



بررسی تأثیر میدان مغناطیسی، تغییرات شیب و شرط مرزی دمایی دیواره بر انتقال حرارت

جابجایی طبیعی آب درون محفظه‌ی مانع دار

محمد نعمتی^{۱*}، محمد سفید^۲، احمدرضا رحمتی^۳

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۳- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

* یزد، ۷۴۱ - ۸۹۱۹۵، mohammadnemati@stu.yazd.ac.ir

چکیده

در کار حاضر، اثر میدان مغناطیسی بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال آب با استفاده از روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی شده است. دیواره عمودی سمت چپ محفظه در دمای ثابت گرم قرار دارد در حالی که دیواره عمودی سمت راست محفظه دارای سه شرط مرزی دمایی مختلف (۱- دمای ثابت سرد، ۲- دمای خطی و ۳- دمای ثابت گرم) است. دو دیواره دیگر محفظه در دمای ثابت سرد قرار دارند. مانعی لوزی شکل که در مرکز محفظه قرار دارد در چهار حالت مختلف (۱- سرد، ۲- رسانا، ۳- آدیاباتیک و ۴- گرم) بررسی می‌شود. همچنین دیواره پایینی محفظه در سه شیب متفاوت مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در شبیه‌سازی صورت گرفته میدان جریان و دما با حل همزمان توابع توزیع جریان و دما محاسبه شده است. تأثیر پارامترهای مختلفی چون عدد رایلی، عدد هارتمن، شیب دیواره، شرط مرزی دمایی مختلف دیواره و مانع لوزی شکل، بر روی انتقال حرارت جابجایی طبیعی بررسی شده است. نحوه اثرگذاری هر یک از پارامترهای فوق و شدت و ضعف آن‌ها در کنترل میزان انتقال حرارت، هدف اصلی این تحقیق است. نتایج نشان می‌دهد با ثابت ماندن تمامی پارامترها، افزایش شیب دیواره و عدد رایلی منجر به افزایش انتقال حرارت می‌شود. همچنین با تغییر شرایط مرزی دمایی دیواره‌ها و مانع می‌توان بر روی میزان انتقال حرارت تأثیرگذار بود. بعلاوه افزایش قدرت میدان مغناطیسی سبب کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود که این تأثیر در شرایط مختلف، متفاوت است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۵ آبان ۱۳۹۸

پذیرش: ۲۸ بهمن ۱۳۹۸

ارائه در سایت: ۱۰ اردیبهشت ۱۳۹۹

کلیدواژگان

جابجایی طبیعی

روش شبکه بولتزمن

شرط مرزی دمایی مختلف

شیب دیواره متفاوت

میدان مغناطیسی

Investigating the effect of magnetic field, slope variations and wall temperature boundary conditions on the natural convection in the cavity with obstacle filled with water

Mohammad Nemati^{1*}, Mohammad Sefid², Ahmadsreza Rahmati³

1- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.

2,3- Faculty of Engineering, Department of Mechanical Engineering, Urmia University, Urmia, Iran.

* P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran, mohammadnemati@stu.yazd.ac.ir

Article Information

Original Research Paper

Received 16 November 2019

Accepted 17 February 2020

Available Online 29 April

2020

Keywords

ABSTRACT

In the present work, the magnetic field effect on the natural convection heat transfer is simulated via Lattice Boltzmann method. The vertical wall of the left side of the cavity is at a constant hot temperature, while the vertical wall of the right side of the cavity has three different temperature boundary conditions, 1) constant cold temperature, 2) linear temperature and 3) constant hot temperature. The other two walls of the enclosure are at a

Please cite this article using:

Mohammad Nemati, Mohammad Sefid, Ahmadsreza Rahmati, Investigating the effect of magnetic field, slope variations and wall temperature boundary conditions on the natural convection in the cavity with obstacle filled with water, *Journal of Mechanical Engineering and Vibration*, Vol. 11, No. 1, pp. 39-53, 2019-2020 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Natural convection
Lattice Boltzmann method
Various temperature
boundary condition
Wall slope different,
Magnetic field.

constant cold temperature. A lozenge-shaped obstacle located in the center of the cavity is examined in four different modes, 1) cold, 2) conducting, 3) adiabatic, and 4) hot. The bottom wall of the cavity is also evaluated in three different slopes. In simulation, the flow and temperature field is calculated by solving the flow and temperature distribution functions simultaneously. The effects of various parameters such as Rayleigh number, Hartman number, wall slope, wall temperature differential boundary condition on natural convection are investigated. The main purpose of this study is to determine the effect of each of the above parameters and their intensity and weakness in controlling the heat transfer rate. The results show that increasing the slope of the wall and the Rayleigh number by unchanged all the parameters leads to an increase in heat transfer. Also, changing the boundary temperature of the walls and the obstacle can affect the amount of heat transfer. In addition, increasing the strength of the magnetic field reduces the average Nusselt number, which differs in different conditions.

۱- مقدمه

سیال در کل محفظه جریان دارد. دسته دوم مربوط به بررسی محفظه‌هایی است که دارای یک یا چند دیواره متحرک با سرعت ثابت یا غیر ثابت هستند. دسته سوم از پژوهش‌ها مربوط به حالتی است که در ضمن ثابت بودن کلیه دیواره‌ها، در داخل محفظه، پره، مانع یا تیغه‌ای وجود دارد. این زمینه تحقیق به نوعی پر کاربردترین و عملیاتی‌ترین گونه تحقیق در میان دسته-بندی‌های مطالعاتی است که مطالعه حاضر نیز در این دسته-بندی قرار می‌گیرد [۷]. در دهه اخیر روش شبکه بولتزمن در تحلیل جریان سیال به عنوان راه کارآمد جایگزین برای روش-های مرسوم در دینامیک سیالات محاسباتی، رشد چشمگیری داشته است [۸ و ۹]. مزیت این روش در مقایسه با سایر روش-های مرسوم، سهولت در اعمال شرایط مرزی، محاسبات ساده‌تر و قابلیت موازی شدن است که برای حل مسائلی با هندسه پیچیده دارای کاربرد فراوانی است [۱۰]. با توجه به تعدد کلمات کلیدی مسأله مطرح شده، از جمله مطالعات صورت گرفته پیرامون موضوع مورد نظر می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

پدیده جابجایی طبیعی درون محفظه‌های بسته دارای کاربردهای وسیعی در صنعت و مهندسی است. انتقال حرارت در کلکتورهای خورشیدی، طراحی تجهیزات خنک‌کننده، انتقال حرارت در پنجره‌های دو جداره و بهینه‌سازی مسائل مهندسی از جمله کاربردهای این شاخه است [۱]. اما بیشترین حجم مطالعات در این زمینه مربوط به محفظه‌هایی به شکل مربع می‌باشد. این نوع محفظه‌ها از هندسه‌هایی به مراتب ساده‌تر از آنچه که در طبیعت و صنعت دیده می‌شود برخوردارند [۲]. بنابراین در سال‌های اخیر مطالعه پدیده انتقال حرارت جابجایی در هندسه‌های غیر مربعی رشد چشمگیری داشته است [۳]. از جمله این فعالیت‌ها می‌توان به مطالعه انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون محفظه مثلثی شکل با تیغه‌ای گرم‌تر از وسط حسینی و همکاران [۴]، بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه مثلثی شکل با پیکربندی مختلف دیواره گرم توسط مانوج و راجسکه‌هار [۵] و انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه متوازی‌الاضلاع شکل با زوایای متغیر در یک محیط متخلخل تحت اثر میدان مغناطیسی توسط ژاگادیشا و همکاران [۶] اشاره نمود. تحقیقات انجام شده در این زمینه را می‌توان به لحاظ و نوع و شرایط دیواره‌ها به سه گونه اصلی و متفاوت تقسیم‌بندی کرد. دسته اول مربوط به محفظه‌هایی است که تمامی دیواره‌ها ثابت بوده و هیچ‌گونه جابجایی مکانی روی سطح دیواره‌ها وجود ندارد. در این نوع از محفظه‌ها هیچ‌گونه جسم اضافی به منظور افزایش و یا کاهش انتقال حرارت درون محفظه قرار نمی‌گیرد و

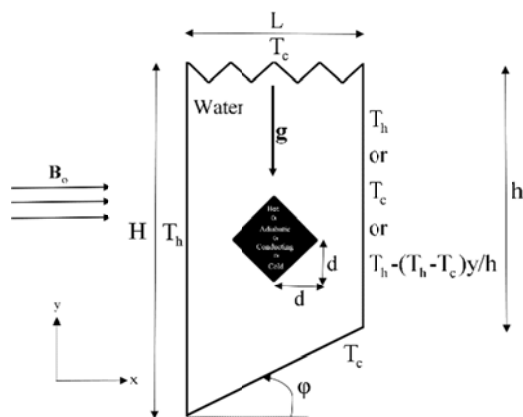
باساک و همکاران [۱۱] تأثیر شرط مرزی دمایی مختلف بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه مربعی شکل را بررسی کردند. نتایج نشان داد وقتی شرط دمایی غیریکنواخت باشد، نرخ انتقال حرارت کمتر از حالتی است که دما یکنواخت باشد. همچنین افزایش عدد رایلی به دلیل افزایش اثرات جابجایی سبب افزایش مقدار عدد ناسلت متوسط می‌شود. وارول و همکاران [۱۲] انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه مثلثی شکل و متخلخل را در حالتی که یک جسم مربعی شکل در

