Journal of Capital Market Analysis

Volume 4 Issue 1 Online ISSN: 2783-3488

Page: 179-202 https://jcma.aliabad.iau.ir

Developing an Optimized Portfolio Model using Modified Risk Aversion Coefficient

Rouhollah Mehralizadeh Shiadehi
Department of Financial Engineering, Aliabad Katoul Branch, Islamic Azad University, Aliabad Katoul, Iran.
Hossein Didehkhani (Corresponding Author)
Department of Financial Engineering, Aliabad Katoul Branch, Islamic Azad University, Aliabad Katoul, Iran.
h.didehkhani@gmail.com
Ali Khozain
Department of Accounting, Aliabad Katoul branch, Islamic Azad University, Aliabad Katoul, Iran.
Arash Naderian
Department of Accounting, Aliabad Katoul branch, Islamic Azad University, Aliabad Katoul, Iran.

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received: 03 Apr 2023
Accepted: 19 May 2024

Keywords:
risk aversion coefficient, portfolio optimization, genetic algorithm, constrained optimization, Tehran Stock Exchange

Abstract

In this paper, we propose a modification to the use of the risk aversion coefficient in optimization models, based on research literature and mathematical methods. The modified risk aversion coefficient introduced in this paper can be applied in the maximization part of the model without any adverse effects. By doing so, it can improve the accuracy of meta-heuristic algorithms in finding optimal solutions. To test the efficacy of our proposed model, we applied it to 30 shares of the Tehran Stock Exchange, along with a zero-risk asset, taking into account some limitations in the market. We used a genetic meta-heuristic optimization method to solve the model, and to measure its efficiency, we compared the results of the optimization process with 2500 randomly generated portfolios that were within the problem's constraints. Our results show that our model outperforms the random portfolios in terms of both risk factors and return. In conclusion, our proposed modification to the risk aversion coefficient can improve the accuracy of optimization models, and our results demonstrate its effectiveness in generating optimal portfolios in the market.

© The Author(s). Publisher: Islamic Azad Univercity of Aliabad Katoul Branch.

فصلنامه تحلیل بازار سرمایه

شاپا الکترونیک: ۲۷۸۳-۳۴۸۸ سال ۴ شماره ۱

صفحه: ۲۰۲-۱۷۹ https://jcma.aliabad.iau.ir

توسعه مدل بهینه‌سازی پرتفوی با استفاده از ضریب ریسک گریزی تغییر یافته

روح‌الله مهرعلیزاده شیادهی

گروه مهندسی مالی، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی آباد کتول، ایران.

حسین دیده خانی (نویسنده مسئول)

گروه مهندسی مالی، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی آباد کتول، ایران.

h.didehkhani@gmail.com

علی خوزین

گروه حسابداری، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی آباد کتول، ایران.

آرش نادریان

گروه حسابداری، واحد علی آباد کتول، دانشگاه آزاد اسلامی، علی آباد کتول، ایران.

اطلاعات مقاله

نوع مقاله:

پژوهشی

تاریخچه مقاله:

تاریخ دریافت: ۱۳ خرداد ماه ۱۴۰۲

تاریخ پذیرش: ۳۰ اردیبهشت ماه ۱۴۰۳

واژگان کلیدی:

ضریب ریسک‌گریزی، بهینه‌سازی سبد سهام، الگوریتم ژنتیک، بورس اوراق بهادار تهران، بهینه سازی مقید

چکیده

در این مقاله با استفاده از ادبیات پژوهش و روش‌های ریاضی به اعمال تغییراتی برای مناسب‌تر نمودن استفاده از ضریب ریسک‌گریزی در مدل‌های بهینه‌سازی اقدام شد. ضریب ریسک‌گریزی معرفی شده در این پژوهش با اعمال در بخش بیشینه‌سازیِ بازده مدل، بدون ایجاد اثر نامطلوب قادر خواهد بود دقت الگوریتم‌های فرا ابتکاری را در یافتن پاسخ‌های بهینه بهبود بخشد. در ادامه مدل ارائه شده برای ۳۰ سهم از بازار بورس اوراق بهادار تهران به همراه یک دارایی با ریسک صفر با لحاظ نمودن برخی محدودیت‌های موجود در بازار ایران بکار گرفته شد. به منظور حل مدل از روش بهینه‌سازی فرا ابتکاری ژنتیک استفاده گردید و برای سنجش کارایی مدل، نتایج اجرای فرایند بهینه سازی با ۲۵۰۰ پرتفوی تصادفی که در محدودیت‌های مساله قرار داشتند مقایسه گردید که نتایج حاصل نشان داد پاسخ‌های ارائه شده توسط مدل در هر دو عامل ریسک و بازده بصورت همزمان نسبت به سایر پرتفوهای تصادفی برتری محسوسی ایجاد نموده است.

ناشر: دانشگاه آزاد اسلامی واحد علی‌آبادکتول. © نویسندگان.

۱. مقدمه:

ریسک‌گریزی یکی از عوامل مهم تصمیم‌گیری در خصوص سرمایه‌گذاری است. هر سرمایه‌گذار دارای سطح متفاوتی از گرایش به ریسک بوده که ممکن است به دلایل مختلفی مانند تجربیات قبلی، اولویت‌های سرمایه‌گذاری، وضعیت مالی و... تعیین شود (میربزرگی و همکاران، ۱۴۰۱). تعیین سطح مناسب ریسک گریزی برای سرمایه‌گذار بسیار مهم است، زیرا انتخاب سبد اوراق بهادار بر اساس سطح ریسک گریزی متفاوت، می‌تواند منجر به عدم تمایل و انصراف فرد از سرمایه گذاری گردد. بنابراین انتخاب سبد مناسب سهام و تخمین میزان ریسک آن علاوه بر کاهش ریسک بوسیله متنوع سازی و بهبود بازده سرمایه‌گذاری، می‌تواند منجر به ترغیب افراد برای سرمایه‌گذاری در سبدهایی با درجه ریسک متناسب با سطح ریسک گریزی فردی‌شان گردد (ابونوری و همکاران، ۱۳۹۷).

ریسک‌گریزی یکی از مولفه هایی است که در مسائل بهینه‌سازی سبد سهام به شکل گسترده بکار گرفته می‌شود. ریسک‌گریزی به عنوان درجه اهمیت ریسک و ضریب تعیین موازنه میان ریسک و بازده، نشان می‌دهد که فرد برای حضور در یک موقعیتِ دارای خطر، چه میزان بازده طلب می‌کند. از آنجایی که در مسائل بهینه سازی سبد سهام عموماً دو هدف اصلی به صورت همزمان دنبال می‌شود یعنی هدف بیشینه سازی بازده و کمینه سازی ریسک، می توان این دو تابع هدف را در قالب یک تابع به وسیله ضریب ریسک گریزی تجمیع نمود، بنابراین مسئله از حالت چندهدفه به حالت تک هدفه تغییر ماهیت داده و در عین حال هر دو هدف نیز ارضا می گردند (ژو[1] و همکاران، ۲۰۱۷). این شیوه از بهینه‌سازی پرتفوی که با استفاده از ضریب ریسک گریزی اقدام به مدل سازی پرتفوهای بهینه می‌نماید منجر به انتخاب سبدی از دارایی‌ها با میزان معینی از ریسک شده که منطبق بر ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار بوده و در عین حال بالاترین میزان بازده را در میان سبدهایی با سطح ریسک مشابه ارائه دهد (هوشمند نقابی و همکاران، ۱۳۹۶). علاوه بر آن با توجه به محدود شدن مساله به سطوح خاصی از ریسک، نیاز به محاسبات پیچیده جهت یافتن تمامی مرز کارا به شدت کاهش یافته و سرعت رسیدن به پاسخ‌های بهینه توسط الگوریتم‌های بهینه‌سازی فرا ابتکاری افزایش

1 Zhou, J.

چشمگیری خواهد یافت. از طرفی بکارگیری توابع هدف متفاوت در مسائل بهینه سازی مستلزم ارائه برخی رویکردهای خاص جهت مدل‌سازی بوده و پارامترهای مخصوص به خود را طلب می‌کند. در پژوهش حاضر با توجه به ماهیت مسئله بهینه سازی سبد سهام و اهدافی که دنبال می کند با ایجاد اندکی تغییرات در ضریب ریسک گریزی، نسبت به تعریف ضریب جدید وابسته به ریسک گریزی اقدام نموده و از آن برای حل مسائل بهینه‌سازی پرتفوی بهره خواهیم گرفت. در این روش از بهینه سازی که با استفاده‌ی غیر مستقیم از ضریب ریسک گریزی صورت می‌پذیرد، پرتفویی بهینه که واقع بر مرز کارا بوده، بعلاوه منطبق بر سطح ریسک گریزی فرد سرمایه گذار نیز خواهد بود ارائه می‌گردد.

