# بهینه‌سازی خطوط مونتاژ مختلط U شکل با رویکرد فراابتکاری الگوریتم جمعیت ملخ‌ها

ندا مظفری[۱]، حسن مهرمنش[۲،*]، محمود محمدی[۳]

[۱]دانشجوی دکتری، گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران. ایران

[۲]استادیار، گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (عهده‌دار مکاتبات)

[۳]استادیار، گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

تاریخ دریافت: مهر ماه ۱۳۹۹، اصلاحیه: آذر ماه ۱۳۹۹، پذیرش: دی ماه ۱۳۹۹

**چکیده**

عدم دستیابی به یک سیستم تولید متعادل به معنای عدم استفاده کامل از ظرفیت‌های سیستم تولید می‌باشد و بخاطر هزینه‌های بسیار زیاد سیستم‌های تولیدی، متعادل‌سازی این سیستم‌ها یکی از مهم‌ترین مشغله‌های مدیران تولید می‌باشد. به‌همین دلیل این تحقیق با هدف ایجاد تعادل در خطوط مونتاژ مختلط در جهت کاهش هزینه نیروی‌انسانی و کاهش تعداد ایستگاه‌های کاری انجام شده است. برای حل مساله دو رویکرد کلی به کار گرفته می شود، برای ارزیابی مساله در شرایط مختلف دو مساله با اندازه متوسط و بزرگ حل می شود. ابتدا یک مساله متوسط را با روش دقیق از طریق نرم افزار گمز (GAMS) و سالور بارون (BARON) حل می شود. سپس یک بار دیگر مساله متوسط با الگوریتم فراابتکاری ملخ حل شده است و نتایج آن ها با روش دقیق مقایسه می شود و از این طریق صحت و دقت روش فراابتکاری سنجیده می شود تا بتوان از آن برای حل مساله با اندازه بزرگ استفاده کرد. در نهایت مقادیر برابر تابع هدف الگوریتم ملخ و تابع هدف در نرم افزار گمز نشان از عملکرد خوب این الگوریتم دارد و در نتیجه مساله بزرگ با الگوریتم فراابتکاری ملخ حل می شود و نتایج نشان از کاهش هزینه و کاهش ایستگاه های کاری دارد.

**واژه‌های اصلی**: بالانس خطوط مونتاژ، خطوط مونتاژ**U** شکل، برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط، الگوریتم فراابتکاری ملخ

**۱-مقدمه**

مبحث متعادل‌سازی خطوط تولید و مونتاژ از مباحث مهمی است که همواره مورد توجه مراکز تحقیقاتی و صنعتی می‌باشد. طراحی و پیاده-سازی سیستم‌های خطوط مونتاژ از زمانی که اولین خط مونتاژ در کارخانه فورد[1] در سال ۱۹۱۳ دایر شد، یکی از مسائل مهم برای شرکت ها بوده است. از آن زمان به بعد، اکثر شرکت‌ها با مشکلات مختلفی در مراحل طراحی و پیاده سازی سیستم‌های خطوط مونتاژ، در زمینه تخصیص عناصر کاری مختلف به ایستگاه‌های کاری مختلف و انتخاب تجهیزات مناسب برای ایستگاه‌های کاری مواجه هستند، در کشور ایران نیز یکی از عمده‌ترین علل عدم استفاده از ظرفیت‌های موجود واحدهای صنعتی، متعادل نبودن خطوط تولید و مونتاژ محصولات است، از طرفی در خطوط مونتاژU شکل عملیات توسط افرادی با مهارت‌های یکسان انجام می‌شود و به‌همین دلیل تعداد موجودی در جریان ساخت سیستم می‌تواند ثابت باشد، بنابراین با تعیین یک مقدار استاندارد موجودی، عملیاتی که با دیگر عملیات‌ها هماهنگ و هموار نیستند (موجودی کمتر یا بیشتر از استاندارد دارند) قابل شناسایی بوده و امکان بهبود عملکرد آن‌ها امکان‌پذیر می‌باشد. استفاده از ماشین‌آلات در این نوع از خط و تخصیص عملیات مابین کارگران به‌منظور جوابگویی به تغییرات بازار امکان‌پذیر می‌باشد. به-همین دلیل از مدت‌ها قبل، برای شناخت و بهبود عملکرد سیستم‌ها و تصمیم‌گیری در مورد آنها، روش‌ها و تکنیک‌های متفاوتی نظیر تجزیه و تحلیل‌های ریاضی، مشاهده عینی و تجربی و فنون مختلف پژوهش عملیاتی ابداع شده‌اند. علاوه بر ظهور رایانه‌ها، بهبود و توانایی‌های محاسباتی سریع و ارزان، روش شبیه‌سازی نیز به روش‌های فوق اضافه گردید[1] بنابراین پژوهش حاضر با در نظر گرفتن اهمیت مسئله متعادل‌سازی خطوط مونتاژ که از جمله مسائل بهینه‌سازی است که

[1] Ford

*hasa.mehrmanesh1398@gmail.com

توسط محققین مختلف بسیاری موردمطالعه قرارگرفته است و با این‌وجود و پس از شش دهه تحقیق و توسعه، وجود شکافی عمیق بین مطالعات دانشگاهی انجام‌شده در این زمینه با کاربردهای عملی مسئله متعادل‌سازی خط مونتاژ در محیط واقعی صنعت محسوس می‌باشد. علی‌رغم کاربرد گسترده در محیط واقعی صنعت، این نوع از خطوط مونتاژ به‌ندرت موردمطالعه قرارگرفته‌اند. با توجه به اهمیت زیاد خطوط مونتاژ U در تولید مدرن برای انعطاف‌پذیری و بهره‌وری بیشتر در صنعت، کاهش تعداد ایستگاه‌های مورد نیاز خطوط و به حداقل رساندن هزینه کل نیروی‌انسانی نیز یکی از مسائل مهم و ضروری در صنعت تولید می‌باشد.

