

# تحلیل و بهینه سازی چند هدفه سازه های گسسته با استفاده از روش سیستم ایمنی مصنوعی اصلاح شده

علی قدوسیان<sup>۱</sup>، محمدعلی حامدی<sup>۲\*</sup>

۱- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران  
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران  
\* سمنان، صندوق پستی: ۳۵۱۴۱-۱۷۹، m.hamedi67@yahoo.com

## چکیده

امروزه سازه های خرابایی یکی از سازه های مهم بشر محسوب می شود که برای ساخت انواع پل ها، هواپیماها و سازه های هوایی، ساختمان ها، کشتی ها و بسیاری از سازه های دیگر مورد استفاده قرار می گیرند پیشرفت چشم گیر بهینه سازی سازه ها باعث شده تا این سازه ها روز به روز با مقاومت بیشتر و هزینه ساخت و مواد اولیه کمتر آماده شوند. در این تحقیق قصد داریم دو معیار بهینه سازی را به طور هم زمان در نظر بگیریم. برای بهینه سازی چند هدفه، روش های زیادی وجود دارد که ما در این تحقیق از روش سیستم ایمنی مصنوعی اصلاح شده استفاده می کنیم. الگوریتمهای سیستم ایمنی مصنوعی از جمله روش های متاهوریستیکی هستند که در مسائل بهینه سازی، خوشه بندی اطلاعات و شناسایی الگو کاربرد فراوان دارند. مزیت بزرگ الگوریتم ایمنی و الگوریتم اصلاح شده اینست که، علاوه بر دارا بودن خواص الگوریتم ژنتیک، بهترین پاسخ ها در هر مرحله از اجرا ذخیره می کند. مزیت دیگر آن این است که از ابتلاشته شدن پاسخ های تکراری و یا مشابه، جلوگیری می کند. [۲ و ۱] سرعت حل بالا و عدم هگرایی زود رس از دیگر مزیت هایی است که در الگوریتم ایمنی مصنوعی اصلاح شده به آن رسیده ایم.

## کلیدواژگان

خرپا- چند هدفه- بهینه سازی- الگوریتم سیستم ایمنی

## ۱- مقدمه

بهینه سازی سازه ها همواره تلاش های زیادی برای بهبود طراحی و ساخت سازه ها ارائه کرده است. این تلاش ها در جهات مختلفی صورت می گیرد مثلا برای بهینه کردن یک خرپا گاهی تلاش های طراحی برای کاهش وزن آن صورت می گیرد و گاهی وزن سازه ثابت در نظر گرفته می شود و به جای آن تلاش ها برای افزایش مقاومت انجام می شود. در برخی موارد نیز کاهش وزن و افزایش مقاومت بطور همزمان مد نظر قرار می گیرد. برای بهینه سازی خرپاها روز به روز روش های جدیدتری ارائه می شود و این روش ها با افزایش امکانات همواره در حال بهبود قرار گرفته اند. امروزه با پیشرفت کامپیوترها و افزایش سرعت آن ها روش های بهینه سازی خرپاها بر پایه محاسبات کامپیوترها قرار گرفته است.

روش ایمنی<sup>۱</sup> یکی از روش های بر مبنای محاسبات کامپیوتریست که به حل مسائل چند هدفه می پردازد و در این تحقیق قصد داریم برای بهینه سازی خرپاها از آن استفاده کنیم تا به این صورت یک روش جدید برای بهینه سازی خرپاها ارائه کرده باشیم.

پس یکی از اهداف این مقاله ارائه روش سیستم ایمنی مصنوعی اصلاح شده برای کاهش وزن یا افزایش مقاومت یک خرپا می باشد که با تغییر سطح مقطع اعضا بوجود می آید.

یکی دیگر از اهداف این تحقیق را می توان دستیابی به الگوریتم نسبتا ساده و سریع تر برای بهینه سازی خرپاها نیز دانست که نقاط پارتو بهتری را نسبت به دیگر الگوریتم ها در اختیار ما قرار دهد.

