



مروری بر اصول انتقال حرارت و مکانیک سیالات در محیط های متخلخل

مهردادمسگرپور¹، علی حیدری^{2*}، سیف الله سعدالدین³

- 1- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
 2- استادیار، مرکز تحقیقات انرژی و توسعه پایدار، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
 3- استاد، گروه مهندسی مکانیک، واحد سمنان، دانشگاه آزاد اسلامی، سمنان، ایران
 * سمنان- صندوق پستی 179-35141، آدرس ایمیل: a.heydari@semnaniau.ac.ir

اطلاعات مقاله	چکیده
مقاله پژوهشی کامل دریافت: 4 آبان 1397 پذیرش: 27 آذر 1397 ارائه در سایت: 10 بهمن 1397	محیط های متخلخل به دلیل خواص فیزیکی و ساختار داخلی خود، میتوانند اثرات منحصر به فردی در حوزه مکانیک از خود بر جای بگذارند. بررسی مکانیک سیالات در محیط های متخلخل میتواند به کاربرد این محصولات در بسیاری از صنایع کمک فراوانی نماید. با توسعه مباحث نظری در این موضوع میتوان در بسیاری از دستگاههای سیالاتی به منظور افزایش کارایی مورد استفاده قرار گیرند. سطح تماس بسیار زیاد، مقاومت مکانیکی بالا، قابلیت تولید در انواع سطح مقطع و جنس کاربرد این محصولات را افزایش داده است. به دلایلی متعدد توزیع اماری خواص، ساختار شبکه ای تصادفی و نیز عدم امکان بررسی ضخامت جداره ها در مسیرهای داخلی، توسعه روابط برای این محیطها بسیار دشوار است. در این مطالعه به بررسی مکانیک سیالات و قوانین پایه حاکم بر این محیط ها پرداخته میشود. همچنین در این تحقیق روابط افت فشار، انتقال حرارت و تولید آنتروپی در این محیطها بررسی میشود.
کلیدواژگان محیط متخلخل مکانیک سیالات داریسی مومنتوم	

The principles of heat transfer and fluid mechanics in porous media (review)

Mehrdad mesgarpour¹, ali heydari^{2*}, seyfollah saddodin¹

- 1- Department of Research Center for Energy and sustainable development, Semnan Branch, **Islamic Azad University**, Semnan, Iran.
 2- Department of Mechanical Engineering, Semnan Branch, **Islamic Azad University**, Semnan, Iran
 * P.O.B. 35141-179 Semnan, Iran heydari@semnaniau.ac.ir

Article Information

Original Research Paper
 Received: 26 October 2018
 Accepted: 18 December 2018
 Available Online 30 January 2019

Keywords

Porous media
 fluid mechanic
 heat transfer
 Darcy law

ABSTRACT

Porous materials are encountered literally everywhere in everyday life, in technology, and in nature. With the exception of metals, some dense rocks, and some plastics, virtually all solid and semisolid materials are "porous" to varying degrees. There are many examples of porous materials in everyday life and the environment. Textiles and leathers are highly porous; they owe their thermal insulating properties, as well as the property that they "breathe," to their pore structure. Paper towels and tissue paper are also highly porous; these owe their absorbency partly to their porous structure and partly to the property that they are strongly wetted by water. In this study, mathematical model and formula based on porous media will be discussed.

Please cite this article using:

Mehrdad mesgarpour, ali heydari, seyfollah saddodin, The principles of heat transfer and fluid mechanics in porous media (review), *Journal of Mechanical Engineering and Vibration*, Vol. 9, No. 4, pp. 27-36, 2018 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

1- مقدمه

توجه به فوم‌های فلزی به سال 1940 هنگامی که سوسنیک¹ اختراعی را در این زمینه ثبت نمود، برمی‌گردد. او در روش ابداعی خود فلزاتی را باهم ترکیب نمود، که اختلاف زیادی در دمای ذوب و جوش داشته باشند در نتیجه در دمای جوش یکی از آن‌ها دیگری بخار می‌شد. برای مثال آلومینیوم و جیوه اولین گروهی بودند که وی آزمایش نمود[1]. با این روش وی توانست فلز متخلخل را تولید نماید. از آن پس این زمینه به یکی از جدیدترین شاخه‌های علم مواد تبدیل گردید اما استفاده از این روش همواره با مشکلات فراوانی همراه بود که از این جمله می‌توان به محدودیت ساخت و عدم تنوع ماده سازنده را نام برد. در سال 1970 اولین روش تولید نیمه‌صنعتی به دست گیبسون و اشبی² برای ساخت یک سلول جامد به وجود آمد که اولین فوم فلزی با امکان تعیین خواص مشخص و تولید انبوه بود[2]. اولین بررسی‌ها درباره امکان استفاده و ساخت از مواد گوناگون برای فوم‌های فلزی چندان موفق نبود.