### ۱-۱- پیشینه تحقیق

مدل ریاضی مسئله خط بالانس برای اولین بار در سال ۱۹۵۵ توسط سالوسون۲ ارایه شده است و مسائل متعادل‌سازی بیش از چند دهه توسط پژوهشگران به دقت مورد مطالعه قرار گرفته است. بیشتر پژوهش‌های انجام شده بر روی دو نوع از مسائل بالانس خطوط مونتاژ متمرکز شده‌اند. در مسئله نوع اول، زمان سیکل خط مونتاژ به‌عنوان ورودی مسئله در نظر گرفته شده است و هدف کاهش تعداد ایستگاه‌های کاری است و در مسئله نوع دوم، تعداد ایستگاه‌های مونتاژ به عنوان ورودی مسئله معین است و تابع هدف کمینه زمان سیکل کاری است[29]دفرشا و چن برای تعادل و برنامه‌ریزی تولید در تولید سلولی و توجه به اینکه مسئله از نوع NP-Hard است از روش جدید برنامه‌ریزی خطی و الگوریتم ژنتیک مدل را توسعه دادند[17] هوانگ و همکاران رویکردهای الگوریتم ژنتیک را برای حل مشکل تعادل با هدف به حداقل رساندن تعداد ایستگاه‌ها ارائه کردند[22]. تقوی فرد در سال ۱۳۹۰ به ارائه یک مدل ریاضی جدید جهت مسائل خطوط مونتاژ پرداخت.[2]. اغلب این مطالعات بر دو نوع از محدودیت‌ها تمرکز داشته و در نهایت با استفاده از روش‌های ریاضی و الگوریتم های فراابتکاری به بهینه‌سازی مدل پرداخته اند. ونکسیانگ کو و همکارانش بیان داشتند که مسائل بهینه‌سازی نقش مهمی را در حوزه‌های کاربردی صنعتی و در دنیای تحقیقات علمی بازی می‌کنند و همچنین به اهمیت حل مسائل بهینه‌سازی با استفاده از روش‌های فراابتکاری و تاکید بر الگوریتم زنبورعسل به‌جهت مکاشفه‌ای بودن این الگوریتم پرداختند[34] در سال ۲۰۱۲ یک رویکرد مبتنی بر الگوریتم ژنتیک برای خطوط مونتاژ U توسط ربانی و همکاران ارائه شد[28]متی کوویستو به بررسی اهمیت مدل‌سازی و شبیه‌سازی در صنعت به‌جهت بیشینه‌سازی حاشیه سود پرداختند[26]با مطالعه‌ی این تحقیات مشخص می‌شود که بیشتر موضوعات کار شده از طریق الگوریتم‌های فراابتکاری انجام شده‌اند. لذا برقراری تعادل برای حل مسائل خطوط مونتاژ عمدتا بر توسعه الگوریتم‌های فراابتکاری تاکید داشت و توجه به مدل ریاضیاتی خیلی بالا نبود. لی و همکارانش با استفاده از مدل‌های ریاضی در بحث خطوط مونتاژ در جهت رسیدن به تعادل با استفاده از روش‌های فراابتکاری پرداختند[24] فلساز به چگونگی استفاده از روش برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط به‌جهت حل مشکل تعادل در خطوط مونتاژ پرداخت[19]و همچنین باچین و همکارانش نیز در همان سال به بررسی روش‌هایی از مدل ریاضی عدد صحیح مختلط در جهت حل مشکل تعادل در خطوط مونتاژ پرداخته است[16] و در ادامه تحقیقات مرتبط پاپویوز و همکارانش از روش برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط به جهت تعیین تعداد بهینه تجهیزات اتوماسیون برای نصب در شبکه توزیع با توجه به انواع مختلف دستگاه‌ها در راستای رسیدن به تعادل پرداختند[27] اکپینار و همکارانش به بررسی مشکل تعادل با هدف اختصاص کارهای مشابه به ایستگاه‌های کاری مشابه و مقایسه نتایج با فرمول‌نویسی خطی پرداختند[13]در تحقیق لی و همکاران هدف کاهش تعداد ایستگاه‌های کاری و محدودیت‌های تخصیص وظایف و محدودیت زمان انجام فعالیت‌ها مدنظر قرار داده گرفته و از این‌رو، یکی از محورهای پیشنهادی جهت تحقیقات آتی، توسعه مدل‌های ریاضی با لحاظ کردن چندین محدودیت و بطور همزمان مقایسه نتایج چند روش‌های فراابتکاری می‌باشد. ویکرانت و همکارانش در سال (۲۰۱۹)تحقیق با عنوان اجرای مدل ریاضی برای پیاده سازی سیستم تولید سلولی با تکنیک های AHPوANP انجام دادند و بیان داشتند که سازمانها نیاز به توجه دقیق به انتخاب عوامل اجرایی تولید سلولی دارند چرا که همه انها اگر بصورت دقیق اجرا شوند باعث متعادل سازی تولید و بهره وری بیشتر می گردد[30].جناب و همکارانش در سال(۲۰۱۹) تحقیق با عنوان بهبود عملکرد شرکت از طریق برنامه ریزی مواد مورد نیاز تولید هوشمند مبتنی بر افزایش کیفیت و به این نتیجه رسیدند که برنامه ریزی مواد مورد نیاز تولید هوشمند میتواند به تنهای یاد بگیرد و به مدیران در تصمیم گیری کمک کند و میتواند در دستیابی شرکت به کیفیت و پشتیبانی کمک کند ، عملیات را سرعت ببخشد و همینطور اتعطاف پذیری را افزایش دهد و در نهایت هزینه ها کاهش یابند [20]همایون و همکارانش در سال (۲۰۲۰)تحقیقی با عنوان استفاده از الگوریتم ممتیک برای حل مسایل زمان بندی پروژه با منابع محدود انجام دادند و بیان داشتند که به رغم ارائه تعداد قابل

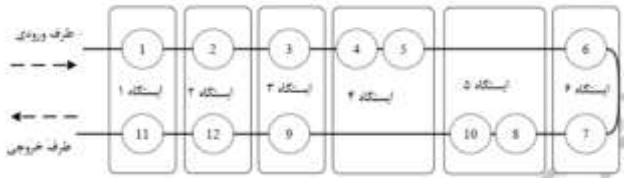
[2] Salouson

توجهی از رویکردهای حل مسایل تولیدی ،هیچ الگوریتم واحدی نمی تواند ،عملکرد دقیقی از نظر دقت و سرعت برای تمام شرایط ارائه کند[21]. با توجه به همین توصیه تحقیق حاضر محدودیت فضای مجاز ایستگاه‌ها را نیز در مدل توسعه داده شده لحاظ کرده است.

