# بهینه‌سازی فرکانس پایه پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت‌شده محتوی مایع

جعفر اسکندری‌جم
محمد علی نیکجو

**چکیده**

در این مقاله ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت شده محتوی مایع مورد بررسی قرار گرفته است. پوسته مذکور از کامپوزیت چند لایه تشکیل شده است و تقویت کننده‌ها شامل رینگ‌ها و استرینگرها می باشد. برای پوسته و تقویت کننده‌ها از تئوری برشی مرتبه اول استفاده شده است و رینگها و استرینگرها بصورت عناصر مجزا وارد روابط شده‌اند. برای حل، از روش ریلی ریتزاستفاده شده است. برای حل، روابط انرژی پتانسیل و جنبشی مربوط به پوسته و تک تک تقویت کننده‌ها به همراه انرژی جنبشی سیال بدست آمده و در تابع پتانسیل انرژی قرار می‌گیرند. تمامی تقویت‌کننده‌ها دارای مقطع مستطیلی هستند. سیال ایده‌آل فرض شده و از اثر موجهای سطحی سیال صرف نظر شده است. در نهایت برای رسیدن به بهترین و بالاترین فرکانس‌های طبیعی پایه، با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی انجام شده است. با استفاده از الگوریتم ژنتیک مناسب‌ترین زوایای الیاف کامپوزیت لایه‌ای، برای رسیدن به حداکثر فرکانس طبیعی بدست آمد. همچنین بهترین نسبت ارتفاع به عرض برای استرینگر نیز بدست آمده و در آخر تعداد رینگ‌ها و استرینگرها و همچنین شکل مقطع آنها به نحوی که فرکانس پایه ماکزیمم شود بدست آمده است.

**واژه‌های کلیدی:** تقویت‌کننده، رینگ، استرینگر، الگوریتم ژنتیک

---

دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر، مرکز کامپوزیت، تهران

## ۱- مقدمه

دینامیک پوسته های استوانه‌ای نازک در دهه‌های اخیر بسیار مورد مطالعه قرار گرفته است. در سالهای گذشته این مطالعات بیشتر بر اساس تئوری کلاسیک پوسته‌ها صورت پذیرفته است. بسیاری از موارد مهندسی مانند صنایع پتروشمی، تجهیزات پروسه های شیمیایی، صنایع تولید نیرو، انتقال آب و ... نیازمند مخازن و لوله-هایی که برای ذخیره سازی و انتقال مایعات می باشند. این گونه موارد نیاز به مطالعه درباره مخازن و پوسته‌های استوانه ای را بیش از پیش مطرح می کند.

در گذشته تئوری کلاسیک ورق ها و پوسته ها مورد استفاده قرار می‌گرفت اما با تولید مواد کامپوزیتی و استفاده از این مواد در صنعت، مشاهده شد که استفاده از تئوری کلاسیک برای ورق های ساخته شده از این مواد ممکن است خطای قابل توجهی را به همراه داشته باشد. موارد گفته شده پژوهشگران را بر آن داشت که به تئوری های مرتبه اول و مراتب بالاتر روی آورند. در این تحقیق نیز تئوری مرتبه اول برشی پوسته مورد استفاده قرار گرفته است. در مقایسه با تئوری کلاسیک و تئوریهای مراتب بالاتر، تئوری مرتبه اول برشی ترکیبی از دقت بیشتر نسبت به تئوری کلاسیک و البته محاسبات کمتر نسبت به تئوری های مراتب بالاتر است.

یکی دیگر از مواردی که امروزه مد نظر است دستیابی به بهترین حالت ارتعاشی و کمانشی در پوسته هاست و به عبارتی حالت بهینه برای یک طرح مد نظر است. از این رو روشهای مختلف بهینه سازی پدید آمدند که الگوریتم ژنتیک روشی کارا و در عین حال ساده بوده و با استفاده از سرعت کامپیوتر های امروزی در امر بهینه سازی بسیار مورد توجه قرار گرفته است.

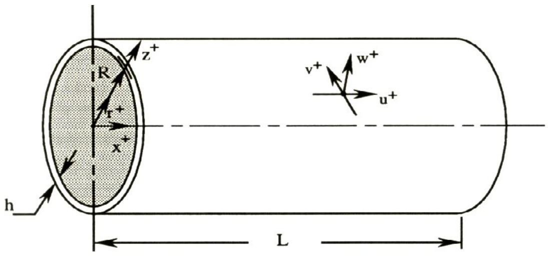
ژی پن، ژوبین و جانجون ما [۱] ارتعاشات آزاد پوسته استوانه ای تقویت شده با رینگ را با شرایط مرزی دلخواه بررسی کردند. در سال ۲۰۰۶ جعفری و باقری [۲] ارتعاشات آزاد پوسته استوانه ای نازک تقویت شده با رینگ را بررسی کردند که در آن فواصل بین رینگها و نیز خروج از مرکز آنها متغیر بود. تای وانگ و همکارانش [۳] در همان سال ارتعاشات پوسته استوانه ای کامپوزیتی تقویت شده با رینگ را مورد بررسی قرار دادند که در آن رینگها یکنواخت و با فواصل برابر بودند ولی از تئوری برشی مرتبه اول استفاده شده بود. در سال ۲۰۱۰ جعفری و باقری [۴] ارتعاشات آزاد پوسته استوانه ای تقویت شده با رینگ با فواصل و خروج از مرکز نا مساوی پرداخته شده و برای رسیدن به بهترین حالت ارتعاشی بهینه شده است. در سال ۱۹۹۷ آمابیلی [۵] ارتعاشات مخزنی حاوی مایع غیر ویسکوز و تراکم ناپذیر را بدست آورد از اثرات ارتعاشات سطح آزاد مایع و فشار هیدرواستاتیک صرف نظر شده و برای محاسبه شکل مودها از روش ریلی-ریتز استفاده شده است.

## ۲-روابط تئوری

### ۲-۱-انرژی پوسته

معادلات حرکت پوسته استوانه ای کامپوزیتی بر اساس تئوری برشی مرتبه۱ استخراج شده است. در این تئوری جابجایی لایه میانی پوسته را مبنا گرفته و جابجایی دیگر نقاط را با روابط زیر به جابجایی لایه میانی مرتبط می کند [۱]:

$$u = u_0(x,\theta) + z\psi_x(x,\theta),$$
$$v = v_0(x,\theta) + z\psi_\theta(x,\theta),$$
$$w = w_0(x,\theta) \qquad (۱)$$




**شکل ۱. پوسته استوانه ای و متغیر های جابجایی.**

در روابط ۱، $u_0$ و $v_0$ و $w_0$ به ترتیب جابجایی لایه میانی در سه راستای z,θ,x است و $\psi_x$ و $\psi_\theta$ دورانهای لایه میانی در راستای x , θ هستند. همچنین z در روابط بالا، فاصله هر نقطه از پوسته تا لایه میانی است.

با استفاده از فرمولهای کرنش جابجایی در دستگاه استوانه ای و صرف نظر از جملات مرتبه ۲ روابط زیر بدست می آیند که در آن R شعاع لایه میانی استوانه است [۶]:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{R}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + w\right), \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z},$$

$$\gamma_{\theta z} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{R}\left(\frac{\partial w}{\partial \theta}\right) - \frac{v_0}{R},$$
$$\gamma_{\theta z} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x},$$
$$\gamma_{x\theta} = \frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \qquad (۲)$$

همچنین کرنشها را بر حسب متغیر ضخامت می توان به صورت زیر دسته بندی کرد:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^{0*}\} + z\{\varepsilon^{1}\} \qquad (۳)$$

بردار کرنش به شکل زیر در نظر گرفته می شود:

$$\varepsilon^{T} = \{\varepsilon_x^0 \quad \varepsilon_\theta^0 \quad \gamma_{x\theta}^0 \quad k_x \quad k_\theta \quad k_{x\theta} \quad \gamma_{\theta z}^0 \quad \gamma_{xz}^0\} \qquad (۴)$$

در رابطه فوق، $\varepsilon_x^0$ و $\varepsilon_\theta^0$ و $\gamma_{x\theta}^0$ کرنشهای لایه میانی و $k_x$ و $k_\theta$ و $k_{x\theta}$ انحنا های لایه میانی و $\gamma_{\theta z}^0$ و $\gamma_{xz}^0$ مقادیر برشی عرضی هستند. با جایگذاری روابط ۱ در روابط ۲ می‌توان اعضای ماتریس کرنش را بصورت زیر بدست آورد [۶]:

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x}, && \varepsilon_\theta^0 = \frac{1}{R}\left(\frac{\partial v_0}{\partial \theta} + w_0\right),\\
&\gamma_{x\theta}^0 = \frac{1}{R}\left(\frac{\partial u_0}{\partial \theta}\right) + \frac{\partial v_0}{\partial x}, && k_x = \frac{\partial \psi_x}{\partial x},\\
&k_\theta = \frac{1}{R}\left(\frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta}\right), && k_{x\theta} = \frac{1}{R}\left(\frac{\partial \psi_x}{\partial \theta}\right) + \frac{\partial \psi_\theta}{\partial x},\\
&\gamma_{xz}^0 = \psi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x}, && \gamma_{\theta z}^0 = \psi_\theta + \frac{\partial w_0}{R\partial \theta} - \frac{v_0}{R}
\end{aligned} \qquad (۵)$$

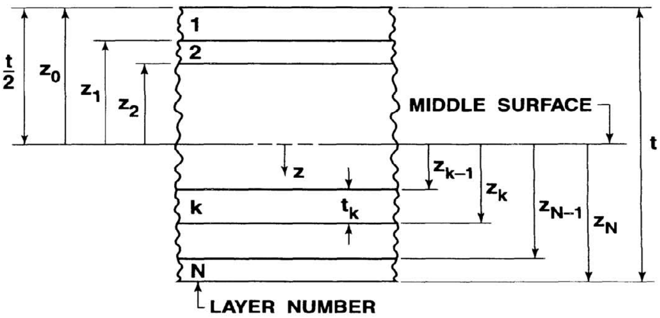
ماتریس سفتی در حالت کلی برای یک ماده ارتوتروپیک به شکل زیر است [۶-۷]:

$$[S] = \begin{bmatrix}
A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0\\
A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0\\
A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0\\
B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0\\
B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0\\
B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{44} & H_{45}\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{45} & H_{55}
\end{bmatrix} \qquad (۶)$$

که عناصر آن بدین شرح است [۶]:

$$\begin{aligned}
A_{ij} &= \sum_{k=1}^{N}\left(\overline{Q_{ij}}\right)_k (z_k - z_{k-1}),\\
B_{ij} &= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\left(\overline{Q_{ij}}\right)_k (z_k^2 - z_{k-1}^2),\\
D_{ij} &= \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{N}\left(\overline{Q_{ij}}\right)_k (z_k^3 - z_{k-1}^3),\\
H_{ij} &= k_0\sum_{k=1}^{N}\left(\overline{Q_{ij}}\right)_k (z_k - z_{k+1}),
\end{aligned} \qquad (۷)$$

که در آن $z_k$ و $z_{k-1}$ فواصل لایه میانی تا سطوح خارجی و داخلی لایه k ام را نشان می دهند و در شکل ۲ مشخص شده اند. $N$ تعداد لایه ها و $\overline{Q_{ij}}$ ماتریس سفتی تبدیل شده برای لایه kام است همچنین $k_0$ ضریب تصحیح برشی است.




**شکل ۲. شماره لایه ها و فاصله آنها از لایه میانی**

$\overline{Q_{ij}}$ به شکل زیر تعریف می شود:

$$[\overline{Q}] = [T]^{-1}[Q][T]^{-T} \qquad (۸)$$

که در آن $Q$ ماتریس سفتی کاهش یافته برای ماده ارتوتروپیک و $T$ نیز ماتریس دوران است. در نهایت انرژی پتانسیل کرنشی پوسته از رابطه زیر حاصل می شود که در آن $l$ طول استوانه ، $\varepsilon$ بردار کرنش و $S$ ماتریس سفتی هستند [۲،۴]:

$$U_{shell} = \frac{1}{2}\int_0^l\int_0^{2\pi} \varepsilon^T [S]\varepsilon R\, d\theta\, dx \qquad (۹)$$

انرژی جنبشی پوسته نیز ازرابطه زیر بدست می آید [۲،۴]:

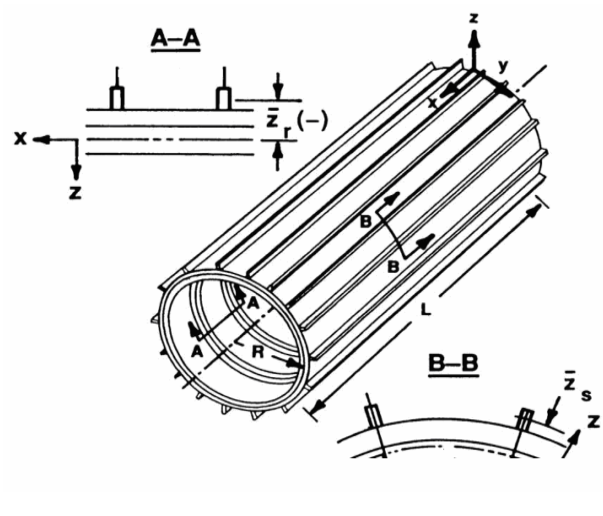
$$T_{shell}=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_0^{l}\left\{\begin{array}{l}\bar{\rho}\left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial v_0}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial w_0}{\partial t}\right)^2\right]+\\ 2Q\left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial \psi_x}{\partial t}\right)+\left(\frac{\partial v_0}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial \psi_\theta}{\partial t}\right)\right]+\\ I\left[\left(\frac{\partial \psi_x}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial \psi_\theta}{\partial t}\right)^2\right]\end{array}\right\}R\,dx\,d\theta \qquad (۱۰)$$

که در آن:

$$\begin{aligned}\bar{\rho}&=\sum_{k=1}^{n}\rho^k\left(z_k-z_{k-1}\right),\\ Q&=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n}\rho^k\left(z_k^2-z_{k-1}^2\right),\\ I&=\frac{1}{3}\sum_{k=1}^{n}\rho^k\left(z_k^3-z_{k-1}^3\right)\end{aligned} \qquad (۱۱)$$

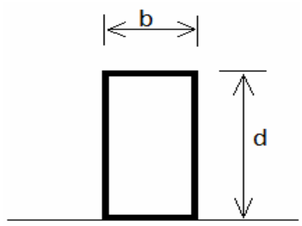
که در آن $\rho^k$ چگالی لایه k ام بوده و n نیز تعداد لایه ها است.

### ۱,۱,۱ ۲-۱-محاسبه انرژی تقویت کننده‌ها




**شکل ۳. پوسته استوانه ای تقویت شده**

در شکل شماره ۳ پوسته استوانه ای تقویت شده نمایش داده شده است. خارج از مرکزی تقویت کننده ها نیز که فاصله لایه میانی پوسته از لایه میانی تقویت کننده است، با $\bar{z}_r$ و $\bar{z}_s$ نشان داده شده اند که به ترتیب مربوط به استرینگر و رینگ هستند. تقویت کننده هایی که در پژوهش حاضر مورد بررسی قرارمی‌گیرند، همگی مقطع مستطیلی دارند و ارتفاع آنها با $d$ و ضخامت آنها با $b$ نمایش داده می‌شود(شکل ۴). این مقادیر با اندیس r متعلق به رینگها و با اندیس s متعلق به استرینگر ها می باشند.




**شکل ۴. مقطع یک تقویت کننده**

### ۱,۱,۲ ۲-۱-۱.انرژی رینگها

ابتدا موارد ذیل تعریف می شوند [۲،۴]:

$$I_{zri}=\frac{b_{ri}d_{ri}^3}{12},\qquad I_{xri}=\frac{b_{ri}^3d_{ri}}{12},$$
$$A_{ri}=b_{ri}d_{ri},\qquad \bar{z}_{ri}=\pm\frac{h+d_{ri}}{2},$$

$$J_{ri}=\frac{1}{3}\left[1-\frac{192b_{ri}}{\pi^5d_{ri}}\sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty}\frac{1}{n^5}\tanh\left(\frac{n\pi d_{ri}}{2b_{ri}}\right)\right]b_{ri}^3d_{ri} \qquad (۱۲)$$