برای کاربردی شدن فوم‌ها 10 سال زمان نیاز بود تا با به وجود آمدن تکنولوژی‌های جدید، کاربرد آن مشخص گردد[3]. برای ساخت فوم‌های فلزی از چهار روش زیر استفاده می‌گردد[1, 2]:

روش تهیه از فلز مایع³

تهیه از حالت پودری

تهیه از روش بخار اشباع فلزی

تهیه از یون فلزی

2- روش های مختلف اندازه گیری تخلخل در مواد

تعیین میزان تخلخل در مواد از روش‌های مختلفی صورت می‌گیرد. این روش‌ها طیف بسیاری از مواد از قبیل نانو ساختارها تا مواد آلی را در برمی‌گیرند. مهم‌ترین این روش‌ها عبارت‌اند از:

بویانسی⁴ تخلخل‌سنجی هلیوم⁵

اشباع سیال⁶

تخلخل‌سنجی جیوه⁷

¹ sosenick

² Gibson and ashbey

³ Liquid metal

⁴ Buoyancy

⁵ Helium prosimetry

⁶ Fluid saturation

⁷ mercury prosimetry

میکروسکوپ الکترونی روبشی⁸

تئوری جذب لانگمیر

تئوری جذب BET

ایزوترم جذب

از آنجایی که سنجش میزان تخلخل یک جسم فرایندی آماری می‌باشد، برای مسائل عادی می‌توان تنها به چهار روش اول اکتفا نمود.

تخلخل‌سنجی بویانسی

این روش یکی از ساده‌ترین و از اولین روش‌هایی است که برای سنجش میزان تخلخل مواد استفاده شده است. اصول کارکرد این روش بسیار ساده می‌باشد. جسم متخلخل را داخل حجم معین سیال قرار داده و جسم تحت اثر نیروی شناوری میزان مشخصی از نیرو را وارد می‌نماید که می‌توان به وسیله یک نیروسنج آن را اندازه گرفت. از مزایای این روش می‌توان به راحتی و تعیین حجم حفرات اشاره نمود. عدم دقت و قابل استفاده بودن روی تنها نوع خاصی از تخلخل (سلول باز)، از مهم‌ترین معایب این روش است.

تخلخل‌سنجی جیوه

یکی از بهترین و دقیق‌ترین روش‌های سنجش تخلخل در اجسام می‌باشد. این روش تقریباً از سال 1850 مورد مطالعه قرار گرفته و با پیشرفت تکنولوژی و ظهور سنسورهای دقیق این روش به پرکاربردترین روش برای سنجش تخلخل بدل شد. امکان تعیین قطر متوسط حفرات و حجم حفره با دقتی بالا از مهم‌ترین مزیت‌های این روش است. اساس کار این روش بر مبنای وجود یک سیال غیر خیس‌کننده مثل جیوه استوار است به طوری که این سیال با فشار بالا به جسم متخلخل وارد می‌شود. سنسورهای فشار امکان تعیین افت فشار در جسم متخلخل را فراهم نموده و این نتایج در رابطه واشبرن⁹ قرار داده شده و نتایج به صورت آماری قابل استفاده است. مهم‌ترین مشکل استفاده از این روش برای تعیین تخلخل مواد، امکان وجود واکنش شیمیایی بین جیوه و جسم پایه است. این روش امروزه گسترش فراوانی یافته و این پیشرفت منجر به استفاده از گاز هلیوم به جای جیوه برای سنجش شده است. استفاده از هلیوم نه تنها مشکل واکنش بین مواد را از بین می‌برد، بلکه خواص آن استفاده از این روش را آسان تر نموده است

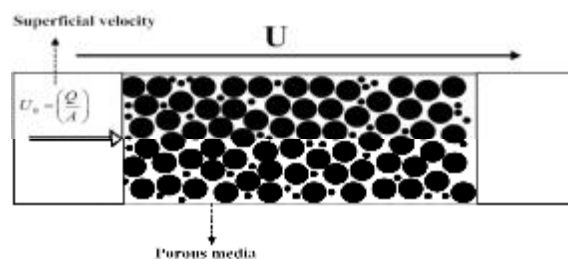
⁸ Scanning Electrons Microscope

⁹ Washburn's equation

3- جریان در جسم متخلخل

سیالات در عبور از اجسام متخلخل رفتار متفاوتی از خود نشان می دهند. این رفتار را می توان به دو دسته انتقال حرارتی و سیالاتی تقسیم بندی کرد. در دسته اول هدف از مطالعه، رفتار انتقال حرارتی سیال در عبور از اجسام متخلخل، بررسی میزان انتقال حرارت، محاسبه عدد ناسلت و مطالعه تأثیر عبور سیال بر توزیع دمایی در جسم است [4]. دسته دوم از اهمیت بالاتری در مبدل های حرارتی برخوردار است. برای توصیف رفتار سیال در یک جسم متخلخل لازم است ابتدا نگاهی دوباره به جسم متخلخل داشته باشیم. طبق تعریف، جسم متخلخل جسمی است که در بین ذرات آن حفره وجود داشته باشد و بسته به نوع آن دارای مجرای بین تمامی حفرات بوده و یا به حجم کنترل هایی بسته محدود باشد.

در اصطلاح به حالت اول سلول باز¹ و به حالت دوم سلول بسته² گفته می شود. مطابق شکل 1 جریان گذرنده از مجرا برابر Q بوده که از سطح مقطع A عبور می کند. زمانی که جریان تا لبه سمت چپ مقطع فرضی A می رسد از تمامی فضای داخل کانال استفاده کرده و مشخصات آن در تمامی نقاط معلوم و ثابت است. زمانی که جریان به سمت راست مقطع می رسد با سدی به نام تخلخل مواجه می شود. بر اساس قوانین بقا، سیال باید خود را با این شرایط تطبیق دهد. لذا تغییراتی در خواص سیال بر اساس مشخصات فوم ایجاد می شود. به دلیل کاهش شدید سطح مقطع، سیال مجبور به افزایش سرعت شده، لذا در فوم های فلزی سرعت درون مسیرها بالاتر از سرعت ورودی به فوم است. از این روست که در فوم های فلزی برخلاف سایر موارد که کسر جرمی³ اهمیت دارد، این کسر حجمی⁴ می باشد که دارای بیشترین اهمیت است.