## ۲-ادبیات و روش تحقیق

### ۲-۱-خط مونتاژ U شکل

یک خط مونتاژ، دنباله ای از ایستگاه‌های کاری است که با یک تسمه متحرک که محصولات روی آن از یک ایستگاه‌کاری به ایستگاه‌کاری دیگر منتقل می‌شوند، به‌هم متصل شده‌اند. برخی وظایف در هر ایستگاه توسط کارگران قرار گرفته در این ایستگاه در زمان مجاز که زمان چرخه نام دارد، انجام می‌شود. مسئله تصمیم‌گیری درباره اینکه چه وظیفه‌ای در کدام ایستگاه انجام خواهد شد، مسئله تعادل خط مونتاژ نام دارد. در خطوط مونتاژ چند محصولی U، مدل‌هایی از یک محصول به‌صورت همزمان در یک خط مونتاژ واحد تولید می-گردند[31]علارغم وجود تفاوت در برخی از ویژگی‌های اجزا محصول فرآیند مونتاژ مدل‌های مختلف محصول تولیدی در این خطوط کاملا شبیه به یکدیگر می‌باشد.[23] چیدمان U شکل به‌نحوی است که ورودی و خروجی نزدیک به یکدیگر قرار گرفته‌اند و لذا کارگرانی که روی هر شاخه از خط کار می‌کنند ممکن است در همان شاخه روی شاخه دیگر هم کار کنند که باعث افزایش بهره‌وری می‌شود.




**شکل (۱): چیدمان خط مونتاژ U شکل**

از مهم‌ترین عواملی که در عملکرد خطوط مونتاژ مؤثرند، میتوان به بالانس آنها اشاره کرد که در آن مشخص میشود فعالیت‌ها با توجه به روابط پیش نیازی که میانشان وجود دارد به چه شکل به ایستگاه‌ها تخصیص می‌یابند[15]. بنابراین در نتیجه از فرآیند بالانس خط مونتاژ انتظار میرود که بهترین ترکیب بین نیروی‌انسانی و تجهیزات و تسهیلات به‌منظور برآورده کردن نیازمندی‌های یک سیستم بدست آید [8]. به‌همین دلیل ادغام برنامه‌ریزی فرآیند و زمان‌بندی یکی از مهمترین توابع برای اجرای برنامه‌ریزی منعطف در یک محیط تولید کارگاهی است[33]شرکت‌ها برای افزایش توان رقابتی خود تلاش می-کردند با استانداردسازی و بهبود فرآیندهای داخلی خودشان محصولی با کیفیت بهتر و هزینه کمتر تولید کنند. در آن زمان تفکر غالب این بود که مهندسی و طراحی قوی و همچنین عملیات تولید منسجم و هماهنگ، پیش نیاز دستیابی به خواسته های بازار و در نتیجه کسب سهم بیشتر بازار است به همین دلیل سازمان‌ها تمام تلاش خود را برای افزایش کارایی معطوف می‌کردند[9] و با بزرگ تر شدن سیستم‌های تولیدی و افزایش اجزا و روابط متقابل بین آنها، بیش از پیش به پیچیدگی آنها افزود تا حدی که فرآیند تصمیم‌گیری، هدایت و کنترل را بسیار حساس و مشکل ساخت، به‌همین دلیل از مدت‌ها قبل، برای شناخت و بهبود عملکرد سیستم‌ها و تصمیم‌گیری در مورد آنها، روش-ها و تکنیک‌های متفاوتی نظیر تجزیه و تحلیل‌های ریاضی، مشاهده عینی و تجربی و فنون مختلف پژوهش عملیاتی ابداع شده‌اند. علاوه بر ظهور رایانه‌ها، بهبود و توانایی‌های محاسباتی سریع و ارزان، روش شبیه‌سازی نیز به روش‌های فوق اضافه گردید[1]. تا از ظرفیت موثر ماشین‌الات استفاده گردد.ظرفیت موثر، ماکزیمم مقدار کاری است که یک سازمان قادر به تکمیل ظرفیت در یک دوره زمانی با توجه به محدودیت‌هایی مثل مشکلات کیفیت، تاخیرها، جابجایی مواد و غیره است[14]مسائل بالانس خط مونتاژ جز مسائل چندهدفه سخت هستند و روشهای فراابتکاری بطور وسیعی برای حل آن پیشنهاد شده است[35]بسیاری از مدلهای بهینه‌سازی دارای متغیرهای پیوسته و عدد صحیح بوده که به صورت خطی و تفکیک پذیر در قیدها و تابع هدف قرار دارند. در مدلهای ریاضی این گونه مسائل به صورت مدلهای عدد صحیح مختلط۳ بیان میشوند[4]همچنین در تحقیقی نشان داده شده است که به کارگیری خواص هندسی دراین مدل باعث کاهش چشمگیر متغیرهای تصمیم صفر و یک شدند و این روش باعث کاهش تکرارهای سیمپلکس در طول حل نیز میشود [18].

### ۲-۲-بیان مساله

در عصر کنونی و در فضای رقابتی، هر سازمان باید توان عکس‌العمل سریع در مقابل تحولات برون سازمانی را داشته باشد. بنابراین مدیران با توجه به پیچیدگی سیستم‌ها، باید با استفاده از ابزارهای مناسب مانند برنامه‌ریزی خطی، برنامه‌ریزی پویا، برنامه‌ریزی اعداد صحیح، شبیه-سازی، تئوری صف و غیره که برای تحلیل سیستم‌ها وجود دارند، برنامه‌ریزی صحیحی انجام داده و از به هدر رفتن منابع جلوگیری کنند[6]طرح‌ریزی فرآیند تولید نیز شامل تعیین مناسب‌ترین و

