



## تحلیل عددی برداشت انرژی از یک ایرفویل تحت تحریک همزمان پایه و جریان با مدل‌سازی غیر خطی

سید مصطفی میرطبابی<sup>۱</sup>، علی کارگزارفرد<sup>۲\*</sup>

۱. دکتری مهندسی مکانیک، مرکز پژوهشی و صنعتی دانشگاه افسری امام علی (ع)، تهران، ایران
۲. کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، گرایش طراحی کاربردی، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

\*نویسنده مسئول: [alikargozarfard@gmail.com](mailto:alikargozarfard@gmail.com)

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۳/۲۲ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۶/۰۴

### چکیده

در تحقیق حاضر، به مطالعه مدل‌سازی غیرخطی و تحلیل ارتعاشات یک ایرفول به‌منظور بررسی پتانسیل جاذب‌های برداشت انرژی پیزوالکتریک تحت تحریک‌های همزمان پایه و جریان پرداخته شده است. بدین‌منظور ابتدا یک ایرفول تحت تحریک‌های همزمان پایه و جریان، به‌صورت یک سیستم دو درجه آزادی غیرخطی با جابجایی عمودی و پیچشی قرار گرفته و معادلات مربوط به آن استخراج شده است. سپس سفتی‌های غیرخطی در جهت عمودی (غوطه‌وری) و سفتی‌های خطی و غیرخطی پیچشی به‌طور هم‌زمان مورد بررسی قرار گرفته و به مدل سیستم اضافه شده است. در ادامه یک جاذب برداشت انرژی پیزوالکتریک به این سیستم دو درجه آزادی غیرخطی متصل شده است. همچنین برای بررسی پاسخ‌های ارتعاشی و رزونانسی غیرخطی سیستم از روش‌های تئوری اغتشاشات و یا روش‌های عددی در تحلیل سیستم استفاده شده است. در نهایت پاسخ‌های سیستم استخراج و تاثیر پارامترهای مختلف فیزیکی بر روی آن مورد بررسی قرار گرفته است. میزان ولتاژ به دست آمده در این روش نسبت به حالتی که تنها از ترم‌های خطی استفاده می‌شد تغییرات حدود ۱۰٪ را به ما نشان می‌دهد و همچنین میزان تاثیر تغییرات دامنه در این حالت افزایش چشم‌گیری داشته است.

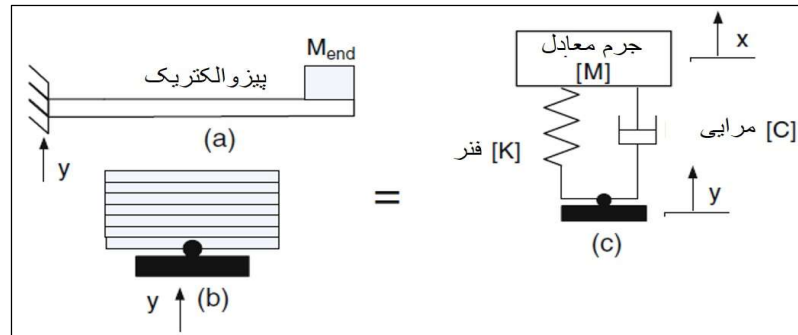
**کلمات کلیدی:** ارتعاشات غیرخطی، برداشت انرژی، تحریکات همزمان، رزونانس داخلی، پیزوالکتریک.

### مقدمه

تکنولوژی‌های برداشت انرژی، با برداشت انرژی محیط و تبدیل آن به انرژی الکتریکی، می‌توانند انرژی الکتریکی مورد نیاز دستگاه‌های الکترونیکی کوچک را فراهم سازند. آن‌ها می‌توانند پتانسیل زیادی را برای کاربردهای دستگاه‌های الکترونیکی کم‌مصرف از خود نشان دهند، به‌ویژه زمانی که شارژ یا تعویض باتری مشکل و گران می‌باشد. منابع انرژی مختلف مانند انرژی باد، خورشید، حرارتی و ارتعاشی برای برداشت انرژی در دسترس می‌باشند که در دهه گذشته از میان این منابع انرژی، برداشت انرژی از ارتعاشات تحت تحریک پایه، مورد علاقه محققان زیادی قرار گرفته است [۱ و ۲]. بنابراین محققان سعی بر این داشته‌اند که به بررسی پاسخ ارتعاشات سیستم‌های مکانیکی متصل به جاذب‌های برداشت انرژی و پتانسیل ناشی از آن‌ها به‌پردازند. بیش‌تر وسایل الکترونیکی کم‌مصرف، مانند سنسورهای راه دور و دستگاه‌های تعبیه شده، توسط باتری تغذیه می‌شوند. با این حال، حتی باتری‌های با عمر زیاد، عمر محدودی دارند و باید هر چند سال یکبار تعویض شوند. هنگامی که صدها حس‌گر در مکان‌های دور وجود داشته باشد، جایگزینی آن‌ها هزینه‌بر می‌شود. از سوی دیگر، فناوری‌های برداشت انرژی، عمر عملیاتی نامحدودی را برای تجهیزات کم‌مصرف فراهم می‌کنند و نیاز به تعویض باتری‌ها را در مواردی که پرهزینه، غیرعملی یا خطرناک باشد از بین می‌برند. بیشتر کاربردهای برداشت انرژی به گونه‌ای طراحی شده‌اند که خودپایدار، مقرون به صرفه بوده و طی سالیان متمادی نیاز کمی به سرویس داشته و یا اصلاً نداشته باشند. علاوه بر این، به دلیل نزدیکی منبع برق به سیستم، تلفات ناشی از انتقال و کابل‌های طولانی حذف می‌شود. اگر انرژی برای تغذیه مستقیم دستگاه کافی باشد، دستگاه می‌تواند بدون باتری کار کند [۳].

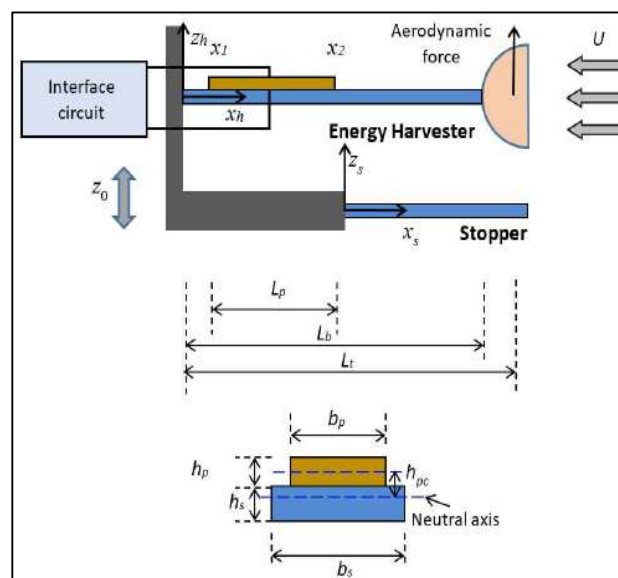
لرزش یک جسم صلب می‌تواند ناشی از عوامل متعددی مانند جرم نامتعادل در یک سیستم، پارگی و سایش مواد باشد و تقریباً در تمام سیستم‌های دینامیکی رخ می‌دهد. رفتار برای هر سیستم منحصر به فرد است و می‌توان آن را به سادگی با دو

پارامتر توصیف کرد: ثابت میرایی و فرکانس طبیعی. معمولاً از یک سیستم جرم-فنر یک درجه آزادی برای مطالعه ویژگی‌های دینامیکی یک جسم ارتعاشی مرتبط با برداشت انرژی استفاده می‌شود [۴]. شکل (۱) یک تیر با صفحات پیزوالکتریک متصل به یک بستر و یک جرم ثابت در انتهای آن را نشان می‌دهد.