شکل 1 نمایی از جسم متخلخل

¹ Open cell
² Close cell
³ Mass fraction
⁴ Volume fraction

کسر حجمی که حاصل تقسیم حجم جزئی بر حجم کل می باشد و به اصطلاح به اشباع حجمی شناخته می شود. کسر تهی یکی دیگر از پارامترهایی است که برای توصیف جسم متخلخل نیاز است و به معنای میزان خالی بودن جسم است. اگر کسر جرمی c و کسر حجمی ε باشد داریم:

$$e+c=1 \quad (1)$$

نکته مهم اینجاست که در یک سیستم سیالاتی تشخیص داده شود که حفره ها معمولاً توسط سیال پر می شوند، به عبارت دیگر وقتی سیال در یک فوم حرکت می کند سه نوع ماده وجود دارد، در ابتدا گاز فضای خالی درون جامد را پر کرده ولی با حرکت سیال درون آن تدریجاً سیال جای گاز را می گیرد. در تحلیل فوم ها معمولاً آن ها را با این فرض در نظر می گیریم که دارای خواص یکسانی هستند، از این رو سرعت درون شبکه ای به سادگی وابسته به سرعت ورودی در ابتدای آن بوده و این ویژگی وقتی با در نظر گرفتن قانون بقای سیال باشد رابطه زیر حاصل می شود [5-7]:

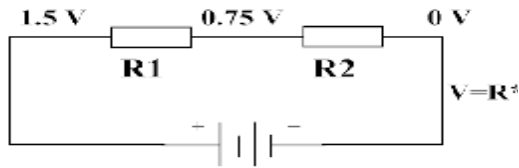
$$U = \frac{U_0}{e} \quad (2)$$

کاملاً مشخص است که افت فشار در یک جسم متخلخل به میزان تمرکز حجمی بستگی دارد. اگر مقدار تمرکز حجمی برای جسم یک باشد، یعنی جسم کاملاً از ماده پر بوده و هیچ فضای خالی ندارد، و افت فشار آن بی نهایت است. از سوی دیگر اگر مقدار آن صفر باشد یعنی جسم کاملاً خالی بوده و شاهد افت فشاری نخواهیم بود. با تغییر میزان سرعت سیال شاهد رشد افت فشار هستیم. جریان درون یک محیط متخلخل وابسته به درصد تخلخل، نوع مسیرها در توده متخلخل، اندازه حفره ها، و مشخصات فیزیکی سیال وابسته است

4- مکانیک سیالات در جسم متخلخل

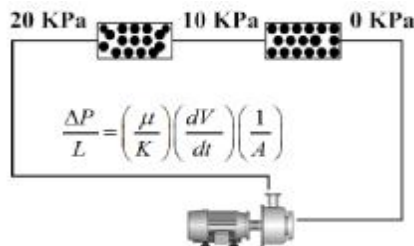
برای شناسایی رفتار سیال، شاخص عدد رینولدز می توان کمک فراوانی در شناسایی مشخصات جریان کند. وقتی عدد رینولدز را برای مثال در یک کانال بررسی می کنیم، مقدار عدد رینولدز به کمک سرعت سیال به دست می آید؛ اما در یک جسم متخلخل به دلیل وجود کانال های ارتباطی ناهمسان و

قانون دارسی و معادله کوزنی - کارمن صحت سنجی برای جریان لایه‌ای هستند . برای نیروی درگ ناشی از ویسکوزیته درروی سطح، طرحی از آن را در شکل 2 داریم:



شکل 2 نمای مدار الکتریکی

یک باتری یا یک پمپ پتانسیل مؤثر برای حرکت جریان را فراهم می‌کنند. این فشار تولیدی بستگی به مقاومت در مسیر دارد. برای دو مقاومت معادل، پتانسیل الکتریکی یا فشار به‌طور مساوی بین آن‌ها پخش می‌شود. در جریان سیال بیشترین مقاومت بستگی به ویسکوزیته سیال دارد. نفوذپذیری¹ (K) در بستر یکی دیگر از عوامل مهم در تعیین میزان مقاومت در برابر عبور سیال است. به‌عبارت‌دیگر وقتی سیال می‌خواهد به جسمی نفوذ کند دو عامل ویسکوزیته آن و نفوذپذیری ماده نقش اساسی را ایفا می‌کنند. در شکل 3 میتوان این افت را مشاهده نمود.