مغناطیسی و شیب دیواره محفظه بر انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه دوزنقه شکل به روش المان محدود پرداختند. نتایج نشان داد که افزایش شیب دیواره باعث کاهش نرخ انتقال حرارت در اعداد رایلی مختلف می‌شود. همچنین تأثیر افزایش عدد هارتمن در کاهش عدد ناسلت متوسط، در شرایط مختلف، متفاوت است. فریدون و همکاران [۱۹] جریان جابجایی طبیعی نانوسیال حول استوانه داغ قرار گرفته در محفظه مربعی با تغییر در شعاع و موقعیت استوانه را به صورت عددی مورد ارزیابی قرار دادند. کفایتی [۲۰] انتقال حرارت جابجایی طبیعی نانوسیال درون محفظه مربعی با گرمایش دیواره خطی را به روش شبکه بولتزمن مورد بررسی قرار داد. حسین و همکاران [۲۱] به مطالعه انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه مربعی شکل با مانعی مربعی و آدیاباتیک در مرکز تحت تأثیر میدان مغناطیسی پرداختند. نعمتی [۲۲] در پایان نامه کارشناسی ارشد خود تحت عنوان کاربرد روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی انتقال حرارت جابجایی نانوسیال در یک محفظه دوبعدی در یک محیط متخلخل با هندسه‌های مختلف در حضور میدان مغناطیسی به تحلیل و بررسی چندین نوع هندسه با شرایط مرزی گوناگون پرداخت. بولاهیا و همکاران [۲۳] انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه مربعی با مانعی مستطیلی شکل و سرد را به روش عددی بررسی کردند. نتایج نشان داد نرخ انتقال حرارت با افزایش ارتفاع مانع سرد و عدد رایلی افزایش می‌یابد. از جمله دیگر مطالعات پیرامون موضوع مورد بحث می‌توان به کار ناتاراجان و همکاران [۲۴]، شیخ‌الاسلامی و همکاران [۲۵]، همت اسفه و همکاران [۲۶] و رحمتی و طاهری [۲۷] اشاره نمود.

با توجه به نیاز و کاربردهای این هندسه در صنایع و مسائل مهندسی، اگرچه در تحقیقات بررسی شده گذشته، تأثیر پارامترهای ذکر شده هر یک به تنهایی در مسأله‌ای مورد مطالعه قرار گرفته است، اما مطالعه‌ای جامع پیرامون پارامترهای مورد بررسی برای سیال آب صورت نگرفته است. لازم به ذکر است که چنین هندسه و مسأله‌ای با چنین شرایط مرزی، برای اولین بار به روش شبکه بولتزمن مورد ارزیابی قرار گرفته است. این

مرکز آن قرار داشت، به روش تفاضل محدود مورد بررسی قرار دادند. نتایج حاصل نشان داد که میدان جریان و میدان دما وابستگی زیادی به شرایط مرزی دمایی جسم مربعی شکل دارد. با افزایش عدد رایلی به ازای کلیه شرایط مرزی دمایی مانع مربعی، میدان جریان پیچیده‌تر می‌شود. همچنین بیشترین نرخ انتقال حرارت در حالتی به وجود می‌آید که مانع مربعی در دمای سرد باشد. باساک و همکاران [۱۳] به بررسی انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه دوزنقه شکل در یک محیط متخلخل به ازای تغییر شیب دیواره در حالتی که کف محفظه تحت گرمایش یکنواخت و غیریکنواخت قرار داشت، پرداختند. نتایج نشان داد که افزایش شیب دیواره محفظه موجب ایجاد گرادیان دمایی بیشتر در مرکز محفظه می‌شود. همچنین نرخ انتقال حرارت در مرکز محفظه به ازای تمامی مقادیر اعداد رایلی، زمانی که توزیع دما غیریکنواخت باشد نسبت به حالتی که دما یکنواخت است بیشتر است اما عدد ناسلت متوسط کمتر است. سیتارامو [۱۴] تأثیر شرط مرزی حرارتی متفاوت در کف محفظه مربعی شکل را برای نسبت ابعاد مختلف محفظه به روش حجم محدود برای سه حالت دمای ثابت، خطی و سینوسی بررسی کرد. نتایج نشان داد زمانی که دمای کف محفظه ثابت باشد، نسبت به دو حالت دیگر عدد ناسلت متوسط بیشتر است. آسواتها و همکاران [۱۵] تغییرات شرط مرزی دمایی را بر روی انتقال حرارت جابجایی طبیعی بررسی کردند. نتایج نشان داد زمانی که دمای دیواره به صورت یکنواخت است، عدد ناسلت متوسط به مراتب بیشتر از حالتی است که دمای دیواره به صورت سینوسی و یا خطی تغییر می‌کند. وارول [۱۶] انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه مثلثی شکل در یک محیط متخلخل را در حالتی که یک جسم رسانا در مرکز گرانس آن قرار گرفته را به روش تفاضل محدود مورد مطالعه قرار داد. نتایج پژوهش صالح و همکاران [۱۷] پیرامون انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه دوزنقه شکل متخلخل تحت اثر میدان مغناطیسی نشان داد که کاهش شیب دیواره و افزایش قدرت میدان مغناطیسی منجر به کاهش میزان انتقال حرارت می‌شود. حسن زمان و همکاران [۱۸] به بررسی تأثیر میدان

شبکه و مزیت‌های آن در مراجع مختلف ذکر شده است [۲۸]. معادله شبکه بولتزمن با استفاده از تقریب بی-جی-کی [۲۹] با وجود نیروی خارجی برای میدان جریان و دما به ترتیب به صورت زیر روابط (۱) و (۲) نوشته می‌شود [۲۸]. f و g به ترتیب نشان‌دهنده‌ی توابع توزیع مربوط به میدان جریان و دما می‌باشد. تابع توزیع تعادلی در مدل D2Q9 برای میدان جریان و دما به ترتیب به صورت روابط (۳) و (۴) بیان می‌شوند. کمیت‌های ماکروسکوپیکی چگالی، سرعت و دما به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شوند. ضرایب وزنی و سرعت‌های گسسته به صورت رابطه‌های (۶) و (۷) تعیین می‌شوند. تأثیر نیروی شناوری و نیروی مغناطیسی به صورت عبارت چشمه وارد رابطه (۱) می‌شود که به صورت رابطه (۸) است. زمان آسایش مربوط به میدان جریان و دما بوسیله رابطه (۹) از طریق لزجت سینماتیکی U و ضریب پخش α حرارتی حاصل می‌شوند. عدد ناسلت متوسط که یکی از مهمترین اعداد بی بعد در تعیین میزان انتقال حرارت است، به صورت رابطه (۱۰) روی دیواره گرم تعریف می‌شود. همچنین در شکل ۲ راستای مجاز حرکت سرعت‌های گسسته برای مدل شبکه D2Q9 نشان داده شده است. متغیرهای بی-بعدی که در این مطالعه مورد استفاده قرار گرفته‌اند توسط رابطه (۱۱) ارائه شده‌اند. به منظور اطمینان از صحت عملکرد کد حاضر در بازه رژیم غیر قابل تراکم، مشخصه سرعت جریان برای جابجایی طبیعی باید بسیار کوچکتر از سرعت صوت در سیال باشد. در کار حاضر، سرعت مشخصه برابر 0.1 سرعت صوت در نظر گرفته شده است. جهت مدل نمودن شرایط مرزی از روش کمانه کردن استفاده می‌شود. این نام‌گذاری حاکی از آن است که یک ذره از سمت مرز جامد به سمت میدان جریان می‌رود.



شکل ۱ هندسه مسئله مورد بررسی

بررسی که در مطالعات قبلی به چشم نمی‌خورد، می‌تواند شبیه-سازی خنک‌کاری یک قطعه‌ی الکترونیکی در فضای محدود باشد که تحت تأثیر ناخواسته‌ی میدانی مغناطیسی قرار گرفته است. در کار حاضر تأثیر پارامترهایی از قبیل عدد رایلی، عدد هارتمن، شیب دیواره محفظه، شرط مرزی دمایی مختلف دیواره و مانع لوزی شکل بر روی میدان جریان و دما و میزان انتقال حرارت مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- شرح و نحوه حل مسأله

در این بخش به بیان مسأله و نحوه حل آن پرداخته شده است. این بخش شامل بیان مسأله، روش حل، نحوه اعمال شرایط مرزی، استقلال حل از شبکه در نظر گرفته شده و صحت سنجی می‌باشد.