شکل ۱: (a) تیر یک سر درگیر با جرم در انتها (b) پیزوالکتریک چند لایه تحت ارتعاش عرضی برانگیخته شده در پایه و (b) سیستم جرم-فنر معادل یک جسم صلب ارتعاشی

پیشرفت‌های اخیر در زمینه‌های تبدیل انرژی و میکروالکترونیک باعث تنوع زیادی در مفهوم سیستم‌های بی‌سیم خودتوان شده است. با افزایش تقاضا از سوی صنایع برای استفاده از این نوع حسگرها و با وجود پیشرفت‌هایی که در زمینه تجاری‌سازی صورت پذیرفته، اما بهینه‌سازی ریزژنراتورها که انرژی خود را از محیط اطراف می‌گیرند برای ایجاد تعادل انرژی مثبت به مدارهای الکتریکی با عملکرد پیچیده همچنان مورد نیاز است. منابع زیادی برای برداشت انرژی (حرارتی، خورشیدی و غیره) در دسترس هستند، اما ارتعاشات یکی از رایج‌ترین منابع در دسترس می‌باشد که مقدار انرژی قابل توجهی را ارائه می‌دهد. برای چنین منبعی، عناصر پیزوالکتریک عوامل بسیار خوبی برای تبدیل انرژی هستند، زیرا ضریب جفت نسبتاً بالا و همچنین چگالی توان بالایی دارند. ژائو و یانگ [۵] با پیشنهاد یک دستگاه جمع‌آوری انرژی پهنای باند مطابق شکل (۲) و با استفاده از یک درپوش مکانیکی، انرژی را از ارتعاشات پایه و جریان باد به‌طور هم‌زمان برداشت کردند.



شکل ۲: مدل پیشنهادی برای برداشت انرژی هم‌زمان از ارتعاشات پایه و جریان باد [۵]



دتره و همکاران [۶] روشی را برای طراحی یک تامین‌کننده انرژی قلبی از انرژی ارتعاشی تولید شده توسط آن، ارائه دادند. آن‌ها در این روش طیف شتاب قلب را اندازه‌گیری و مورد بررسی قرار دادند. بیبی و همکاران [۷] با استفاده از ژنراتورهای کوچک بهینه‌شده در قسمت سیم‌پیچ، اندازه آهن‌ربا و...، ولتاژ مطلوب‌تری را به دست آوردند. کنتریل و همکاران [۸]، موادی را طراحی کردند که حداکثر یا حداقل رسانایی و ظرفیت گرمایی را داشته باشند و با توجه به نوسانات حرارتی، منجر به تولید برق پایدارتری شوند. یو و همکاران [۹] سیستمی ارائه دادند که با استفاده از تغییرات دمایی محیط، انرژی گرمایی به‌هدر رفته را بازیابی می‌کند. این سیستم از دو ماده تغییر فاز یافته مختلف و یک سلول نیمه‌هادی تشکیل شده است و از آن‌جا که مقدار زیادی انرژی گرمایی طی انتقال، جذب می‌شود تاجایی که ممکن است از ماده‌های تغییر فاز یافته برای حفظ دما، در دو طرف نیمه‌هادی استفاده نمودند. سول و همکاران [۱۰] با استفاده از کیت‌های خورشیدی زیرپوستی توانستند انرژی مورد نیاز جهت شارژ باتری ضربان‌سازهای قلب و دیگر نیازهای تجهیزات پزشکی همراه بیمار را تامین کنند. زو و همکاران [۱۱] توانستند که با ارائه یک روش جدید، مشکل تبدیل انرژی جنبشی ناشی از حرکات و ارتعاشات محیط اطراف به برق را برطرف نمایند. شین و همکاران [۱۲] توانستند با استفاده از تنظیم اتوماتیک تشدید، فرکانس طبیعی را بدون دخالت انسان، با ارتعاشات محیط هماهنگ کنند که این امر منجر به افزایش چشم‌گیر بازدهی شده است. ژانگ و همکاران [۱۳] با طراحی یک جمع‌کننده انرژی الکترومغناطیسی چرخشی برای برداشت انرژی مکانیکی حرکت انسان در فرکانس پایین، توانستند به‌وسیله یک سیستم اینرسی حرکت خطی را به یک چرخش با سرعت بالا تبدیل کنند. کنگ و ها [۱۴] با استفاده از عملکرد مبدل بازگشتی حالت هدایت ناپیوسته<sup>۱</sup> با یک سنسور جریان منفرد به‌منظور ردیابی حداکثر نقطه قدرت<sup>۲</sup> و با کاهش مرتبه سیستم اتلاف انرژی را کاهش دادند. کابن و همکاران [۱۵] با استفاده از ارتعاشات سیستم تعلیق یک موتور روی یک تیر دارای پیزوالکتریک، نشان دادند که ولتاژهای خروجی در حالت غیرخطی بیشتر از حالت خطی می‌باشد. سارکر و همکاران [۱۶] با پیشنهاد یک روش بهینه‌سازی ترکیبی به جلوگیری از افت قدرت پیزوالکتریک‌ها پرداختند. این پیشنهاد شامل یک طراحی مبدل و روش کنترلی بهبودیافته است که منجر به کاهش زیاد اتلاف انرژی و خطای خروجی شده است. دونگ و همکاران [۱۷] با پیشنهاد طرح‌های پیزوالکتریک و تریبولکتریک<sup>۳</sup> برای باتری دستگاه کنترل ضربان نامنظم قلب، که بایستی به‌صورت دوره‌ای تعویض گردد، توانسته‌اند بیمار را از جراحی‌هایی متعدد، خطرناک و هزینه‌بر، بی‌نیاز سازند. لیو و گائو [۱۸] به بررسی اثر رزونانس داخلی در برداشت انرژی تحت تحریک هم‌زمان پایه و جریان پرداختند. آن‌ها به‌منظور مدل‌سازی ایرفول و جاذب برداشت انرژی، سفتی‌های غوطه‌وری و پیچشی را به صورت خطی و سیستم را به صورت خطی با یک بارگذاری غیرخطی در نظر گرفتند. در حالی که در کار پیشنهادی حاضر علاوه بر سفتی‌های غوطه‌وری و پیچشی خطی، سفتی‌های غوطه‌وری و پیچشی غیرخطی نیز در نظر گرفته شده است و در اینجا هدف بررسی برداشت انرژی از یک مدل غیر خطی و تاثیر این سفتی‌ها در کارایی آن می‌باشد.