در این روش حل مسئله، ابتدا جمعیتی از راه حل های میانی موسوم به ژن و در ساختاری بنام آنتی بادی قالب بندی میگردند. طی فرایند تکرار، براساس

مکانیزم دفاعی سیستم ایمنی بیولوژیکی، که بر پایه انتخاب کلونی<sup>۲</sup> جهش و نگهداری بهترین آنتیبادهای است، به سمت جوابهای بهینه هدایت میشوند. همانند دیگر متاهوریستیکیها این الگوریتمها نیز در گامهای نخست، ناحیه هایی از فضای حالت، که بهینه های محلی و سراسری را دربر میگیرند به سرعت شناسایی می نمایند، ولی در ادامه مسیر همگرا شدن به بهینه های سراسری، روند بهینه سازی کند میشود. کاهش تنوع ژنتیکی در طی فرایند تکامل سبب میشود تا روند جستجوی فضای حالت مسأله مختل گردد و همچنین سرعت حل کاهش می یابد. ما برای حل این مشکلات از روش سیستم ایمنی مصنوعی اصلاح شده استفاده میکنیم.

علاوه براین، خاصیت جدید الگوریتم پیشنهاد شده این است که در شرایطی که حدس اولیه پاسخ نباشد، یعنی قیود مسئله را ارضاء نکند، آن را از چرخه حذف نمی کند بلکه به آن این فرصت را می دهیم تا با وارد شدن در فرآیندهای جابجایی و جهش شانس ساختن یک پاسخ مطلوب را داشته باشند. همچنین از همگرایی زود رس که یکی از مشکلات اصلی روشهای بهینه سازی می باشد، با اعمال یک جهش کنترل شده جلوگیری به عمل آمده است.

## ۲- الگوریتم ایمنی

اولین مطالعات در زمینه سیستم ایمنی مصنوعی، در دهه ۱۹۸۰ شکل گرفت. Ishida در سال ۱۹۹۶، در اولین کارگاه آموزش، اختصاصی سیستمهای مبتنی بر ایمنی شناسی، نتیجه اولین بررسیهای خود در زمینه موضوع را منتشر کرده و دو سال بعد نخستین کتاب با موضوع سیستم ایمنی مصنوعی را در ژاپن به رشته تحریر درآورد [۳]. الگوریتم ایمنی، برگرفته از سیستم دفاعی بدن موجود زنده است. با ورود یک عامل بیماری زا (آنتی ژن) به بدن، سلول های دفاعی بدن با تولید آنتی بادی سعی در نابود کردن آنتی ژن ها می کنند. مانند

<sup>2</sup> coloni

<sup>1</sup> immune

والگوریتم را از افتادن در نقاط کمینه محلی حفظ نماید. در عمل شاهد خواهیم بود که در اجراهای مختلف به پاسخ های مشابهی خواهیم رسید.

### ۳-۱- آنتی ژن

عواملی طبیعی و اجتناب ناپذیر در هر سیستم که باعث دور شدن سیستم از رسیدن به حد ایده آل می شوند. در بسیاری از مسائل، هدف کاستن یک یا چند مورد از عوامل فوق است. اگر هدف تنها بر روی یکی از این عوامل متمرکز شود، با یک مسئله تک هدفی روبرو هستیم و چنانچه با چندین عامل روبرو باشیم، مسئله مورد بررسی ما یک مسئله چند هدفی خواهد بود. در این مسئله آنتی ژن ما همان سطح مقطع اعضا خرپا می باشد.

یکی از بخشهایی متفاوت الگوریتم ایمنی اصلاح شده نسبت به الگوریتم ایمنی در نحوه انتخاب آنتی ژن می باشد. در این روش ما بعد از محاسبه مقادیر تابع هدف با استفاده از معنی دامینیت کردن و رنک بندی<sup>۴</sup> بهترین آنتی بادی که از بالاترین رنک برخوردار است را بعنوان آنتی ژن انتخاب می شود. هر آنتی ژن انتخاب شده در یک مجموعه تحت عنوان کلونی ذخیره می شوند و زمانی که جمعیت کلونی برابر جمعیت اولیه شد جمعیت کلونی به عنوان جمعیت اولیه به مرحله بعد می رود.

برای هر یک از متغیرهای طراحی حداقل یک آنتی ژن انتخاب می شود.