هندسه مسأله مورد نظر در شکل ۱ نشان داده شده است. دیواره عمودی سمت چپ در دمای ثابت گرم، دیواره عمودی سمت راست دارای سه شرط مرزی دمایی مختلف و دو دیواره دیگر در دمای ثابت سرد قرار دارند. دیواره افقی بالایی محفظه به صورت زیگزاگ در نظر گرفته شده است. مانع لوزی شکلی که در مرکز محفظه تعبیه شده است در چهار حالت گرم، سرد، رسانا و آدیاباتیک بررسی شده است. بعلاوه دیواره پایینی محفظه در سه شیب 0 ، $26/5$ و 45 درجه ارزیابی شده است. بعلاوه میدانی مغناطیسی و یکنواخت از چپ به راست محفظه اعمال می‌شود. همچنین $2L=H$ و $d=0.25L$ فرض شده است. هدف بررسی تأثیر پارامترهای ذکر شده بر روی انتقال حرارت جابجایی طبیعی آب با عدد پرانتل $6/2$ و ویژگی‌های انتقال حرارتی جریان به وجود آمده می‌باشد. فرضیاتی که در این شبیه‌سازی لحاظ شده‌اند به شرح زیر است:

۱- جریان دو بعدی و آرام است، ۲- رژیم جریان غیر قابل تراکم است، ۳- سیال نیوتنی است، ۴- انتقال حرارت تشعشعی و اتلاف لزجی ناچیز است و ۵- از تقریب بوزینسک استفاده شده است. شبیه‌سازی عددی مسأله توصیف شده با استفاده از روش شبکه بولتزمن صورت می‌گیرد که در کار حاضر از دو تابع توزیع برای میدان جریان و دما استفاده شده است که معادلات پیوستگی، مومنتوم ناویراستوکس و انرژی را در مقیاس ماکروسکوپیکی ارضا می‌کنند و برای هر دو میدان آرایش شبکه D2Q9 به کار گرفته شده است. جزئیات و شکل این آرایش

$$\omega_0 = \frac{4}{9} \cdot \omega_i = \frac{1}{9} \cdot i = 1.2.3.4. \quad (6)$$

$$\omega_i = \frac{1}{36} \cdot i = 1.2.3.4$$

$$c_0 = 0.$$

$$c_i = \{\cos[(i-1)\pi/2] \cdot \sin[(i-1)\pi/2]\} \quad (7)$$

$$c_i = \sqrt{2} \left\{ \begin{array}{l} \cos[(i-5)\pi/2 + \pi/4] \\ \sin[(i-5)\pi/2 + \pi/4] \end{array} \right\}$$

$$i = 5.6.7.8$$

$$\mathbf{F}_i = F_y$$

$$F_y = -3\omega_i \rho \nu \text{Ha}^2 \mu / H^2 + 3\omega_i \mathbf{g} \rho \beta \theta \quad (8)$$

$$\tau_v = \frac{\nu}{c_s^2 \Delta t} + 0.5 \cdot \tau_c = \frac{\alpha}{c_s^2 \Delta t} + 0.5 \quad (9)$$

$$\text{Nu}_{av} = \frac{1}{2H} \int_0^1 -\frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0} dY \quad (10)$$

$$X = \frac{x}{H} \cdot Y = \frac{y}{H} \cdot U = \frac{uH}{\alpha} \cdot V = \frac{vH}{\alpha}$$

$$\text{Ha} = B_0 H \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} \cdot \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \cdot \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (11)$$

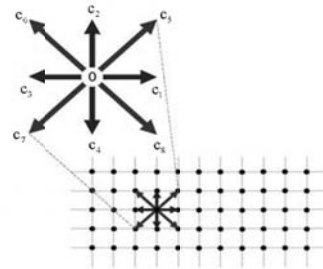
$$\text{Ra} = \frac{\beta \mathbf{g} (T_h - T_c) H^3}{\alpha \nu}$$

$$f_3 = f_1 \cdot f_2 = f_4 \cdot f_6 = f_8 \quad (12)$$

$$g_3 = -g_1 \cdot g_2 = -g_4 \cdot g_6 = -g_8 \quad (13)$$

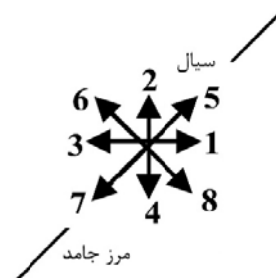
۳- نتایج

به منظور اطمینان از مستقل بودن نتایج از شبکه انتخابی، عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم محفظه با استفاده از شبکه‌هایی با ابعاد مختلف در حضور تمامی پارامترهای تأثیرگذار بررسی می‌شود. به این منظور، شیب دیواره ۴۵°، عدد هارتمن ۴۰، مانع به صورت آدیاباتیک و دیواره عمودی سمت راست محفظه در دمای ثابت سرد در نظر گرفته می‌شود. با توجه به جدول ۱ مشاهده می‌شود اختلاف ناچیزی بین شبکه ۱۰۰×۲۰۰ و ۱۲۰×۲۴۰ وجود دارد. بنابراین به منظور صرفه‌جویی در زمان و هزینه، شبکه ۱۰۰×۲۰۰ به عنوان شبکه حل انتخاب شد. به منظور اطمینان از صحت کد برنامه کامپیوتری نوشته شده، نتایج عددی حاصل از آن با برخی از نتایج مقالات قبلی مقایسه گردیده است. به عنوان اولین مقایسه، جابجایی طبیعی در یک محفظه مربعی با دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های عمودی سرد و گرم با مانعی مربعی آدیاباتیک در مرکز، مطالعه حسین و همکاران [۲۱]، در نظر گرفته شده است. با توجه به جدول ۲



شکل ۲ بردارهای سرعت گسسته شده برای مدل D2Q9

این شرط مرزی را می‌توان در مورد تابع جریان و تابع توزیع مربوط به دما به کار برد. در حل عددی روش شبکه بولتزمن فرآیند در دو مرحله انتشار و برخورد رخ می‌دهد که اعمال شرایط مرزی کمانه کردن بعد از مرحله انتشار صورت می‌پذیرد. در شکل ۳ دیواره مایل پایینی محفظه بعد از مرحله انتشار نشان داده شده است. با مشخص بودن f_4 ، f_8 و f_1 و با توجه به ساکن بودن مرزهای جامد برای تابع توزیع جریان رابطه (۱۲) برقرار است [۲۸]. در مورد تابع توزیع دما، نحوه اعمال شرایط مرزی دما ثابت روی دیواره مایل سرد پایینی به صورت رابطه (۱۳) است.



شکل ۳ نحوه اعمال شرایط مرزی

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_v} [(f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t))] + \Delta t \mathbf{c}_i \mathbf{F}_i \quad (1)$$

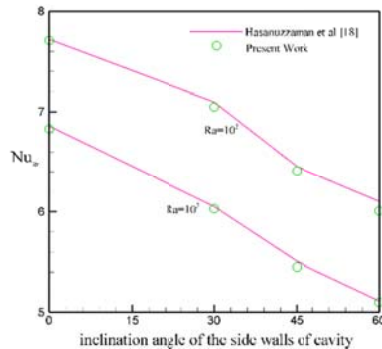
$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{x}, t) - \frac{\Delta t}{\tau_c} [(g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t))] \quad (2)$$

$$f_i^{eq} = \omega_i \left[1 + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})}{c_s^2} - \frac{1}{2c_s^2} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) + \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{c_s^4} \right] \quad (3)$$

$$g_i^{eq} = \omega_i T \left[1 + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})}{c_s^2} \right] \quad (4)$$

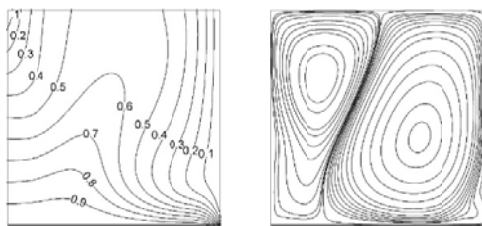
$$\rho = \sum_i f_i \cdot \rho \mathbf{u} = \sum_i \mathbf{c}_i f_i \cdot T = \sum_i g_i \quad (5)$$

مشاهده می‌شود اختلاف نتایج ناچیز است. مورد دیگر، برای صحت‌سنجی، تحقیقی است که توسط محمودی و همکاران [۳۰] انجام شده است. در این تحقیق اثر میدان مغناطیسی بر جابجایی طبیعی درون محفظه مربعی با دیواره‌های عمودی دما خطی بررسی شده است. به وضوح در جدول ۳ می‌توان دید که میزان اختلاف بین نتایج مرجع فوق و کار حاضر ناچیز است.