۲. مبانی نظری و ادبیات پژوهش

در بسیاری از مسائل بهینه‌سازی جهت استفاده از الگوریتم‌های ریاضی برای حل مسئله، توابع هدف به صورت مدل‌های کاملا کمینه‌سازی یا بیشینه‌سازی قرار می‌گیرند. به عبارتی توابع هدف بصورت یکدست یا بصورت کمینه سازی و یا بصورت بیشینه سازی تعریف می شوند (مومنی، ۱۳۹۶). روش‌های ریاضی مختلفی برای تبدیل مسائل کمینه به بیشینه یا برعکس وجود دارد که از جمله روش‌ها می‌توان به قرینه کردن تابع هدف، ضرب یک عدد منفی در تابع هدف و غیره اشاره کرد (بوید[۲]و وندنبرگ[۳] ۲۰۰۴). برخی مسائل نیز وجود دارند که دستیابی به پاسخ های آن به شکل مستقیم امکان پذیر نبوده و نیازمند آن هستیم تا از یک سری توابع کمکی برای دست یافتن به پاسخ های مسئله استفاده نماییم. شکل کلی استفاده از این روش بدین صورت است که تابع $f(x)$ در نقطه x_0 دارای ماکسیمم یا مینیمم بوده اگر و فقط اگر تابع $g(x)$ در نقطه x_0 دارای ماکسیمم یا مینیمم باشد. حال اگر تابع $g(x)$ قابل حل بوده و نقاط اکسترمم آن قابل شناسایی باشد می‌توان نقاط اکسترمم آن را به تابع $f(x)$ نیز تسری داد (پیریونسی[۴]و توکلان[۵] ۲۰۱۷).

2 Boyd, S.
3 Vandenberghe, L.
4 Piryonesi, S. M.
5 Tavakolan, M.

مسائل مربوط به بهینه سازی سبد سهام که عموما با دو هدف بیشینه سازی بازده و کمینه سازی ریسک صورت میپذیرد، در بادی امر به عنوان یک مساله بهینه سازی چند هدفه شمرده شده و رویکردهای مختلفی برای حل آن بکار گرفته میشود. از مهمترین رویکردهای حل اینگونه مسائل تبدیل آن به یک مساله تک هدفه بوده که به سه روش کلی صورت میپذیرد. در روش اول بیشینه سازی بازده مد نظر قرار گرفته و ریسک به عنوان یک محدودیت در مساله بهینه سازی لحاظ خواهد شد. با این کار اطمینان خواهیم یافت ریسک از سطح معینی تجاوز نکرده و بازده به بالاترین مقدار خود خواهد رسید (پیرواﹶ ۲۰۰۷). در روش دیگر به کمینه سازی ریسک پرداخته در حالیکه محدودیتی مقداری برای بازده در نظر گرفته خواهد شد. به عبارتی مدل مساله تنها به کمینه سازی ریسک پرداخته و در عین حال محدودیتی برای این هدف قائل خواهد بود تا بازده از حد معینی کمتر نگردد (اسربی[۷]و سیمونتی،[۸] ۲۰۱۸). رویکرد دیگر ادغام دو هدف با یکدیگر بوسیله یک ضریب ثابت خواهد بود. این ضریب به اهمیت بازده در قبال ریسک خواهد پرداخت و نشان دهنده آن خواهد بود که فرد به ازای هر واحد ریسک بیشتر چه مقدار بازده طلب خواهد کرد، از این رو در ادبیات پژوهشی مالی رفتاری این ضریب به عنوان ضریب ریسک گریزی نیز شناخته میشود (ژو و همکاران، ۲۰۱۷).[۹] روش ادغام دو تابع هدف در یکدیگر این مزیت را داشته که میتواند تناسبی میان ریسک و بازده بوسیله ضریب ریسک گریزی ایجاد نماید. جدول شماره (۱) به مقایسه سه روش فوق پرداخته و مزایا و معایب هرکدام را به اختصار توضیح داده شده است.

6 Pirvu, T. A.
7 Acerbi, C.
8 Simonetti, P.
9 Zhou, J. et al.

جدول شماره (۱) انواع روشهای بهینه سازی پرتفوی که با تک هدفه سازی تابع هدف اقدام به بهینه سازی می نمایند.			
روشها	**مزیت‌ها**	**معایب**	**نمونه پژوهشها**
رویکرد اول بازده بیشینه با محدودیت ریسک	- روشی تک هدفه است و پاسخهای آن ساده تر از روش چند هدفه بدست میاید. - پرتفوی پیشنهادی در این شیوه دارای بالاترین بازده در قبال سطح معینی از ریسک خواهد داشت. - به دلیل در نظر گرفتن ریسک ثابت، پرتفو بازده بالاتری نسبت به روش‌های دیگر که ریسک متغیر دارند، خواهد داشت.	- این روش صرفاً روی بیشینه سازی بازدهی تمرکز می‌کند. لذا می‌تواند به نادیده گرفتن وزن و اهمیت واقعی ریسک منجر شود. - تنها برای سطح معین از ریسک قابل پردازش است. - موازنه ای میان ریسک و بازده برقرار نمی‌کند و در پرتفوهای ارائه شده در این روش سطح ریسک پذیری لحاظ نمی‌گردد.	کومار و همکاران ۲۰۲۲، مارتین (۲۰۲۱)، مگوانی و همکاران (۲۰۱۷)، پیروا (۲۰۰۷).
رویکرد دوم ریسک کمینه با محدودیت بازده	- روشی تک هدفه است و پاسخهای آن ساده تر از روش چند هدفه بدست میاید. - پرتفوی پیشنهادی در این شیوه دارای کمترین ریسک ازمیان پروتفوهای با سطح بازده درنظر گرفته شده میباشند. - با تعیین بازده ثابت به عنوان محدودیت، این روش اجازه می‌دهد تا پرتفو از نظر ریسک کمینه شود و رسیدن به یک بازده قابل قبول با کمترین احتمال انحراف حفظ گردد.	- این روش صرفاً روی کمینه کردن ریسک تمرکز دارد و ممکن است بازدهی پایین‌تری نسبت به روش‌های دیگر داشته باشد. - تنها به سطح معینی از بازده با کمترین ریسک می‌پردازد که میتوان با اندکی تغییر در بازده تعیین شده میزان ریسک به شکل قابل توجهی تغییر یابد. - همانند روش بیشینه سازی بازده، این روش نیز نمیتواند موازنه ای میان ریسک و بازده برقرار کرده و سطح ریسک گریزی لحاظ نمی‌گردد.	صمدی و همکاران (۱۴۰۲)، کورا (۲۰۰۹)
رویکرد سوم استفاده از ضریب ریسک گریزی	- این روش تعادل میان ریسک و بازدهی را بهبود می‌بخشد، زیرا ضریب ریسک گریزی محدودیت‌هایی برای هر دو عامل را در نظر می‌گیرد. - این روش به مدیران سرمایه‌گذاری امکان می‌دهد تا تعادل مطلوبی بین کمینه کردن ریسک و حفظ بازدهی مناسب را برقرار کنند. - با استفاده از ضریب ریسک گریزی، می‌توان ترجیحات سرمایه‌گذاران را در مورد ریسک و بازدهی در نظر گرفت و پرتفویی را ایجاد کرد که با توجه به این ترجیحات، بهینه باشد. - با تغییر میزان ریسک گریزی میتوان به سطوح مختلفی از ریسک و بازده دست یافت که و تا حد قابل قبولی نقاط روی مرز کارا را تعیین کرد.	- به دلیل وجود چندین متغیر و ضریب ریسک گریزی محاسبات روش مدل ادغامی پیچیده‌تر می‌شود. - تعیین ضریب ریسک گریزی مناسب و تطابق آن با ترجیحات سرمایه‌گذاران اهمیت دارد. بدون در نظر گرفتن ترجیحات صحیح، ممکن است پرتفولیوی بهینه مطلوب سرمایه گذاران ایجاد نشود. - نقاط یافت شده بر مزرکارا ممکن است متمرکز بر یک بازه محدودکه دارای تعادلهای موردنظر میان ریسک و بازده هستند قرار گرفته و تنها به یک بخش از مرز کارا دست یافت(نقاط دارای منتهای ریسک و بازده تنها از طریق ضرایب بسیار کوچک یا بسیار بزرگ ریسک گریزی قابل دست یابی است).	دای و چانگ (۲۰۲۱)، امیری و همکاران (۱۳۹۹)، ژو و همکاران (۲۰۱۷)،