در روابط ۱۲ اندیس $ri$ به معنای رینگ $i$ام است. $I_{xri},I_{zri}$ به ترتیب ممان دوم سطح مقطع رینگ حول محور هایی هستند که از مرکز سطح مقطع رینگ عبور کرده و با محور های z و x موازی باشند. $A_{ri}$ مساحت مقطع و $J_{ri}$ سفتی پیچشی رینگ می باشند. در نهایت $\bar{z}_{ri}$ نیز خروج از مرکز رینگ بوده که برای رینگ خارجی مقدار آن مثبت و برای رینگ داخلی مقدارش منفی است. انرژی پتانسیل کرنشی رینگ از رابطه زیر حاصل می شود [۲-۴]:

$$U_{ri}=\int_0^{2\pi}\left\{\begin{array}{l}\frac{E_{ri}I_{zri}}{2}\frac{1}{\left(R+\bar{z}_{ri}\right)}\left[\frac{\partial w_{ri}}{\partial x}+\frac{1}{\left(R+\bar{z}_{ri}\right)}\frac{\partial^2 u_{ri}}{\partial\theta^2}\right]^2+\\ \frac{E_{ri}I_{xri}}{2}\frac{1}{\left(R+\bar{z}_{ri}\right)^3}\left[w_{ri}+\frac{\partial^2 w_{ri}}{\partial\theta^2}\right]^2+\\ \frac{E_{ri}A_{ri}}{2}\frac{1}{\left(R+\bar{z}_{ri}\right)}\left[\frac{\partial v_{ri}}{\partial\theta}-w_{ri}\right]^2+\\ \frac{G_{ri}J_{ri}}{2}\frac{1}{\left(R+\bar{z}_{ri}\right)}\left[-\frac{\partial^2 w_{ri}}{\partial x\partial\theta}+\frac{1}{\left(R+\bar{z}_{ri}\right)}\frac{\partial u_{ri}}{\partial\theta}\right]^2\end{array}\right\}d\theta \qquad (۱۳)$$

که در آن:

$$u_{ri} = u_0 + \overline{z_{ri}}\psi_x ,$$
$$v_{ri} = v_0\left(1 + \frac{\overline{z_{ri}}}{R}\right) + \overline{z_{ri}}\psi_\theta ,$$
$$w_{ri} = w_0 \qquad (۱۴)$$

انرژی جنبشی رینگ از رابطه زیر بدست می آید:

$$T_{ri} = \frac{\rho_{ri}}{2}\int_0^{2\pi}\left\{\begin{array}{l} A_{ri}\left[\left(\frac{\partial u_{ri}}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_{ri}}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial w_{ri}}{\partial t}\right)^2\right] + \\ J_{ri}\left(\frac{\partial \psi_x}{\partial t}\right)^2 + I_{xri}\left(\frac{\partial \psi_\theta}{\partial t}\right)^2 \end{array}\right\}\left(R + \overline{z_{ri}}\right)d\theta \qquad (۱۵)$$

## ۱,۱,۳ ۲-۱-۲.انرژی استرینگرها

ابتدا موارد ذیل تعریف می شوند [۸]:

$$I_{ysi}(x) = \frac{b_{si}d_{si}^3(x)}{12},$$
$$I_{zsi}(x) = \frac{b_{si}^3 d_{si}(x)}{12},$$
$$A_{sj}(x) = b_{sj}d_{sj}(x),$$
$$\overline{z}_{sj}(x) = \pm\frac{h + d_{sj}(x)}{2}, \qquad (۱۶)$$

$$J_{sj}(x) = \frac{1}{3}\left[1 - \frac{192 b_{sj}}{\pi^5 d_{sj}(x)}\sum_{n=1,3,5,\ldots}^{\infty}\frac{1}{n^5}\tanh\left(\frac{n\pi d_{sj}(x)}{2b_{sj}}\right)\right]b_{sj}^3 d_{sj}(x)$$

در روابط ۱۶ اندیس sj به معنای استرینگر j ام است. $I_{ysj}, I_{zsj}$ به ترتیب ممان دوم سطح مقطع حول دو محور عمود بر هم هستند.. $A_{sj}(x)$ مساحت مقطع است و $J_{sj}(x)$ سفتی پیچشی استرینگر می‌باشد. در نهایت $\overline{z}_{sj}(x)$ نیز خروج از مرکز استرینگر بوده که برای استرینگر خارجی مقدار آن مثبت و برای استرینگر داخلی مقدارش منفی است.

انرژی پتانسیل کرنشی استرینگر از رابطه زیر بدست می‌آید [۸]:

$$U_{sj} = \frac{E_{sj}}{2}\int_0^l\left\{\begin{array}{l} I_{ysj}\left[\frac{\partial^2 w_{sj}}{\partial x^2}\right]^2 + \\ I_{zsj}\left[\frac{\partial^2 v_{sj}}{\partial x^2}\right]^2 + \\ A_{sj}\left[\frac{\partial u_{sj}}{\partial x}\right]^2 \end{array}\right\}dx + \int_0^l\frac{G_{sj}J_{ysj}}{2R^2}\left[\frac{\partial^2 w_{sj}}{\partial x\,\partial\theta}\right]^2 dx \qquad (۱۷)$$

که در آن:

$$u_{sj} = u_0 + \overline{z_{sj}}\psi_x ,$$
$$v_{sj} = v_0\left(1 + \frac{\overline{z_{sj}}}{R}\right) + \overline{z_{sj}}\psi_\theta ,$$
$$w_{sj} = w_0 \qquad (۱۸)$$

انرژی جنبشی استرینگر از رابطه زیر بدست می آید:

$$T_{sj} = \frac{\rho_{sj}}{2}\int_0^l\left\{\begin{array}{l} A_{sj}\left[\left(\frac{\partial u_{sj}}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_{sj}}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial w_{sj}}{\partial t}\right)^2\right] + \\ J_{sj}\left(\frac{\partial \psi_\theta}{\partial t}\right)^2 + I_{xsj}\left(\frac{\partial \psi_x}{\partial t}\right)^2 \end{array}\right\}\left(R + \overline{z_{sj}}\right)d\theta \qquad ۱۷)$$
(

## ۱,۱,۴ ۲-۲-بررسی تاثیر سیال درونی در ارتعاشات پوسته استوانه‌ای

برای بررسی تاثیر مایع درونی بر ارتعاشات پوسته باید ابتدا با استفاده از یک مدل ریاضی به تحلیل برهم کنش جامد و سیال در سطح تماس این دو پرداخت. مدل ریاضی مذکور بر اساس فرضیات ذیل استوار است [۵،۷]:

- جریان سیال از نوع جریان پتانسیل است.
- سیال ایده آل است یعنی غیر ویسکوز و تراکم ناپذیر است.
- جابجایی ها کوچکند بنابراین می‌توان از تئوری خطی استفاده کرد.
- سرعت سیال در راستای محور استوانه برابر با صفر است.
- از اثرات موجهای سطحی سیال صرف نظر شده است.

با توجه به فرض اول که جریان سیال، جریان پتانسیل فرض شده است می توان تابع پتانسیل سرعت در دستگاه مختصات استوانه ای را به شکل زیر بیان کرد:

$$\nabla^2\Phi = 0$$
$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}=0 \qquad (۱۸)$$

که در آن $\Phi$ تابع پتانسیل سرعت سیال است. $x$ مولفه محوری، $\theta$ مولفه محیطی و $r$ مولفه شعاعی در دستگاه استوانه‌ای هستند. اجزای سرعت جریان سیال با عبارت زیر محاسبه می‌شوند.

$$V_x=\frac{\partial\Phi}{\partial x}$$
$$V_\theta=\frac{1}{R}\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} \qquad (۱۹)$$
$$V_r=\frac{\partial\Phi}{\partial r}$$

$V_r, V_\theta, V_x$ مولفه های سرعت سیال به ترتیب در راستاهای محوری، محیطی و شعاعی هستند. برای بدست آوردن اثرات سیال باید شرایط مرزی تاثیرات متقابل سیال و جامد در معادلات سیال اعمال شود. بدین منظور با توجه به این امر که در نقطه تماس سیال با پوسته، سیال نمی‌تواند در پوسته فرو رود و همیشه تماس دائمی بین سطح داخلی پوسته ولایه پیرامونی سیال وجود دارد، بنابراین سرعت شعاعی سیال با سرعت شعاعی پوسته در نقطه تماس این دو، مقداری یکسان است. این فرضیات را می‌توان با عبارات زیر بیان نمود:

$$V_{r|r=R}=\frac{\partial\Phi}{\partial r}\Big|_{r=R}=\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)_{r=R} \qquad (۲۰)$$

برای حل معادله دیفرانسیل تابع پتانسیل سرعت می‌توان از روش جداسازی متغییر ها استفاده کرد. بنابراین پتانسیل سرعت را به صورت ضرب دو تابع زیر در نظر می‌گیریم:

$$\Phi(x,\theta,r,t)=R(r)S(x,\theta,t) \qquad (۲۱)$$

برای بدست آوردن تابع $S(x,\theta,t)$ می توان از اعمال شرایط مرزی رابطه۲۰ بهره جست. با اعمال شرایط مرزی و جاگذاری رابطه فوق در رابطه شرط مرزی، رابطه ۲۲ حاصل خواهد شد.

$$\Phi(x,\theta,r,t)=\frac{R(r)}{\left(\frac{\partial R(r)}{\partial r}\right)_{r=R}}\frac{\partial w(x,\theta,t)}{\partial t} \qquad (۲۲)$$

که در آن $w$، جابجایی پوسته در جهت شعاعی است.