3 Mixed Integer Liner Programing

کارآمدترین فرآیندهای ساخت مونتاژ و نیز تعیین توالی آنها به منظور تولید یک محصول(قطعه)، مطابق با مشخصه‌های مورد نیازی است که در مستندات طراحی محصول، ذکر شده است[12]زمان‌بندی نیز در تلاش است تا براساس برنامه تعیین شده فرایند، تخصیص منابع و زمان‌بندی بهره‌برداری از آنها برای عملیات تولید را بر مبنای معیارهای کمی و کیفی بهینه‌سازی کند. برنامه‌ریزی فرآیند و زمان‌بندی در یک سیستم تولید انعطاف‌پذیر و یافتن ترکیبی بهینه یکی از مسائل NP-Hardمی‌باشد [2]پس استفاده از الگوریتم‌های فرابتکاری به دلیل اجرای ساده و سرعت بالا فرصتی خوبی است چراکه یافتن جواب بهینه در زمان معقول با روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی امکان‌پذیر نمی‌باشد[7]در دنیای واقعی بسیاری از پارامترهای کلیدی برای تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت هستند و نیاز است تا تاثیر آنها در فرآیند برنامه‌ریزی در نظر گرفته شود. لحاظ نکردن عدم قطعیت در فرآیند برنامه‌ریزی باعث کاهش کارایی و اثربخشی تصمیمات در مرحله‌ی اجرا خواهد شد. علاوه بر آن تصمیم‌گیری هم‌زمان تخصیص کارها به تسهیلات و تعیین توالی آنها، بر پیچیدگی‌های این مسئله می‌افزاید[3]مسائل برنامه‌ریزی تولید عموما به عنوان مسائل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط مدل‌سازی می‌شوند و به علت پیچیدگی محاسباتی بالا و ذاتی این نوع مسائل، از طریق‌الگوریتم‌های فرابتکاری حل می‌شوند. از آنجائیکه در مسائل تک هدفه، فقط یک تابع هدف وجود دارد، بررسی و مقایسه جواب ها کار آسانی است و بهترین جواب در آن، جوابی است که با توجه به نوع تابع هدف بیشترین یا کمترین مقدار تابع هدف را ایجاد کند ولی در مسائل چند هدفه بدلیل وجود اهداف چندگانه، مقایسه جواب ها به راحتی صورت نمی گیرد چرا که ممکن است یک جواب بهترین مقدار را برای تابع هدف اول ایجاد کند ولی مقدار مناسبی برای سایر اهداف ایجاد نکند، به همین دلیل در تصمیم‌گیری برای رد یا قبول آن جواب با روش‌های قدیمی دچار مشکل می‌شویم. به‌همین منظور در این تحقیق برای حل مدل ریاضی چند هدفه از روش حل الگوریتم فرابتکاری استفاده شده است[10] در مطالعات پیشین، غالباً سیستم‌های صنعتی از طریق تکنیک‌های مهندسی برنامه‌ریزی و طرح ریزی می‌شوند تا به واسطه کاهش زمان مونتاژ و افزایش میزان تولید، زمینه بهبود بهره‌وری فراهم گردد[25] در این پژوهش با استفاده همزمان از مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط و الگوریتم فرابتکاری ملخ در مساله خط مونتاژ با هدف حداقل‌سازی زمان سیکل و حداکثرسازی تعداد فعالیت‌های مشترک که به ایستگاه‌های کاری مشترک و حداکثرسازی میزان هموار بودن توزیع بارکاری در بین ایستگاه‌های کاری ارائه گردیده است.

### ۲-۳-مدل‌سازی ریاضی مساله

در مسائل بهینه‌سازی باید متغیرهای مسئله مشخص‌شده، و بر حسب این متغیرها، تابع هدف و قیود مساله مشخص‌گردند. تابع هدف بسته به اهداف مورد نظر در برنامه‌ریزی متفاوت خواهد بود و میتواند فاکتورهای مختلفی مانند هزینه، و... را شامل گردد. تابع هدف بیانگر میزان اولویت‌های اختصاص یافته به مصارف و منابع می‌باشد و قیود مجموعه محدودیت‌های فیزیکی در مسئله را بیان می‌کند. مدل ۱ که توسط ایسه۴ در سال ۲۰۰۴ ارائه شده است[11]، برای ایجاد روابط تقدم و تاخر، اولین روش بکار رفته، با متغیرهای ۰-۱ برای توصیف حالات می‌باشد:

#### ۲-۳-۱-مجموعه‌ها(اندکس‌ها):

i ، p و q وظایف

n تعداد کل وظایف

m کران بالای تعداد ایستگاه‌ها

CT نشان‌دهنده زمان چرخه

Ψ یک عدد مثبت بسیار بزرگ است.

پارامتر $t_i$ نشان‌دهنده زمان عملیات وظیفه i است

پارامتر j شاخصی برای ایستگاه‌ها است

#### ۲-۳-۲-متغیرهای تصمیم:

$Z_j$ یک متغیر دودویی برای بررسی این است که آیا ایستگاه j استفاده شده است یا نه( اگر ایستگاه j استفاده شده باشد 1 و در غیر این صورت 0)

$a_{ij}$ یک متغیر دودویی برای توصیف تخصیص وظیفه است(اگر وظیفه i به ایستگاه j تخصیص یافته باشد، $a_{ij}$ =1 و در غیر این صورت$a_{ij}$=0 )

متغیر $u_i$ نیز یک متغیر دودویی برای بیان محدودیت و مجموعه وظایف دوتایی است.

#### ۲-۳-۳-تابع هدف و محدودیت‌ها:

[4] Aase

(1)

$$Min \sum_{j=1}^{m} z_j$$

(2)

$$\sum_{j=1}^{m} a_{ij} = 1 \; for \; i = 1, \dots, n$$

(3)

$$\sum_{i=1}^{n} t_i . a_{ij} \leq CT \; for \; j = 1, \dots, m$$

(4)

$$\sum_{j=1}^{m} \text{j}. (a_{pj} - a_{qj}) \leq \psi . u_q \; \forall (p,q) \in \wp$$

(5)

$$\sum_{j=1}^{m} \text{j}. (a_{qj} - a_{pj}) \leq \psi . (1 - u_p) \forall (p,q) \in \wp$$

(6)

$$\sum_{j=1}^{n} \text{j}. a_{ij} \leq \psi . z_j \; for \; j = 1, \dots, m$$

(7)

$$a_{ij}, u_i, z_j \in \{0,1\} \; for \; all \; i,j$$

محدودیت(۴) نشان می‌دهد که وظیفه q وقتی‌که تمام فعالیت‌های پیشین‌آن تخصیص یافته باشند قابل تخصیص است، در حالی که محدودیت(۵) نشان می‌دهد که وظیفه p اگر تمام فعالیت‌های پسین‌های آن تخصیص یافته باشند قابل تخصیص است. منطق پایه این است که $u_i$ در صورتی که وظیفه i به‌طرف ورودی تخصیص یافته باشد برابر با 0 است و در صورتی که وظیفه i به طرف خروجی تخصیص یافته باشد برابر با 1 است.