۲,۱. ریسک‌گریزی

ریسک‌گریزی اصطلاحی در علم اقتصاد و علوم مالی است، که بر ترجیحات سرمایه‌گذار در انتخاب دارایی‌ها با میزان ریسک پایین‌تر دلالت دارد. به عبارتی در شرایط عدم قطعیت که سرمایه‌گذار با انتخاب‌های ریسکی مواجه می‌باشد افراد ریسک‌گریز و افرادی که نسبت به شرایط عدم اطمینان حساس‌تر می‌باشند، نسبت به حضور در موقعیت‌های دارای خطر بازده‌های بالاتری طلب می‌نمایند. افراد ریسک‌گریز از میان فرصت‌های پیش رو تمایل به انتخاب فرصتِ کم‌ریسک‌تر دارند که طبعا بازده پایین‌تری را نیز برای وی به ارمغان خواهد آورد (کانمن[10] و تورسکی[11]، ۲۰۱۳). از این رو نسبتی که به میزان اهمیت ریسک در قبال بازده بپردازد اهمیت ویژه‌ای خواهد یافت. نسبت یاد شده معروف به ضریب ریسک گریزی بوده و تعیین می‌نماید فرد به ازای تحمل هر واحد ریسک بیشتر چه میزان بازده طلب می‌نماید (ابراهیمی و همکاران، ۱۳۹۰). تعیین ضریب ریسک گریزی افراد متقاضی سرمایه‌گذاری، می‌تواند به مشاوران مالی کمک کند تا پیشنهادات سرمایه‌گذاری مناسب‌تری را براساس ترجیحات و سطح ریسک گریزی مشتریان ارائه کنند. این امر می‌تواند به برقراری تعادلی مطلوب میان ریسک و بازده منجر شده و به سرمایه گذاران کمک کند تا راه‌کارهای سرمایه‌گذاری مناسبی را با توجه به ترجیحات و اهدافشان دریافت کنند. بر اساس ضریب ریسک گریزی، می‌توان تعیین کرد که آیا مشتری نیاز به سرمایه‌گذاری در دارایی‌های پایدار و کم ریسک دارد یا در صورت تمایل، ریسک بالاتری را پذیرفته و بازدهی بالاتری را جستجو کند (بجورک و همکاران، ۲۰۱۴).[12]

۲,۲. ضریب ریسک‌گریزی در بهینه سازی سبد سهام

در مسائل بهینه‌سازی پرتفوی میان دو تابع هدف بیشینه‌سازی بازده و کمینه‌سازی ریسک، ضریب ریسک‌گریزی به عنوان یک عامل تعیین کننده محسوب شده و نشان دهنده میزان اهمیت بازده در تقابل با ریسک سبد سرمایه‌گذاری است. البته تحقیقات اخیر نشان می‌دهد این ضریب وابسته به ثروت فرد است و با تغییر ثروت، درجه اهمیت آن تغییر خواهد کرد (آرین تبار، ۱۴۰۰). علاوه بر

10 Kahneman, D.
11 Tversky, A.
12 Björk, T. et al.

آن خودکنترلی فرد بر ریسک گریزی تاثیرگذار بوده و با افزایش خودکنترلی ریسک گریزی نیز افزایش خواهد داشت و سرمایه گذاران در ازای تحمل هر واحد ریسک بازده بالاتری را طلب خواهند نمود (محمدی و همکاران، ۱۴۰۱).

بنابراین سرمایه‌گذار نیازمند آن است که سبدی متناسب با درجه ریسک‌گریزی خود انتخاب نموده تا در صورت زیان، عملاً میزان زیانِ کنترل شده‌ای را تجربه نماید. با بررسی ادبیات تحقیق نظیر نظریه چشم‌انداز، میزان ضریب ریسک‌گریزی عددی بین صفر و یک خواهد بود (ریگر،[۱۳] ۲۰۱۱). در دو طیف این ضریب، ریسک‌گریزی صفر بیانگر آن است که فرد اهمیتی برای ریسک قائل نبوده و تنها به بیشینه‌سازی بازده می‌اندیشد و در انتهای طیف ضریب ریسک‌گریزی برابر با "یک" بدین معنی است که افراد برای ریسک و بازده یک اندازه اهمیت قائل خواهند بود. مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی که از این طریق به دست می‌آید به صورت زیر قابل استفاده خواهد بود:

$$\begin{cases} max: & return \\ min: & risk \end{cases} \rightarrow \quad max: \ return - \alpha.(risk)$$ معادله شماره (۱)

(مارکوییتز،۲۰۰۰)

که در این معادله α بیانگر ضریب ریسک‌گریزی و اهمیتی است که سرمایه‌گذار در موازنه میان ریسک و بازده قائل است. با توجه به اینکه مسائل بیشینه‌سازی با قرینه سازی قابل تبدیل به مساله کمینه سازی بوده و اغلب الگوریتم های بهینه‌سازی مبتنی بر کمینه سازی می‌باشند لذا معادله فوق را میتوان بصورت زیر باز نویسی کرد (مومنی، ۱۳۹۶):

معادله شماره (۲) تبدیل بیشینه سازی به کمینه سازی بوسیله قرینه کردن تابع هدف:

$$min: \ \alpha.(risk) - return$$

اما در عمل بسیاری از عوامل وجود دارند که بخش بازده مدل را تحت تاثیر قرار داده و نیازمند آن هستیم تا با اعمال ضریب در قسمت بازده به حل مساله بپردازیم. به عنوان مثال اگر هزینه‌های معاملاتی مد نظر قرار گیرد با توجه به ثابت بودن این هزینه ها عملا ریسک تغییر نکرده اما بازده با کسر هزینه های معاملاتی بصورت زیر خواهد بود: (شیری قهی، ۱۳۹۶)

13 Rieger, M

$$NetReturn = return - transaction\ cost$$ معادله شماره (۳)

که با قرار دادن در معادله (۲) خواهیم داشت:

$$min: \ \alpha.(risk) - (return - transaction\ cost)$$ معادله شماره (۴)

به عبارتی ضریب ریسک گریزی تنها بر ریسک اعمال می‌گردد. حال برای اعمال ضریب اهمیت که بر بخش بازده و هزینه های معاملاتی توامان تاثیرگذار باشد، می‌توان از ریسک گریزی تغییر یافته استفاده نمود (ژو و همکاران، ۲۰۱۷) و لذا معادله شماره (۴) به شکل زیر تغییر خواهد یافت:

$$min: \ risk - \gamma . NetReturn$$ معادله شماره (۵)

۲,۳. منطق بکار رفته در استفاده از ضریب ریسک گریزی تغییر یافته:

ضریب بکار رفته γ در معادله شماره (۵) را میتوان به سهولت برابر با $\frac{1}{\alpha}$ تعریف کرد(بوید و وندنبرگ، ۲۰۰۴). اما با توجه به اینکه آلفا مقداری بین صفر و یک ($0 \leq \alpha \leq 1$) دارد، ضریب γ در صورتی که برابر با $\frac{1}{\alpha}$ قرار گیرد، مقدار بزرگی خواهد شد و رسیدن به پاسخ‌های بهینه را با مشکل مواجه خواهد نمود چرا که ریسک و بازده هر دو بطور معمول اعداد کوچک تر از یک بوده و عدد بازده به ندرت بالاتر از یک قرار خواهد گرفت. این ناهمسانی و عدم توازن میان اندازه ضریب ریسک گریزی و مقادیر ریسک و بازده، فرایند انتخاب هوشمند توسط الگوریتم‌های بهینه سازی فرا ابتکاری را با مشکل مواجه خواهد نمود. لازم به ذکر است سقف روزانه دامنه نوسان در بازار ایران تنها ۵٪ تعریف شده است بنابراین اعداد بزرگتر از یک برای ریسک و همینطور بزرگتر از ۱ و کوچکتر از ۱- برای بازده نامحتمل خواهد بود. در بخش بعد ثابت خواهیم کرد در صورت وجود برخی شرایط خاص، می‌توان با استفاده از ضریب ریسک گریزی تغییر یافته $\gamma = (1 - \alpha)$ نسبت به بکارگیری الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای حل مدل، اقدام کرده و به پاسخ‌های قابل قبول دست یافت. با بکارگیری این ضریب ریسک گریزی تغییر یافته یعنی γ ، مجددا تعادل میان مقیاس ضریب

و مقیاس متغیرهای ریسک و بازده برقرار می‌گردد، چرا که مقدار ضریب γ نیز بین صفر تا یک قرار داشته و به عنوان ضریب ریسک گریزی تغییر یافته هم ارز مقادیر ریسک و بازده قرار خواهد گرفت.

قضیه (۱)

اگر $0 \le \alpha \le 1$ و $H(x)$ همواره نامنفی باشد، آنگاه تابع $z = E(x) - \alpha H(x)$ در نقطه X دارای ماکسیمم (نسبی–مطلق) است اگر و فقط اگر تابع: $k = H(x) - (1-\alpha)E(x)$ در نقطه X دارای مینیمم (نسبی–مطلق) باشد.

اثبات قضیه ۱)

تابع z در نقطه X دارای ماکسیمم باشد آنگاه به ازای هر Y خواهیم داشت:

معادله شماره (۶) $$E(Y) - \alpha H(Y) \le E(X) - \alpha H(X)$$

برای راحتی کار مطابق جدول (۱) فرض کنیم:

جدول شماره (۲) خلاصه سازی نمادها

$A = E(X)$	$B = H(X)$
$C = E(Y)$	$D = H(Y)$

لذا معادله (۶) بصورت زیر در خواهد آمد:

معادله شماره (۷) $$C - \alpha D \le A - \alpha B$$

حال فرض کنیم(فرض خلف):

معادله شماره (۸) $$D - (1-\alpha)C \le B - (1-\alpha)A$$

یعنی یک Yای وجود دارد که تابع به ازای آن کمتر از مقدار تابع k برای X است یا به عبارتی $k(Y) \le k(X)$ حال معادله (۸) را میتوان به شکل زیر نوشت:

معادله شماره (۹) $$D - B \le (1-\alpha)(C - A)$$

اگر فرض کنیم $D\text{-}B \ge 0$ با توجه به اینکه α و $(1\text{-}\alpha)$ هر دو کمتر از یک هستند لذا میتوان طرف چپ را در α $(1\text{-}\alpha)$ ضرب نمود بدون آنکه خللی در نامساوی حاصل شود:

معادله شماره (۱۰)

$$\alpha(1-\alpha)(D-B) \le (1-\alpha)(C-A) \quad \rightarrow \quad \alpha(D-B) \le (C-A)$$
$$\rightarrow \quad A-\alpha B \le C-\alpha D$$

که این موضوع با معادله (۷) در تناقض است.

حال فرض کنیم $D\text{-}B<0$ از آنجا که $H(x)$ همواره نامنفی است لذا $B,D \ge 0$ خواهند بود لذا می‌توان عبارت نامنفی $(1-\alpha)B$ را به سمت راست معادله (۹) اضافه کرد بدون اینکه تغییری در نامساوی رخ دهد:

معادله شماره (۱۱)

$$D-B \le (1-\alpha)(C-A)+(1-\alpha)B \quad \rightarrow \quad D-B \le (1-\alpha)(C-A+B)$$
$$\rightarrow \quad \frac{1}{(1-\alpha)} \le \frac{(C-A+B)}{(D-B)} = \frac{(C-A)}{(D-B)} + \frac{B}{(D-B)}$$

با توجه به اینکه $\frac{B}{(D-B)}$ نامثبت است میتواند از سمت راست نامساوی حذف شود

معادله شماره (۱۲) $\frac{1}{(1-\alpha)} \le \frac{(C-A)}{(D-B)}$

از طرفی از معادله (۷) داریم :

معادله شماره (۱۵)

$$C-\alpha D \le A-\alpha B \quad \rightarrow \quad C-A \le \alpha(D-B) \quad \rightarrow \quad \frac{(C-A)}{(D-B)} \le \alpha$$

لذا معادله (۱۲) را میتوان به شکل زیر بازنویسی کرد:

معادله شماره (۱۶)

$$\frac{1}{(1-\alpha)} \le \frac{(C-A)}{(D-B)} \le \alpha \quad \rightarrow \quad \frac{1}{(1-\alpha)} \le \alpha$$

لذا با توجه به اینکه سمت چپ همواره بزرگتر از یک می‌باشد به تناقض رسیده پس فرض خلف باطل و قضیه اثبات می‌گردد. (برگشت قضیه نیز به ترتیب فوق قابل اثبات است.)

اثبات برگشت:

معادله شماره (۱۷)

$$B-(1-\alpha)A \le D-(1-\alpha)C \quad \rightarrow \quad B-D \le (1-\alpha)(A-C)$$

فرض خلف:

معادله شماره (۱۸)

$$A-\alpha B < C-\alpha D \quad \rightarrow \quad (A-C) < \alpha(B-D)$$

اگر $(A-C) \ge 0$ باشد معادله (۱۷) بصورت $(B-D) \le (A-C)$ و همچنین معادله بصورت $(A-C) < (B-D)$ که تناقض خواهد بود.

اگر $(A-C) < 0$ باشد آنگاه بنا بر (۱۷) خواهیم داشت $(B-D) < 0$ لذا میتوان یک عبارت منفی را به سمت چپ (۱۸) اضافه کرد بدون آنکه خللی در مساله بوجود بیاید

معادله شماره (۱۹)

$$(B-D)+(A-C) < \alpha(B-D) \rightarrow (A-C) < \alpha(B-D)-(B-D)$$

$$\rightarrow (A-C) < (\alpha-1)(B-D) \rightarrow (A-C) < (1-\alpha)(D-B)$$

$$\frac{1}{(1-\alpha)} < \frac{(D-B)}{(A-C)}$$

لذا سمت چپ مثبت اما سمت راست منفی شده پس فرض خلف باطل و قضیه اثبات می‌گردد■

۲,۴. برقراری شرایط لازم و کافی قضیه شماره (۱) در مسائل بهینه سازی سبد سهام

در قضیه شماره (۱) نشان داده شد طبق شرایط خاص اگر بجای ضریب ریسک‌گریزی متعارف که نشان دهنده میزان اهمیت ریسک نسبت به بازده در مسائل بهینه سازی مربوط به بیشینه سازی بازده در معادله شماره (۱) $max:\ return-\alpha.(risk)$، از ضریب ریسک گریزی تغییر یافته بصورت $\gamma = 1-\alpha$ در مسائل بهینه سازی مربوط به کمینه سازی در معادله شماره (۵) $min:\ risk-\ \gamma\ .\ return$ استفاده گردد، نتایج هر دو مساله بهینه سازی یکسان خواهد بود. به عبارتی با توجه به اینکه مقدار ریسک همواره نامنفی و در حداقل ممکن برابر با صفر تعیین

می‌گردد، همینطور ضریب ریسک گریزی نیز عددی حقیقی بین بازه‌ی بسته صفر و یک قرار دارد، لذا شرایط قضیه (۱) برای مسائل بهینه سازی پرتفوی همواره برقرار بوده و میتوان از ضریب ریسک‌گریزی تغییر یافته $\gamma = 1 - \alpha$ در مساله مربوط به بهینه سازی پرتفوی به روش ادغام توابع هدف با کمک ضریب ریسک گریزی، برای حالت کمینه‌سازی استفاده کرد و مساله بهینه سازی را با در نظر گرفتن این ضریب حل نموده و به نتایج مورد نظر دست یافت.