با جایگذاری رابطه ۲۲ در معادله پتانسیل جریان (رابطه ۱۸) ، و انجام ساده سازی در روابط، تابع هموزن بسل حاصل خواهد شد.

$$r^2\frac{d^2R(r)}{dr^2}+r\frac{dR(r)}{dr}+R(r)[i^2k_r^2r^2-n^2]=0 \qquad (۲۳)$$

که در آن $k_r$ تعداد نیم موجهای شعاعی است و عبارت است از :

$$k_r^2=\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2-\left(\frac{\omega}{c_f}\right)^2 \qquad (۲۴)$$

برای پوسته ای که در معرض مایع درونی قرار دارد، ضریب $R(r)$ در رابطه ۲۳ همواره منفی است، به همین دلیل جواب عمومی معادله ۲۳ به صورت ذیل بیان می‌شود:

$$R(r)=AJ_n(ik_rr)+BY_n(ik_rr) \qquad (۲۵)$$

که در آن $J_n$ تابع بسل نوع اول و $Y_n$ تابع بسل نوع دوم از مرتبه $n$ هستند و $r$ مولفه شعاعی در دستگاه مختصات استوانه‌ای می باشد. برای استوانه پرشده از مایع، ثابت $B$ باید برابر صفر قرار داده شود زیرا که تابع در مرکز استوانه ($r=0$) تکین است.

انرژی جنبشی مایع که حاصل از حرکت مایع به خاطر جابجایی سطح پوسته است عبارت است از:

$$T_{fl}=\frac{1}{2}\rho_{fl}\int_0^R\int_0^{2\pi}\int_0^l rv^2\,dx\,d\theta\,dr \qquad (۲۶)$$

که در آن $v$ سرعت ، و $\rho_{fl}$ چگالی سیال است.

مجذور سرعت سیال عبارت است از مجموع مجذور المانهای سرعت سیال در جهات محوری، محیطی و شعاعی:

$$v^2=v_x^2+v_\theta^2+v_r^2 \qquad (۲۷)$$

با غیر قابل تراکم در نظر گرفتن سیال و همچنین چشم پوشی از اثرات موجهای سطحی، انرژی پتانسیل سیال برابر صفر خواهد بود.

### ۱٫۱٫۵ ۲-۲-تشکیل تابع پتانسیل انرژی

اکنون با داشتن انرژی های پتانسیل و جنبشی برای پوسته، سیال و تقویت کننده‌ها، می‌توان تابع پتانسیل انرژی را به شکل زیر تشکیل داد که در آن $o$ تعداد رینگها و $p$ تعداد استرینگرها است:

$$F = T_{fl} - U_{shell} + T_{shell} + \sum_{i=1}^{o}\left(T_{ri} - U_{ri}\right) + \sum_{j=1}^{p}\left(T_{sj} - U_{sj}\right)$$

(۲۸)

در رابطه فوق، $T_{fl}$ انرژی جنبشی سیال، $U_{shell}$ انرژی پتانسیل کرنشی پوسته، $T_{shell}$ انرژی جنبشی پوسته، $T_{ri}$ انرژی جنبشی یک رینگ، $U_{ri}$ انرژی پتانسیل کرنشی یک رینگ، $T_{sj}$ انرژی جنبشی یک استرینگر و $U_{sj}$ انرژی پتانسیل کرنشی یک استرینگر هستند.

### ۱,۱,۶ ۲-۲-حل مسئله

برای حل مسئله از روش ریلی-ریتز استفاده می‌شود [۶،۷]. این روش بر اصل انرژی پتانسیل کمینه استوار است. بر اساس روش ریلی-ریتز برای اینکه انرژی پتانسیل که تابعی از ضرایب $A,B,C,D,E$ است، حداقل باشد بایستی مشتقات پتانسیل انرژی کل نسبت به ضرایب بکار رفته در میدان جابجایی صفر گردند. بنابراین از تابع پتانسیل انرژی کل سیستم نسبت به ضرایب مذکور مشتق گرفته مساوی صفر قرار می‌دهیم. یک دستگاه ۵ معادله و ۵ مجهول حاصل می‌شود که $A,B,C,D,E$ مجهولات آن هستند. با مرتب سازی عبارات بصورت رابطه ماتریسی زیر ساده می‌شود:

$$\left[\left[K\right] - \omega^2\left[M\right]\right]\begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{Bmatrix} = 0 \qquad (۲۹)$$

که در آن $K$ ماتریس سفتی سازه، $M$ ماتریس جرمی هستند. درایه های ماتریس $K$ شامل ابعاد هندسی و خصوصیات فیزیکی سازه است. برای تعیین جوابهای غیر بدیهی رابطه(۲۹) باید یک مسئله مقدار ویژه تعمیم یافته را حل نمود. برای اینکه دستگاه (۲۹) جواب غیر بدیهی داشته باشد، بایستی دترمینان ضرایب را برابر صفر قرار داد:

$$\left|K - \omega^2 M\right| = 0 \qquad (۳۰)$$

از رابطه فوق فرکانسهای طبیعی به ازای هر یک از مودهای $(m,n)$ بدستخواهدآمد.

## ۱,۱,۷ ۳-مقایسه نتایج

### ۱,۱,۸ ۳-۱-مقایسه نتایج برای پوسته ایزوتروپیک تقویت شده با رینگ و استرینگر

مشخصات پوسته و تقویت کننده‌ها مطابق جدول ذیل است:

| مشخصه | اندازه |
|---|---|
| تعداد استرینگر/رینگ | 13/20 |
| شعاع | 0.203m |
| ضخامت | 0.00204m |
| طول | 0.813m |
| ارتفاع استرینگر/رینگ | 0.006/0.006m |
| عرض استرینگر/رینگ | 0.004/0.008m |
| E | 207 Gp |
| ν | 0.3 |
| ρ | 7430 kg/m3 |

در جدول ۱ فرکانسهای طبیعی پژوهش حاضر با یک پژوهش آزمایشگاهی و یک پژوهش تحلیلی مقایسه شده‌است.

| m | n | Experimental [۱۰] | Mustafa,ali [۹] | تحقیق حاضر |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۹۳۸ | ۹۴۲ | **۹۲۹** |
| ۱ | ۲ | ۴۴۳ | ۴۳۹ | **۴۳۰** |
| ۱ | ۳ | ۳۴۸ | ۳۳۷ | **۳۳۴** |
| ۱ | ۴ | ۴۹۲ | ۴۸۲ | **۴۸۵** |
| ۱ | ۵ | ۷۴۵ | ۷۴۰ | **۷۳۹** |

**جدول ۱- مقایسه نتایج مربوط به پوسته ایزوتروپ تقویت شده با رینگ و استرینگر بدون سیال درونی**

همانطور که ملاحظه می‌شود همگرایی مناسبی بین فرکانسهای مراجع و فرکانس بدست آمده از تحقیق حاضر وجود دارد.

### ۱٫۱٫۹ ۳-۱-مقایسه نتایج برای پوسته ایزوتروپیک پر شده از مایع

مشخصات پوسته و مایع مطابق جدول ذیل است:

| اندازه | مشخصه |
|---|---|
| 0.9 | شعاع |
| 60 | نسبت شعاع به ضخامت |
| 24.98 | نسبت طول به شعاع |
| 1000 | چگالی سیال |
| 7812 | چگالی پوسته |
| 203.4 Gp | E |
| 0.3 | ν |

در جدول ذیل فرکانسهای طبیعی پژوهش حاضر با چند مرجع مقایسه شده است. واحد فرکانس ها هرتز است.

| تحقیق حاضر | تورانی و لاکیس | نیوردسن | لاکیس و سینو | m |
|---|---|---|---|---|
| 4.268 | 4.1965 | 4.504 | 4.549 | 1 |
| 16.349 | 16.062 | 17.257 | 17.46 | 2 |
| 34.455 | 34.225 | 36.361 | 37.131 | 3 |
| 56.473 | 55.63 | 59.594 | 62.115 | 4 |

**جدول ۲- مقایسه نتایج مربوط به پوسته ایزوتروپ با سیال درونی**

همانطور که ملاحظه می‌شود همگرایی مناسبی بین فرکانسهای مراجع و فرکانس بدست آمده از تحقیق حاضر وجود دارد.