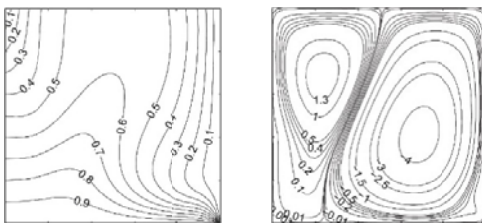


شکل ۴ مقایسه عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم

بین کار حاضر و حسن زمان و همکاران [۱۸]



(الف)



(ب)

شکل ۵ مقایسه خطوط جریان و همدمای (الف) کار حاضر و (ب)

ساتیامورتی و چامخا [۳۱] در $Ha=50$

با توجه به اعتبارسنجی برنامه کامپیوتری و اطمینان از دقت نتایج به دست آمده، در این بخش به تحلیل و بررسی نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های صورت گرفته پرداخته شده است. شکل ۶ تا ۹ خطوط جریان و همدمای را برای حالات مختلف دمایی دیواره سمت راست محفظه و مانع لوزی شکل در $\phi=45^\circ$ و عدد رایلی 2×10^5 برای دو مقدار عدد هارتمن نشان می‌دهد. همانطور

جدول ۱ عدد ناسلت متوسط به ازای ابعاد مختلف شبکه

ابعاد شبکه	$Ra=2 \times 10^4$	$Ra=2 \times 10^5$
60×120	۹/۹۹۸	۱۲/۱۲۶
80×160	۱۰/۴۸۹	۱۲/۸۴۸
100×200	۱۰/۸۴۳	۱۳/۳۶۲
120×240	۱۱/۰۲۹	۱۴/۵۴۳

جدول ۲ مقایسه عدد ناسلت متوسط بین کار حاضر

و حسین و همکاران [۲۱] در $Pr=5$ و $Ha=0$

Ra	کار حاضر	حسین و همکاران [۲۱]
10^3	۰/۸۸۳	۰/۸۹۱
10^4	۲/۲۰۸	۲/۲۴۱
10^5	۴/۶۹۹	۴/۷۹۲

جدول ۳ مقایسه عدد ناسلت متوسط بین کار حاضر

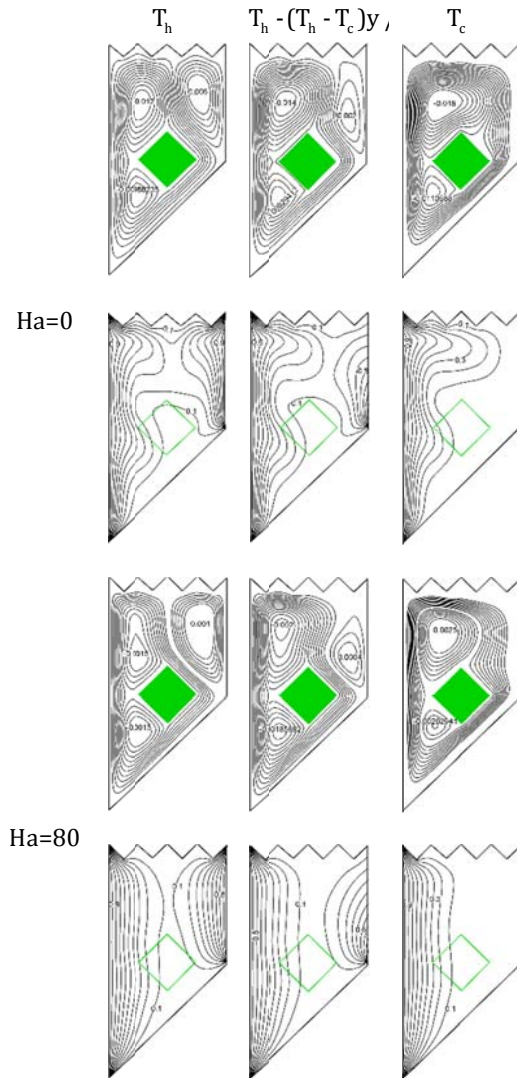
و محمودی و همکاران [۳۰]

Ra	کار حاضر	محمودی و همکاران [۳۰]
10^3	۰/۹۴۱	۰/۹۳۸
10^4	۰/۹۵۹	۰/۹۶۲
5×10^4	۱/۶۴۱	۱/۶۶۶
10^5	۲/۰۳۶	۲/۰۷۶

مورد سوم، مقایسه کار حاضر با کار حسن زمان و همکاران [۱۸]

برای دو مقدار عدد رایلی در عدد هارتمن ۱۰ است. در این مطالعه انتقال حرارت جابجایی طبیعی درون محفظه دوزنقه شکل تحت اثر میدان مغناطیسی به ازای تغییرات زاویه دیواره بررسی شد. همانطور که در شکل ۴ مشخص است اختلاف بسیار کم است. مورد چهارم برای صحت سنجی، مقایسه کار حاضر با مطالعه‌ی ساتیامورتی و چامخا [۳۱] در حضور میدان مغناطیسی برای جابجایی طبیعی درون محفظه مربعی شکل با دیواره دارای

دارد، سیال در طی دیواره عمودی سمت چپ گرم و سبک شده و به سمت بالا حرکت می‌کند و طی دیواره سرد با افزایش چگالی مواجه شده و به سمت پایین حرکت می‌کند.

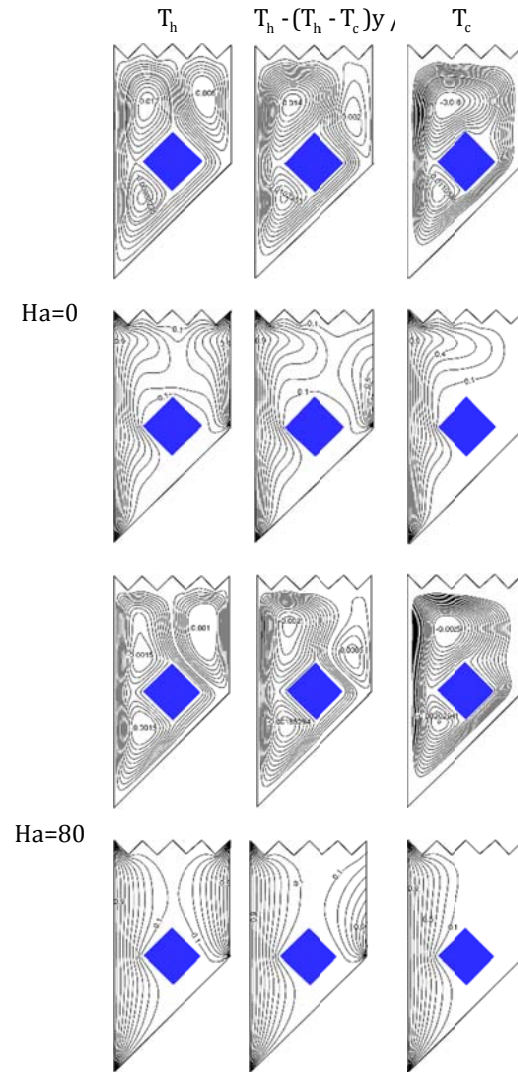


شکل ۷ خطوط جریان (ردیف بالا) و خطوط همدمای

(ردیف پایین) برای $Ra=2 \times 10^5$ و مانع رسانا

همین امر سبب ایجاد گردابه‌های واحد و ساعتگرد درون محفظه می‌شود. اما زمانی که دما در دیواره سمت راست، گرم و به صورت خطی تغییر می‌کند، علاوه بر گردابه‌ی بزرگ و ساعتگرد که بیشتر فضای محفظه را پر می‌کند، گردابه‌های کوچک‌تر و پادساعتگرد و به مراتب با قدرت کمتر در سمت راست محفظه شکل می‌گیرد. در حالتی که مانع در حالت گرم قرار دارد به

که مشاهده می‌شود در تمامی حالات، افزایش قدرت میدان مغناطیسی بدلیل اعمال نیرویی بازدارنده، سبب می‌شود بیشینه

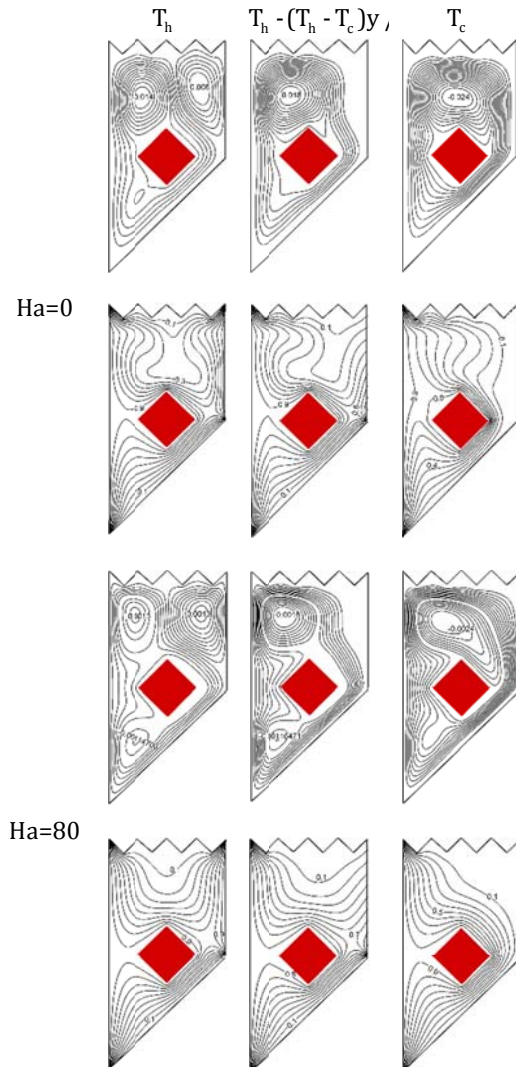


شکل ۸ خطوط جریان (ردیف بالا) و خطوط همدمای

(ردیف پایین) برای $Ra=2 \times 10^5$ و مانع سرد

مقدار خطوط جریان کاهش یابد و از انحنای خطوط همدمای کاسته می‌شود و خطوط به موازات دیواره‌ها قرار گیرند. این کم شدن انحنای نشان از کم شدن اثر جابجایی و غالب شدن هدایت حرارتی دارد. همچنین از تراکم خطوط در نزدیکی دیواره گرم کاسته می‌شود و این سبب کم شدن میزان انتقال حرارت می‌گردد. در حالتی که دیواره سمت راست در دمای ثابت سرد قرار