شکل 3 نمای شبیه سازی از جسم متخلخل

حجم نفوذپذیری صفر به معنای مقاومت بینهایت سیال یا جریان الکتریکی است. طبق معادله دارسی داریم:

$$\frac{\Delta P}{L} = \left(\frac{m}{K}\right) \left(\frac{dV}{dt}\right) \left(\frac{1}{A}\right) \quad (5)$$

در رابطه فوق V مقدار حجمی است که در زمان t وارد المان می‌شود. طبق رابطه افت فشار که در طول بستر رخ

مسیر پر مانع، علاوه بر همه مشخصات سیال باید میزان افت فشار ناشی از ویسکوزیته سیال و نیروی درگ نیز در نظر گرفته شود. افزایش نیروی درگ ناشی از ایجاد گردابه‌ها در مسیر زمانی که جریان آشفته است می‌تواند بر میزان افت تأثیر بگذارد. لازم به ذکر است تمامی مطالب زیر از کتاب محیط های متخلخل کامبیز وفاپی برداشت شده است. رینولدز اصلاح‌شده معیاری برای رژیم جریان در اجسام متخلخل است. برای محاسبه میزان اصلاح‌شده رینولدز نیاز به تعریف واحد سرعت سیال (u) و ویژگی بعد خطی (d) داریم. زمانی که سیال در بستر سمت چپ مقطع A شکل 1 قرار دارد، $u=U$ می‌باشد. به‌عبارت‌دیگر سرعت سیال در جسم متخلخل همان سرعت ورودی است. ویژگی بعد خطی اولین بار توسط کوزنی برای توصیف سطح مقطع عبوری سیال استفاده شد. بنا بر تعریف، ویژگی بعد خطی عبارت است از سطح سلول باز برای عبور سیال تقسیم بر مساحت سطحی که سیال باید از آن عبور کند.

$$d = \left[\frac{ALe}{AL(1-e)S_v} \right] = \frac{e}{(1-e)S_v} \quad (3)$$

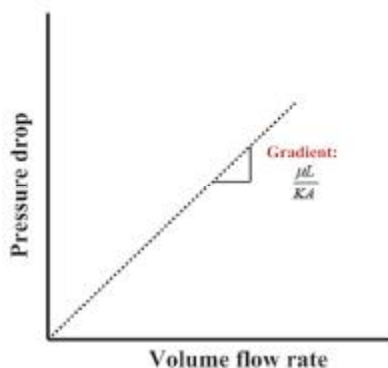
با ترکیب رابطه فوق با عدد رینولدز خواهیم داشت:

$$Re_1 = \left(\frac{e}{(1-e)S_v} \right) \left(\frac{U_0}{e} \right) \left(\frac{r}{m} \right) \quad (4)$$

این مفهوم بیان می‌کند که رینولدز اصلاح‌شده در واقع نرخ ماند نیروی ویسکوزیته را مشخص کرده و معیاری برای ارزیابی نیروی مهم ماند سیال است. به‌عبارت‌دیگر رینولدز اصلاح‌شده معیاری از این نکته است که جریان در حین عبور از حجم کنترل‌های بین ذرات چه میزان دچار آشفتگی می‌شود. طبق قرارداد آستانه تحریک سیال برای جریان آشفته و یا حداکثر میزان جریان آرام مقدار 2 می‌باشد. این همان حالتی است که در عدد رینولدز مقدار 2000 به‌عنوان مرز نهایی جریان آرام شناخته می‌شود. [4, 7-16]

قانون دارسی و معادله کوزنی - کارمن

1- Permeability



شکل 4 رابطه حجم عبوری با افت فشار

با مقایسه معادلات به راحتی می توان دریافت که معادله کوزنی - کارمن زیرمجموعه ای از معادله دارسی است که با تحلیل و نگرش نفوذ بازنویسی شده است. معادله کوزنی پتانسیل زیادی در تشریح افت فشار بر اساس پدیده نفوذ در جسم متخلخل دارد؛ اما با تمامی این موارد در موارد متعددی شاهد برهم خوردن این رابطه هستیم. به عنوان مثال در برخی موارد ثابت کوزنی مقداری نزدیک به 5 را دارد. آزمایش ها نشان می دهد که نفوذ یا مقاومت برگشتی سیال به بستر متخلخل و خصوصیات ذاتی سطح در هر حجم کنترل از جسم بستگی دارد. به عبارت دیگر جنس، نوع تخلخل، نوع حفرات، ابعاد کانال ها، میزان پخش تخلخل همگی از عواملی هستند که بر روی نفوذ تأثیر دارند. نفوذ عبارت است از:

$$k = \frac{e^3}{K(1-e)^2 S_V^2} \quad (9)$$

از آنجایی که در واحد بین المللی سطح با مترمربع شناخته می شود ثابت کوزنی اغلب 5 است در سال های اخیر با رشد تولید اجسام متخلخل پیشنهاد می شود که از تابع زیر بجای ثابت کوزنی استفاده گردد:

$$K = f(e) \quad (10)$$

5- ضریب اصطکاک در جسم متخلخل

زمانی که سیال از یک جسم متخلخل عبور می کند به دلیل افزایش سطح تماس، اصطکاک زیاد شده و این موضوع به شدت بازگشتناپذیری را افزایش می دهد. در این رابطه آشفتگی جریان بسیار مهم می گردد. با افزایش آشفتگی، میزان رینولدز اصلاح شده به بیش از 2 افزایش میابد. طرحی از

می دهد به صورت خطی با افزایش نرخ حجمی سیال افزایش میابد. یا به عبارت دیگر:

$$U_0 = \frac{Q}{A} = \left(\frac{dV}{dt} \right) \left(\frac{1}{A} \right) \quad (6)$$