## ۴-بررسی نتایج

در این قسمت به بررسی فرکانسهای طبیعی سیستم در حالات مختلف پرداخته خواهد شد و تاثیر عوامل مختلف بر فرکانسهای طبیعی بررسی خواهد شد. از میان عوامل بررسی شده می‌توان به تاثیر سیال، ابعاد تقویت کننده‌ها و نحوه توزیع تقویت کننده‌ها در سطح پوسته بر فرکانس های طبیعی نام برد.

مشخصات هندسی پوسته ای که در این فصل مورد مطالعه قرار گرفته است:

| مشخصه | اندازه |
|---|---|
| L | 1m |
| R | 0. 2m |
| ضخامت | 0.002m |

مشخصات برخی مواد که در قسمت های مختلف بررسی نتایج مورد استفاده قرار خواهد گرفت، در جدول ذیل بیان شده است.

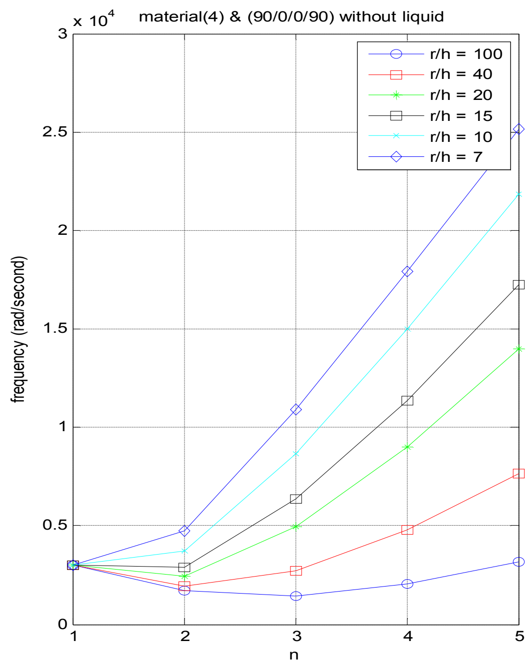
| شماره ماده | نام ماده | E11 (GPa) | E22 (GPa) | G12 (GPa) | ν | ρ (kg/m3) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱ | فولاد | 206 | 206 | | 0.3 | 7800 |
| ۲ | شیشه/ اپوکسی | 19 | 7.6 | 4.1 | 0.26 | 1643 |
| ۳ | گرافیت/ اپوکسی | 110.31 | 15.17 | 4.96 | 0.25 | 1577 |
| ۴ | کربن/ اپوکسی | 139.4 | 8.35 | 3.1 | 0.268 | 1542 |

**جدول ۳- مشخصات مواد مختلف مورد استفاده در این فصل**

شایان ذکر است که در تمامی قسمتهای بررسی شده در این پروژه جنس تقویت کننده‌ها از فولاد است و در صورت وجود سیال، آب مورد نظر است. شرایط مرزی پوسته در تمامی قسمتها دو سر ساده می‌باشد.

## ۳-۱-بررسی تاثیر نسبت شعاع به ضخامت بر فرکانس های طبیعی پوسته بدون تقویت کننده و سیال

برای یک پوسته کامپوزیتی از جنس ماده ۴ و لایه گذاری 90/0/0/90 ، فرکانس طبیعی برای مقادیر مختلف r/h در نمودار ۱ آمده است.

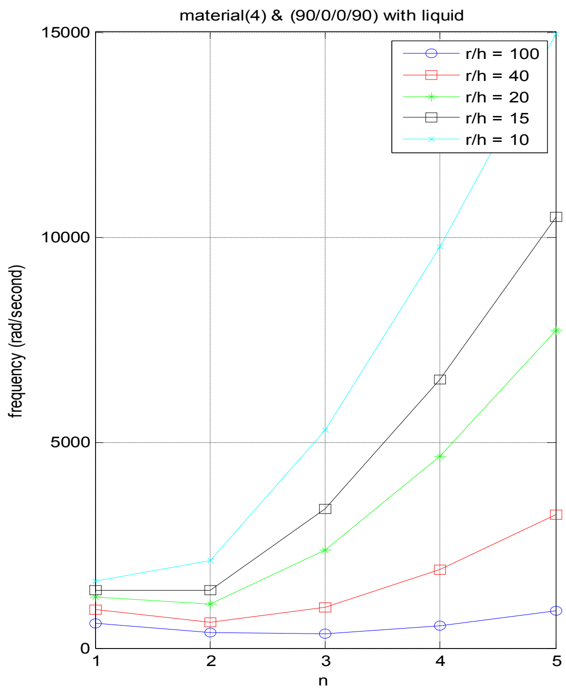



**نمودار ۱- تاثیر نسبت شعاع به ضخامت بر فرکانس‌های طبیعی پوسته بدون مایع درونی**

با توجه به نمودار فوق، هرچه نسبت r/h کاهش یابد فرکانس های طبیعی در مودهای مختلف افزایش می‌یابد. البته در مود n=1 استثنا وجود دارد و با تغییر نسبت r/h ، تغییری در فرکانس طبیعی بوجود نمی‌آید.

## ۳-۱-بررسی تاثیر نسبت شعاع به ضخامت بر فرکانس‌های طبیعی پوسته بدون تقویت کننده و دارای سیال درونی

برای یک پوسته کامپوزیتی، محتوی مایع و از جنس ماده ۴ و لایه گذاری 90/0/0/90 ، فرکانس طبیعی برای مقادیر مختلف r/h در نمودار ۲ آمده است.



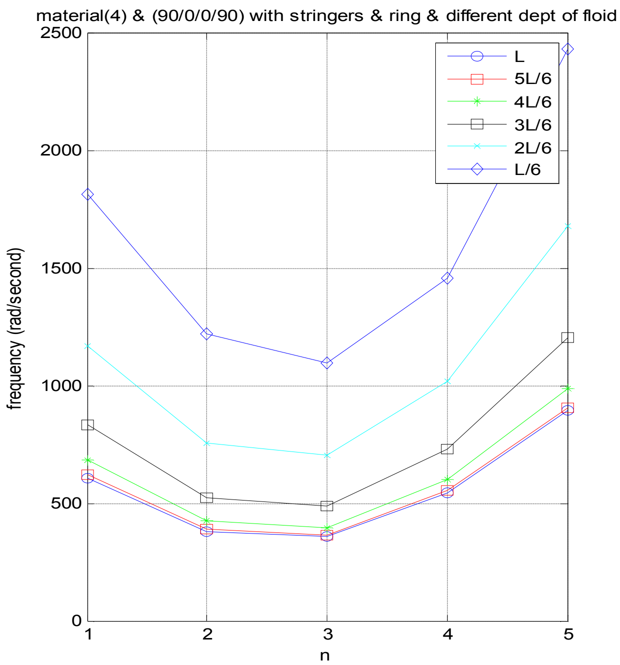

**نمودار ۲- تاثیر نسبت شعاع به ضخامت بر فرکانس‌های طبیعی پوسته با مایع درونی**

با توجه به نمودار فوق، هرچه نسبت r/h کاهش یابد فرکانس های طبیعی در مودهای مختلف افزایش می‌یابد. بر خلاف حالت بدون سیال که در n=1 با تغییر نسبت r/h ، تغییری در فرکانس طبیعی بوجود نمی‌آمد، در حالتی که مایع درونی وجود دارد، کاهش r/h سبب افزایش فرکانس طبیعی در این مود نیز خواهد شد.

## ۳-۲-تاثیر میزان سیال درون پوسته بر فرکانس‌های طبیعی

اگر محور پوسته به صورت عمودی فرض شود مایع درون آن می‌تواند عمق های مختلفی داشته باشد. در این قسمت فرکانس طبیعی پوسته حاوی مقادیر مختلف مایع درونی با یکدیگر مقایسه شده است.