در این مقاله به بررسی قابلیت جمع‌آوری انرژی ارتعاشات بدنه پهپاد پرداخته می‌شود. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد؛ بیشترین ارتعاشات در بدنه پهپادها به دلیل شکل هندسی و نقشی که بال‌ها در کنترل پایداری و جهت پهپاد دارند، به این قسمت مربوط می‌شود. بنابراین ما به مدل‌سازی غیرخطی و تحلیل ارتعاشات یک ایرفول (به عنوان یک بال) به‌منظور بررسی پتانسیل جاذب‌های برداشت انرژی پیزوالکتریک تحت تحریک‌های هم‌زمان پایه و جریان پرداخته می‌شود. در سال‌های اخیر باتوجه به اهمیت محیط زیست و اقتصاد، تحقیقات فراوانی در زمینه برداشت انرژی انجام شده است و مطالعه تاثیر پارامترها و روش‌های مختلف به‌منظور افزایش کارایی آن‌ها توسط محققان افزایش یافته و روزبه‌روز به کارایی آن‌ها افزوده می‌شود. با توجه به سوابق مطالعات، تحقیقات بر روی جاذب‌های برداشت انرژی انجام شده است ولی بررسی تاثیر پارامترها بر روی برداشت انرژی یک ایرفول کم‌تر مورد توجه واقع شده است، لذا در این تحقیق به مدل‌سازی غیرخطی و تحلیل ارتعاشات یک ایرفول به‌منظور بررسی پتانسیل جاذب‌های برداشت انرژی پیزوالکتریک تحت تحریک‌های هم‌زمان پایه و جریان پرداخته خواهد شد. بدین منظور

<sup>1</sup> Discontinuous Conduction Mode

<sup>2</sup> Maximum Power Point Tracking

<sup>3</sup> Triboelectric



یک مدل غیرخطی با در نظر گرفتن سفتی‌های خطی و غیرخطی در جهت عمودی (غوطه‌وری) و پیچشی برای یک ایرفویل که به صورت یک سیستم دو درجه آزادی در نظر گرفته شده است؛ مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین تاثیر رزونانس داخلی در برداشت انرژی و پاسخ رژیم‌های دینامیکی در مدل جدید بررسی گردیده است.

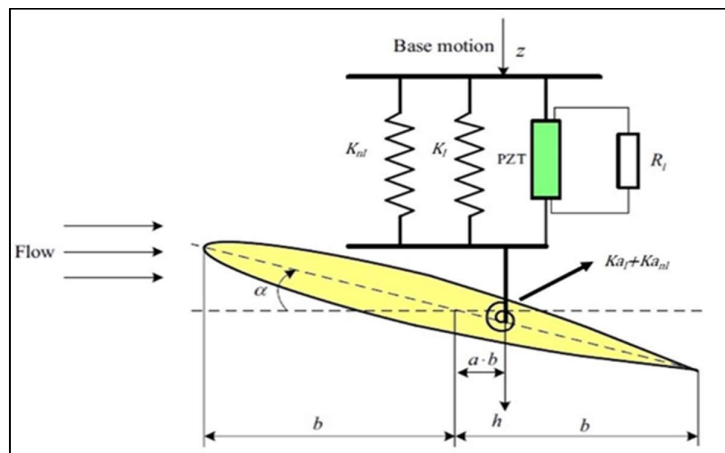
### مدل‌سازی

برای شبیه‌سازی از یک ایرفویل مطابق شکل (۴) همراه با دو فنر عمودی خطی و غیرخطی و فنر پیچشی خطی و غیرخطی که به صورت برآیند در نظر گرفته می‌شود، استفاده شده است. ایرفویل استفاده شده از نوع NACA 0006 بوده که جزء ساده‌ترین نوع ایرفویل می‌باشد. مشخصات این ایرفویل در جدول (۱) آورده شده است.

جدول ۱: مشخصات ایرفویل NACA 0006

Max camber	0% at 0% chord
Max thickness	6% at 30% chord

این ایرفویل تحت تحریکات پایه و جریان به صورت هم‌زمان قرار داده شد تا حالت پرواز را بتوان برای آن نظر گرفت.



شکل ۳: شماتیک ایرفویل ناشی از تحریک‌های هم‌زمان پایه و جریان و جاذب‌های برداشت انرژی پیزوالکتریک

### معادلات حاکم

همان‌طور که در شکل (۴) نشان داده شده است، برداشت‌کننده انرژی از یک ایرفویل صلب با درجات آزادی غوطه‌وری و پیچشی تشکیل شده است و اتصال پیزوالکتریک به درجه آزادی غوطه‌وری معرفی شده است. معادلات حاکم بر برداشت‌کننده تحت تحریکات پایه و جریان هم‌زمان به صورت رابطه (۱) نوشته می‌شود [۱۸]:

$$m_T \ddot{h} + m_w x_a b \ddot{\alpha} + c_h (\dot{h} - \dot{z}) + k_l h + k_{nl} h^3 - \theta V = -L$$

$$m_w x_a b \ddot{h} + I_\alpha \ddot{\alpha} + c_\alpha \dot{\alpha} + k_{a1} \alpha + k_{a_{nl}} \alpha^3 = T \quad (1)$$

$$C_p \dot{V} + \frac{V}{R_l} + \theta (\dot{h} - \dot{z}) = 0$$



که  $h$  و  $\alpha$  جابجایی‌های غوطه‌وری و پیچش ایرفویل هستند.  $b$  طول نیم وتر است.  $x_\alpha$  فاصله بی‌بعد بین مرکز جرم و محور الاستیک است.  $Z$  نشان دهنده تحریک پایه در جهت غوطه‌ور شدن است.  $m_T$  و  $m_W$  پارامترهای جرمی ایرفویل هستند که مربوط به جرم خود ایرفویل و جرم ایرفویل در حالت غوطه‌وری می‌باشد.  $I_\alpha$  گشتاور جرمی اینرسی حول محور الاستیک است.  $L$  و  $T$  به ترتیب نیروی بالابری و گشتاور آیرودینامیکی هستند که بر روی ایرفویل عمل می‌کنند.  $k_{nl}$  و  $k_l$  سفتی‌های خطی و غیرخطی در جهت عمودی (غوطه‌وری) و  $ka_l$  و  $ka_{nl}$ ، سفتی‌های خطی و غیرخطی پیچشی هستند.  $R_l$  مقاومت و  $V$  ولتاژ مقاومت بار است.  $C_p$  ظرفیت ماده پیزوالکتریک است.  $\theta$  عبارت اتصال الکترومکانیکی ماده پیزوالکتریک است.  $c_\alpha$  و  $c_h$  ضرایب میرایی در جهت غوطه‌وری و پیچش هستند.