### ۳-۲- آنتی بادی

راهکارهایی هستند که در یک سیستم اعمال می شوند تا آن را در جهت نزدیک شدن به یک سیستم ایده آل یاری رسانند. بنابراین این راهکارها وابسته به عوامل مسئله می باشند و به عنوان پاسخ مسئله مطرح میشوند. هم آنتی بادی و آنتی ژن باید بصورت باینری باشند تا بتوان همزیستی را محاسبه نمود.

### ۳-۳- همزیستی میان آنتی بادی و آنتی ژن ها

این عنصر میزان موفقیت راهکار ارائه شده، برای نزدیکتر کردن سیستم به حد ایده آل را نشان میدهد.

برای آنتی بادی و آنتی ژن همزیستی بصورت فوق محاسبه می شود:

$$\beta(a, pj) = \sum_{q=1}^l xor(a(q), pj(q)) \quad (1)$$

که منظور از  $a(q)$  بیت  $q$ ام از رشته  $a$  می باشد. با توجه به اینکه میزان بقای هر میزبان به میزان تطابق آنتی بادیهایش با همه آنتی ژنها بستگی دارد؛ میانگین  $\beta(a, pj)$  ها را به عنوان ارزش هر میزبان تعیین می کنیم

برای  $k$  آنتی ژن داریم [۶]:

$$\beta_i = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \beta_i(p_j) \quad (2)$$

در این روش هر چه مقادیر  $\beta_i$  کمتر باشد بدین معناست که آنتی بادی به آنتی ژن نزدیک تر است و از نظر کیفی جواب بهتری می باشد و در عملیات جهش تغییرات کمتری بروی آن اعمال می شود و بعکس هر چه مقادیر  $\beta_i$  بیشتر باشد بدین معناست که آنتی بادی از آنتی ژن دور تر است و از نظر کیفی جواب بدتری می باشد و در عملیات جهش تغییرات بیشتری بروی آن اعمال می شود.

### ۳-۴- فرآیند جهش

فعل که باید با کلید مخصوص خود باز شود، هر آنتی ژن نیز باید با آنتی بادی خاصی که قدرت نابود کردن آن را دارند، مواجه شود.

میزان توانایی آنتی بادی در نابودسازی آنتی ژن ها با معیاری به نام «همزیستی»<sup>۳</sup> سنجیده می شود.

آنتی بادی هایی که همزیستی بیشتری دارند، بیشتر تکثیر می شوند در عوض آنتی بادی های با همزیستی کوچک حذف می شوند. در صورتی که آنتی بادیهای موجود در سیستم دفاعی بدن، نتوانند آنتی ژن را نابود سازند، این سیستم با تغییر ساختار آنتی بادی به کمک فرآیندهای

جابجایی و جهش، سعی در ساختن آنتی بادی های جدید با همزیستی بهتر خواهد کرد. این آنتی بادی جدید در سلول حافظه ذخیره می شود تا در دفعات احتمالی بعدی که آنتی ژن مشابهی وارد بدن می شود، سریعاً به تکثیر آن بپردازد [۵ و ۴]. منظور از فرآیند جابجایی، در کنار هم قرار گرفتن ژن های مختلف از دو آنتی بادی مختلف است به این ترتیب که یک آنتی بادی جدید با خواص متفاوت از آنتی بادی والد به وجود می آید. در فرآیند جهش، به طور تصادفی، یک یا چند ژن موجود در آنتی بادی با توجه به میزان همزیستی تغییر می کند و خواص جدیدی را به آن القا می کند که ممکن است کارایی آن را به طور شگرفی افزایش دهد. این آنتی بادیهای جدید نیز در صورت دارا بودن همزیستی بالا، به میزان بیشتری تولید میشوند و در بخش حافظه سیستم دفاعی ذخیره میشوند تا در حملات احتمالی بعدی بتوانند سریع تر تولید شده و آنتیژنها را از بین ببرند. اما در صورتی که از میزان همزیستی مطلوبی برخوردار نباشند، حذف میشوند. عناصر اصلی الگوریتم ایمنی شامل آنتی ژن، آنتی بادی، همزیستی بین آنتی بادی و آنتی ژن ها، و فرآیندهای جابجایی و جهش میباشند که در ادامه تعاریف آنها ارائه خواهد شد.