همان طور که در شکل 3 آمده است اندازه گیری میزان نفوذ در بستر از طریق محاسبه گرادیان یا شیب نمودار دی- افت فشار ممکن است. یکی از مشکلات نفوذپذیری در اجسام متخلخل مقدار نفوذ آن هاست. به دلیل یکنواخت نبودن حفرات و متفاوت بودن ابعاد کانال ها، معمولاً ضریب نفوذپذیری را به صورت ثابت در جسم در نظر می گیرند. در شکل 2 پمپ مجبور به پمپاژ سیال و عبور دادن آن از بستر تخلخل است. برای این موضوع نیاز به تئوری جهت توضیح نفوذ در بستر تخلخل دارد که همان معادله کوزنی - کارمن است. این معادله در واقع ویرایشی متفاوت از معادله هیگن پوآزی برای جریان سیال در کانال های استوانه ای است

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{32m}{d^2} u \quad (7)$$

بر این اساس می توان فرض کرد که جریان در یک جسم متخلخل معادلی از جریان در تعداد زیادی لوله باریک باشد، لذا ویژگی بعد خطی و رینولدز اصلاح شده برای بازتعریف قطر معادل کانال و رابطه تبدیل بین سرعت سیال و سرعت در سمت چپ بستر استفاده می گردند. به عبارت دیگر برای جریان سیال در کانال از معادله هیگن-پوآزی برای تعیین افت فشار استفاده می شود. حل معادله کوزنی کارمن بیان می کند می توان با در نظر گرفتن تعداد زیادی مجرا در یک جسم، علاوه بر شبیه سازی جسم متخلخل، از این معادله هم استفاده نمود. پس با جانشین کردن بعد ویژه خطی و رینولدز اصلاح شده، رابطه ای به نام ثابت کوزنی می رسیم که شامل فاکتور بسیار مهم وابستگی جریان در حال پیچ و خم خوردن در طول مسیر با طول گام به گام بستر می باشد.

$$\frac{\Delta P}{L} = m \left[\frac{K(1-e)^2 S_V^2}{e^3} \right] U_0 \quad (8)$$

$$= m \left[\frac{K(1-e)^2 S_V^2}{e^3} \right] \left(\frac{dV}{dt} \right) \left(\frac{1}{A} \right)$$

لوله‌ها می‌توان دریافت که این تابع در اجسام متخلخل دارای شیب ملایم‌تری می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود در ناحیه آرام و آشفته در لوله‌ها یک پرش وجود دارد که همان ناحیه گذراست، ولی این مسئله برای اجسام متخلخل دیده نمی‌شود. با افزایش نرخ دبی جریان میزان آشفتگی به صورت ملایم افزایش می‌یابد. لذا نمودار ضریب اصطکاک تنها با داشتن 1 و یا 2 نمودار تجربی به دست می‌آید. این نمودارها بر اساس معادله کارمن که برای اجسام در بستر استفاده می‌شود توضیح داده می‌شوند.

$$\frac{R}{rU^2} = \left(\frac{5}{Re} \right) + \left(\frac{0.4}{Re^{0.1}} \right) \quad (15)$$

معادله ارگان نیز برای اجسام توخالی استفاده می‌شود:

$$\frac{R}{rU^2} \left(\frac{4.17}{Re} \right) + 0.29 \quad (16)$$

معادلات فوق در واقع یک معادله هستند که برای مقاومت‌های مختلف اجسام در برابر جریان، نوع جریان را می‌توانند مشخص سازند.

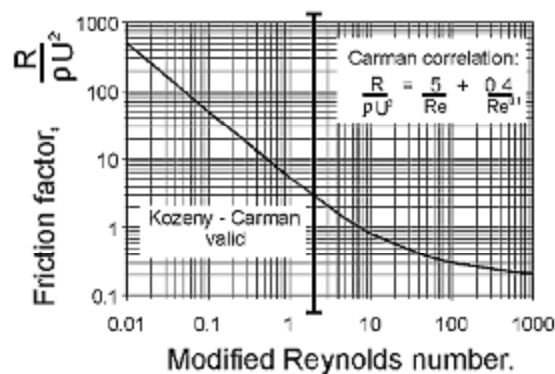
6- غلظت در حجم و جرم

اشباع جسم جامد به وسیله کسر حجمی (C) بیان می‌شود، کسر حجمی در واقع میزان خالی بودن جسم است. در بعضی از کتب این مقدار با Φ نشان داده شده است. کسر حجمی جسم عبارت است از حجم جسم تقسیم بر حجم کل جسم یا حجم جسم به اضافه حجم سیال درون جسم. در مطالعات روی جسم متخلخل راحت‌تر است از اشباع جسم به جای تخلخل استفاده شود. زیرا تخلخل یک واژه عمومی است و درون خود فاکتورهایی نظیر نوع تخلخل، ابعاد تخلخل، نوع کانال را نیز دارد، اما فاکتور اشباع جسم به صورت آماری میانگینی از درصد پراکندگی حفرات و نیز میزان آن را می‌دهد. روش‌های مختلف آزمایشگاهی برای سنجش میزان اشباع وجود دارد که از جمله می‌توان به اشباع سنجی جیوه اشاره نمود.

$$C = \left[\frac{\text{Volume solid}}{\text{Volume solid} + \text{Volume fluid}} \right] \quad (17)$$

اگر در رابطه فوق اشباع جرم C_w و جرم کل M را وارد کنیم طبق تعاریف جرم خواهیم داشت:

ضریب اصطکاک در جسم متخلخل را می‌توان در شکل 5 مشاهده کرد. طبق این نمودار تنش برشی در سطح جسم جامد با میزان افت فشار رابطه دارد.



