ge, "Control of nonlinear systems with partial state constraints using a barrier Lyapunov function", *International Journal of Control*, vol. 84, no. 12, pp. 2008-2023, Nov. 2011 (doi: 10.1080/0020717-9.2011.631192).
- [20] R. Ma, B. Jiang, Y. Liu, "Finite-time stabilization with output-constraints of a class of high-order nonlinear systems", *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 16, no. 3, pp. 945-952, Apr. 2018 (doi: 10.1007/s12555-017-0418-2).

- [21] H. Min, S. Xu, Z. Zhang, "Adaptive finite-time stabilization of stochastic nonlinear systems subject to full-state constraints and input saturation", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 66, no. 3, pp. 1306-1313, Mar. 2021 (doi: 10.1109/TAC.2020.2990173).
- [22] W. Sun, S.F. Su, Y. Wu, J. Xia, V.T. Nguyen, "Adaptive fuzzy control with high-order barrier Lyapunov functions for high-order uncertain nonlinear systems with full-state constraints", *IEEE Trans. on Cybernetics*, vol. 50, no. 8, pp. 3424-3432, Aug. 2019 (doi: 10.1109/TCYB.2018.2890256).
- [23] D. Cruz-Ortiz, I. Chairez, A. Poznyak, "Sliding-mode control of full-state constraint nonlinear systems: A barrier lyapunov function approach", *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 52, no. 10, pp. 6593-6606, Oct. 2022 (doi: 10.1109/TSMC.2022.3148695).
- [24] H. Liu, G. Chen, X. Tian, "Cooperative formation control for multiple surface vessels based on barrier Lyapunov function and self-structuring neural networks", *Ocean Engineering*, vol. 216, Article Number: 108163, Nov. 2020 (doi: 10.1016/j.oceaneng.2020.108163).
- [25] J. Alonso-Mora, E. Montijano, T. Nägeli, Q. Hilliges, M. Schwager, D. Rus, "Distributed multi-robot formation control in dynamic environments", *Autonomous Robots*, vol. 43, pp. 1079-1100, July 2018 (doi: 10.1007/s10514-018-9783-9).
- [26] A. Naderolasli, K. Shojaei, A. Chatraei, "Terminal sliding-mode disturbance observer-based finite-time adaptive-neural formation control of autonomous surface vessels under output constraints", *Robotica*, vol. 41, no. 1, pp. 236-258, Sept. 2022 (doi: 10.1017/S0263574722001266).
- [27] B. Liu, M. Hou, J. Ni, Y. Li, Z. Wu, "Asymmetric integral barrier Lyapunov function-based adaptive tracking control considering full-state with input magnitude and rate constraint", *Journal of the Franklin Institute*, vol. 357, no. 14, pp. 9709-9732, Sept. 2020 (doi: 10.1016/j.jfranklin.2020.07.037).
- [28] M. Fu, L. Dong, Y. Xu, D. Bai, "A novel asymmetrical integral barrier lyapunov function-based trajectory tracking control for hovercraft with multiple constraints", *Ocean Engineering*, vol. 263, Article Number: 112132, Nov. 2022 (doi: 10.1016/j.oceaneng.2022.112132).
- [29] C. Dong, Y. Liu, Q. Wang, "Barrier Lyapunov function based adaptive finite-time control for hypersonic flight vehicles with state constraints", *ISA Transactions*, vol. 96, pp. 163-176, Jan. 2020 (doi: 10.1016/j.isatra.2019.06.011).
- [30] X. Jin, "Fault tolerant finite-time leader-follower formation control for autonomous surface vessels with LOS range and angle constraint", *Automatica*, vol. 68, pp. 228-236, June 2016 (doi: 10.1016/j.automatica.2016.01.064).
- [31] W. He, Z. Yin, C. Sun, "Adaptive neural network control of a marine vessel with constraints using the asymmetric Barrier Lyapunov function", *IEEE Trans. on Cybernetics*, vol. 47, no. 7, pp. 1641-1651, July 2017 (doi: 10.1109/TCYB.2016.2554621).
- [32] S.L. Dai, K. Lu, X. Jin, "Fixed-time formation control of unicycle-type mobile robots with visibility and performance constraints", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 68, no. 12, pp. 12615-12625, Dec. 2021 (doi: 10.1109/TIE.2020.3040686).
- [33] S.L. Dai, K. Lu, J. Fu, "Adaptive finite-time tracking control of nonholonomic multirobot formation systems with limited field-of-view sensors", *IEEE Trans. on Cybernetics*, vol. 52, no. 10, pp. 10695-10708, Oct. 2022 (doi: 10.1109/TCYB.2021.3063481).
- [34] M. Zhao, Y. Peng, Y. Wang, D. Zhang, J. Luo, H. Pu, "Concise leader-follower formation control of underactuated unmanned surface vehicle with output error constraints", *Trans. of the Institute of Measurement and Control*, vol. 44, no. 5, pp. 1081-1094, Oct. 2021 (doi: 10.1177/01423312211047104).
- [35] K. Aryankia, R.R. Selmic, "Neural network-based formation control with target tracking for second-order nonlinear multiagent systems", *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 58, no. 1, pp. 328-341, Feb. 2022 (doi: 10.1109/TAES.2021.3111719).
- [36] K.P. Tee, B. Ren, S. Ge, "Control of nonlinear systems with time-varying output constraints", *Automatica*, vol. 47, no. 11, pp. 2511-2516, Nov. 2011 (doi: 10.1016/j.automatica.2011.08.044).
- [37] K. P. Tee, S. S. Ge, E. H. Tay, "Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems", *Automatica*, vol. 45, no. 4, pp. 918-927, Apr. 2009 (doi: 10.1016/j.automatica.2008.11.017).
- [38] S.L. Dai, M. Wang, C. Wang, "Neural learning control of marine surface vessels with guaranteed transient tracking performance", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 63, no. 3, pp. 1717-1727, Mar. 2016 (doi: 10.1109/TIE.2015.2504553).
- [39] M. Lu, L. Liu, G. Feng, "Adaptive tracking control of uncertain Euler-Lagrange systems subject to external disturbances", *Automatica*, vol. 104, pp. 207-219, June 2019 (doi: 10.1016/j.automatica.2019.02.048).
- [40] A. Naderolasli, M. Hashemi, K. Shojaei, "Approximation-based adaptive fault compensation backstepping control of fractional-order nonlinear systems: An output-feedback scheme", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 34, no. 3, pp. 298-313, Feb. 2020 (doi: 10.1002/acs.3084).

[41] A. Naderolasli, M. Tabatabaei, "Two-axis gimbal system stabilization using adaptive feedback linearization", Recent Advances in Electrical and Electronic Engineering, vol. 13, no. 3, pp. 355-368, May 2020 (doi: 10.2174/2352096512666181128095433).

زیر نویس‌ها

1. Formation control
2. Mobile robots
3. Euler-Lagrange
4. Leader follower
5. Behavioral based
6. Virtual structure
7. Line-of-sight (LOS)
8. Orientation angles
9. Barrier Lyapunov function (BLF)
10. Coriolis and centripetal matrix
11. Gravity vector
12. Strict feedback
13. Limited field-of-view (FOV)
14. Sigmoid