یک مدل آیرودینامیکی شبه پایا با اثرات استال برای محاسبه بارهای آیرودینامیکی اجرا شده است.

$$L = \rho_\infty U_\infty^2 b_{C_{l\alpha}} (\alpha_{eff} - c_s \alpha_{eff}^3) \quad (2)$$

$$T = \rho_\infty U_\infty^2 b_{C_{t\alpha}} (\alpha_{eff} - c_s \alpha_{eff}^3)$$

در جایی که  $\alpha_{eff}$  زاویه حمله موثر است،  $U_\infty$  سرعت جریان آزاد است،  $c_{l\alpha}$  و  $c_{t\alpha}$  ضرایب برا و گشتاور آیرودینامیکی هستند.  $c_s$  یک پارامتر غیرخطی است که با اثرات استال مرتبط است. زاویه موثر حمله  $\alpha_{eff}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\alpha_{eff} = \alpha + \frac{h}{U_\infty} + \left(\frac{1}{2} - a\right) \frac{b\dot{\alpha}}{U_\infty} \quad (3)$$

پس داریم:

$$M\ddot{\eta} + K\eta + (C\dot{\eta} - C_1\dot{z}) = Q \left( \eta_2 + \frac{\dot{\eta}_1}{U_\infty} + b_0\dot{\eta}_2 \right)^3 + PV \quad (4)$$

$$\dot{V} + R_0V + X_p(\dot{\eta}_1 - \dot{z}) = 0$$

دینامیک غیرخطی برداشت کننده انرژی توسط رابطه (۴) شرح داده و از طریق روش مقیاس‌های چندگانه بررسی می‌شوند. فرض می‌گردد که تحریک پایه هارمونیک است، یعنی  $z = z_0 \sin \Omega t$  که در آن  $z_0$  و  $\Omega$  دامنه و فرکانس تحریک پایه هستند. فرض بر این است که میرایی، کوپلینگ الکترومکانیکی و تحریک پایه کوچک هستند و یک پارامتر کوچک  $\varepsilon$  برای تغییر مقیاس متغیرهای زیر معرفی شده است.

$$C \rightarrow \varepsilon^2 C, C_1 \rightarrow \varepsilon^2 C_1, P \rightarrow \varepsilon^2 P, z \rightarrow \varepsilon^2 z \quad (5)$$

پس داریم:

$$M\ddot{\eta} + K_l\eta + K_{nl}\eta^3 + \varepsilon^2 C\dot{\eta} = Q \left( \eta_2 + \frac{\dot{\eta}_1}{U_\infty} + b_0\dot{\eta}_2 \right)^3 + \varepsilon^2 PV + \varepsilon^3 C_1\dot{z} \quad (6)$$

$$\dot{V} + R_0V + X_p\dot{\eta}_1 - \varepsilon X_p\dot{z} = 0$$

از آن جایی که غیرخطی بودن سیستم برداشت انرژی مکعبی است، حل تحلیلی تقریبی رابطه (۶) را می‌توان به این صورت بیان کرد:

$$\eta = \varepsilon\eta_1(T_0 + T_2 + \dots) + \varepsilon^3\eta_3(T_0 + T_2 + \dots) + O(\varepsilon^4) \quad (7)$$

$$V = \varepsilon V_1(T_0 + T_2 + \dots) + \varepsilon^3 V_3(T_0 + T_2 + \dots) + O(\varepsilon^4)$$

که  $T_r = \varepsilon^r t$  و  $r=0,2,\dots$  مقیاس‌های مختلف زمانی را نشان می‌دهند. با جایگذاری رابطه (۶) در (۷) و برابر قرار دادن عبارات با توان‌های یکسان ۱ و ۳ خواهیم داشت:



$$MD_0^2 \eta_1 + K \eta_1 = 0 \quad (۸)$$

$$D_0 V_1 + R_0 V_1 + x_p D_0 \eta_{10} - x_p \dot{z} = 0$$

$$MD_0^2 \eta_3 + K \eta_3 = -2MD_2 D_0 \eta_1 - CD_0 \eta_1 + Q \left( \eta_2 + \frac{\dot{\eta}_1}{U_\infty} + b_0 \dot{\eta}_2 \right)^3 + PV_1 + C_1 \dot{z} \eta_1 + K_{nl} \quad (۹)$$

$$D_0 V_3 + R_0 V_3 = -D_2 V_1 - x_p (D_2 \eta_{11} + D_0 \eta_{31})$$

که در آن  $D_r = \partial/\partial T_r$  نشان دهنده عملگرهای دیفرانسیل جزئی می‌باشد. راه حل تقریبی مرتبه اول را می‌توان با حل رابطه به دست آورد:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= A_1 e^{i\omega_1 T_0} p_1 + A_2 e^{i\omega_2 T_0} p_2 + cc \\ V_1 &= -\frac{X_p i \omega_1}{i \omega_1 + R_0} A_1 e^{i\omega_1 T_0} p_{11} - \frac{X_p i \omega_1}{i \omega_1 + R_0} A_2 e^{i\omega_2 T_0} p_{21} + \frac{X_p \Omega}{i \Omega + R_0} z_1 + cc \end{aligned} \quad (۱۰)$$

با جایگذاری رابطه (۱۰) در (۹) و حذف سکولار ترها می‌توان شرایط حل‌پذیری زیر را به دست آورد:

$$\begin{aligned} z_1^T [-2M_1 \omega_1 p_1 D_2 A_1 - C i \omega_1 p_1 A_1 + P \left( -\frac{X_p i \omega_1}{i \omega_1 + R_0} A_1 p_{11} \right) \\ + Q(a_{11} A_1^2 \bar{A}_1 + a_{12} A_1 A_2 \bar{A}_2) + Q a_{13} A_2 \bar{A}_1^2 e^{i\sigma_0 T_2} + \\ \frac{1}{2} (F + P \frac{X_p \Omega z_0}{i \Omega + R_0}) e^{i\sigma_0 T_2}] = 0 \end{aligned} \quad (۱۱)$$

$$\begin{aligned} z_2^T [-2\omega_2 p_2 D_2 A_2 - C i \omega_2 p_2 A_2 + P \left( -\frac{X_p i \omega_2}{i \omega_2 + R_0} A_2 p_{21} \right) \\ + Q(a_{21} A_1 \bar{A}_1 A_2 + a_{22} A_2^2 \bar{A}_1) + Q a_{31} e^{-i\sigma_0 T_2}] = 0 \end{aligned} \quad (۱۲)$$

که  $F = C_1 \Omega z_0$  می‌باشد. همچنین  $Z_1$  و  $Z_2$  از حل رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\omega_j^2 M^T z_j = K^T z_j \cdot (j = 1, 2) \quad (۱۳)$$

لازم به ذکر است که  $Z_1$  و  $Z_2$  بردارهای ویژه هستند که می‌توان آنها را بصورت  $\mathbf{1} = z_1^T (2M\omega_1 p_1)$  و  $\mathbf{1} = z_2^T (2M\omega_2 p_2)$  نرمال نمود. با حل رابطه (۱۳)،  $Z_1$  و  $Z_2$  را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$z_1 = \frac{1}{N_{10}} \begin{pmatrix} \frac{\omega_1^2 s_\alpha}{k_l - \omega_1^2 m_T} \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{N_{10}} \begin{pmatrix} A'_1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (۱۴)$$

$$z_2 = \frac{1}{N_{20}} \begin{pmatrix} \frac{\omega_2^2 s_\alpha}{k_l - \omega_2^2 m_T} \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{N_{20}} \begin{pmatrix} A'_2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (۱۵)$$

$$N_{j0} = 2\omega_j^2 \left( \frac{\omega_j^2 s_\alpha m_T (L_s + \omega_j^2 s_\alpha)}{(k_l - \omega_j^2 m_T)^2} + \frac{\omega_j^2 s_\alpha}{k_l - \omega_j^2 m_T} + \frac{s_\alpha (L_s + \omega_j^2 s_\alpha)}{k_l - \omega_j^2 m_T} + I_\alpha \right) \quad (۱۶)$$

$$j = 1, 2$$

با جایگذاری  $A_1(T_2) = \frac{1}{2} a_1(T_2) e^{i\beta_1(T_2)}$  و  $A_2(T_2) = \frac{1}{2} a_2(T_2) e^{i\beta_2(T_2)}$  در معادلات (۱۱) و (۱۲) و جداسازی بخش حقیقی