شکل 5 ضریب اصطکاک در اجسام متخلخل

$$f_c = \frac{R}{rU^2} \quad (11)$$

در معادله فوق f_c ضریب اصطکاک و R تنش برشی است یا نیروی درگ بر روی هر واحد سطح ذرات سیال. مقدار R می‌تواند از بالانس نیروها در هر واحد حجم به دست آید.

$$R = \left(\frac{e}{(1-e)S_v} \right) \left(\frac{\Delta P}{L} \right) \quad (12)$$

با گسترش و جایگذاری سایر معادلات در رابطه 12 خواهیم داشت:

$$\frac{R}{rU^2} = \left(\frac{e^3}{(1-e)S_v} \right) \left(\frac{\Delta P}{L} \right) \left(\frac{1}{rU_0^2} \right) \quad (13)$$

که افت فشار در هر واحد طول برابر است با:

$$\frac{\Delta P}{L} = \left(\frac{R}{rU^2} \right) \left(\frac{(1-e)S_v rU_0^2}{e^3} \right) \quad (14)$$

پرانتر اول همان ضریب اصطکاک است. پس با داشتن نرخ جریان و سرعت ظاهری می‌توان به رینولدز اصلاح شده و ضریب اصطکاک دست یافت. [9, 10, 12-17]

روابط کارمن و ارگان

در شکل 5 با مقایسه نمودار رینولدز اصلاح شده بر اساس میزان ضریب اصطکاک و ضریب اصطکاک بر اساس رینولدز در

ϕ را مشخص می کنند. [7, 9, 13]. این معادلات به بخش های زیر تقسیم می شوند

معادله انرژی

معادله انرژی تنها رابطه ای است که در آن صحبت از دما می گردد. برای بازنویسی معادله انرژی از قانون اول ترمودینامیک برای جسم متخلخل همگن و بالانس و تعادل دمایی در جسم متخلخل ایزوتروپیک داریم:

$$\begin{aligned} & (rC_p)_f \left(s \frac{\partial T}{\partial t} + n \nabla T \right) \\ & = k \nabla^2 T + q''' + \frac{m}{K} n^2 \end{aligned} \quad (19)$$

q''' در رابطه 19 میزان انتقال حرارت صورت گرفته از واحد حجم و ترم آخر سمت راست میزان پراکندگی ویسکوزیته در مدل دارسی است. k میزان رسانش گرمایی در جسم متخلخل است و ترکیبی از دو نوع رسانش است

$$K = eK_f + (1-e)K_s \quad (20)$$

زیرنویس های s و f به ترتیب برای جامد و سیال است. S ضرب ظرفیت برای 2 ماده متشکله با به عبارت دیگر ظرفیت سیال و جامد است که به طور زیر تعریف می شود [5].

$$s = \left[\frac{e(rC_p)_f + (1-e)(rC_p)_s}{(rC_p)_f} \right] \quad (21)$$

در این قسمت هدف به کارگیری قانون اول ترمودینامیک در یک جسم متخلخل است بدین منظور در حالت ابتدایی جسم را ایزوتروپیک در نظر گرفته و از تغییرات ویسکوزیته که بر اثر تغییرات فشار به وجود می آیند صرف نظر می کنیم. برای حجم کنترل جسم مورد نظر در فاز جامد داریم:

$$\begin{aligned} & (1-j)(rc)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} \\ & = (1-j) \nabla \cdot (k_s \nabla T_s) + (1-j) q_s'' \end{aligned} \quad (22)$$

و در فاز مایع:

$$\begin{aligned} & j (rc)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + (rc)_f n \cdot \nabla T_f \\ & = j \nabla \cdot (K_f \nabla T_f) + j q_f'' \end{aligned} \quad (23)$$

با نوشتن معادلات فوق می توان به سطح اختلاط جسم متخلخل دست یافت. این موضوع مربوط به رسانایی این جسم

$$C = \left[\frac{\left(\frac{C_w M}{r_s} \right)}{C_w M + \frac{(1-C_w)M}{r}} \right] \quad (18)$$

7- انتقال حرارت در جسم متخلخل

برای توصیف دقیق اصول انتقال حرارت و نحوه توزیع دما در یک جسم متخلخل باید موارد زیر بررسی گردد:

معادله انرژی (فرم ساده)

معادله انرژی (فرم پیچیده و گسترش یافته)

تأثیر تغییرات فشار و ویسکوزیته

مدل توزیع دما

با بررسی موارد فوق می توان درک عمیقی از انتقال حرارت در اجسام متخلخل به دست آورد. معادلات اصلی مکانیک شامل معادلات بقا انرژی و جرم اساس رفتار حرارتی و جریانی یک سیال هستند. در جسم متخلخل نیز مانند سایر نقاط این معادلات برقرار می باشند. برای یک جسم متخلخل نیاز به معرفی محیط حرکت سیال درون تخلخل می باشد که از این محیط به نام المان حجمی تصحیح شده یا REV یاد می شود. برای برقراری پیوستگی در محیط فرض می شود REV یک محیط پیوسته و واحد است که تمامی معادلات در آن برقرار است. تخلخل مهم ترین ویژگی جسم متخلخل است که یک خاصیت فیزیکی است. اندازه گیری میزان تخلخل با روش های مختلفی اندازه گیری می شود که تمامی آن ها مقدار تخلخل یا ϕ را مشخص می کنند. [7, 9, 13]. این معادلات به بخش های زیر تقسیم می شوند