۳. پیشینه تحقیق

از زمان مطرح شدن تئوری مدرن پرتفوی و ارائه مدلهای ریاضی بهینه سازی سبد سهام با استفاده از ضریب ریسک گریزی، بکارگیری این ضریب برای دست یابی به ترکیبی از دارایی‌های سرمایه‌ای که بهترین موازنه را میان ریسک و بازده ایجاد کرده و مطلوب سطوح مختلف ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران باشد به شکل چشم‌گیری افزایش یافته است. این امر به مرور موجب افزایش تحقیقات مالی و رفتاری در این زمینه شده و پژوهشگران مختلف با استفاده از این مفهوم بر غنای ادبیات پژوهش افزودند. پژوهشهای مربوط به ریسک‌گریزی را می‌توان به دو دسته عمده تقسیم نمود. در دسته اول پژوهش‌هایی قرار می‌گیرند که بر ماهیت ریسک گریزی توجه داشته و به شناخت و توصیف این پدیده و عوامل موثر بر آن می‌پرداختند (ریگر و همکاران، ۲۰۱۱). در دسته دیگر تاکید بر بکارگیری این ضریب جهت ارائه مدلهای ریاضی به منظور پیش بینی یا ساده سازی و قابل فهم‌تر سازی فرایندهای پیچیده مالی قرار دارند (مارکوییتز[14]۲۰۰۰). پژوهش حاضر نیز با تاکید بر نحوه کاربرد ضریب ریسک گریزی جهت ارائه مدل بهینه سازی سبد سهام در دسته دوم این پژوهشها قرار خواهد گرفت. در ادامه به برخی پژوهشها که با تغییر در ضریب ریسک گریزی به ارائه مدلهای بهینه سازی پورتفوی بر مبنای بازده–ریسک پرداختند اشاره می‌نماییم:

14 Markowitz, H.

فلدمن[۱۵] و لیو[۱۶] (۲۰۲۳) با تغییر در ضریب ریسک گریزی ثابت که بصورت سنتی در بهینه سازی سبد سهام مورد استفاده قرار میگرفت و استفاده از ضریب ریسک گریزی پویا، اقدام به توسعه مدل بهینه سازی مبتنی بر میانگین- واریانس پورتفوی نمودند. مدل ارائه شده توسط ایشان در معیار شارپ عملکرد بهتری نسبت به مدلهای سنتی مبتنی بر ریسک گریزی ثابت از خود نشان داد. بعلاوه در هنگامی که یک دارایی بدون ریسک به مدل اضافه میگردید عملکرد مدل بهبود میافت.

ژیفنگ دای[۱۷] و ژیائومینگ چانگ[۱۸] (۲۰۲۱) با بکارگیری یک ضریب ریسک‌گریزی تغییر یافته و منطبق بر زمان، به ارائه مدلی جهت پیش بینی نوسانات بازده قیمت سهام پرداختند. آنها از یک مدل اتورگرسیو خطی ساده برای به دست آوردن روابط میان متغیرها و پیش‌بینی نوسانات بازده قیمت سهام استفاده نمودند. در این تحقیق پژوهشگران نشان دادند استفاده از ضریب ریسک‌گریزی انطباق یافته می‌تواند دقت پیش بینی بازده سهام را به میزان قابل توجهی بهبود بخشد.

جی و همکاران[۱۹] (۲۰۱۹) با استفاده از ضریب ریسک گریزی که بر اساس داده های هوش مصنوعی تغییر میافت، اقدام به ارائه مدلی برای بهینه سازی سبد سهام نمودند. در مدل ارائه شده ضریب ریسک گریزی در هر دوره بر اساس اطلاعات تمام دوره‌های قبلی به روز شده و تغییر میافت. هدف این بود که یک ضریب ریسک گریزی که منجر به ایجاد بهترین ترکیب سهام خواهد گردید انتخاب شود. بر این اساس پژوهشگران اطلاعات هر دوره از سرمایه گذاری را به عنوان ورودی به شبکه عصبی داده، سپس هوش مصنوعی که بر اساس اطلاعات دریافت شده در دوره های قبلی آموزش یافته بود، میزان تغییرات لازم در ضریب ریسک گریزی را تخمین زده تا بهترین نتیجه برای سرمایه گذاری بدست آید.

15 Feldman, T
16 Liu, S.
17 Dai, Z
18 Chang, X
19 Ji, R. et al.

ژو و همکاران[20] (۲۰۱۷) در پژوهشی به ارائه مدل چند دوره‌ای پورتفوی در محیط اعتبار فازی با بهره گیری از ضریب ریسک‌گریزی تغییریافته پرداختند. مدل ارائه شده توسط این پژوهشگران که بر مبنای ادغام توابع هدف با استفاده از ضریب ریسک گریزی صورت گرفته بود، از میزان ثروت بدست آمده در دوره های قبلی (در حالتی که دوره‌های قبلی زیان ده باشند بر مبنای ثروت از دست رفته) استفاده شده و ضریب ریسک گریزی تغییر یافته بر مبنای ثروت بدست می‌آمد در گام بعد با بهره گیری از این ضریب، بهینه سازی دوره های بعدی صورت میپذیرفت تا بدین طریق بهترین نتایج برای کل دوره‌های سرمایه‌گذرای بدست آید. این تعدیل در ضریب ریسک گریزی، برگرفته از نظریه چشم انداز در خصوص تغییر ریسک گریزی افراد در هنگام بُرد و باخت بوده و در نهایت منجر به ارائه پرتفوهایی با بیشترین انطباق سطوح ریسک گریزی سرمایه‌گذاران می‌گردید. در انتها چند نمونه‌ی روشن کننده و کاربردی با استفاده از داده‌های بورس اوراق بهادار شانگهای ارائه گردید.

مطالعات دیگری که در حوزه مالی رفتاری، بخصوص هم‌راستا با نظریه چشم‌انداز انجام پذیرفته، بکارگیری ضریب ریسک‌گریزی تغییر یافته در مطالعات توماس بجورک و همکاران می‌باشد. آنها تورش‌های احتمالی بهینه‌سازی سبد سهام در دوره‌های مختلف را به وسیله یک ضریب ریسک گریزی انطباق یافته با ثروت، تغییر داده و مدل را مبتنی بر نظریه بازی حل مدل نمودند. نتایج پژوهش نشان داد ضریب ریسک گریزی تغییر یافته که توسط این محققین پیشنهاد شده منجر به ارائه پورتفوهایی منطبق با سطوح تحمل ریسک سرمایه گذاران گردید (بجورک و همکاران، ۲۰۱۴).[21]

در میان پژوهش‌های داخلی، امیری و همکاران (۱۳۹۹) اقدام به ارائه مدل بهینه‌سازی سبد سهام توسط الگوریتم جستجوی انطباق تصادفی حریصانه[22]و یافتن مرز کارا با استفاده از تغییر دادن ضریب ریسک‌گریزی نمودند. در این پژوهش محققین ضریب ریسک‌گریزی را به شکل ثابت افزایش داده و مدل به شکل کلاسیک با بیشینه‌سازی بازده و کمینه‌سازی ریسک ارائه شد. در ادامه مدل برای ۱۹۹ شرکت طی دوره ۵ ساله (از ابتدای سال ۱۳۹۱ تا پایان سال ۱۳۹۵)، در بورس اوراق بهادار

20 Zhou, J. et al.
21 Björk, T. et al.
22 Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)

تهران اجرا و نتایج نشان داد براساس معیار شارپ در هر پرتفوی ۵ ، ۱۵ و۳۰ شرکتی، الگوریتم جستجوی انطباق تصادفی حریصانه در بهینه‌سازی پرتفوی، کاراتر از سایر مدل‌ها عمل می‌کند.