### ۳- تشریح الگوریتم ایمنی اصلاح شده و پیاده سازی مسئله

الگوریتم ایمنی تا حد زیادی مشابه الگوریتم ژنتیک می باشد با این تفاوت اساسی که فرآیند انتخاب در الگوریتم ژنتیک به صورت تصادفی رخ می دهد به گونه ای که حتی پاسخ هایی که از برانزنگی بسیار کمی نیز برخوردارند، ممکن است در نسل بعد حضور یابند و حال آنکه بهترین پاسخ ها در گردونه انتخاب محکوم به حذف گردند. این امر براساس این تئوری اعمال شده است که ممکن است در طبیعت فرزندان بسیار نخبه از والدین بسیار عادی و یا حتی کند ذهن به وجود آیند.

البته لازم به ذکر است که در الگوریتم ژنتیک پاسخ های مطلوب تر شانس حضور بیشتری دارند. اما در الگوریتم ایمنی انتخاب به صورت هوشمندانه انجام می شود و پاسخ های با برانزنگی بالا مستقیماً وارد نسل بعد می شوند و سایرین به امید ساختن پاسخی با مطلوبیت بالاتر دستخوش تغییرات می شوند. این تفاوت انگیزه انجام مقایسه با الگوریتم ژنتیک را پدید آورد. نقطه تمایز اصلی این الگوریتم نسبت به الگوریتم ایمنی رایج، محاسبه همزیستی است که در ادامه بر روی آن تمرکز بیشتری خواهیم کرد. ایده دیگری که در این الگوریتم بکار گرفته شده است؛ این است که راهکارهای پیشنهادی اولیه حتی اگر پاسخ نباشند (یعنی در شرایط مسئله صدق نکنند) از چرخه الگوریتم حذف نمی شوند بلکه الگوریتم سعی دارد با اعمال فرآیندهای جابجایی و جهش، به راهکاری برسیم که نه تنها در شرایط مسئله صادق است، بلکه از مطلوبیت بسیار بالایی نیز برخوردار است. این ایده باعث می شود دامنه پاسخ های مورد بررسی بیشتر شود

<sup>4</sup> rank selection

<sup>3</sup> affinity

۶- با استفاده از آنتی بادیهای موجود در ماتریس (آنتی بادی) و با کمک فرآیندهای جهش و جابجایی، آنتی بادی های جدید تولید می شود.  
۷- همیشگی بین آنتی ژنها و هر یک از آنتی بادیها جدید محاسبه می شود.

۸- مقادیر همیشگی آنتی بادی اولیه و آنتی بادی جدید با آنتی ژن بررسی می شود.

۹- انتخاب جمعیت جدید که کمترین همیشگی را از مجموعه دو آنتی بادی اولیه و جدید دارند و مشابه نباشند.

۱۰- مراحل ۳ تا ۹ را تا زمانی که تعداد آنتی بادی های موجود در ماتریس کلونی به  $a$  برسد، تکرار می شود.

۱۱- ماتریس کلونی جایگزین ماتریس آنتی بادی میشود و ماتریس

کلونی صفر می شود و دوباره مراحل ۳ تا ۹ تکرار می گردد.

۱۲- اگر شرط توقف برقرار نشده، به مرحله ۲ برمیگردد. در غیر این صورت به مرحله بعد می رود.

۱۳- پس از برقراری شرط توقف بهترین آنتی بادی ها که از بالاترین رنگ برخوردارند را بعنوان جواب نهایی انتخاب می شوند و توابع هدفشان محاسبه میگردد و منحنی پارتو آن رسم می گردد.

#### ۴- نتایج شبیه سازی

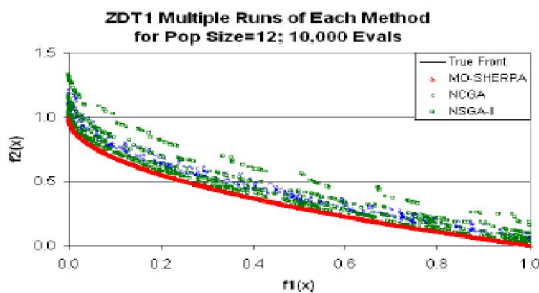
برای بررسی الگوریتم پیشنهادی، ابتدا عملکرد آن را بر روی یک سری توابع ریاضی بررسی می کنیم [۹ و ۸] سپس برای خرابی ای که در شکل (۵) آمده [۷] پیاده سازی می نماییم.