و موهومی خواهیم داشت:



$$a_1' + \alpha_2 a_1 + \frac{1}{4} \alpha_4 a_1^3 + \frac{1}{4} \alpha_6 a_1 a_2^2 + \frac{1}{4} a_1^2 a_2 (\alpha_8 \cos(\gamma) - \alpha_9 \sin(\gamma)) + \alpha_{10} \cos(\gamma_0) - \alpha_{11} \sin(\gamma_0) = 0 \quad (17)$$

$$a_1 \beta_1' + \alpha_3 a_1 + \frac{1}{4} \alpha_5 a_1^3 + \frac{1}{4} \alpha_7 a_1 a_2^2 + \frac{1}{4} a_1^2 a_2 (\alpha_8 \cos(\gamma) - \alpha_9 \sin(\gamma)) + \alpha_{11} \cos(\gamma_0) - \alpha_{10} \sin(\gamma_0) = 0 \quad (18)$$

$$a_2' + \gamma_2 a_2 + \frac{1}{4} \gamma_4 a_2^3 + \frac{1}{4} \gamma_6 a_1^2 a_2 + \frac{1}{4} a_1^3 (\gamma_8 \cos(\gamma) - \gamma_9 \sin(\gamma)) = 0 \quad (19)$$

$$a_2 \beta_2' + \gamma_3 a_2 + \frac{1}{4} \gamma_5 a_2^3 + \frac{1}{4} \gamma_7 a_1^2 a_2 + \frac{1}{4} a_1^3 (\gamma_9 \cos(\gamma) - \gamma_8 \sin(\gamma)) = 0 \quad (20)$$

که (') مشتق نسبت به  $T_2$  می‌باشد.  $\gamma_0$  و  $\gamma$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\gamma_0(T_2) = \sigma_0 T_2 - \beta_1(T_2) \quad (21)$$

$$\gamma(T_2) = \beta_2(T_2) - 3\beta_1(T_2) + \sigma T_2 \quad (22)$$

بنابراین، راه حل تقریبی مرتبه اول رزونانس داخلی ۳ به ۱ را می‌توان به صورت تحلیلی به دست آورد:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \varepsilon(a_1 p_1 \cos(\omega_1 t + \beta_1) + a_2 p_2 \cos(\omega_2 t + \beta_2)) \\ V_1 &= \varepsilon \left( -\frac{X_p \omega_1^2}{\omega_1^2 + R_0^2} a_1 \Lambda_1 \cos(\omega_1 t + \beta_1) + \frac{X_p \omega_1 R_0}{\omega_1^2 + R_0^2} a_1 \Lambda_1 \sin(\omega_1 t + \beta_1) \right) \\ &+ \varepsilon \left( -\frac{X_p \omega_2^2}{\omega_2^2 + R_0^2} a_2 \Lambda_2 \cos(\omega_2 t + \beta_2) + \frac{X_p \omega_2 R_0}{\omega_2^2 + R_0^2} a_2 \Lambda_2 \sin(\omega_2 t + \beta_2) \right) \\ &+ \varepsilon \frac{z_0 X_p \Omega}{\Omega^2 + R_0^2} (R_0 \cos(\Omega t) + \Omega \sin(\Omega t)) \end{aligned} \quad (23)$$

با مشتق گرفتن از روابط (۲۱) و (۲۲) و جایگذاری  $\beta_1$  داریم:

$$\dot{\gamma}_0(T_2) = \sigma_0 - \dot{\beta}_1(T_2) \Rightarrow \dot{\beta}_1(T_2) = \sigma_0 - \dot{\gamma}_0(T_2) \quad (24)$$

$$\dot{\gamma}(T_2) = \dot{\beta}_2(T_2) - 3\dot{\beta}_1(T_2) + \sigma \Rightarrow \dot{\beta}_2(T_2) = \dot{\gamma}(T_2) + 3\dot{\beta}_1(T_2) - \sigma \quad (25)$$

$$\stackrel{3-29}{\implies} \dot{\beta}_2(T_2) = \dot{\gamma}(T_2) + 3(\sigma_0 - \dot{\gamma}_0(T_2)) - \sigma$$

از جایگذاری (۲۴) و (۲۵) در رابطه (۱۸) و (۱۹) داریم:

$$a_1 \dot{\gamma}_0 = a_1 \sigma_0 + \alpha_3 a_1 + \frac{1}{4} \alpha_5 a_1^3 + \frac{1}{4} \alpha_7 a_1 a_2^2 + \frac{1}{4} a_1^2 a_2 (\alpha_8 \cos(\gamma) - \alpha_9 \sin(\gamma)) + \alpha_{11} \cos(\gamma_0) - \alpha_{10} \sin(\gamma_0) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} a_2 \dot{\gamma} &= -\gamma_3 a_2 - \frac{1}{4} \gamma_5 a_2^3 - \frac{1}{4} \gamma_7 a_1^2 a_2 - \frac{1}{4} a_1^3 (\gamma_9 \cos(\gamma) - \gamma_8 \sin(\gamma)) + 3\alpha_3 a_2 + \frac{3}{4} \alpha_5 a_1^3 a_2 \\ &+ \frac{3}{4} \alpha_7 a_2^3 + \frac{3}{4} a_2^2 a_1 (\alpha_8 \cos(\gamma) + \alpha_9 \sin(\gamma)) + a_2 \sigma + 3\alpha_{10} \frac{a_2}{a_1} \sin(\gamma_0) \\ &+ 3\alpha_{11} \frac{a_2}{a_1} \cos(\gamma_0) \end{aligned} \quad (27)$$



با قرار دادن  $\dot{\gamma} = 0$ ،  $\gamma_0 = 0$ ،  $a'_1 = 0$  و  $a'_2 = 0$  پاسخ حالت پایدار را می‌توان بصورت زیر بدست آورد:

$$\alpha_2 a_1 + \frac{1}{4} \alpha_4 a_1^3 + \frac{1}{4} \alpha_6 a_1 a_2^2 + \frac{1}{4} a_1^2 a_2 (\alpha_8 \cos(\gamma) - \alpha_9 \sin(\gamma)) + \alpha_{10} \cos(\gamma_0) - \alpha_{11} \sin(\gamma_0) = 0 \quad (28)$$

$$\gamma_2 a_2 + \frac{1}{4} \gamma_4 a_2^3 + \frac{1}{4} \gamma_6 a_1^2 a_2 + \frac{1}{4} a_1^3 (\gamma_8 \cos(\gamma) - \gamma_9 \sin(\gamma)) = 0 \quad (29)$$

$$\alpha_1 \sigma_0 + \alpha_3 a_1 + \frac{1}{4} \alpha_5 a_1^3 + \frac{1}{4} \alpha_7 a_1 a_2^2 + \frac{1}{4} a_1^2 a_2 (\alpha_8 \cos(\gamma) - \alpha_9 \sin(\gamma)) + \alpha_{11} \cos(\gamma_0) - \alpha_{10} \sin(\gamma_0) \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & -\gamma_3 a_2 - \frac{1}{4} \gamma_5 a_2^3 - \frac{1}{4} \gamma_7 a_1^2 a_2 - \frac{1}{4} a_1^3 (\gamma_9 \cos(\gamma) - \gamma_8 \sin(\gamma)) + 3\alpha_3 a_2 + \frac{3}{4} \alpha_5 a_1^3 a_2 + \frac{3}{4} \alpha_7 a_1^2 a_2^2 \\ & + \frac{3}{4} a_1^2 a_2 (\alpha_8 \cos(\gamma) + \alpha_9 \sin(\gamma)) + a_2 \sigma + 3\alpha_{10} \frac{a_2}{a_1} \sin(\gamma_0) \\ & + 3\alpha_{11} \frac{a_2}{a_1} \cos(\gamma_0) \end{aligned} \quad (31)$$