با بررسی موارد فوق می توان درک عمیقی از انتقال حرارت در اجسام متخلخل به دست آورد. معادلات اصلی مکانیک شامل معادلات بقا انرژی و جرم اساس رفتار حرارتی و جریانی یک سیال هستند. در جسم متخلخل نیز مانند سایر نقاط این معادلات برقرار می باشند. برای یک جسم متخلخل نیاز به معرفی محیط حرکت سیال درون تخلخل می باشد که از این محیط به نام المان حجمی تصحیح شده یا REV یاد می شود. برای برقراری پیوستگی در محیط فرض می شود REV یک محیط پیوسته و واحد است که تمامی معادلات در آن برقرار است. تخلخل مهم ترین ویژگی جسم متخلخل است که یک خاصیت فیزیکی است. اندازه گیری میزان تخلخل با روش های مختلفی اندازه گیری می شود که تمامی آن ها مقدار تخلخل یا

متخلخل دارد. معیار نفوذناپذیری یک جسم متخلخل طبق قانون دارسی نوشته می شود که مطابق زیر است [4, 6, 10].

عبارات سوم و چهارم معادله نیروی درگ ناشی از ویسکوزیته سیال عبوری از تخلخل هستند. البته این نکته مهم را نباید فراموش کرد که معادله فوق برای حجم متوسط در معادلات ناویر استوکس است که با شرطهای همگن و یکنواخت بودن در جسم ایزوتروپیک متخلخل هستند که به این شرایط تحت عنوان Hazen-Dupuit-darcy شناخته می شوند. برای شرایط پایدار جریان نیوتنی در جسم متخلخل با تخلخل ثابت، معادله را می توان ساده نمود تا به معادله مشهور دارسی رسید.

$$n = -\frac{k}{m}(\nabla P + rg) \quad (28)$$

در معادله بالا n و ∇P به ترتیب سرعت دارسی و گرادیان فشار در جسم هستند [11-13]. هنری دارسی² در سال 1856 یک مدل جامع دو بعدی را معرفی نمود. معادله 5 که شکل توسعه یافته و بروز معادله دارسی است در سال 1937 توسط موزکات³ ارائه شد. این معادله بیان می نماید برای جریان سیال نیوتنی تک فاز در جسم متخلخل زمانی که جریان سیال ضعیف است افت فشار درون جسم متخلخل به طور خطی با نرخ تخلیه⁴ یا نرخ عبوری جریان سیال در ارتباط است. دارسی در تحلیل خود اثرات شرایط مرزی را روی جریان سیال در نظر نگرفت. در یک میدان مغناطیسی با وارد شدن نیروهای حجمی معادله به فرم زیر می گردد [13, 14].

$$\begin{aligned} r \left[\frac{1}{e} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{e^2} (n \cdot \nabla) n \right] \\ = -\nabla P + m_e \nabla^2 n - \frac{m}{K} n - C_p |n| n \\ + rg + \frac{g}{e} (n \times B_o) \times B_o \end{aligned} \quad (29)$$

8- تولید آنتروپی در جسم متخلخل

عدم تعادل تغییر انرژی و مومنوم که به وسیله سیال در مرزهای جسم جامد به وجود می آید باعث تولید مداوم و پیوسته آنتروپی در جریان سیال می گردد. تولید آنتروپی به دلیل ذات بازگشتناپذیر فرایند انتقال حرارت و اثر ویسکوزیته

است به عنوان مثال رسانایی گذرنده از جسم جامد و نرخ خالص رسانش در واحد کنترل جسم جامد است.

معادله انرژی در حالت پیچیده

به طور کلی انتقال گرما در یک جسم متخلخل به پیکربندی داخلی و آرایش مواد سازنده بستگی دارد. به طوری که اگر رسانش گرمایی در فاز سیال و جامد به طور همزمان صورت گیرد رسانش کل از حاصل این دو مقدار به دست می آید. به عبارت دیگر رسانش کل یک محیط متخلخل از مجموع رسانش فاز سیال و فاز جامد به دست می آید.

$$K_A = (1-j)k_s + jk_f \quad (24)$$

از طرف دیگر از ساختار محیط متخلخل به گونه ای باشد که انتقال در ردیف هم به صورت سری قرار گیرند انتقال کلی برابر خواهد بود با [7, 8]

$$\frac{1}{K_H} = \frac{(1-j)}{k_s} + \frac{j}{k_f} \quad (25)$$

با توجه به ساختار فوم های فلزی جدا کردن این دو حالت عملاً امکان پذیر نیست. افراد زیادی روی توسعه و جداسازی این روابط کار کرده اند که نتایج همگی حاکی از وابستگی شدید انتقال حرارت به ساختار درونی است.