مثال ۱) در شکل (۱) و شکل (۲)

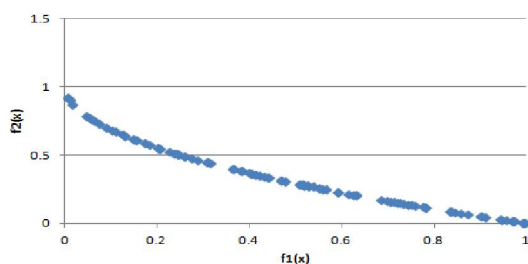
$$f1(x) = x$$

$$f2(x) = g(x) \left[ 1 - \sqrt{\frac{x}{g(x)}} \right]$$

$$g(x) = 1$$



شکل ۱ نتایج روشهای مختلف برای مثال



شکل ۲ نتایج حاصله برای مثال ۱ به روش الگوریتم ایمنی اصلاح شده

عملگر جهش مهم ترین فرایند ایجاد آنتی بادی جدید می باشد. در این فرآیند، به کمک تولید یک عدد تصادفی شماره بیتی که قرار است بر روی آن فرآیند جهش انجام شود انتخاب می شود. در صورتی که مقدار آن بیت یک باشد آن را صفر و در صورتی که صفر باشد آن را یک می کند. در این روش عمل جهش بر روی هر آنتی بادی با برابر مقدار  $\beta_i$  انجام می شود.

#### ۳-۵- فرآیند جابجایی

در این مرحله دو آنتی بادی به صورت تصادفی انتخاب میشوند سپس بخشی از بیت های آن ها با یکدیگر جابجا میشوند و در صورتی که در شرایط مسئله صدق کنند به عنوان یک پاسخ (آنتی بادی) در نظر گرفته می شوند. البته استفاده از این فرایند از ارزش کمتری نسبت به فرایند جهش برخوردار است.

#### ۳-۶- همیشگی میان آنتی بادی ها جدید و آنتی ژن ها

پس تولید آنتی بادی های جدید که در طی فرایندهای جهش و جابجایی ایجاد شده اند همیشگی میان آنتی بادی های جدید و آنتی ژن را محاسبه می شود. این امر سبب می شود که جوابهای خوب از دور خارج نشوند.

#### ۳-۷- انتخاب جمعیت جدید

در این مرحله مقادیر همیشگی آنتی بادی اولیه و آنتی بادی جدید با آنتی ژن بررسی می شود سپس هر کدام که مقدار کمتری داشت به عنوان جمعیت جدید انتخاب می شود و دیگری حذف می گردد.

همچنین یکی از تفاوت های دیگر الگوریتم سیستم ایمنی اصلاح شده با الگوریتم سیستم ایمنی در این است که در مرحله انتخاب اگر نقاط مشابه باشند یکی از آنها را به همان صورت حفظ می کند و با انجام یک جهش کنترل شده بروی دیگر نقاط مشابه از همگرا شدن نقاط جلوگیری می کند.

#### ۳-۸- شرط توقف

شرط توقف می تواند تعداد معینی تکرار الگوریتم باشد و یا شرط همگرا شدن پاسخها به عنوان شرط توقف در نظر گرفته شود. منظور از همگرایی پاسخ این است که تفاوت دو پاسخ اخیر، کمتر از  $\epsilon$  باشد.  $\epsilon$  عدد کوچکی است که باید از پیش تعریف شود.

#### ۳-۹- مراحل اجرای الگوریتم

در این الگوریتم هر کجا آنتی بادی جدیدی تولید می شود، شرط پاسخ بودن آن کنترل می شود و در صورت ارضاء شرط به عنوان آنتی بادی تولید شده معرفی می شود.

۱- اطلاعات سیستم را وارد کن.