همانطور که در نمودار ۳ ملاحظه می‌شود، عمق سیال از L که پوسته کاملا پر از سیال است تا L/6 تغییر کرده و مقادیر فرکانس طبیعی برای m=1 و n از ۱ تا ۵ رسم شده است. ملاحظه می‌شود که با افزایش عمق سیال، فرکانسهای طبیعی کاهش می‌یابد. تاثیر مقدار کم سیال بر فرکانس طبیعی بسیار قابل توجه است. ملاحظه می‌شود که تفاوت فرکانس در عمق L/6 و 2L/6 مقدار قابل ملاحظه‌ای است اما تفاوت بین فرکانس‌های 5L/6 , L بسیار کم است.




**نمودار ۳- تاثیر ارتفاع سیال بر فرکانس های طبیعی پوسته با مایع درونی**

## ۳-بهینه سازی توسط الگوریتم ژنتیک

### ۳-۱-مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک

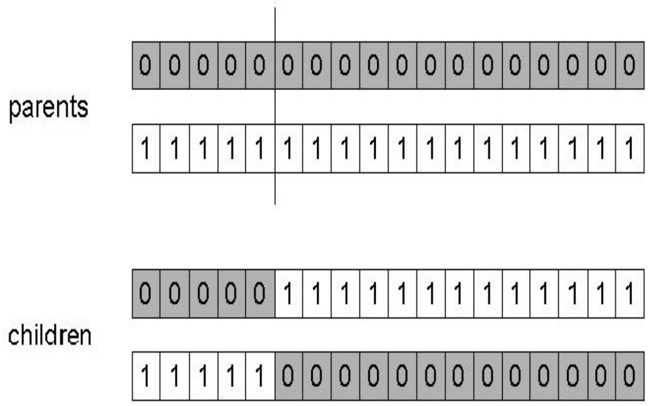
اکنون مراحل مختلف اجرای الگوریتم ژنتیک بیان می‌شود. ابتدا با توجه به صورت مسئله متغیرهایی که باید مورد بررسی قرار گیرند معین شده، کد گذاری می‌شوند و بصورت کروموزوم در می‌آمده، سپس بر اساس نوع بهینه سازی و قیود حاکم تابع برازندگی تعریف شده و همچنین یک جمعیت اولیه در نظر گرفته خواهد شد. مقدار تابع برازندگی است که باید ماکزیمم و یا مینیمم شود و خواسته ما بدست آوردن کروموزومهایی است که تابع برازندگی را بیشینه خواهند کرد. مقدار جمعیت اولیه ( نسل اولیه ) بسته به نوع مسئله باید مقدار مناسبی تعیین شود. نسل بعدی از بین فرزند ها، مقادیر جهش یافته و یک یا چند عضو از نسل حاضر که دارای بهترین مقدار برای تابع برازندگی هستند، انتخاب خواهند شد.

مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک را می توان به شکل زیر بیان کرد:

۱- نسل اولیه معمولا با استفاده از یک تابع تصادفی ایجاد می‌شود.
۲- مقدار تابع برازندگی را برای تک تک اعضای نسل حاضر بدست آورده می‌شود
۳- نسل حاضر بر اساس مقدار تابع برازندگی شان مرتب می‌شوند (sort)
۴- با یک احتمال تعیین شده، عملگر تقاطع (crossover) به صورت دو به دو بر روی نسل حاضر که همان والدین هستند اعمال شده و نسل بعدی ( فرزند (ها) ایجاد خواهند شد.
۵- با احتمال تعیین شده، عملگر جهش بر روی یک یا چند عضو از نسل حاضر اعمال می‌شود.
۶- نسل بعدی از بین فرزندها، بهترینهای نسل حاضر و مقادیر جهش یافته تعیین می‌شوند.
۷- در صورتی که شرط توقف الگوریتم در مورد مقدار تابع برازندگی براورده شده باشد، به سطر ۸ رفته در غیر اینصورت به سطر ۲ باز می‌گردد.
۸- مقادیر بهینه کننده و مقدار تابع برازندگی نمایش داده خواهد شد.

#### ۱٫۲ ۳-۱- *عملگر تقاطع* (crossover)

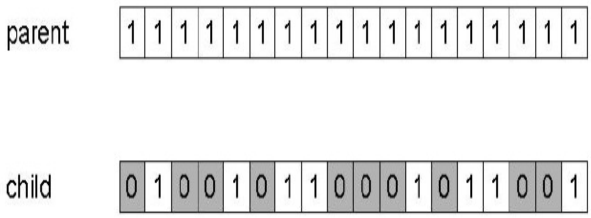
بر روی دو والد عمل کرده و دو فرزند را حاصل می‌دهد. این عملگر را به شکلهای مختلفی می‌توان اعمال کرد. در زیر مثالی از عملگر تقاطع که بر روی دو والد که در مبنای دو نوشته شده‌اند نشانداده شده است:




احتمال انجام عملگر تقاطع بر روی نسل حاضر باید مقدار بالایی انتخاب شود (معمولا بیشتر از 0.8).

#### ۱٫۳ ۳-۱-*عملگر جهش* (mutation)

این عملگر بر روی یک مقدار اعمال شده و نتیجه یک مقدار جهش یافته است. یک مثال برای عملگر جهش بصورت زیر است:



احتمال انجام عملگر جهش باید مقدار پایینی انتخاب شود (معمولا کمتر از 0.1).

### ۱,۴ ۳-بدست آوردن حالتهای بهینه ارتعاشات آزاد با استفاده از الگوریتم ژنتیک

#### ۱,۴,۱ ۳-۱-بدست آوردن بهترین زوایای الیاف برای پوسته کامپوزیتی لایه‌ای

پوسته کامپوزیتی لایه‌ای با ۴ لایه در نظر گرفته می‌شود. جنس لایه ها از ماده شماره ۴ انتخاب شده است. هدف بدست آوردن بهترین زاویه الیاف برای این ۴ لایه است. به عبارت دیگر می‌خواهیم بدانیم کدام چیدمان برای زاویه الیاف بیشترین فرکانسهای طبیعی را حاصل می‌کند.

بدین منظور با جمعیت اولیه ۱۰ عضوی شروع خواهیم کرد. یعنی یک ماتریس ۱۰ در ۴ که هر یک از سطر های ۱۰ گانه آن دارای ۴ مقدار برای زوایای ۴ لایه است. این مقادیر برای جمعیت اولیه بصورت تصادفی از عددی بین ۰ تا ۱۸۰ تولید می‌شوند.

| پارامتر بهینه سازی | محدوده تغییرات زاویه |
|---|---|
| زاویه الیاف در لایه اول | 0 - 180 |
| زاویه الیاف در لایه دوم | 0 - 180 |
| زاویه الیاف در لایه سوم | 0 - 180 |
| زاویه الیاف در لایه چهارم | 0 - 180 |

تابع برازندگی، فرکانس طبیعی پایه برای پوسته‌ای با هر یک از زاویه های داده شده است. برای هر یک از ۱۰ عضو، می‌بایست فرکانس طبیعی برای چند مودی که احتمال بیشتری برای ظهور فرکانس پایه در آنها وجود دارد، بدست آید. حال با مقایسه فرکانس‌های مودهای مذکور، فرکانس کمینه، فرکانس پایه خواهد بود. با مقایسه ۱۰ مقدار بدست آمده برای فرکانسهای پایه، بزرگترین مقادیر به عنوان نسل برگزیده بدون تغییر به نسل بعد می‌روند.

بقیه اعضای نسل آینده با اعمال عملگر تقاطع (با احتمال بالاتر) و عملگر جهش (با احتمال پایین) از نسل حاضر تولید شده و نسل آینده را تشکیل می‌دهند.

در هر مرحله از اجرای الگوریتم مواردی که در فوق بدان اشاره شد اجرا شده و پی‌درپی تکرار می‌شود. بهترین مقادیر بدست آمده از مراحل مختلف را در یک آرایه ذخیره کرده و پس از چندین بار اجرای الگوریتم برای مشاهده روند پیشرفت الگوریتم، نمودار آن را رسم می‌کنیم.