(8)

$$\sum_{j=1}^{m} \text{j}. a_{pj} - \sum_{j=1}^{m} \text{j}. a_{qj} \leq m. (1 + u_p - 2. u_q) \forall (p,q) \in \wp$$

(9)

$$\sum_{j=1}^{m} \text{j}. a_{qj} - \sum_{j=1}^{m} \text{j}. a_{pj} \leq m. u_p \; \forall (p,q) \in \wp$$

مدل ریاضی دیگری توسط اوربان و چیانگ[5] در سال ۲۰۰۶ توسعه یافت که به شرح زیر با تعدیلات اندکی فرمول‌بندی شده است که در آن $x_{ij}$ و $y_{ij}$ متغیرهای دودویی برای توصیف تخصیص وظیفه هستند. اگر وظیفه i به طرف ورودی ایستگاه j تخصیص یافته باشد[32] $x_{ij}$=1 درغیر این‌صورت $x_{ij}$=0 و اگر وظیفه i به طرف خروجی ایستگاه j تخصیص یافته باشد $y_{ij}$=1 و در غیر این صورت $y_{ij}$=0.

(10)

$$Minimize \sum_{j=1}^{m} z_j$$

(11)

$$\sum_{j=1}^{m} (x_{ij} + y_{ij}) = 1 \; for \; i = 1, \dots, n$$

(12)

$$\sum_{i=1}^{n} t_i . (x_{ij} + y_{ij}) \leq CT \; for \; j = 1, \dots, m$$

(13)

$$\sum_{j=1}^{m} (\text{m} - \text{j} + 1). (x_{pj} - x_{qj}) \geq 0 \forall (p,q) \in \wp$$

(14)

$$\sum_{j=1}^{m} (\text{m} - \text{j} + 1). (y_{qj} - y_{pj}) \geq 0 \forall (p,q) \in \wp$$

(15)

$$\sum_{i=1}^{n} (x_{ij} + y_{ij}) \leq \emptyset . z_j \; for \; j = 1, \dots, m$$

(16)

$$x_{ij}, y_{ij}, z_i \in \{0,1\} \; for \; all \; i,j$$

مدل جدید لی۶ که در سال ۲۰۱۷ ارائه گردید، معادلاتی یکسان دارد(۱۰، ۱۱، ۱۲ و ۱۵) اما یک روش متفاوت برای پرداختن به محدودیت‌های تقدم ارائه می‌کند و از معادله ۱۷ برای جایگزین شدن با معادلات(۱۳-۱۴) استفاده می‌کند [24]و این مقاله نیز هدف کاهش

[5] Urban & Chiang
[6] Li

هزینه تجهیزات را به اهداف و محدودیت فضای مجاز ایستگاه‌ها در خط را به محدودیت‌ها اضافه کرده است:

(17)

$$\sum_{j=1}^{m} j.\left(x_{pj}-x_{qj}\right)-\sum_{j=1}^{m}(2.m-j).\left(y_{pj}-y_{qj}\right)\le 0\ \forall(p,q)\in \wp$$

(18)

$$\sum_{j=1}^{m} S_j Z_j \le SC$$

محدودیت ۱۷ تضمین می‌کند که یک وظیفه را هنگامی که تمام وظایف پیشین به ایستگاه‌های فرعی قبلی یا فعلی ایستگاه تخصیص یافته‌اند، بتوان به ایستگاه فرعی فعلی تخصیص داد. در محدودیت ۱۸ نیز SC حداکثر فضای مجاز برای خط و $S_j$ فضای مورد نیاز برای دستگاه می باشد.

### ۲-۴-روش حل

برای حل مساله دو رویکرد کلی به کار گرفته می شود. برای ارزیابی مساله در شرایط مختلف دو مساله با اندازه متوسط و بزرگ حل می شود. ابتدا یک مساله متوسط را با روش دقیق از طریق نرم افزار گمز (GAMS) و سالور بارون (BARON) حل می کنیم. سپس یک بار دیگر مساله متوسط با الگوریتم فراابتکاری ملخ حل شده و نتایج آن با روش دقیق مقایسه می شود و از این طریق صحت و دقت روش فراابتکاری سنجیده می شود تا بتوان از آن برای حل مساله با اندازه بزرگ استفاده کرد. در نهایت مساله بزرگ با الگوریتم ملخ حل می شود و نتایج و نمودار همگرایی حاصل از آن ارائه می گردد.

### ۲-۵-نتایج عددی

#### *۲-۵-۱-مساله با اندازه متوسط*

در این بخش یک مساله با ۷۰ وظیفه مورد بررسی قرار می‌گیرد. زمان عملیات هر وظیفه در جدول ۱نشان داده شده است. زمان چرخه را ۴۵۰ واحد زمان در نظر می‌گیریم. هم‌چنین هزینه‌ی ایجاد و میزان فضای مورد نیاز هر دستگاه در جدول ۲نشان داده شده است. کل فضای موجود را نیز ۲۱۰ در نظر می‌گیریم و سپس همان‌طور که مشاهده می شود از بین ایستگاه های ۱ تا ۷، فقط ایستگاه ۱، ۲ و ۵ ایجاد می شود. هم چنین مقدار تابع هدف مساله نیز برابر ۳۵۳ خواهد شد که در جدول۳ نشان داده شده اند. هم چنین این جدول مقادیر حاصل از الگوریتم ملخ برای این مساله را نشان می دهد. همان طور که مشاهده می شود نتایج روش دقیق (گمز) کاملا منطبق با نتایج حاصل از الگوریتم فراابتکاری ملخ است. بنابراین می توانیم از روش فراابتکاری ارائه شده برای حل مساله با ابعاد بزرگ استفاده کنیم. نمودار همگرایی الگوریتم ملخ نیز در **شکل ۲ نمایش داده شده است.**