۴. مدل پژوهش

با توجه به آنچه گفته شد اگر ارزش در معرض خطر پرتفو را با VaR_p به عنوان معیار ریسک در نظر گرفته بگیریم و γ ضریب تغییر یافته وابسته به ریسک‌گریزی باشد که در بخش قبل تعریف گردید، $\bar{r}_i$ میانگین بازده دارایی i–ام در سبد سرمایه گذاری و x_i وزن دارایی i–ام ، r_f بازده دارایی بدون ریسک و x_f وزن دارایی بدون ریسک در سبد سرمایه‌گذاری با تعداد n دارایی باشد، مدل پژوهش که بر اساس معادله شماره (۵) ارائه میگردد، به همراه محدودیت‌های آن به صورت زیر خواهد بود:

معادله شماره (۲۰)
$$Min:\ \mathrm{VaR}_p - \ \gamma.\ (\sum_{i=1}^{n-1} x_i\bar{r}_i + \ x_f r_f)$$

s.t:

$$x_i \geq 0 \qquad \text{i=1.2.3...n} \qquad (۱$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{\mathrm{i}} + x_{\mathrm{f}} = 1 \qquad \text{i=1.2.3...n} \qquad (۲$$

$$L_i \leq x_i \leq U_i \qquad (۳$$

$$h_i \leq \sum_{i=1}^{n} y_i \leq k_i \qquad (۴$$

$$y_i \in \{0|1\} \qquad (۵$$

۴,۱. تعاریف محدودیت‌های مدل:

۱) این محدودیت بیانگر نرمال بودن وزن دارایی‌های درون سبد سرمایه‌گذاری می‌باشد. به عبارتی با این محدودیت اطمینان حاصل می‌گردد که کلیه ثروت مدنظر سرمایه‌گذار میان دارایی‌های موجود تقسیم شده است.

۲) این محدودیت بیانگر این است که به هیچکدام از دارایی‌های موجود ظرفیت منفی اختصاص نخواهد یافت به عبارتی فروش استقراضی اعمال نگردیده است.

۳) بیانگر حد بالا و پایین مجاز در سرمایه‌گذاری برای هر سهم است و نشان میدهد حداقل و حداکثر تا چه میزان از ثروت در دسترس را میتوان به دارایی‌های موجود اختصاص داد.

۴) محدودیت تعداد دارایی‌های موجود در پرتفوی را نشان میدهد، به عبارتی حداقل و حداکثر تعداد دارایی است که میتوان در سبد سرمایه‌گذاری قرار داد.

۵) متغیر باینری جهت اعمال محدودیت شماره ۴ می‌باشد.

۵. تجزیه و تحلیل داده ها و اجرای مدل

در این بخش به ارائه مثال‌های روشن کننده مدل اصلی مساله خواهیم پرداخت. از میان دارایی‌های موجود در بازار سرمایه ایران ۳۰ شرکت برتر شاخص بورس سال ۱۴۰۱ استخراج شده از نرم افزار ره‌آورد به عنوان دارایی‌های ریسکی انتخاب شده و نرخ بازده ۱۷٪ سالیانه نیز برای دارایی بدون ریسک درنظر گرفته شده است. نرخ بازده دارایی بدون ریسک بر اساس بازده سالانه اوراق مشارکت بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران برابر با ۱۷٪ سالیانه[۲۳]در نظر گرفته می‌شود. دوره سرمایه‌گذاری در این پژوهش بصورت ۹ ماهه از ابتدای سال ۱۴۰۱ تا پایان آذر ماه۱۴۰۱ می‌باشد. جدول شماره (۲) سهام شرکت‌های مورد استفاده در پژوهش را نشان می‌دهد.

۲۳ منبع: بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران

جدول شماره (۳):

دارایی‌های بکار گرفته شده در فرایند بهینه‌سازی مدل					
اخابر	خودرو	کگل	وغدیر	کچاد	شبندر
مبین	رمپنا	فخوز	میدکو	فارس	جم
وصندوق	پارس	شپدیس	شتران	اپال	نوری
فولاد	ومعادن	وبملت	شپنا	حکشتی	فملی
تاپیکو	شبریز	شستا	خساپا	وپاسار	پارسان

۵,۱. حل مدل بوسیله الگوریتم ژنتیک:

از آنجا که حل مسائل بهینه‌سازی بعضا به دلیل ***NP-Hard*** شدن مدل قابل حل به شیوه‌های کلاسیک ریاضی نمی‌باشند، شیوه‌های بهینه سازی فرا ابتکاری مبتنی بر فرایندهای جستجوی هدفمندِ پاسخ‌های بهینه، از طریق برنامه‌های رایانه‌ای توسعه داده شده است. الگوریتم ژنتیک نیز یکی از قدرتمندترین الگوریتم‌های حل مسائل بهینه‌سازی فرا ابتکاری بوده که تاکنون در حل مدل‌های بسیاری بکار گرفته شده و نتایج قابل قبولی را ارائه نموده است. در این روش که مبتنی بر جستجوی بهترین پاسخ از میان پاسخ‌های تولید شده از طریق فرایندهای تصادفی جهش و تولید فرزندان بصورت هدفمند می‌باشد، می‌تواند نزدیکترین پاسخ‌ها را به جواب بهینه مساله تولید کند (نشاطی و حیدری، ۱۳۹۷). گام‌های بکار گرفته شده در الگوریتم ژنتیک بصورت زیر خواهد بود:

ایجاد جمعیت اولیه از افراد (جمعیت اولیه از کرومزوم‌هایی تشکیل شده که ژن‌های آن متغیرهای تصمیم مساله می‌باشند)

- تعیین مقدار تابع هدف برای اعضای جامعه و ارزیابی فنوتیپ‌های اعضا
- تعیین اندازه جمعیت والدین و انتخاب و ارزیابی فنوتیپ‌های والدین
- تعیین جمعیت جهش یافته، گزینش و ارزیابی آنها
- تولید جمعیت فرزندان و جهش‌یافتگان

- ارزیابی فنوتیپ‌های فرزندان و جهش‌یافتگان
- تجمیع جمعیت فرزندان و جهش یافتگان با والدین
- حذف ضعیف ترین اعضا و تشکیل جمعیت جدید

اگر شرایط خاتمه برآورده نشده باشد، مراحل فوق را تکرار می‌کنیم.

۵,۲. نتایج اجرای مدل بهینه‌سازی

با اجرای مدل توسط الگوریتم ژنتیک جهت شناسایی پاسخ‌های بهینه در محدودیت‌های مساله، مدل برای ضرایب ریسک گریزی ۰,۶ و۰,۷ و ۰,۸ و ضرایب تغییر یافته ۰,۴ و ۰,۳و ۰,۲ اجرا شد. تعیین این مقادیر از ضرایب ریسک‌گریزی، بر مبنای فراوانی این ضرایب در تحقیقات ریگر و همکاران در سال ۲۰۱۱ صورت پذیرفته است. تحقیقات مذکور به بررسی نظریه چشم‌انداز و پارامترهای آن که در تعداد قابل توجهی از کشورهای جهان پرداخته و اطلاعات مفیدی به لحاظ تعیین میزان ریسک‌گریزی بدست می‌دهد(ریگر و همکاران، ۲۰۱۱). محدودیت‌های بکار گرفته شده از قبیل حداقل بازدهی بصورت۱۷٪ سالیانه[۲۴]حد بالا و پایین تخصیص دارایی‌ها به ترتیب ۴۰٪ و ۵٪ ، تعداد مجاز دارایی موجود در پرتفوی بین ۴ تا ۸ دارایی در حل مدل لحاظ گردید. برای تعیین ریسک از ارزش در معرض خطر طی دوره با درجه اطمینان ۹۵٪ استفاده ش.[۲۵]در نهایت نتایج حاصل از بهینه‌سازی مدل با ۲۵۰۰ پرتفوی تصادفی که در محدودیت‌های مساله صدق می‌کردند مقایسه گردید. نتایج در قالب شکل شماره (۱) و جداول شماره (۴) و شماره (۵)، نشان داده شده است. همچنین ضرایب تخصیص دارایی در هر پنج دوره برای چند پرتفوی بهینه‌سازی شده با ضرایب ریسک‌گریزی تغییر یافته به همراه ریسک و بازده مورد انتظار نیز در جدول شماره (۳) نمایش داده شده است.