مقدار بدست آمده از الگوریتم ژنتیک برای بالاترین فرکانس پایه و همچنین زوایای لایه‌های مربوط به آن به شرح زیر است:

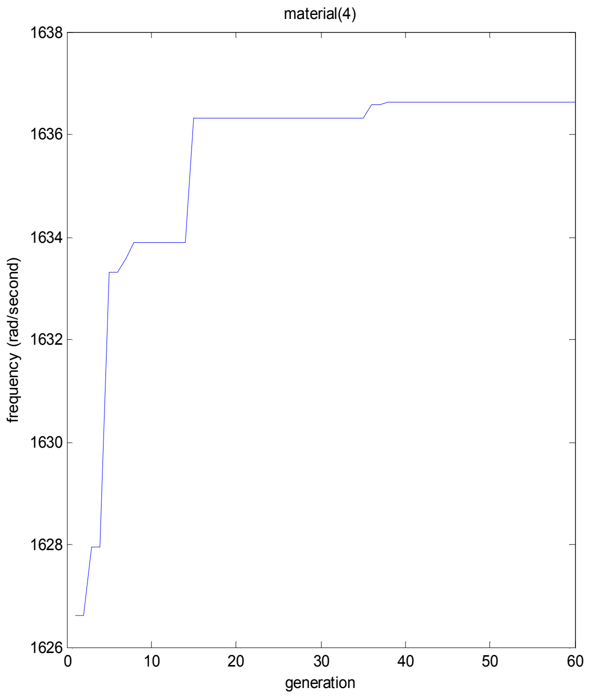
**Max frequency = 1637 rad/sec**

**mode n=3 , m=1**

**Fiber angles = [104.3/0.7/159/42.5]**

لازم به ذکر است که مبنای اندازه گیری زوایا، خطی عمود بر محور استوانه است یعنی الیاف موازی با محور استوانه دارای زاویه ۹۰ درجه هستند.

بهترین فرکانس پایه بدست آمده در هر نسل در نمودار زیر رسم شده است. مقدار بدست آمده برای زوایای بهینه الیاف، پس از اجرای الگوریتم ژنتیک در ۶۰ نسل بدست آمده است.




**نمودار ۴- بالاترین فرکانس‌های طبیعی در هر نسل برای الیاف با زوایای مختلف**

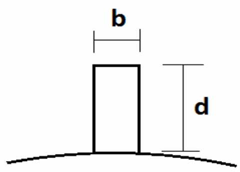
*۱٫۵ ۳-۱-بدست آوردن مقطع مستطیلی بهینه برای استرینگر در حالت بدون مایع*

پوسته کامپوزیتی از جنس ماده شماره ۲ با لایه گذاری 90/0/0/90 و با ۸ استرینگر تقویت شده است. مشخصات پوسته به شرح زیر است:

| مشخصه | اندازه |
|---|---|
| تعداد استرینگر | 8 |
| شعاع پوسته | 0.2m |
| ضخامت پوسته | 0.01m |
| طول | 1m |
| مساحت مقطع استرینگر | 0.0004m^2 |
| لایه گذاری | 90/0/0/90 |
| شماره جنس ماده پوسته | 2 |

مساحت مقطع استرینگر 0.0004 متر مربع در نظر گرفته شده و در همه موارد ثابت است. هدف بدست آوردن بهترین مقدار برای ارتفاع (d) و عرض (b) استرینگر است به نحوی که فرکانس پایه در آن ماکزیمم باشد. البته تقویت کننده نباید بیش از حد نازک شود، بنابر این محدودیتی برای ابعاد مقطع تقویت کننده به شکل زیر تعیین شده است:

$0.1 < (d/b) < 10$




**شکل ۵ مقطع یک استرینگر**

بنابراین برای مساحت مقطع بیان شده، بیشینه و کمینه ابعاد برای استرینگر به ترتیب برابر ۰٫۰۶۳۲۵ و ۰٫۰۰۶۳۲۵ می‌باشد. بر طبق شرایط مطرح شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک مقدار بهینه برای ابعاد استرینگر را می‌توان بدست آورد.

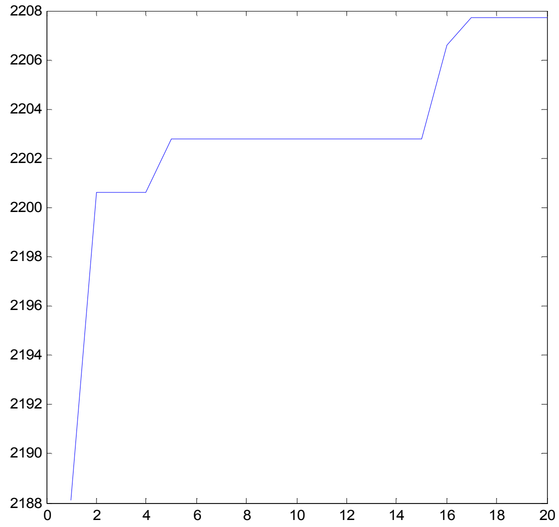
با استفاده از الگوریتم ژنتیک با جمعیت اولیه ۱۰ عضوی و با ۲۰ تولید نسل مقادیر ذیل بدست آمده است:

**Max frequency = 2208 rad/sec**

**mode n=3 , m=1**

**d = 0.06325 m , b = 0.006325 m**

بیشترین مقادیر فرکانس پایه در هر یک از نسلها در نمودار ۵ رسم شده است.




**نمودار ۵- بالاترین فرکانس‌های طبیعی در هرنسل برای نسبتهای مختلف d/b**

*۱٫۶ ۳-۱-بدست آوردن مقطع مستطیلی بهینه برای استرینگر در حضور مایع درونی*

پوسته کامپوزیتی محتوی مایع از جنس ماده شماره ۲ با لایه گذاری 90/0/0/90 و با ۸ استرینگر تقویت شده است. مشخصات پوسته به شرح زیر است:

| مشخصه | اندازه |
|---|---|
| تعداد استرینگر | 8 |
| شعاع | 0.2 m |
| ضخامت | 0.01 m |
| طول | 1m |
| مساحت مقطع استرینگر | 0.0004 m^2 |
| لایه گذاری | 90/0/0/90 |
| شماره جنس ماده پوسته | 2 |
| چگالی سیال | 1000 kg/m3 |

مساحت مقطع استرینگر 0.0004 متر مربع در نظر گرفته شده و در همه موارد ثابت است. هدف بدست آوردن بهترین مقدار برای ارتفاع (d) و عرض (b) استرینگر است به نحوی که فرکانس پایه در آن ماکزیمم باشد. البته تقویت کننده نباید بیش از حد نازک شود، بنابر این محدودیتی برای ابعاد مقطع تقویت کننده به شکل زیر تعیین شده است:

$0.1 < (d/b) < 10$

بنابراین برای مساحت مقطع بیان شده، بیشینه و کمینه ابعاد برای استرینگر به ترتیب برابر ۰٫۰۶۳۲۵ و ۰٫۰۰۶۳۲۵ می‌باشد. بر طبق شرایط مطرح شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک مقدار بهینه برای ابعاد استرینگر را می‌توان بدست آورد.

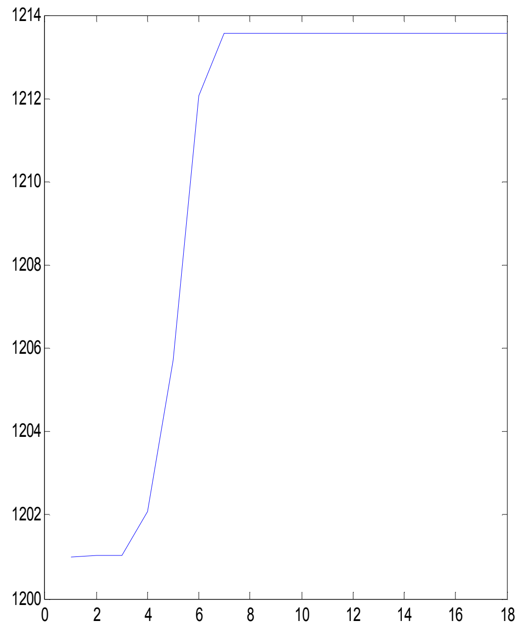
با استفاده از الگوریتم ژنتیک با جمعیت اولیه ۱۰ عضوی و با ۱۸ تولید نسل مقادیر ذیل بدست آمده است:

**Max frequency = 1214 rad/sec**

**in mod n=2 , m=1**

**d = 0.06325 m , b = 0.006325 m**

بیشترین مقادیر فرکانس پایه در هر یک از نسلها در نمودار زیر رسم شده است.