**جدول( ۱): زمان عملیات وظایف تعریف شده**

| شماره وظایف | زمان عملیات | شماره وظایف | زمان عملیات | شماره وظایف | زمان عملیات |
|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱۷ | ۲۵ | ۱۲ | ۴۹ | ۵ |
| ۲ | ۱۶ | ۲۶ | ۱۲ | ۵۰ | ۱۳ |
| ۳ | ۲۴ | ۲۷ | ۱۵ | ۵۱ | ۱۱ |
| ۴ | ۱۵ | ۲۸ | ۱۴ | ۵۲ | ۲۶ |
| ۵ | ۶ | ۲۹ | ۲۶ | ۵۳ | ۲۴ |
| ۶ | ۱۸ | ۳۰ | ۱۱ | ۵۴ | ۱۱ |
| ۷ | ۲۱ | ۲۱ | ۱۱ | ۵۵ | ۱۷ |
| ۸ | ۱۸ | ۳۲ | ۲۰ | ۵۶ | ۲۲ |
| ۹ | ۲۸ | ۳۳ | ۲۲ | ۵۷ | ۲۲ |
| ۱۰ | ۲۰ | ۳۴ | ۲۶ | ۵۸ | ۷ |
| ۱۱ | ۲۵ | ۳۵ | ۱۵ | ۵۹ | ۱۶ |
| ۱۲ | ۲۱ | ۳۶ | ۲۰ | ۶۰ | ۲ |
| ۱۳ | ۲۴ | ۳۷ | ۲ | ۶۱ | ۲۵ |
| ۱۴ | ۱۵ | ۳۸ | ۱ | ۶۲ | ۲۱ |
| ۱۵ | ۲۴ | ۳۹ | ۳ | ۶۳ | ۱۶ |
| ۱۶ | ۲۰ | ۴۰ | ۱۳ | ۶۴ | ۲۸ |
| ۱۷ | ۱۰ | ۴۱ | ۱۶ | ۶۵ | ۱۵ |
| ۱۸ | ۱۳ | ۴۲ | ۲۵ | ۶۶ | ۱۲ |
| ۱۹ | ۱۹ | ۴۳ | ۲۱ | ۶۷ | ۸ |
| ۲۰ | ۲۴ | ۴۴ | ۱۳ | ۶۸ | ۹ |

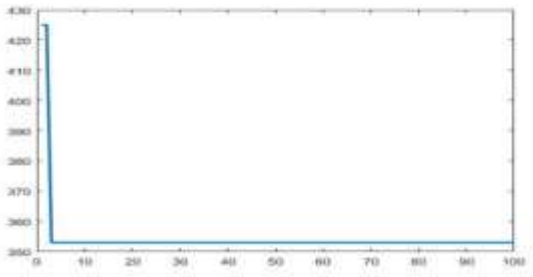
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ۲۱ | ۲۰ | ۴۵ | ۱۰ | ۶۹ | ۱۳ |
| ۲۲ | ۲۱ | ۴۶ | ۲۳ | ۷۰ | ۱۷ |
| ۲۳ | ۳۳ | ۴۷ | ۲۲ | | |
| ۲۴ | ۱۲ | ۴۸ | ۲۶ | | |

**جدول(۲):هزینه و فضای مورد نیاز برای مساله با اندازه متوسط**

| شماره ایستگاه | هزینه ایجاد ایستگاه | فضای مورد نیاز |
|---|---|---|
| ۱ | ۱۰۷ | ۵۰ |
| ۲ | ۱۲۳ | ۶۰ |
| ۳ | ۲۰۴ | ۲۰ |
| ۴ | ۲۰۱ | ۴۰ |
| ۵ | ۱۲۳ | ۴۵ |
| ۶ | ۱۹۵ | ۳۷ |
| ۷ | ۲۲۱ | ۲۵ |

**جدول (۳) : نتایج بهینه مساله متوسط**

| مقدار | نرم افزار گمز | الگوریتم ملخ |
|---|---|---|
| تابع هدف | ۳۵۳ | ۳۵۳ |



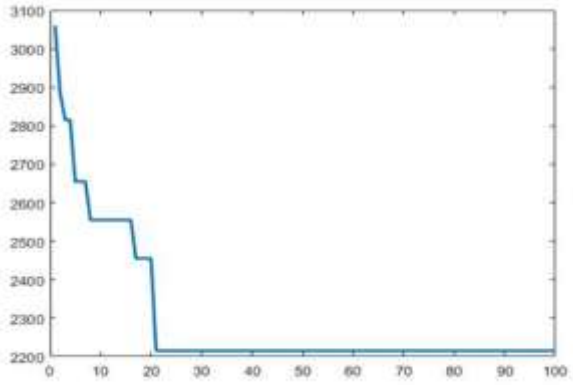
**شکل (۲): نمودار همگرایی الگوریتم ملخ به جواب بهینه برای مساله متوسط**

*۲-۵-۲-مساله با اندازه بزرگ*

در این بخش یک مساله با ۲۰۰ وظیفه مورد بررسی قرار می گیرد. زمان چرخه را ۶۰۰ واحد زمان در نظر می گیریم. کل فضای موجود را نیز ۷۵۰ در نظر می‌گیریم که در نهایت از بین ایستگاه های ۱ تا ۲۰، فقط ایستگاه ۱، ۲، ۶، ۷، ۱۱، ۱۲، ۱۴، ۱۶، ۱۸ و ۱۹ ایجاد می شود. هم چنین مقدار تابع هدف مساله نیز برابر ۲۲۱۵ است. نمودار همگرایی الگوریتم ملخ برای مسله با ابعاد بزرگ نیز در شکل ۳ نمایش داده شده است.