---

۲۴ بازده سالانه اوراق مشارکت بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران

25 $VaR_{95\%}$

جدول شماره (۴) : چند نمونه از پرتفوهای بهینه

ضریب ریسک گریزی	ریسک‌گریزی تغییر یافته	ضرایب پرتفوی بهینه							
$\alpha = 0.8$	$\gamma = 0.2$	شبندر	وغدیر	رمپنا	مبین	وصندوق	وبملت	پارسان	free risk asset
		0.0503	0.0504	0.1200	0.2220	0.2135	0.0672	0.0547	0.2220
α =0.7	$\gamma = 0.3$	شبندر	وغدیر	رمپنا	مبین	اپال	وصندوق	پارسان	free risk asset
		0.0749	0.0501	0.0653	0.2710	0.0922	0.0966	0.0690	0.2809
$\alpha = 0.6$	$\gamma = 0.4$	شبندر	وغدیر	مبین	اپال	شپدیس	وبملت	پارسان	free risk asset
		0.1098	0.0579	0.2822	0.0820	0.0671	0.0520	0.0530	0.2959

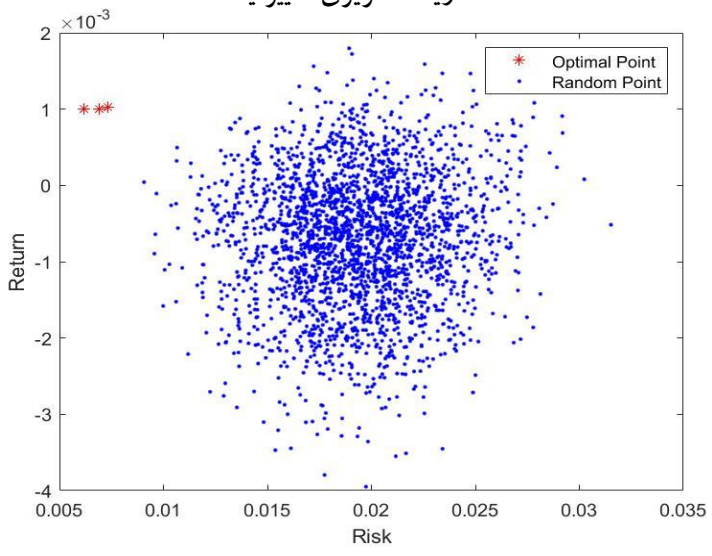
جدول شماره (۶): اطلاعات مربوط به پرتفوهای تصادفی

max return	*0.0018*	*max risk*	*0.0315*
min return	*-0.0039*	*min risk*	*0.009*
mean return	*-0.0007*	*mean risk*	*0.0193*
std. return	*0.0009*	*std. risk*	*0.0033*

جدول شماره (۵): ریسک و بازده پرتفوهای بهینه

x1	*Mean return*	*Risk*
	0.001	*0.0062*
x2	*Mean return*	*Risk*
	0.0010004	*0.0069*
x3	*Mean return*	*Risk*
	0.00102	*0.0073*

شکل شماره (۱) : مقایسه میان پورتفوهای تصادفی و بهینه شده توسط ضریب ریسک‌گریزی تغییر یافته



۶. بحث و نتیجه گیری:

بهینه‌سازی پرتفوی یکی از موثرترین راهکارهای کاهش ریسک بوسیله متنوع سازی سبد دارایی‌ها می‌باشد و مدل‌هایی که بر این مبنا ارائه شده‌اند می‌توانند علاوه بر کاهش قابل توجه ریسک سبد، منجر به دستیابی به بهترین بازده با توجه به محدودیت‌ها گردند. اما بهینه‌سازی به تنهایی قادر نخواهد بود سبدهایی با درجه ریسک متناسب با روحیات سرمایه گذاران ارائه نماید چرا که سطح ریسک‌گریزی افراد با یکدیگر متفاوت بوده و سبد بهینه‌ای که برای یک فرد مناسب است ممکن است حتی با وجود قرار داشتن بر روی مرز کارا بواسطه داشتن مقادیر متفاوتی از ریسک برای فردی دیگر مطلوب نباشد. لذا ارائه مدل بهینه‌سازی پرتفوی که خروجی متناسب با سطح ریسک‌گریزی فرد سرمایه گذار ارائه نماید بسیار کاربردی خواهد بود. پژوهش‌های بسیاری در زمینه ریسک‌گریزی و بکارگیری آن در اجرای مدل‌های بهینه‌سازی پرتفوی انجام پذیرفته که نشان دهنده اهمیت این مؤلفه در ادبیات مالی می‌باشد (آرین تبار، ۱۴۰۰). با توجه به اهمیت اثر ریسک‌گریزی، پژوهش‌ها نشان می‌دهد می‌توان با اعمال برخی تغییرات در این ضریب، اجرای الگوریتم‌های بهینه‌سازی را بطور موثری بهبود بخشید.

در این پژوهش با استفاده از روش‌های ریاضی ابتدا اقدام به تعریف یک ضریب وابسته به ریسک‌گریزی گردید تا علاوه بر اینکه بتواند بصورت همزمان بازده و ریسک را بهینه نماید منجر به دقیق‌تر شدن خروجی مدل در فرایندهای جستجو مبتنی بر الگوریتم‌های بهینه سازی فرا ابتکاری گردد. در ادامه با استفاده از ضریب معرفی شده در این مقاله، مدل بهینه‌سازی به همراه برخی محدودیت‌های واقعی بازار سرمایه برای تعداد ۳۰ سهم از بازار بورس اوراق بهادار ایران به همراه یک دارایی بدون ریسک اجرا شد و به منظور مقایسه عملکرد مدل، نتایج اجرای بهینه‌سازی با ۲۵۰۰ پرتفوی تصادفی که در محدودیت‌های مساله صادق بود مقایسه گردید که نتایج اجرای پژوهش نشان می‌دهد خروجی مدل در مقایسه با پرتفوهای تصادفی، دارای پایین‌ترین میزان ریسک در عین دستیابی به سطوح بالاتری از بازده ثبت شده را دارا می‌باشد. بعلاوه نتایج بکارگیری ضریب ریسک‌گریزی تغییر یافته نیز نشان می‌دهد با افزایش ریسک‌گریزی، بازده و ریسک پرتفوهای بهینه کاهش یافته و

با افزایش آن بازده و ریسک افزایش خواهد یافت که منطبق بر نظریه چشم انداز می‌باشد. با وجود پیچیدگی‌هایی که محققین در دنیای واقعی با آن روبرو هستند انجام پژوهشی که بتواند تمامی ابعاد یک مساله را بصورت جامع بررسی کند امکان پذیر نمی‌باشد، لذا مدل‌ها تا حدی دارای حالت انتزاعی هستند. از مزایای اینگونه مدلسازی‌های ریاضی می‌توان به شناخت ابعاد و روابط میان متغیرها و رسیدن به نتایج کاربردی اشاره داشت و معایب آنرا نیز می‌توان فاصله گرفتن مدل از دنیای واقعی و کم اهمیت انگاشتن برخی روابط به حساب آورد. از دیگر محدودیت‌های این پژوهش در نظر گرفتن توزیع نرمال برای بازده دارایی‌های ریسکی است. در پژوهش‌های آتی میتوان طول دوره یا تعداد دوره ها را افزایش داد که تاثیر قابل توجهی بر بازه اطمینان ریسک و بازده پرتفوی بجای خواهد گذاشت. در ادامه پیشنهاد می‌گردد با توجه به دقت خروجی‌های مدل بهینه‌سازی بوسیله ضریب ریسک‌گریزی تغییر یافته که در این پژوهش معرفی شد، این ضریب در بازارهای فاقد دامنه نوسان، بکار گیری شده و نتایج آن مورد ارزیابی قرار گیرد.

منابع

آرین تبار، احمد. (۱۴۰۰). ویژگی های سرمایه گذاران و ریسک پذیری مالی در بازار سرمایه. فصلنامه تحلیل بازار سرمایه، ۱(۲): ۱۶۶-۱۸۷.

ابراهیمی، سید بابک. باباخانی، مسعود. متقی، سمیرا. جبارزاده، آرمین. (۱۳۹۰). اثر ریسک‌گریزی فرد در انتخاب پویای سبد مالی بهینه .*پژوهشنامه اقتصادی ۱۱ (۴۰): ۲۴۱-۲۷۱*.

ابونوری، اسمعیل. تهرانی، رضا. شامانی، مسعود. (۱۳۹۷)، عملکرد پرتفولیوهای مبتنی بر ریسک تحت شرایط مختلف در بازارسهام (شواهد تجربی از بازار سهام ایران). اقتصاد مالی، ۱۲(۴۵): ۵۱-۷۱.