گرم است، ضخامت لایه مرزی حرارت نزدیک دیواره سمت راست بسیار زیاد بوده و تراکم خطوط همدمای نزدیک دیواره سمت چپ دیده می‌شوند.

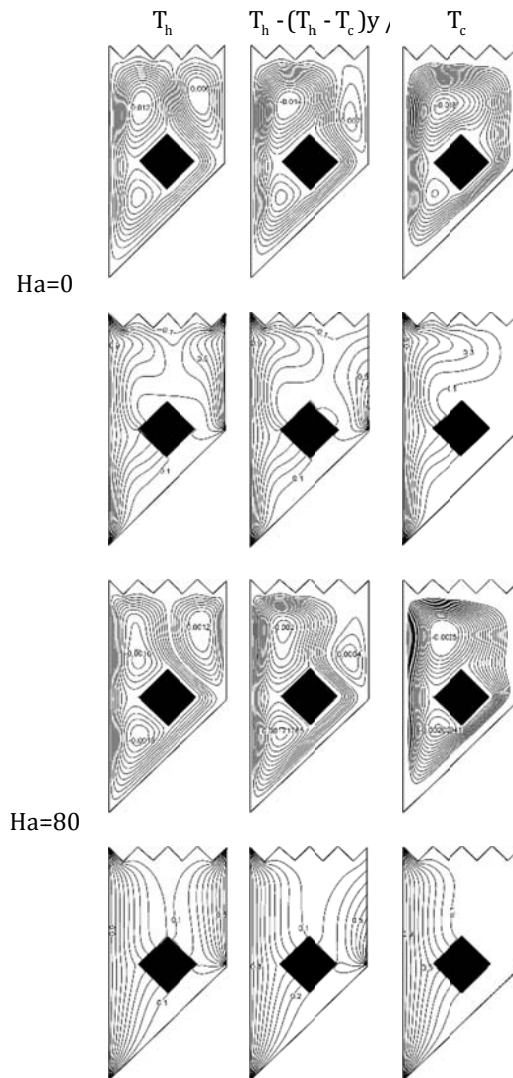


شکل ۹ خطوط جریان (ردیف بالا) و خطوط همدمای

(ردیف پایین) برای $Ra=2 \times 10^5$ و مانع گرم

همچنین مشاهده می‌شود زمانی که دیواره عمودی سمت راست در دمای ثابت سرد قرار دارد، تراکم خطوط در مجاورت دیواره سمت چپ بیشتر است که بیانگر انتقال حرارت بیشتر این حالت نسبت به دو حالت دیگر است. به منظور درک بهتر از رفتار جریان سیال درون محفظه، سرعت عمودی به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن برای $\phi=45^\circ$ و برای مانع و دیواره

دلیل اینکه منبع حرارتی در بالا و دیواره سرد در پایین قرار دارد و نیروی گرانش به سمت پایین است، هدایت نقش غالب انتقال حرارت را دارد و اثرات جابجایی کم است به همین دلیل خطوط



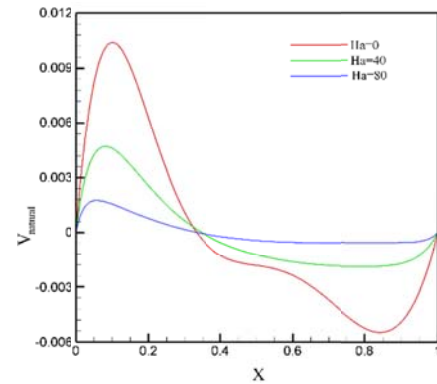
شکل ۸ خطوط جریان (ردیف بالا) و خطوط همدمای

(ردیف پایین) برای $Ra=2 \times 10^5$ و مانع آدیباتیک

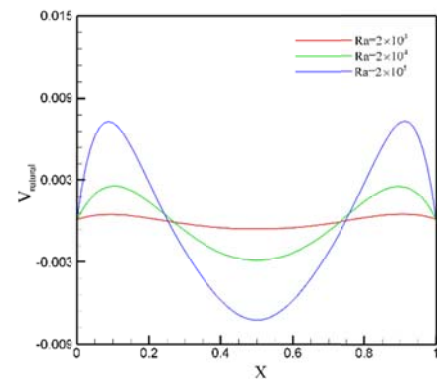
همدمای در پایین محفظه در این حالت به صورت موازی و دارای انحنای کم است. زمانی که دیواره سمت راست محفظه در دمای ثابت سرد قرار دارد، تجمع خطوط در نزدیکی دیواره گرم به مراتب بیشتر از دو حالت دمایی دیگر است و این نشان از گرادیان دمایی بیشتر برای این حالت دارد و به تبع آن میزان انتقال حرارت نیز بیشتر خواهد بود. همچنین بجز حالتی که مانع

رایلی به دلیل افزایش اثرات جابجایی، سرعت سیال و انتقال حرارت را افزایش می‌دهد. عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌ی عمودی سمت چپ محفظه که در دمای ثابت گرم قرار دارد به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی، شیب دیواره و شرط مرزی دمایی مختلف دیواره عمودی سمت راست و مانع لوزی شکل در غیاب میدان مغناطیسی در جداول ۴ تا ۶ ارائه شده است. در تمامی حالات با افزایش عدد رایلی، به سبب افزایش اثرات جابجایی، عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. درصد این تأثیر در حالات مختلف، متفاوت است که به ازای تمامی مقادیر شیب دیواره، بیشترین و کمترین تأثیر مربوط به حالتی است که مانع آدیباتیک و سرد است. به عنوان نمونه در جدول ۴-الف، زمانی که مانع به ترتیب آدیباتیک و سرد است، افزایش عدد رایلی از 2×10^3 به 2×10^5 به ترتیب منجر به افزایش $82/5$ و 51 درصدی عدد ناسلت متوسط می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که افزایش شیب دیواره منجر به کم شدن اثرات افزایش عدد رایلی می‌شود. به عنوان نمونه زمانی که دیواره عمودی سمت راست دارای دمای خطی و مانع رسانا است، برای $\phi=0$ و $\phi=45^\circ$ ، افزایش عدد رایلی از 2×10^3 به 2×10^5 به ترتیب منجر به افزایش 72 و 40 درصدی عدد ناسلت متوسط می‌گردد. با ثابت بودن تمامی پارامترهای مؤثر، بیشترین و کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط به ترتیب در حالتی اتفاق می‌افتد که مانع در دمای ثابت سرد و گرم باشد. بعلاوه با ثابت بودن تمامی پارامترهای تأثیرگذار، افزایش شیب دیواره منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود. مثلاً زمانی که دیواره دارای دمای خطی و مانع گرم است، افزایش شیب دیواره از صفر به 45° سبب افزایش 40 ، 34 و $8/5$ درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب برای اعداد رایلی 2×10^3 ، 2×10^4 و 2×10^5 می‌شود. شکل‌های ۱۲ و ۱۳ عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم سمت چپ محفظه را به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن، شرط مرزی دمایی دیواره و مانع لوزی شکل برای سه مقدار شیب مختلف در عدد رایلی 2×10^5 نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که با ثابت ماندن همه‌ی پارامترهای مؤثر، افزایش عدد هارتمن به سبب کاستن سرعت سیال، سبب کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود

در دمای ثابت سرد در عدد رایلی 2×10^5 در شکل ۱۰ نشان داده شده است. همانطور که دیده می‌شود، افزایش عدد هارتمن سبب کاستن سرعت جریان درون محفظه شده و نیرویی مقاوم در برابر حرکت سیال اعمال می‌کند که نتیجه آن کم شدن میزان



شکل ۱۰ سرعت عمودی در $Y=0.75$ به ازای مقادیر مختلف عدد هارتمن در $Ra=2 \times 10^5$ برای مانع و دیواره عمودی سمت راست سرد و $\phi=45^\circ$



شکل ۱۱ سرعت عمودی در $Y=0.75$ به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی در $Ha=0$ برای مانع رسانا و دیواره عمودی سمت راست گرم و $\phi=0$

انتقال حرارت است. بعلاوه مشاهده می‌شود که منحنی عدد هارتمن تقریباً به شکا افقی است و این بیانگر این مطلب است که افزایش بیشتر قدرت میدان مغناطیسی تأثیری ندارد. شکل ۱۱ سرعت عمودی را به ازای مقادیر مختلف عدد رایلی در غیاب میدان مغناطیسی برای عدد رایلی 2×10^5 ، شیب صفر و دیواره سمت راست در دمای ثابت گرم نشان می‌دهد. افزایش عدد

که این تأثیر در حالات مختلف، متفاوت است. عموماً با افزایش شیب دیواره اثر افزایش قدرت میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد.