**جدول(۴) : نتایج بهینه مساله بزرگ**

| مقدار متغیرها | الگوریتم ملخ |
|---|---|
| تابع هدف | ۲۲۱۵ |

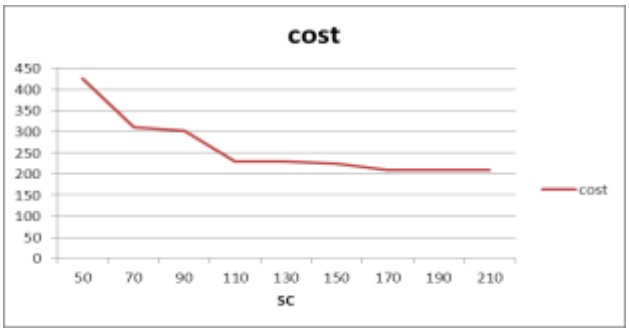


**شکل (۳) : نمودار همگرایی الگوریتم ملخ به جواب بهینه برای مساله بزرگ**

## ۳- نتیجه‌گیری

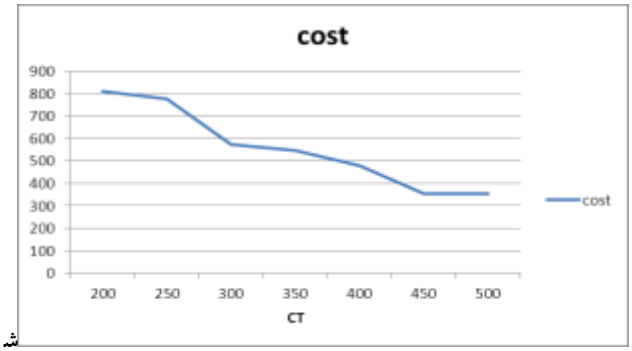
در این بخش به تحلیل حساسیت پارمترهایی که بر مدل تاثیر دارند می پردازیم. نتایج این بخش به مدیریت کمک می کند تا بتواند میزان فضای بهینه را با توجه به شرایط مسئله تعیین کند و تغییرات تابع هزینه بر حسب فضای مجاز و زمان چرخه برای او مشخص شود.همان طور که در شکل۴ مشاهده می شود با افزایش فضای در دسترس هزینه ایجاد ایستگاه‌ها کاهش می یابد. به عبارت دیگر با افزایش حداکثر فضای مجاز، فضای ناحیه شدنی بزرگتر شده و مقدار تابع هدف بهتر می شود. در مواردی که با افزایش فضا مقدار تایع هدف ثابت می ماند، به این دلیل است که در چنین حالتی مساله جواب بهتری پیدا نمی-کند. برای مثال اگر فضای مجاز بین ۷۰ تا ۹۰ باشد مقدار بهینه تابع هدف حدود ۳۰۰ خواهد بود. حال هر چه فضا افزایش می یابد ایستگاه هایی که هزینه و فضای کمتری دارند باز می شوند. در صورتی که مدیریت با توجه به بودجه حداکثر ۱۷۰ واحد مساحت فضا در اختیار داشته باشد مقدار هزینه ایجاد خط برابر ۲۰۰ خواهد بود. در این حالت مدیریت باید در نظر داشته باشد که فضا را افزایش دهد، از ۱۷۰ واحد

مساحت بیشتر به دلیل سایر شرایط مساله و زمان های عملیات و چرخه، بیشتر هزینه او کمتر نخواهد شد.




**شکل (۴) : نمودار تغییرات هزینه بر حسب حداکثر فضای مجاز برای خط**

با توجه به شکل ۵ مشاهده می کنیم که با افزایش زمان چرخه مقدار تابع هدف کاهش می یابد. هر چه زمان چرخه افزایش می یابد، فضای جواب بزرگتر شده و مقدار تابع هدف بهبود می یابد. با افزایش زمان سیکل تعداد عملیات بیشتری در هر ایستگاه می تواند انجام شود که منجر به کاهش تعداد ایستگاه های ایجاد شده می گردد. بنابراین اگر مقدار زمان چرخه برای مثال برابر ۳۵۰ باشد مقدار بهینه تابع هدف حدود ۵۵۰ خواهد بود. اگر مدیریت زمان چرخه را به بالاتر از ۴۵۰ افزایش دهد به دلیل شرایط مساله و فضای در دسترس تابع هزینه او بهتر نمی شود. بنابراین زمان چرخه ای که می تواند در نظر بگیرد که تابع هدف او بهینه شود ۴۵۰ خواهد بود.




**شکل (۵): نمودار تغییرات هزینه بر حسب زمان چرخ**

## منابع و ماخذ


[۱] آقاجانی،حسنعلی، صمدی میارکلانی،حمزه، صمدی میارکلانی، حسین، لطفی،حسین.(۱۳۹۴). **رویکرد شبیه سازی برای بهبود خط مونتاژ شرکت دیزل سنگین ایران**. مجله مدیریت صنعتی، دوره ۶، شماره۴، صص۶۳۵-۶۶۴.

[۲] تقوی فرد، محمد تقی.(۱۳۹۰). **یک مدل ریاضی جدید جهت حل مسئله بالانس خطوط مونتاژ چند محصولی**. مجله مدیریت صنعتی، دوره۳، شماره۶، صص۱-۱۶.

[۳] حسنی،علی اکبر.(۱۳۹۷). **الگوریتم چندهدفهٔ فرا ابتکاری ترکیبی برای مسأله زمان بندی جریان کارگاهی جایگشتی وارد شونده با در نظر گرفتن نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه در شرایط عدم قطعیت**. مجله مدیریت تولید و عملیات، دوره ۹، پیاپی۱۷، شماره۲، صص۱-۲۲.

[۴] حسینی ملک آبادی، رسول.(۱۳۹۵). **مروری بر مسائل بهینه سازی غیرصحیح**. دانشگاه اصفهان، ریاضی و جامعه، جلد ۱.

[۵] -خاتمی فیروزآبادی، سیدمحمدعلی، وفادارنیکجو،امین.(۱۳۹۱). **رویکرد الگوریتم فرا ابتکاری کلونی زنبور عسل مصنوعی برای تعیین مکان بهینه سوئیچ‌ها در شبکه ارتباطی تلفن همراه**. فصلنامه علمی پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی سال دهم، شماره ۲۷، صص۳۹-۶۲.

[۶] کمپانی، محمود سعید، عظیمی، پرهام، عظیمی.(۱۳۹۴). **توسعه یک مدل جدید دوهدفه و حل آن بوسیله بهینه‌سازی از طریق شبیه‌سازی جهت تخصیص بهینه نیروی‌انسانی و تجهیزات موازی به ایستگاه‌ها در یک خط تولید**. مجله پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی، سال پانزدهم.

[۷] محمدی زنجیرانی، داریوش ، جوکار، سعیده ،اسماعیلیان، مجید.(۱۳۹۵). **رویکرد یکپارچه زمانبندی و برنامه‌ریزی فرایند بر مبنای تلفیق پایگاه دانش فازی و روش‌های فراابتکاری**. فصلنامه علمی پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی، سال چهاردهم، شماره ۳۴.

[۸] محمودی راد، علی، نیرومند، صادق، صانعی، مسعود.(۱۳۹۵). **مساله بالانس خط مونتاژ چندهدفه فازی: روش برنامه‌ریزی ریاضی فازی**. پژوهشهای نوین در ریاضی.