۲- به طور تصادفی  $a$  پاسخ برای هر عضو خرابی به عنوان آنتی بادیهای اولیه تولید شده و در ماتریس آنتی بادی قرار می گیرد.

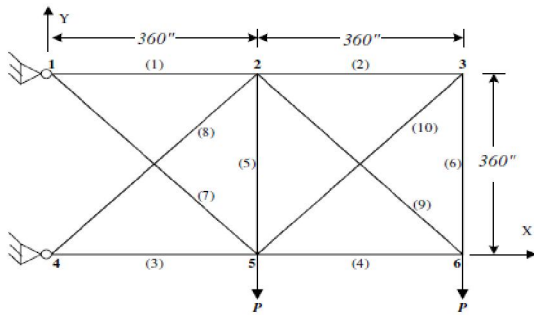
۳- مقادیر پاسخ ها در توابع هدف (در این مسئله وزن و بیشترین جابجایی)

است قرار می گیرد و مقادیر تابع هدف از طریق برنامه المان محدود خرابی که با کمک نرم افزار مطلب نوشته شده محاسبه می شود.

۴- با استفاده از معنی دامینیت کردن و رنگ بندی بهترین آنتی بادی که از بالاترین رنگ (رنگ اول) برخوردار است را بعنوان آنتی ژن انتخاب می شود. آنتی ژن انتخابی در کلونی ذخیره می شود.

۵- همیشگی بین آنتی ژنها و هر یک از آنتی بادیها محاسبه می شود.

مثال ۲ در شکل (۳) و شکل (۴)

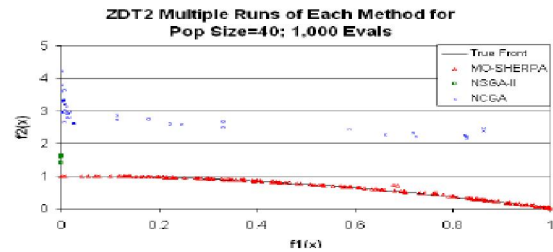


شکل ۵ خرپا ده میله ای

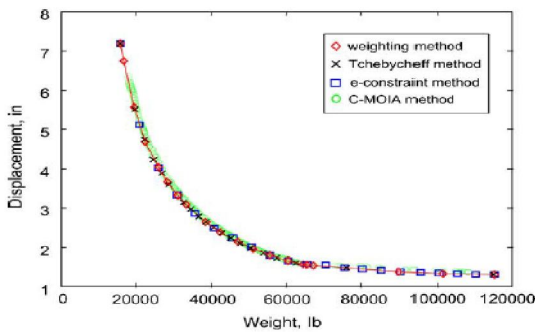
$$f1(x) = x$$

$$f2(x) = g(x) \left[ 1 - \left( \frac{x}{g(x)} \right)^2 \right]$$

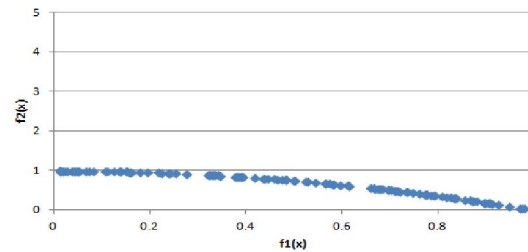
$$g(x) = 1$$



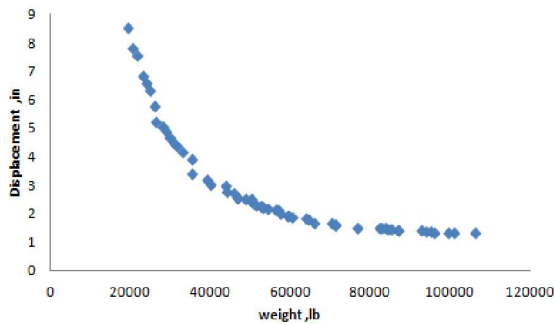
شکل ۳ نتایج روشهای مختلف برای مثال ۲



شکل ۶ نتایج روشهای مختلف برای مثال ۳ (در سیستم اینچی)



شکل ۴ نتایج حاصله برای مثال ۲ به روش الگوریتم ایمنی اصلاح شده



شکل ۷ نتایج حاصله برای مثال ۳ به روش الگوریتم ایمنی اصلاح شده (در سیستم متریک)