جدول ۴-الف عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره دارای دمای ثابت سرد و $\varphi=0$

Ra	مانع سرد	مانع رسانا	مانع آدیاباتیک	مانع گرم
2×10^3	۹/۵۱۱	۸/۰۸۳	۷/۸۳۱	۶/۹۹۱
2×10^4	۱۰/۳۹۲	۹/۶۶۱	۹/۳۱۳	۷/۹۲۱
2×10^5	۱۴/۳۸۱	۱۴/۳۱۲	۱۴/۲۹۱	۱۲/۶۱۳

جدول ۴-ب عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره دارای دمای خطی و $\varphi=0$

Ra	مانع سرد	مانع رسانا	مانع آدیاباتیک	مانع گرم
2×10^3	۹/۲۹۱	۷/۵۲۲	۷/۴۲۵	۶/۸۳۱
2×10^4	۱۰/۰۶۲	۹/۰۸۲	۸/۸۳۳	۷/۴۶۱
2×10^5	۱۳/۲۷۱	۱۲/۹۷۲	۱۲/۸۶۲	۱۰/۸۵۵

جدول ۴-ج عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره دارای دمای ثابت گرم و $\varphi=0$

Ra	مانع سرد	مانع رسانا	مانع آدیاباتیک	مانع گرم
2×10^3	۹/۲۱۱	۷/۵۸۱	۷/۰۱۱	۶/۷۲۵
2×10^4	۹/۹۹۱	۸/۷۹۲	۸/۵۵۶	۷/۰۱۲
2×10^5	۱۳/۲۵۶	۱۳/۰۵۱	۱۲/۸۶۲	۱۰/۷۲۵

جدول ۵-الف عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره دارای دمای ثابت سرد و $\varphi=26.5^\circ$

Ra	مانع سرد	مانع رسانا	مانع آدیاباتیک	مانع گرم
2×10^3	۱۰/۰۱۸	۸/۷۱۳	۸/۴۸۷	۷/۶۳۷
2×10^4	۱۱/۰۲۵	۱۰/۲۹۴	۹/۹۸۱	۸/۵۱۱
2×10^5	۱۴/۹۱۱	۱۴/۸۰۶	۱۴/۷۷۲	۱۲/۹۱۹

جدول ۵-ب عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره دارای دمای خطی و $\varphi=26.5^\circ$

Ra	مانع سرد	مانع رسانا	مانع آدیاباتیک	مانع گرم
2×10^3	۹/۹۶۸	۸/۲۸۷	۸/۱۸۷	۷/۵۷۵
2×10^4	۱۰/۸۵۶	۹/۸۵۳	۹/۵۳۷	۸/۳۵۱
2×10^5	۱۴/۱۳۳	۱۳/۱۹۳	۱۳/۶۸۱	۱۱/۴۲۵

جدول ۵-ج عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره دارای دمای ثابت گرم و $\varphi=26.5^\circ$

Ra	مانع سرد	مانع رسانا	مانع آدیاباتیک	مانع گرم
2×10^3	۹/۹۳۱	۸/۰۵۲	۸/۰۲۵	۷/۵۱۴
2×10^4	۱۰/۷۵۳	۹/۷۳۱	۹/۴۳۳	۸/۴۱۹
2×10^5	۱۳/۹۵۱	۱۳/۶۷۵	۱۳/۴۹۲	۱۱/۳۱۳

جدول ۶-الف عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره دارای دمای ثابت سرد و $\varphi=45^\circ$

Ra	مانع سرد	مانع رسانا	مانع آدیاباتیک	مانع گرم
2×10^3	۱۱/۸۰۶	۱۰/۶۶۲	۱۰/۴۶۸	۹/۵۴۴
2×10^4	۱۲/۴۳۱	۱۱/۶۱۲	۱۱/۲۸۱	۱۰/۰۰۱
2×10^5	۱۵/۰۱۱	۱۴/۷۵۳	۱۴/۶۲۵	۱۱/۸۶۸

جدول ۶-ب عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره دارای دمای خطی و $\varphi=45^\circ$

Ra	مانع سرد	مانع رسانا	مانع آدیاباتیک	مانع گرم
2×10^3	۱۱/۷۷۱	۱۰/۴۵۲	۱۰/۳۱۸	۹/۵۰۶
2×10^4	۱۲/۳۷۵	۱۱/۴۲۵	۱۱/۱۶۱	۱۰/۰۲۱
2×10^5	۱۴/۸۵۱	۱۴/۶۲۳	۱۴/۳۸۷	۱۱/۷۸۱

جدول ۶-ج عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای دیواره دارای دمای ثابت گرم و $\varphi=45^\circ$

Ra	مانع سرد	مانع رسانا	مانع آدیاباتیک	مانع گرم
2×10^3	۱۱/۷۴۴	۱۰/۳۸۱	۱۰/۱۰۶	۹/۴۶۳
2×10^4	۱۲/۳۳۲	۱۱/۴۲۱	۱۱/۱۰۷	۱۰/۰۶۹
2×10^5	۱۴/۶۸۱	۱۴/۴۷۱	۱۴/۲۹۳	۱۱/۷۱۵

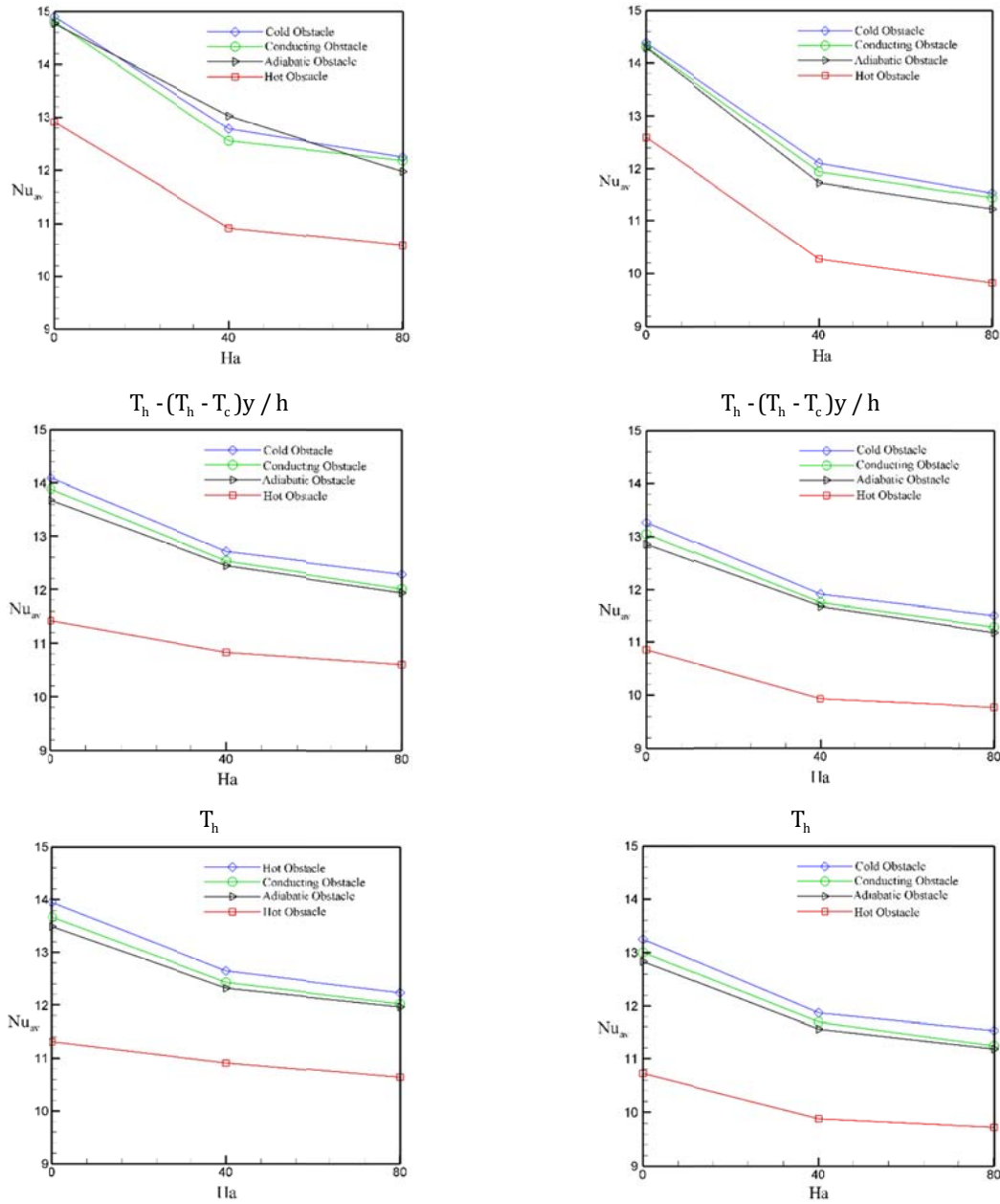
افزایش شیب دیواره محفظه به دلیل افزایش سطح تبادل حرارت منجر به افزایش مقدار عدد ناسلت متوسط می‌شود. همانگونه که ملاحظه شد شیب دیواره، شرط مرزی دمایی دیواره و مانع لوزی شکل، عدد هارتمن و رابلی پارامترهای مهم و تأثیرگذاری بر میزان انتقال حرارت هستند. با بررسی‌های صورت گرفته مشاهده شد که بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط در حالتی رخ می‌دهد که عدد هارتمن صفر، شیب دیواره برابر 45° ، عدد رابلی 2×10^5 ، مانع لوزی شکل و دیواره سمت راست محفظه در دمای ثابت سرد باشند.