معادلات پیوستگی و مومنوم

معادله پیوستگی را می توان بر اساس رابطه بیژن نوشت [9]

$$e \frac{\partial r}{\partial t} + \nabla \cdot (r n) = 0 \quad (26)$$

در رابطه فوق r مقدار چگالی سیال و e همان Φ یا مقدار تخلخل است. همان طور که مشاهده می گردد حجم متوسط در معادله پیوستگی بسیار کوچک است. حجم متوسط در روابط معادلات ناویر استوکس را می توان به فرم زیر نوشت

$$\begin{aligned} r \left[\frac{1}{e} \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{1}{e^2} (n \cdot \nabla) n \right] \\ = -\nabla P + m_e \nabla^2 n - \frac{m}{K} n - C_p |n| n + rg \end{aligned} \quad (27)$$

در معادله بالا k میزان نفوذناپذیری¹ جسم متخلخل و m_e ویسکوزیته مؤثر سیال است که وابسته به هندسه جسم

² Henry darcy

³ Muskat

⁴ Flow discharge rate

¹ Permeability

L	طول (متر)
K	رسانایی گرمایی
N	تعداد
P	گام کوئل (متر)
f	ضریب اصطکاک
d	قطر داخلی (متر)
m	جرم (کیلوگرم)
Nu	عدد ناسلت
Re	عدد رینولدز

درون سیال است. خاصیت آنتروپی مقیاسی برای میزان بی‌نظمی مولکولی سیستم است. طبق قانون دوم ترمودینامیک همواره تولید می‌شود و هرگز نابود و از بین نمی‌رود. بر طبق این خاصیت که آنتروپی از بین نمی‌رود می‌توان بر اساس قانون دوم تخمینی از میزان نرخ تولید آنتروپی در واحد حجم به صورت دیفرانسیلی نوشت. برای یک سیستم باز تولید آنتروپی عبارت است از [8, 9, 11, 13, 15-17]

$$S_{gen}'' = \frac{K}{T^2} (\nabla T)^2 + \frac{m}{T_0} \Phi + \frac{q''}{T_0} \quad (30)$$

10- منابع

- [1] J. Banhart, Metal foams: production and stability, *Advanced engineering materials*, Vol. 8, No. 9, pp. 794-781, 2006.
- [2] J. Banhart, Manufacture, characterisation and application of cellular metals and metal foams, *Progress in materials Science*, Vol. 46, No. 6, pp. 632-559, 2001.
- [3] L. J. Gibson, M. F. Ashby, *Cellular solids: structure and properties*: Cambridge university press, 1999.
- [4] J. H. Cushman, *Dynamics of fluids in hierarchical porous media*: Academic Press Inc.(London) Ltd., 1990.
- [5] B. Alazmi, K. Vafai, Analysis of fluid flow and heat transfer interfacial conditions between a porous medium and a fluid layer, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, No. 9, pp. 1749-1735, 2001.
- [6] M. Kaviany, *Principles of heat transfer in porous media*: Springer-Verlag, 1991.
- [7] K. Vafai, *Handbook of porous media*: Crc Press, 2009.
- [8] D. A. Nield, A. Bejan, *Convection in porous media*: springer, 2006.
- [9] A. Bejan, Entropy generation minimization: The new thermodynamics of finite-size devices and finite-time processes, *Journal of Applied Physics*, Vol. 79, No. 3, pp. 1218-1191, 1996.
- [10] M. Dentz, D. Tartakovsky, E. Abarca, A. Guadagnini, X. Sanchez-Vila, J. Carrera, Variable-density flow in porous media, *Journal of fluid mechanics*, Vol. 561, No. 1, pp. 235-209, 2006.
- [11] A. Bejan, *Designed Porous Media*, in: *Emerging Technologies and Techniques in Porous Media*, Eds., pp. 249-237: Springer, 2004.
- [12] K. Hooman, F. Hooman, S. R. Mohebpour, Entropy generation for forced convection in a porous channel with isoflux or isothermal walls, *International Journal of Exergy*, Vol. 5, No. 1, pp. 96-78, 2008.
- [13] D. B. Ingham, I. Pop, *Transport phenomena in porous media III*: Access Online via Elsevier, 2005.
- [14] J. B. Keller, Flow in random porous media, *Transport in Porous Media*, Vol. 42, No. 3, pp. 406-395, 2001.

T_0 مقدار دمای شرایط مرزی و Φ بخش ویسکوزیته است. ترم اول سمت راست معادله 31 تولید آنتروپی را بر اساس میزان بازگشت‌ناپذیری حاصل از انتقال حرارت بیان می‌کند. زمانی که ترم دوم تولید آنتروپی با اصطکاک سیال جمع می‌شود نرخ تولید آنتروپی در واحد حجم سیال بر اساس تولید گرما به دست می‌آید. برای یک جسم متخلخل همگن می‌توان معادله فوق را ساده نمود.

$$S_{gen}'' = \frac{K}{T^2} (\nabla T)^2 + \frac{m}{KT_0} n^2 + \frac{m}{T_0} \Phi + \frac{gB_o^2 n}{eT_0} \quad (31)$$

که عبارت Φ شامل موارد زیر است

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial g} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial g} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (32)$$

9- فهرست علائم و اختصارات

عنوان	علامت اختصاری
A	مساحت (متر مربع)
n	تعداد
P	فشار (پاسکال)
C	کسر حجمی
Q	دبی (لیتر بر ساعت)
q	انتقال حرارت (وات)
h	ضریب انتقال حرارت (وات بر مترمربع کلونین)
A	مساحت (متر مربع)
t	زمان (ثانیه)
V	سرعت (متر بر ثانیه)

- [۱۵] R. Hilfer, Transport and relaxation phenomena in porous media, *Advances in Chemical Physics*, Vol. ۹۲, pp. ۴۲۴-۲۹۹, .۱۹۹۶
- [۱۶] C. K. Ho, S. W. Webb, *Gas transport in porous media*: Springer, .۲۰۰۶
- [۱۷] A. Bejan, *Entropy generation through heat and fluid flow*: Wiley New York, .۱۹۸۲