مثال ۳) خرپای ده میله ای نشان داده شده در شکل (۵) که در منبع [۷] ذکر شده است مفروض است. توابع هدف مسئله حداقل کردن وزن سازه و خیز گره ۶ می باشد. حداقل و حداکثر سطح مقطع اعضا به ترتیب برابر  $0.1 \text{ in}^2$  ( $0.0254 \text{ m}^2$ ) و  $31 \text{ in}^2$  ( $1.524 \text{ m}^2$ ) است. نیروی خارجی  $P = -45350000000 \text{ lb}$  به گره ۵ و ۶ در جهت  $y$  وارد می شود. حداکثر تنش مجاز کششی و فشاری اعضا  $172.375 \text{ Mpa}$  ( $25 \text{ ksi}$ ) است. توابع هدف مسئله حجم کل اعضای خرپا و حداکثر تغییر مکان عمودی گره ۶ است. فید واحد آن با سیستم اینچی حل شده ولی ما جوابها را در سیستم متریک ارائه میدهم. شکل (۶) جواب با روشهای بهینه سازی مختلف می باشد و شکل (۷) جواب با روش سیستم ایمنی اصلاح شده هست.

### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله الگوریتم ایمنی اصلاح شده به عنوان یک روش هوشمند کارا معرفی شده است. استفاده از فرآیندهای جابجایی و جهش دامنه راهکارهای مورد بررسی را افزایش داده و تاثیر جمعیت اولیه بر پاسخ را کاهش می دهد. نتایج حاصله حدس اولیه در رابطه با قابلیت اطمینان بالاتر پاسخ های آن را تایید می کند. زمان اجرای این الگوریتم به حد قابل قبولی پایین است و به مراتب پاسخ های بهتری ارائه می دهد. از موفقتهای اصلی الگوریتم ایمنی اصلاح شده اجتناب از همگرایی زود رس می

باشد و با توجه به نحوه ی انتخاب انتی ژن در الگوریتممان این الگوریتم از کارایی بالایی برخوردار است. با توجه به ماهیت احتمالی آن توصیه می شود الگوریتم چند بار اجرا شود و از میان آن ها بهترین پاسخ انتخاب شود.

## ۵- مراجع

- [1] [1] Chun, J.-S., Kim, M.-K., Jung, H.-K. and Hong, S.-K., 1997, *Shape Optimization of Electromagnetic Devices Using Immune Algorithm*, IEEE Transactions on Magnetics, V. 33, No. 2, pp. 1876-1879.
- [2] Mori, K., Tsukiyama, M. and Fukuda, T., 1998, *Adaptive Scheduling System Inspired by Immune System*, In: Proceedings of the 1998 IEEE Systems, Man and Cybernetics Conference, pp. 1614-1619.
- [3] R.s. Takehara, "Artificial Immune Systems Applied to Optimal Capacitor Placement in Radial Distribution", IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition Latin America, Venezuela, pp. 1-7, 2006.
- [4] Bennett, A.G., 2009, *Investigation of an Immune Algorithm and Differential Evolution to Study Folding Of Model Proteins*, PhD Thesis, University of Birmingham.
- [5] Huang, S.-J., 2000, *An Immune-Based Optimization Method to Capacitor Placement in a radial Distribution System*, IEEE Transactions on Power Delivery, V. 15, No. 2, pp. 744-749.
- [6] M. Opera, S. Forrest, "How the immune system generates diversity: Pathogen space coverage with random and evolved antibody libraries", *Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO)*, 1999.
- [7] Guan-C L. Chung-H C. 2004. "Multi-objective optimal design of truss structure with immune algorithm". Department of Mechanical Engineering. 82:829-844
- [8] N. Chase, M. Rademacher, E. Goodman, R. Averill, R. Sidhu" A Benchmark Study of Multi-Objective Optimization Methods" Michigan State University, East Lansing, MI.BMK-3021
- [9] Kalyanmoy Deb, Samir Agrawal, Amrit Pratap, and T Meyarivan" A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II" Kanpur, PIN 208 016, India" KanGAL Report No. 200001