ویژگی کار حاضر، جامعیت در پوشش دادن تمام شرایط مرزی در تعیین میزان انتقال حرارت برای سیال آب است که در مطالعات قبلی انجام شده به چشم نمی‌خورد. همچنین چنین هندسه و مسأله‌ای تاکنون به روش شبکه بولترمن مورد ارزیابی قرار نگرفته است. این تحقیق می‌تواند در طراحی سیستم‌های مهندسی و صنعتی راه گشا باشد.

به عنوان نمونه وقتی مانع گرم و دیواره سمت راست سرد باشد، افزایش عدد هارتمن از صفر به ۸۰ منجر به کاهش ۲۲ و ۷ درصدی عدد ناسلت متوسط به ترتیب برای شیب ۰ و 45° درجه می‌شود. همچنین در هر مقدار شیب، زمانی که دیواره سمت راست دارای دمای سرد باشد، اثر افزایش قدرت میدان مغناطیسی بیشتر است. مثلاً در شیب صفر، زمانی که مانع رسانا باشد، افزایش عدد هارتمن از ۰ تا منجر به کاهش ۲۰، ۱۵ و ۱۳ درصدی عدد ناسلت متوسط برای دیواره سرد، دیواره دارای دمای خطی و دیواره گرم می‌شود. مشاهده می‌شود که افزایش شیب دیواره منجر به کم شدن اثرات افزایش عدد رابلی می‌شود. مشاهده می‌شود که افزایش شیب دیواره منجر به کم شدن اثرات افزایش عدد رابلی می‌شود. به عنوان نمونه زمانی که دیواره عمودی سمت راست دارای دمای خطی و مانع رسانا است، برای $\varphi=0^\circ$ و $\varphi=45^\circ$ ، افزایش عدد هارتمن از صفر به ۸۰ سبب کاهش ۱۵ و ۱۰ درصدی عدد ناسلت متوسط می‌شود.

T_c

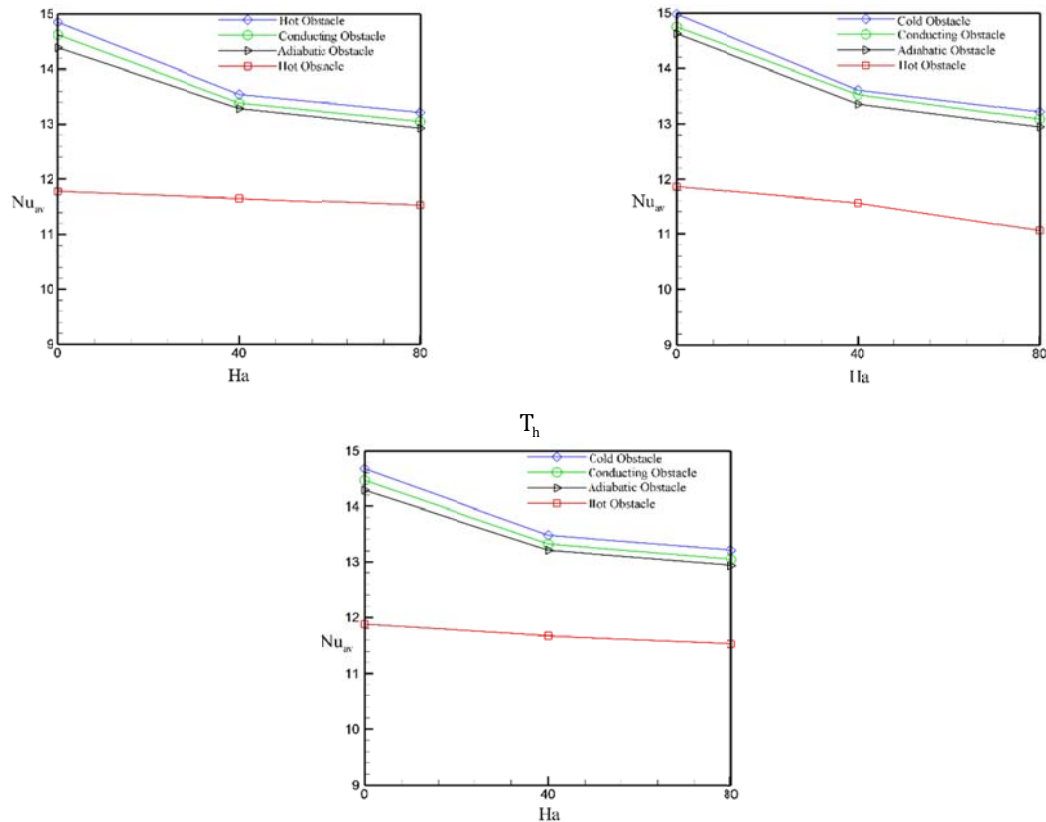
T_c



شکل ۱۲ عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای $Ra=2 \times 10^5$ سمت راست $\phi=0$ و سمت چپ $\phi=26.5^\circ$

$$T_h - (T_h - T_c)y/h$$

$$T_c$$



شکل ۱۳ عدد ناسلت متوسط روی دیواره گرم برای $Ra=2 \times 10^5$ و $\varphi=45^\circ$

۴- جمع‌بندی

- با ثابت ماندن تمامی پارامترهای مؤثر، افزایش شیب دیواره به جهت افزایش سطح تبادل حرارت، سبب افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود.
- شرط مرزی دمایی مانع لوزی شکل، پارامتری مهم در تعیین میزان انتقال حرارت و مشخصات جریان سیال است. بیشترین کمترین مقدار عدد ناسلت متوسط در حالتی است که مانع در دمای ثابت سرد و گرم باشد.
- با تغییر شرط مرزی دمایی دیواره می‌توان مستقیماً بر روی میزان انتقال حرارت تأثیر گذاشت.
- بیشترین مقدار عدد ناسلت متوسط در بیشترین عدد رایلی در غیاب میدان مغناطیسی، زمانی حاصل می‌شود که مانع لوزی شکل و دیواره عمودی سمت راست محفظه در دمای ثابت سرد قرار داشته باشند و شیب دیواره 45° درجه باشد.

در کار حاضر انتقال حرارت جابجایی طبیعی سیال آب درون محفظه‌ی دو بعدی با شیب و شرایط مرزی دمایی متفاوت دیواره با مانعی لوزی شکل در مرکز تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت با استفاده از روش شبکه‌ی بولتزنن شبیه‌سازی شد. در این مطالعه‌ی عددی، تأثیر پارامترهای مختلفی از جمله عدد رایلی، عدد هارتمن، شیب دیواره، شرط مرزی دمایی متفاوت دیواره سمت راست محفظه و مانع بررسی شد. خلاصه نتایج بدست آمده به قرار زیر است:

- افزایش عدد رایلی سبب افزایش انتقال حرارت در محفظه می‌شود که نسبت این افزایش در حالتی که دیواره سمت راست محفظه در دمای ثابت سرد قرار دارد بیشتر از دو حالت دیگر است.
- افزایش عدد هارتمن به دلیل کاستن از سرعت سیال درون محفظه سبب کاهش عدد ناسلت متوسط می‌شود که درصد این تأثیر در حالات مختلف دمایی مانع و دیواره سمت راست محفظه، متفاوت است.

۵- فهرست علائم

- B_0 قدرت میدات مغناطیسی
 $c_s = 1/\sqrt{3}$ سرعت صوت شبکه

[3] K. Venkatadri, O. A. Bég, P. Rajarajeswari, and V. R. Prasad, "Numerical simulation of thermal radiation influence on natural convection in a trapezoidal enclosure: heat flow visualization through energy flux vectors," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 171, pp. 105-121, 2020.