احمدی، راضیه. آذر، عادل. زمردیان، غلامرضا. (۱۴۰۲). بررسی رابطه ریسک و مطلوبیت زیان گریزی مبتنی بر نظریه چشم انداز چند دوره ای با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات. دانش سرمایه‌گذاری, ۱۲(۴۶): ۵۵۸-۵۳۳

امیری، میثم. ابراهیمی‌سروعلیا، محمدحسن. هاشمی، هما. (۱۳۹۹). بررسی عملکرد الگوریتم GRASP درانتخاب پرتفوی بهینه با لحاظ محدودیت کاردینالیتی. اقتصاد مالی. ۱۴(۵۱): ۱۴۷-۱۷۲.

شیری قهی، امیر. دیده خانی، حسین. خلیلی دامغانی، کاوه. سعیدی، پرویز.(۱۳۹۶). مطالعه تطبیقی مدل بهینه‌سازی پرتفوی چند دوره‌ای چندهدفه در محیط اعتبار فازی با معیارهای متفاوت ریسک. ۵ (۳): ۱-۲۶.

صمدی، فاطمه. خسروی، فاطمه. اسلامی مفیدآبادی، حسین. (۱۴۰۲). بهینه سازی سبد سهام با استفاده ازالگوریم‌های جستجوی ممنوعه و فروشنده دوره گرد. *فصلنامه تحلیل بازار سرمایه. ۳ (۱): ۱۱۰-۱۴۰.*

محمدی، منیژه. نادریان، آرش. اشرفی، مجید. گرگانلی دوجی، جمادوردی. (۱۴۰۱). بررسی تأثیر سوگیری رفتاری خودکنترلی بر رفتار مالی و رفاه مالی از طریق نقش تعدیل‌گر سواد مالی در بورس اوراق بهادار تهران. *فصلنامه تحلیل بازار سرمایه* ۲(۴): ۲۷-۴۶.

مومنی، منصور (۱۳۹۶). مباحث نوین تحقیق در عملیات. انتشارات دانشگاه تهران.

میربزرگی، سیدپوریا. همت‌فر، محمود. جنانی، محمدحسن. (۱۴۰۱). تبیین الگوی مناسب قدرت ریسک‌پذیری سرمایه‌گذاران بر اساس ویژگی‌های شخصیتی. پژوهش‌های حسابداری مالی و حسابرسی، ۱۴(۵۳): ۱۳۵-۱۶۱.

نشاطی زاده، لعیا. حیدری، حسن. (۱۳۹۷). بررسی معیارهای نوسان پذیری و ریسک در مدل های بهینه سازی مقید با استفاده از الگوریتم رقابت استعماری. مدلسازی اقتصادسنجی، ۳(۴): ۱۱-۳۵.

هوشمند نقابی، زهرا. وکیلی فرد، حمیدرضا. خلیلی عراقی، مریم. طالب نیا، قدرت ا... (۲۰۱۸). تبیین مقایسه ای مدل های قیمت گذاری دارایی سرمایه ای کلاسیک و رفتاری در بازار سرمایه ایران. *اقتصاد مالی*، *۱۱* (۴۱): ۸۵-۱۲۲.

Acerbi, C., & Simonetti, P. (2018). Portfolio optimization with spectral measures of risk. arXiv preprint cond-mat/0203607.

Björk, T., Murgoci, A., & Zhou, X. Y. (2014). Mean–variance portfolio optimization with state-dependent risk aversion. Mathematical Finance: An International Journal of Mathematics, Statistics and Financial Economics, 24(1), 1-24.

Boyd, S., & Vandenberghe, L. (2004). Convex Optimization. Cambridge University Press. ISBN: 0521833787

Cheng, Y., Lan, G., & Romeijn, H. E. (2022). Functional Constrained Optimization for Risk Aversion and Sparsity Control. arXiv preprint arXiv:2210.05108.

Centeno, V., Georgiev, I. R., Mihova, V., & Pavlov, V. (2019, October). Price forecasting and risk portfolio optimization. In AIP conference proceedings (Vol. 2164, No. 1, p. 060006). AIP Publishing LLC.

Çepni, O., Demirer, R., Gupta, R., & Pierdzioch, C. (2020). Time-varying risk aversion and the predictability of bond premia. Finance Research Letters, 34, 101241.

Cura, T. (2009). Particle swarm optimization approach to portfolio optimization. Nonlinear analysis: Real world applications, 10(4), 2396-2406.

Dai, Z., & Chang, X. (2021). Forecasting stock market volatility: Can the risk aversion measure exert an important role? The North American Journal of Economics and Finance, 58, 101510

Delong, Ł. (2019). Optimal investment for insurance company with exponential utility and wealth-dependent risk aversion coefficient. Mathematical Methods of Operations Research, 89(1), 73-113.

Das, S., Markowitz, H., Scheid, J., & Statman, M. (2010). Portfolio optimization with mental accounts. Journal of financial and quantitative analysis, 45(2), 311-334.

Díaz, A., & Esparcia, C. (2021). Dynamic optimal portfolio choice under time-varying risk aversion. International Economics, 166, 1-22.

Feldman, T., & Liu, S. (2023). A new behavioral finance mean-variance framework. Review of Behavioral Finance, 15(3), 355-370.

Fotros, M. H., Miri, I., & Miri, A. (2020). Comparison of Portfolio Optimization for Investors at Different Levels of Investors' Risk Aversion in Tehran Stock Exchange with Meta-Heuristic Algorithms. Advances in Mathematical Finance and Applications, 5(1), 1-10.

Ji, R., Chang, K. C., & Jiang, Z. (2019, July). Risk-aversion adjusted portfolio optimization with predictive modeling. In 2019 22th International Conference on Information Fusion (FUSION) (pp. 1-8). IEEE.

Kahneman, D., & Tversky, A. (2013). Prospect theory: An analysis of decision under risk. In Handbook of the fundamentals of financial decision making: Part I (pp. 99-127).

Kumar, R. R., Stauvermann, P. J., & Samitas, A. (2022). An Application of Portfolio Mean-Variance and Semi-Variance Optimization Techniques: A Case of Fiji. Journal of Risk and Financial Management, 15(5), 190.

Levy, H., & Markowitz, H. M. (1979). Approximating expected utility by a function of mean and variance. The American Economic Review, 69(3), 308-317.

Markowitz, H. M., & Todd, G. P. (2000). Mean-variance analysis in portfolio choice and capital markets (Vol. 66). John Wiley & Sons.

Markowitz, H. (2014). Mean–variance approximations to expected utility. European Journal of Operational Research, 234(2), 346-355.

Meghwani, S. S., & Thakur, M. (2017). Multi-criteria algorithms for portfolio optimization under practical constraints. Swarm and evolutionary computation, 37, 104-125.

Martin, R. A. (2021). PyPortfolioOpt: portfolio optimization in Python. Journal of Open-Source Software, 6(61), 3066.

Narayan, A., & Ponnambalam, K. (2017). Risk-averse stochastic programming approach for microgrid planning under uncertainty. Renewable energy, 101, 399-408.

Pirvu, T. A. (2007). Portfolio optimization under the value-at-risk constraint. Quantitative Finance, 7(2), 125-136.

Piryonesi, S. M., & Tavakolan, M. (2017). A mathematical programming model for solving cost-safety optimization (CSO) problems in the maintenance of structures. KSCE Journal of Civil Engineering, 21, 2226-2234.

Rieger, M. O., Wang, M., & Hens, T. (2011). Prospect theory around the world. NHH Dept. of Finance & Management Science Discussion Paper, (2011/19).

Schlosser, R. (2022). Heuristic mean-variance optimization in Markov decision processes using state-dependent risk aversion. IMA Journal of Management Mathematics, 33(2), 181-199.

Zhang, C., & Liang, Z. (2017). Portfolio optimization for jump-diffusion risky assets with common shock dependence and state dependent risk aversion. Optimal control applications and methods, 38(2), 229-246.

Zhou, J., Li, X., Kar, S., Zhang , G., & Yu , H. (2017). Time consistent fuzzy multi-period rolling portfolio optimization with adaptive risk aversion factor. Journal of Ambient Intelligence and Humani