[۹] نوری داریان،مهسا، طالعی زاده،عطاالله.(۱۳۹۷). **توسعه مدل تولید اقتصادی در زنجیره های تامین سه سطحی یکپارچه و غیر یکپارچه با در نظر گرفتن سیاست یکپارچه بهینه کنترل موجودی**. نشریه تخصصی مهندسی صنایع، دوره۵۲،شماره۱، صص۱۲۵-۱۳۷.

[۱۰] وحدانی،بهنام، طاهروردی،محمدحسین.(۱۳۹۸). **ارائه یک مدل برنامه ریزی چندهدفه برای مسئله مکان‌یابی موجودی مسیریابی در یک شبکه تامین چندسطحی با در نظر گرفتن حداکثر پوشش تقاضا**. فصلنامه علمی پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی دانشگاه علامه طباطبایی، سال هفدهم، شماره۵۲، صص۲۳۹-۲۸۶.

[11] Aase, G.R., Schniederjans, M.J. & Olson, J.R. (2003). **U-OPT:An Analysis of exact U-shaped Line Balancing Procedures.** International Journal of Production Research, 41(17), 4185-4210.

[12] Adithan, M. (2007). **Process Planning and Cost Estimation. Publishing for One World New Age**. .Computers industrial Engineering.pp.165-173.

**Balancing U-type Assembly Lines**. Computers & Industrial Engineering, 112, 107-121.

[25] Makssoud, F., Battaïa, O., Dolgui, A., Mpofu, K., & Olabanji, O. (2015). **Re-Balancing Problem for Assembly lines: New Mathematical Model and Exact Solution Method.** Assembly Automation, 35(1), 16-21.

[26] Matti Koivisto. (2017). **Modelling, Simulation and Optimization of the Materials Flow of a Multi-product Assembling Plant.** Procedia Manufacturing, Volume 8, Pages 59-66.

[27] Popović, Ž., Brbaklić, B., & Knežević, S. (2017). **A Mixed Integer Linear Programming Based Approach for Optimal Placement of Different Types of Automation Devices in Distribution Networks**. Electric Power Systems Research, 148, 136-146.

[28] Rabbani, M., Moghaddam, M. & Manavizadeh, N. (2012). **Balancing of Mixed-Model Two-Sided Assembly Lnes with Multiple U-shaped layout.** International Journal of Advanced Manufacturing Technology 59(9-12) , 1191-1210.

[29] Samiaria A.S. Vialarinhop.M (2004). **A Genetic Algorithm Based Approach to the Mixed Model Assembly Line Balancing Problem of Type** .computers&industrial engineering .47:391-407.

[30] Sharma, V., Gidwani, B.O., Meena, M.L. (2019) .**Implementation Model for Cellular Manufacturing System Using AHP and ANP Approach**. International Journal Emerald Publishing Limited 1463-5771.

[31] Tapkan, P., Ozbakir, L., & Baykasoglu, A. (2012). **Modeling and Solving Constrained Two-Sided Assembly Line Balancing Problem via Bee Algorithms.** Applied Soft Computing, 12(11), 3343-3355.

[32] Urban, T.L. & Chiang, W.-C. (2006).**An Optimal Piecewise-Linear Program for the U-line Balancing Problem With Stochastic Task times.** European Journal of Operational Research, 168(3), 771-782.

[33] Wang, Y.F; Zhang, Y.F; & Fuh, J.Y.H. (2010). **A PSO-based Multiobjective Optimization approach to the Integration of Process Planning and Scheduling**. IEEE International Conference on Control and Automation, Xiamen, China, June 9-11.

[34] Wengxiang, G., Minghao, Y., Chunying, W. (2012).**Self Adaptive Artificial Bee Colony for Global Numerical Optimization**. Journal: IERI Procedia, Volume 1, Pages 59–65.

[35] Zhang, W., & Gen, M. (2011). **An Efficient Multi objective Genetic Algorithm for Mixed-Model Assembly Line Balancing Problem Considering Demand Ratio-Based Cycle time**. Journal of Intelligent Manufacturing, 22(3), 367-378.

[13] Akpinar, S., Elmi, A., & Bektaş, T. (2017). **Combinatorial Benders Cuts for Assembly Line Balancing Problems With Setups. European** Journal of Operational Research, 259(2), 527-537.

[14] Anthony, K. A. (2016**). Effect of Capacity Planning On Performance in Nigeria Brewing Industry: Southeast Perspective.** Imperial Journal of Interdisciplinary Research, 3(1).

[15] Battaïa, O., & Dolgui, A. (2013). **A Taxonomy of Line Balancing Problems and Their Solution approaches**. International Journal of Production Economics, 142(2), 259-277.

[16] Bukchin, Y., & Raviv, T. (2017). **Constraint programming fo**r Solving Various Assembly Line Balancing problems. Omega.

[17] Defersha,F.M.,Chen,,M.(2008). **A Liner Programing Embedded Genetic Algorithm for an Integrated Cell Formation and Lot Sizing Considering Product Quality, European** Journal of Operational Research 187,44-69.

[18] Ding, H., Reißig, G., Groß, D., & Stursberg, O. (2011, August). **Mixed-integer Programming for Optimal Path Planning of Robotic Manipulators**. In Automation Science and Engineering (CASE), 2011 IEEE Conference on (pp. 133-138). IEEE.

[19] Fleszar, K. (2017). **A New MILP Model for the Accessibility Windows Assembly Line Balancing Problem Level 2 (AWALBP-L2).** European Journal of Operational Research, 259(1), 169-174.

[20] Genab, K., Stau, S., Moslehpor, S., Wu, C. (2019)**. Company Performance Improrement by Quality Based Intelligent-ERP**. journal of Decision Science Letters, 8۱۵و1-162.

[21] Humyun, R., Chakratbortty, R.K., Ryan, M.G.(2020)**. Memetic Algorirhm for Solving Resource Constrained Project Scheduling Problems**,Journal of Automation in Construction 11.103052.

[22] Hwang, R.K., Katayama, H. & Gen, M. (2008). U-**shaped Assembly Line Balancing Problem with Genetic Algorithm.** International Journal of Production Research, 46(16), 4637-4649.

[23] Keckl, S., Kern, W., Abou-Haydar, A., & Westkämper, E. (2016). **An Analytical Framework for Handling Production time Variety at** Workstations of Mixed-Model Assembly Lines. Procedia CIRP, 41, 201-206.

[24] Li, Z., Kucukkoc, I., & Tang, Q. (2017). **New MILP Model and Station-Oriented ant Colony Optimization Algorithm for**