معادلات (۲۸) تا (۳۱) روابط دامنه‌های مودال  $a_1$  و  $a_2$  را با توجه به پارامترهای مختلف سیستم نشان می‌دهد. دامنه ولتاژ

برداشت شده را نیز می‌توان بر اساس معادلات (۲۳) و (۲۶) تا (۲۹) بدست آورد.

لازم به ذکر است که ارتعاش حالت جفت شده سیستم برداشت انرژی با راه حل‌های حالت پایدار معادلات (۱۷)، (۱۹)، (۲۴) و (۲۵) مطابقت دارد. پایداری ارتعاش حالت جفت شده نیز با حل‌های ثابت معادلات مدولاسیون همزمان است. همچنین ارتعاش مجانبی پایدار است اگر مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین معادلات مدولاسیون در راه حل‌های حالت پایدار مربوطه در نیمه سمت چپ صفحه مختلط باشد [۱۸].

### حل عددی

برای حل معادلات، جایگذاری و رسیدن به فرمول نهایی از نرم افزار میپیل استفاده شده که روش مورد استفاده روش مقیاس‌های چندگانه می‌باشد. پس از رسیدن به معادلات نهایی برای حل عددی از محیط سیمولینک نرم افزار متلب استفاده شده است. تمامی نتایج را در بازه‌ی زمانی ۲۵ ثانیه بررسی شده است. همچنین مشخصات فیزیکی سیستم که برای این مدل در نظر گرفته شده، در جدول (۲) آورده شده است.

جدول ۲: مشخصات فیزیکی سیستم

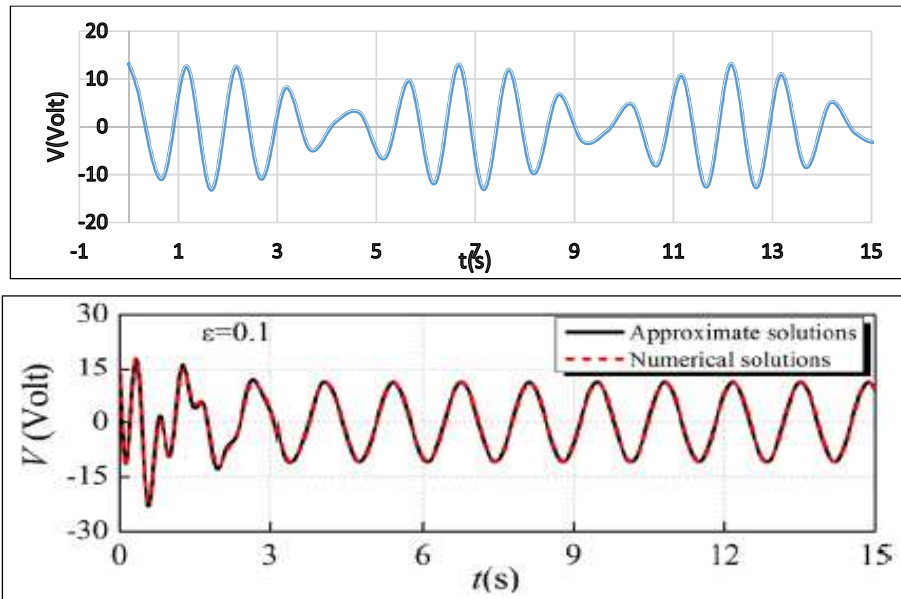
b (m)	۰/۱۳۵	$c_h$ (N s/m)	۲۷/۴۳
$x_\alpha$	۰/۳۳۱	$c_\alpha$ (N s/m)	۰/۰۰۱
$m_w$ (kg)	۲/۰۴۹	$\theta$ (N/V)	۰/۰۰۱۵۵
$m_T$ (kg)	۱۲/۳۸۷	$C_p$ (F)	$1/2 e^{-\gamma}$
$I_\alpha$ (kg m <sup>2</sup> )	۰/۰۵۵۸	$R_I$ ( $\Omega$ )	$1/0 e^{\delta}$
$k_I$ (N/m)	۲۳۸۰	$\rho_\infty$ (kg/m <sup>3</sup> )	۱/۲۲۵
$k_{nl}$ (N/m)	۱۵۰۰	$c_{I\alpha}$	۶/۲۸
$ka_I$ (N m/rad)	۱/۲	$c_s$	۱۰/۱۱
$ka_{nl}$ (N m/rad)	۰/۷۵	a (m)	-۰/۵



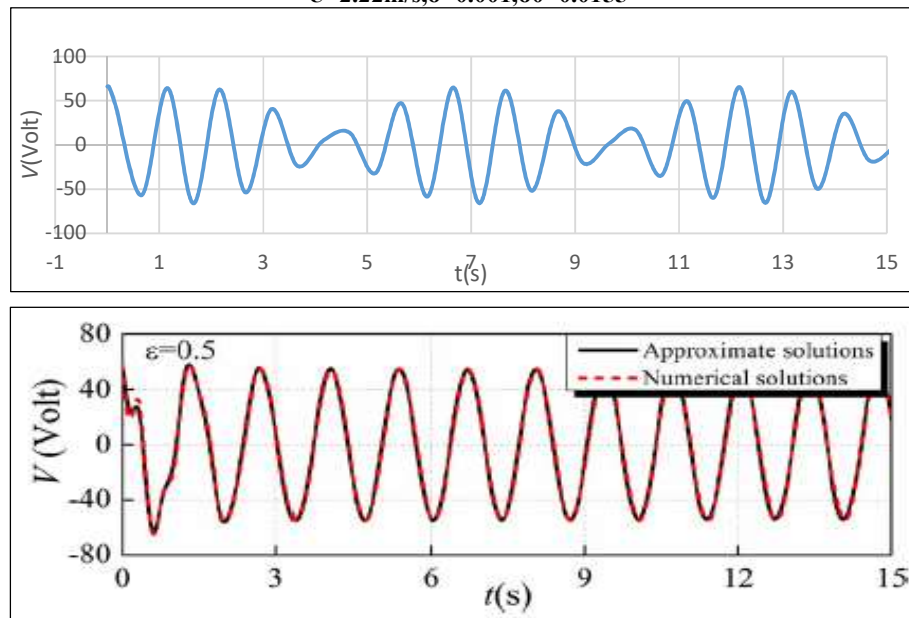


### نتایج و بحث

در ابتدا برای صحت سنجی روند کار حاضر، نمودار تغییرات ولتاژ بر زمان بدست آمده در این تحقیق و کار صورت گرفته در مقاله [۱۸] که به صورت خطی محاسبه شده، آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، روند کلی شبیه بوده و تفاوت آن ناشی از اعمال ترم غیر خطی می باشد.