[4] سید محمد قاسمی، بهزاد قاسمی، افراسیاب رئیسی، "جابجایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه مثلثی با تیغه گرمازا"، *مجله مهندسی مکانیک تبریز*، دوره ۴۶، شماره ۲، ۱۳۹۶، صفحه ۶۷-۵۹.

[5] T. Manoj K, P. Rajsekhar, " Numerical analysis of natural convection in a triangular cavity with different configurations of hot wall ". *Int J Heat Tech*, Vol. 35, No. 1, 2017, pp. 11-18.

[6] R. D. Jagadeesha, B. M. R. Prasanna. D. Younghae, M. Sankar, " Natural convection in an inclined parallelogrammic porous enclosure under the effect of magnetic field ", *J Phys Conf*, Vol. 908, No. 1, 2017, pp. 40-49.

[۷] قنبرعلی شیخزاده، محمد رضایی، محمود احمدی، محمدرضا بابائی، "جابجایی آزاد نانوسیال آب-اکسید آلومینیوم با خواص متغیر درون یک محفظه با وجود منبع گرم و منبع سرد روی دیواره‌های عمودی آن"، *مجله علمی پژوهشی مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۱۵، شماره ۴۹، تابستان ۱۳۹۶، صفحه ۱۶-۱.

[8] B. He, S. Lu, D. Gao, W. Chen, and F. Lin, "Lattice Boltzmann simulation of double diffusive natural convection in heterogeneously porous media of a fluid with temperature-dependent viscosity," *Chinese Journal of Physics*, vol. 63, pp. 186-200, 2020.

[9] P. K. Kolluru, M. Atif, M. Namburi, and S. Ansumali, "Lattice Boltzmann model for weakly compressible flows," *Physical Review E*, vol. 101, pp. 11-22, 2020.

[10] M. Ahkami, A. Parmigiani, P. R. Di Palma, M. O. Saar, and X.-Z. Kong, "A lattice-Boltzmann study of permeability-porosity relationships and mineral precipitation patterns in fractured porous media," *Computational Geosciences*, vol. 14, pp. 1-18, 2020.

[11] T. Basak, S. Roy, A. R. Balakrishnam, " Effect of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity", *Int J Heat Mass Tran*, Vol. 49, 2006, pp. 4525-4535.

[12] Y. Varol, H. F. Oztop, and T. Yilmaz, " Two-dimensional natural convection in a porous triangular enclosure with a square body", *Int Commun Heat Mass Tran*, Vol. 34, 2007, pp. 238-247.

[13] T. Basak, S. Roy, A. Singh, and A. Balakrishnan, " Natural convection flows in porous trapezoidal enclosures with various inclination angles ". *Int J Heat Mass Tran*, Vol. 52, 2009, pp. 4612-4623.

[14] K. Seetharamu, " Effect of different thermal boundary conditions at bottom wall on natural convection in cavities", *J Eng Sci Tech*, Vol. 6, 2011, pp. 109-130.

[15] Aswatha, C. J. Gangadhara, S. N. Sridhara, K. N. Seetharamu "Effect of different thermal boundary conditions at bottom wall on natural convection in cavities". *J Eng Sci Tech*, Vol. 6, No. 1, 2011, pp. 109-130.

[16] Y. Varol "Natural convection in porous triangular enclosure with a centered conducting body", *Int Commun Heat Mass Tran*, Vol. 38, 2011, pp. 368-376.

[17] H. Saleh, R. Roslan, I. Hashim, "Natural convection in a porous trapezoidal enclosure with an inclined magnetic field", *Computers & Fluids*, Vol. 47, 2012, pp. 155-164.

[18] M. Hasanuzzaman, H. F. Öztop, M. Rahman, N. Rahim, R. Saidur, and Y. Varol, "Magnetohydrodynamic natural

c_i سرعت مجازی ذرات روی شبکه

C_p گرمای ویژه

D طول ضلع مانع

F_i نیروهای خارجی

F تابع توزیع چگالی

H عرض محفظه

Ha عدد هارتمن

G تابع توزیع انرژی

L طول محفظه

Nu عدد ناسلت

$u(u, v)$ سرعت ماکروسکوپیک

$x(x, y)$ مختصات شبکه

علائم یونانی

A ضریب پخش حرارتی

Φ شیب دیواره

P چگالی

τ_c ضریب آسایش میدان دما

τ_v ضریب آسایش میدان جریان

Θ دمای بی بعد

Υ لزجت سینماتیکی

M لزجت دینامیکی

Ω ضریب وزنی

بالانویس

Eq تعادلی

زیرنویس‌ها

Av متوسط

I شماره لینک شبکه

C سرد

H گرم

۶-مراجع

[1] A. Bouzerzour, M. Djeddar, H. F. Oztop, T. Tayebi, and N. Abu-Hamdeh, "Natural convection in nanofluid filled and partially heated annulus: Effect of different arrangements of heaters," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 538, pp. 122-138, 2020.

[2] S. Giwa, M. Sharifpur, and J. Meyer, "Experimental study of thermo-convection performance of hybrid nanofluids of Al2O3-MWCNT/water in a differentially heated square cavity," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 148, p. 119072, 2020.

- heating of bottom wall”, *Int J Heat Mass Tran*, Vol. 51, 2008, pp. 747-756.
- [25] M. Sheikholeslami, M. Gorji-Bandpy, K. Vajravelu, “Lattice Boltzmann simulation of magnetohydrodynamic natural convection heat transfer of Al₂O₃-water nanofluid in a horizontal cylindrical enclosure with an inner triangular cylinder”, *Int J Heat Mass Tran*, Vol. 80, 2015, pp. 16-25.
- [26] M. H. Esfe, A. A. Arani, W.-M. Yan, H. Ehteram, A. Aghaie, M. Afrand, “Natural convection in a trapezoidal enclosure filled with carbon nanotube-EG-water nanofluid”, *Int J Heat Mass Tran*, Vol. 92, 2016, pp. 76-82.
- [27] A. Rahmati, A. Tahery, “Numerical study of nanofluid natural convection in a square cavity with a hot obstacle using lattice Boltzmann method”, *Alexandria Eng J*.
- [28] A. A. Mohamad, “Lattice Boltzmann method: fundamentals and engineering applications with computer codes”, Springer Science & Business Media.
- [29] P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, M. Krook, “A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems”, *Physical review*, Vol. 94, 1954, pp. 511-525.
- [30] A. Mahmoudi, I. Mejri, M. A. Abbassi, A. Omri, “Lattice Boltzmann simulation of MHD natural convection in a nanofluid-filled cavity with linear temperature distribution”, *Powder Technology*, Vol. 256, 2014, pp. 257-271.
- [31] M. Sathiyamoorthy and A. Chamkha, “Effect of magnetic field on natural convection flow in a liquid gallium filled square cavity for linearly heated side wall (s)”, *Int J Therm Sci*, Vol. 49, 2010, pp. 1856-1865.
- convection in trapezoidal cavities”. *Int Commun Heat Mass Tran*, Vol. 39, 2012, pp. 1384-1394.
- [۱۹] عبدالحسین فریدون، علی اکبر عباسیان آرانی، محمد همت اسفه، آرین زارع قادی "ارزیابی جریان جابجایی طبیعی حول استوانه داغ قرار گرفته در محفظه مربعی پر شده از نانوسیال با تغییر در شعاع و موقعیت استوانه"، *مجله علمی پژوهشی مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۳۳، تابستان ۱۳۹۲، صفحه ۶۸-۵۸.
- [20] GH. R. Kefayati, “Lattice Boltzmann simulation of natural convection in a square cavity with a linearly heated wall using nanofluid”, *Arab J Eng*, Vol. 39, 2014, pp. 2143-2156.
- [21] A. K. Hussein, H. Ashorynejad, S. Sivasankaran, L. Kolsi, M. Shikholeslami, and I. Adegun, “Modeling of MHD natural convection in a square enclosure having an adiabatic square shaped body using Lattice Boltzmann Method” *Alex Eng J*, Vol. 55, 2016, pp. 203-214.
- [۲۲] محمد نعمتی، "کاربرد روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی عددی انتقال حرارت جابجایی نانوسیال درون محفظه دو بعدی در یک محیط متخلخل با هندسه‌های مختلف در حضور میدان مغناطیسی"، پایان نامه کارشناسی ارشد، بهار ۱۳۹۶، دانشگاه کاشان، کاشان.
- [23] Z. Boualahia, A. Wakif, R. Sehaqui, “Natural convection heat transfer of the nanofluids in a square enclosure with an inside cold obstacle”, *Int Innovation Scientific Research*, Vol. 21, No. 2, 2016, pp. 367-375.
- [24] E. Natarajan, T. Basak, S. Roy, “Natural convection flows in a trapezoidal enclosure with uniform and non-uniform