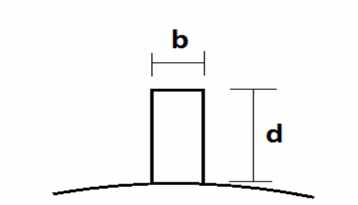

**نمودار ۶- بالاترین فرکانس‌های طبیعی برای پوسته محتوی مایع در هرنسل برای نسبتهای مختلف d/b**

*۱٫۷ ۳-۱-بهینه سازی پوسته استوانه‌ای تقویت شده با رینگ و استرینگر محتوی مایع*

پوسته‌ی استوانه‌ای از جنس ماده ۲ محتوی آب با مشخصات ذکر شده در جدول ذیل مفروض است.

| مشخصه | اندازه |
|---|---|
| شعاع | 0.2m |
| ضخامت | 0.005m |
| طول | 1m |
| لایه گذاری | 90/0/0/90 |
| شماره جنس ماده پوسته | 2 |
| مساحت مقطع رینگها و استرینگرها | 0.0001 m^2 |
| جنس استفاده شده در تقویت کننده ها | فولاد |

هدف بهینه سازی فرکانسی و وزنی پوسته تقویت شده محتوی مایع است. پوسته دارای رینگ و استرینگر است که تعداد بهینه هر یک توسط برنامه کامپیوتری الگوریتم ژنتیک بدست خواهد آمد. همچنین مساحت مقطع رینگها و استرینگر ها مقدار ثابت ۰٫۰۰۰۱ متر مربع است اما نسبت بهینه ارتفاع به عرض آنها یعنی (d/b) نیز توسط برنامه کامپیوتری مشخص خواهد شد. b,d در شکل زیر نشان داده شده است.




ابتدا باید تابع برازندگی بدست آید. مقدار فرکانس طبیعی پایه باید ماکزیمم شود حال آنکه مقدار وزن باید مینیمم شود. بدین منظور فرکانس پایه در صورت تابع برازندگی قرار گرفته و وزن در مخرج قرار می‌گیرد. اما فرکانس و وزن از یک جنس نیستند بنابراین برای همجنس کردن، آن‌ها را بی‌بعد می‌کنیم. بدین منظور فرکانس پایه پوسته تقویت شده با سیال را بر فرکانس پوسته بدون تقویت کننده و سیال تقسیم کرده و نتیجه را در صورت قرار می-دهیم. همچنین وزن پوسته تقویت شده بر وزن پوسته بدون تقویت کننده تقسیم شده و نتیجه در مخرج قرار می‌گیرد.

| مشخصه | پارامتر |
|---|---|
| فرکانس پایه پوسته تقویت شده باسیال | $\omega s$ |
| فرکانس پایه پوسته بدون تقویت کننده باسیال | $\omega$ |
| وزن پوسته تقویت شده | $ws$ |
| وزن پوسته بدون تقویت کننده | $w$ |

اگر موارد ذکر شده را مطابق جدول فوق نامگذاری کنیم تابع برازندگی به شکل زیر حاصل می‌شود.

$$fitness = \frac{\left(\omega s /_{\omega}\right)}{\left(ws /_{w}\right)}$$

پارامترهای بهینه سازی و محدوده تغییرات آنها به شرح زیر است:

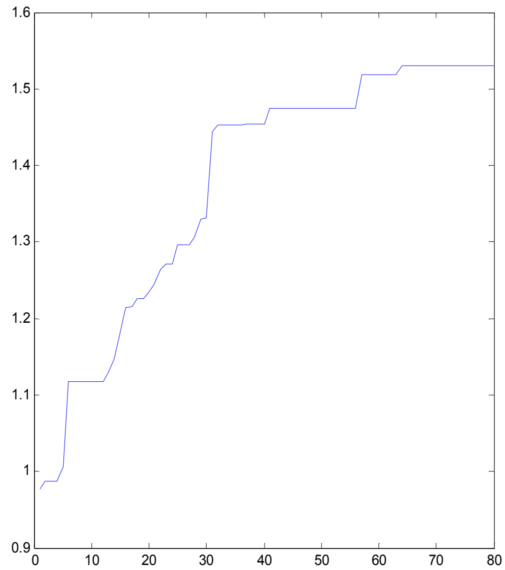
| محدوده تغییرات | پارامتر بهینه سازی |
|---|---|
| 0.1 - 10 | نسبت ارتفاع به عرض رینگ (d/b) |
| 0.1 - 10 | نسبت ارتفاع به عرض استرینگر (d/b) |
| 0 - 20 | تعداد رینگها |
| 0 - 20 | تعداد استرینگر ها |

| بهترین نتیجه در نسل اول | پوسته بدون تقویت کننده | پارامتر |
|---|---|---|
| 0.976 | 1 | تابع برازندگی |
| 4.76 | - | نسبت ارتفاع به عرض رینگ (d/b) |
| 1.07 | - | نسبت ارتفاع به عرض استرینگر (d/b) |
| 17 | - | تعداد رینگها |
| 5 | - | تعداد استرینگر ها |
| 909 rad/sec | 392 rad/sec | فرکانس طبیعی پایه |
| 25.02 kg | 10.323 kg | وزن پوسته تقویت شده |
| m = 1, n = 2 | m = 1, n = 2 | مود |

با جمعیت اولیه ۱۰ عضوی و با ۸۰ تولید نسل مقادیر بهینه زیر بدست آمد:

| مقدار بهینه | پارامتر ها |
|---|---|
| 1.54 | تابع برازندگی |
| 9.73 | نسبت ارتفاع به عرض رینگ (d/b) |
| 9.68 | نسبت ارتفاع به عرض استرینگر (d/b) |
| 5 | تعداد رینگها |
| 4 | تعداد استرینگر ها |
| 912 rad/sec | فرکانس طبیعی پایه |
| 15.63 | وزن پوسته تقویت شده |
| m = 1, n = 2 | مود |

بهترین مقادیر در هر نسل در نمودار ۷ رسم شده است:




**نمودار ۷- روند تغییرات تابع برازندگی در نسلهای مختلف**

### ۱,۸ ۳-نتایج

- در مواردی که در پژوهش حاضر مورد بررسی قرار گرفت، اگر به پوسته (تقویت شده یا ساده) سیال اضافه شود، مود محیطی (n) که در آن فرکانس طبیعی پایه رخ می-دهد یا بدون تغییر مانده و یا کوچکتر شده است اما مقدار m مربوط به فرکانس پایه بدون تغییر باقی مانده است.
- در پوسته بدون سیال هرچه نسبت r/h کاهش یابد فرکانس‌های طبیعی در مودهای مختلف افزایش می‌یابد. البته در مود n=1 استثنا وجود دارد و با تغییر نسبت r/h ، تغییری در فرکانس طبیعی بوجود نمی‌آید.
- در پوسته دارای سیال هرچه نسبت r/h کاهش یابد فرکانس های طبیعی در مودهای مختلف افزایش می‌یابد. در این حالت مود n=1 نیز افزایش فرکانس طبیعی را نشان می‌دهد.
- در پوسته محتوی سیال، با افزایش عمق سیال، فرکانسهای طبیعی کاهش می‌یابد.

## ۱,۹ ۴-مراجع


1. Zhi Pan, Xuebin Li, Janjun Ma, “A study on free vibration of a ring-stiffened thin circular cylindrical shell with arbitrary boundary conditions”, *Journal of Sound and Vibration*, 2006.
2. A.A. Jafari, M. Bagheri, “Free vibration of rotating ring stiffened cylindrical shells with non-uniform stiffener distribution”, *Journal of Sound and Vibration*, 2006.
3. Rong-Tyai Wang, Zung-Xian Lin, “Vibration analysis of ring-stiffened cross-ply laminated cylindrical shells”, *Journal of Sound and Vibration*, 2006.
4. M. Bagheri, A.A. Jafari, “Multi-objective optimization of ring stiffened cylindrical shells using a genetic algorithm”, *Journal of Sound and Vibration*, 2010.
5. Amabili M., “Shell-plate interaction in the free vibration of circular cylindrical tanks partially filled with a liquid : the artificial spring method”, Journal of sound and vibration, 199, 431-452, 1997
6. Jack R. Vinson, ”The behavior of shells composed of isotropic and composite materials” *Kluwer Academic Publishers*, Boston, 1993.
7. علی اصغر جعفری، علی قمری "ارتعاشات آزاد پوسته استوانه ای کامپوزیتی با سیال درونی" پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی ۱۳۸۷.
8. علی اصغر جعفری، مرتضی باقری "بهینه سازی ارتعاشات پوسته استوانه ای تقویت شده " پایان نامه دکتری، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی ۱۳۸۵.
9. B. A. J. Mustafa and R. Ali “An energy method for free vibration analysis of stiffend circular cylindrical shells”, compurers & srrucrures Vol. 32. No. 2, pp. 355-363. 1989
10. ESDU, “Free vibrations of thin walled orthogonally stiffened circular cylindrical shells.” *ITEM No.* 80040 (1982).