شکل ۴: مقایسه محدوده تغییرات ولتاژ غیر خطی کار حاضر با حالت خطی مطالعات پیشین در حالت  $\varepsilon=0.1$ ,  $z_0=0.015$ ,  $U=2.22\text{m/s}$ ,  $\sigma=0.001$ ,  $\sigma_0=0.0155$

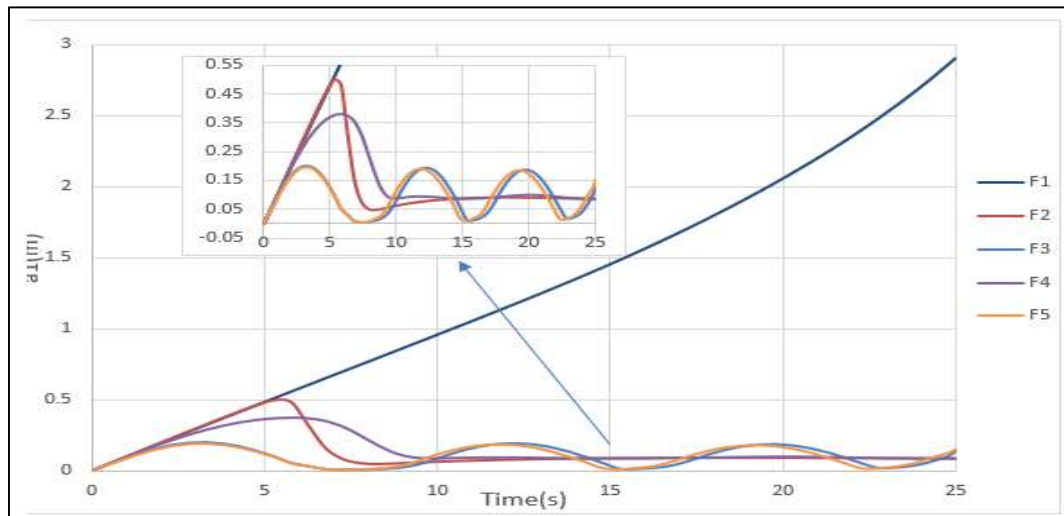


شکل ۵: مقایسه محدوده تغییرات ولتاژ غیر خطی کار حاضر با حالت خطی مطالعات پیشین در  $\varepsilon=0.5$ ,  $z_0=0.015$ ,  $U=2.22\text{m/s}$ ,  $\sigma=0.001$ ,  $\sigma_0=0.0155$



با توجه به شکل‌های (۴) و (۵) که با تغییر پارامترهای موثر رسم شده است، مشاهده می‌گردد، اثرگذاری  $\varepsilon$  فقط در نمودارهای  $V-t$  می‌باشد که دامنه  $V$  را به همان نسبت در  $\varepsilon$  ضرب کرده است. در مورد تاثیر پارامترهای غیرخطی در کنار پارامترهای خطی از مقایسه با نمودارها با پارامترهای خطی می‌توان نتیجه گرفت که اعمال ارتعاشات غیرخطی می‌تواند به بررسی دقیق‌تر برداشت‌کننده انرژی منجر شده و همان‌طور که در شکل‌های (۴) و (۵) مشخص است. میزان اثرگذاری این پارامترها در شرایط یکسان به مراتب بیشتر از حالت خطی می‌باشد.

در مورد شکل‌های (۶) و (۷) نیز پارامتر  $U$  که سرعت هوا می‌باشد و  $\sigma$  که پارامتر جداساز می‌باشد در  $a_1$  و  $a_2$  بیشترین تاثیر را داشته است.



شکل ۶: نمودار  $a_1$  برحسب  $t$ ، در حالت‌های مختلف

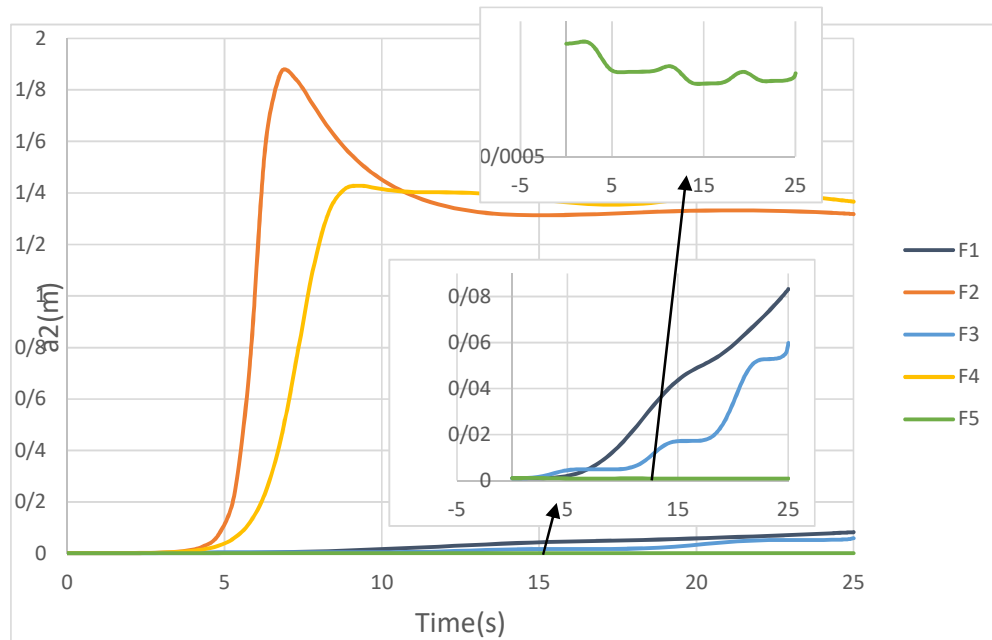
در شکل (۶) نمودار تغییرات  $a_1$  در حالت‌های مختلف که در جزئیات هر کدام از خطوط در جدول (۳) آورده شده است. دلیل تکرار نام برخی خطوط به علت یکسان بودن نمودار در حالت مختلف است که با تغییر پارامترها تغییری در روند نمودار مشاهده نگردید.

جدول ۳: راهنمای خطوط نمودار

$\sigma$	$\sigma_0$	$\varepsilon$	$z_0$	$U(m/s)$	پارامتر شکل نمودار
۰	۰	۱	۰/۰۱۵	۲	F1
۰	۰	۰/۱	۰/۰۱۵	۲	F1
۰	۰	۰/۰۵	۰/۰۱۵	۲	F1
۰	۰	۰/۰۱	۰/۰۱۵	۲	F1
۰	۰	۰/۰۱	۰/۰۱۵	۵	F2
۰	۰	۰/۰۵	۰/۰۱۵	۵	F2
۱	۱	۰/۰۵	۰/۰۱۵	۵	F3
۱	۱	۰/۱	۰/۰۱۵	۵	F3
۰/۵	۰/۵	۰/۰۵	۰/۱۵	۲/۵	F4
۱	۱	۰/۰۵	۰/۱۵	۵	F5
۱	۱	۰/۰۵	۱/۵	۵	F5



با توجه به شکل (۶) و جدول (۳) مشخص می‌شود که  $\varepsilon$  در مقادیر  $a_1$  و  $a_2$  تاثیرگذار نیست و اعداد هیچ تغییری نمی‌کنند. از مقایسه خطوط شکل‌های (۶) و (۷) و با توجه به جدول (۳) دیده می‌شود که تغییر سرعت هوا تاثیر قابل توجهی در مقادیر  $a_1$  و  $a_2$  داشته است. با تغییر  $\sigma_0$  و  $\sigma$  دیده می‌شود که شکل (۶) تغییر کرده و در یک بازه متناوب تکرار می‌شود. همچنین دامنه تحریک پایه نیز در آن تاثیرگذار نخواهد بود.



شکل ۷: نمودار  $a_2$  بر حسب  $t$ ، در حالت‌های مختلف

در  $a_2$  نیز همان شرایط بیان شده در مقایسه‌های  $a_1$  صادق است. در ادامه میزان ولتاژ بین دو حالت خطی و غیرخطی با پارامترهای مختلف بررسی شده است. که می‌توان نتیجه گرفت در صورت ثابت بودن همه پارامترها به جز  $\varepsilon$  می‌توان نتیجه گرفت که تغییر  $\varepsilon$  تاثیر مستقیمی بر روی ولتاژ تولیدی دارد که با  $0/1$  برابر شدن آن ولتاژ نیز به همین نسبت تغییر خواهد کرد. همچنین مشاهده گردید با تغییر  $U$  و ثابت ماندن باقی پارامترها، هیچ تغییری در میزان ولتاژ مشاهده نمی‌گردد. این مورد نشان از این دارد که  $U$  که در اینجا سرعت هوا می‌باشد تاثیری بر روی میزان ولتاژ ندارد. از مقایسه حالت‌های خطی با حالت غیرخطی می‌توان به این‌که پی‌برد که میزان ولتاژ خروجی در مدت زمان مشابه در حالت غیرخطی بسیار بیشتر از حالت خطی بوده است.

### نتیجه‌گیری

بررسی رزونانس داخلی ناشی از ارتعاشات غیرخطی برای واکاوی بیشتر پتانسیل برداشت انرژی تحت تحریکات همزمان پایه و جریان می‌باشد. راه حل‌های تحلیلی تقریبی برداشت انرژی با رزونانس داخلی از طریق روش مقیاس‌های چندگانه به دست می‌آیند. اثرات پارامترهای غیرخطی به صورت تحلیلی بررسی شد که برتری طراحی رزونانس داخلی غیرخطی در مقایسه با مورد رزونانس داخلی خطی را نشان می‌دهد. میزان ولتاژ به دست آمده در این روش نسبت به حالتی که تنها از ترم‌های خطی استفاده می‌شد تغییرات حدود  $10\%$  را ارائه می‌دهد. همچنین میزان تاثیر تغییرات دامنه در این حالت افزایش چشم‌گیری داشته است.



## مراجع

- [1] Priya, S., Inman, D.J., (2009). Energy harvesting technologies. 21. Springer.
- [2] Wei, C., Jing, X., (2017). A comprehensive review on vibration energy harvesting: Modelling and realization. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 74: pp 1-18.
- [3] Kingatua, A., (2016). The how and why of energy harvesting for low-power applications. *All About Circuits*, 23.
- [4] Laura, P.A.A., Pombo, J.L., Susemihl, E.A., (1974). A note on the vibrations of a clamped-free beam with a mass at the free end. *Journal of Sound and Vibration*, 37(2): pp 161-168.
- [5] Zhao, L., Yang, Y., (2018). An impact-based broadband aeroelastic energy harvester for concurrent wind and base vibration energy harvesting. *Applied Energy*, 212: pp 233-243.
- [6] Deterre, M., Boutaud, B., Dalmolin, R., Boisseau, S., Chaillout, J.J., Lefevre, E., Dufour-Gergam, E., (2011). Energy harvesting system for cardiac implant applications. in 2011 Symposium on Design, Test, Integration & Packaging of MEMS/MOEMS (DTIP). IEEE.
- [7] Beeby, S.P., Torah, R.N., Tudor, M.J., Glynne-Jones, P., O'Donnell, T., Saha, C.R., Roy, S., (2007). A micro electromagnetic generator for vibration energy harvesting. *Journal of Micromechanics and microengineering*. 17(7): pp 1257.
- [8] Cottrill, A.L., Liu, A.T., Kunai, Y., Koman, V.B., Kaplan, A., Mahajan, S.G., Liu, P., Toland, A.R., Strano, M.S., (2018). Ultra-high thermal effusivity materials for resonant ambient thermal energy harvesting. *Nature communications*. 9(1): pp 1-11.
- [9] Yu, C., Yang, S.H., Pak, S.Y., Youn, J.R., Song, Y.S., (2018). Graphene embedded form stable phase change materials for drawing the thermo-electric energy harvesting. *Energy Conversion and Management*. 169: pp 88-96.
- [10] Tholl, M.V., Akarçay, H., Tanner, H., Niederhauser, T., Zurbuchen, A., Frenz, M., Haeberlin, A., (2020). Subdermal solar energy harvesting—A new way to power autonomous electric implants. *Applied Energy*. 269: p 114948.
- [11] Zou, H.X., Zhao, L.C., Gao, Q.H., Zuo, L., Liu, F.R., Tan, T., Wei, K.X., Zhang, W.M., (2019). Mechanical modulations for enhancing energy harvesting: Principles, methods and applications. *Applied Energy*. 255: p 113871.
- [12] Shin, Y.H., Choi, J., Kim, S.J., Kim, S., Maurya, D., Sung, T.H., Priya, S., Kang, C.Y., Song, H.C., (2020). Automatic resonance tuning mechanism for ultra-wide bandwidth mechanical energy harvesting. *Nano Energy*. 77: p 104986.
- [13] Zhang, Y., Luo, A., Wang, Y., Dai, X., Lu, Y., Wang, F., (2020). Rotational electromagnetic energy harvester for human motion application at low frequency. *Applied Physics Letters*. 116(5): p 053902.
- [14] Kong, N., Ha, D.S., (2011). Low-power design of a self-powered piezoelectric energy harvesting system with maximum power point tracking. *IEEE Transactions on power electronics*,. 27(5): pp 2298-2308.
- [15] Caban, J., Litak, G., Ambrozkiewicz, B., Gardyński, L., Stączek, P., Wolszczak, P., (2020). Impact-based piezoelectric energy harvesting system excited from diesel engine suspension. *Applied Computer Science*. 16(3).
- [16] Sarker, M.R., Mohamed, R., Saad, M.H.M., Tahir, M., Hussain, A., Mohamed, A., (2021). A Hybrid Optimization Approach for the Enhancement of Efficiency of a Piezoelectric Energy Harvesting System. *Electronics*. 10(1): p 75.
- [17] Dong, L., Jin, C., Closson, A.B., Trase, I., Richards, H.C., Chen, Z., Zhang, J.X., (2020). Cardiac energy harvesting and sensing based on piezoelectric and triboelectric designs. *Nano Energy*: p 105076.
- [18] Liu, H., Gao, X., (2019). Vibration energy harvesting under concurrent base and flow excitations with internal resonance. *Nonlinear Dynamics*. 96(2): pp 1067-1081.