



تحلیل دوشاخگی حرکت طولی هواپیما در زاویه حمله بالا

امیرحشمت خدمتی بازکیائی^{*۱}.

۱. گروه مهندسی مکانیک، واحد سوسنگرد، دانشگاه آزاد اسلامی، سوسنگرد، ایران

* نویسنده مسؤل: khedmati_amir@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۲/۱۲ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۵/۲۱

چکیده

تغییر زاویه حمله در پرواز باعث ایجاد تاثیر متقابل نیروهای آیرودینامیکی بال، دم و نیروهای اینرسی بریکدیگر بوده و از این رو یکی از عوامل مهم در تحلیل حرکت طولی هوانورد و ایمنی پرواز بوده است و با توجه به هزینه‌بر بودن آزمایشات شبیه‌سازی پرواز، مدل‌سازی حرکت هوانورد و تحلیل دینامیک غیرخطی آن از اهمیت بالایی برخوردار بوده است. در این پژوهش ضمن دستیابی به روابط غیرخطی حرکت و مدل‌سازی مختلف آن، با بررسی پارامترهای دوشاخگی، تغییرات نقاط تعادل برحسب این پارامترها، تحلیل دوشاخگی هاپف، شرایط وقوع چرخه حدی، ساختارهای هتروکلینیک و مونوکلینیک مورد بررسی قرار گرفته و با استفاده از یک مدل حقیقی جنگنده، شرایط پایداری پرواز بیان شده است. این شرایط با احتساب زاویه الویتور به عنوان پارامتر دوشاخگی، پیش‌بینی مناسبی در تعداد نقاط تعادل برای انواع مدل، نوع نقاط تعادل، محدوده جذب، پایداری حرکت هواپیما ارائه نموده است.

کلمات کلیدی: دینامیک غیرخطی، دوشاخگی، حرکت طولی.

مقدمه

یکی از اساسی‌ترین پارامترها در بررسی رفتار یک هواپیما زاویه بین مسیر هوای جلورونده و یا باد نسبی با خط مرجع هواپیما است که از آن به عنوان زاویه حمله یاد شده است. زاویه حمله عاملی مهم در روند جریان گرفتن باد روی بال بوده و تغییرات این زاویه باعث بوجود آمدن شرایطی خاص در پرواز می‌گردد. تغییرات این زاویه در خلال حرکت برای انواع مختلف فرونده‌ها عملکرد مختلفی خواهد داشت. برای یک هواپیمای جنگی، مانور در زاویه حمله بالا سرعت حرکت دماغه به سمت اشیاء را بسیار افزایش داده و از این رو فرصت بیشتری برای حمله به سایر جنگنده‌ها را فراهم می‌کند اما برای یک هواپیمای مسافربری، پرواز در زاویه حمله بالا، ایمنی هوا را تحت اختلالات خارجی حفظ می‌کند. پیچیدگی و غیرخطی بودن خواص آیرودینامیکی در زاویه حمله بالا باعث ناپایداری و بسیاری از پدیده‌های خطرناک می‌شود. این پیچیدگی و کاربرد بالا، سبب شده است که در دهه‌های اخیر توسط پژوهشگران مورد مطالعه قرار گیرد.

نایفه و همکاران [۱] به بررسی عددی غلتش آیرودینامیک در حرکت یک هوانورد پرداختند. با استفاده از این تحلیل به بررسی نوع نقاط تعادل سامانه پرداخته و شرایط را برای وقوع چرخه حدی مورد بررسی قرار دادند. با استفاده از نتایج استخراج شده، رابطه‌ای بر حسب فرکانس و دامنه برای چرخه حدی ارائه دادند. نتایج حاصله را با نتایج بدست آمده از آزمایش تونل باد مورد مقایسه قرار دادند که از تقریب مناسب برخوردار بوده است. یانکه و کولیک [۲] با استفاده از تئوری دوشاخگی به بررسی دینامیک غیرخطی جنگنده اف ۱۴ با مدل ۸ درجه آزادی پرداختند. در این پژوهش متغیرهای زاویه حمله، نرخ چرخش بردار سرعت و زاویه الویتور دارای رفتار غیرخطی بوده و روابط پایا برای حرکت جنگنده استخراج شده است. با استفاده از توابع حرکتی به طراحی یک سامانه کنترلی برای از بین بردن ناپایداری‌های حرکت پرداخته شده است. نتایج بدست آمده با حل عددی مورد مقایسه قرار گرفته شده است. کاربرد نظریه دوشاخگی برای دینامیک غیرخطی مسائل هوانورد توسط گومان و همکاران [۳] مورد مطالعه قرار گرفت. کاربرد پایداری مرجع در دینامیک غیرخطی غلتش، چرخش و .. در مسائل آیرودینامیکی از دیگر مسائل مورد پژوهش بوده است. موارد مورد بررسی برای جنگنده‌های مختلف مورد تحلیل قرار گرفته شده و نتایج ارائه



شده است. آساتو و همکاران [۴] با توجه به نقش سامانه‌های درجه دو در مدل‌سازی سامانه‌های غیرخطی به بررسی نوع نقاط تعادل در این نوع از فرضیات پرداختند. نتایج بدست آمده از تحلیل را با در نظر گرفتن سامانه آیرودینامیکی و مدل‌سازی با این نوع سامانه‌های غیرخطی سنجیده و نتایج را اعلام نمودند. سه‌رویس [۵] به منظور شبیه‌سازی حرکت آیرودینامیکی، مدلی را ارائه نمود، که این مدل قابلیت توجه شرایط مختلفی از پرواز را داشته باشد. این مدل بر اساس شبکه‌های محلی بوده و با استفاده از یک الگوریتم در هر مرحله به روز شده است. مدل تعمیم‌یافته کلاسیک ارائه شده با داده‌های آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار گرفته شده است. ژونگه و لی [۶] به منظور بررسی پایداری حرکت طولی یک فرونده جنگنده چینی، به بررسی دینامیک غیرخطی آن در خلال پرواز پرداختند. ایشان با در نظر گرفتن مدل‌های ریاضی رایج شرایط مختلف را برای نقاط تعادل سامانه مورد بررسی قرار دادند. کی و ژونگه [۷] به منظور بررسی رفتار دینامیک غیرخطی هوانورد در زاویه حمله بالا، به بررسی حرکت طولی آن و تحلیل دوشاخگی آن پرداختند. بدین منظور با بررسی جنگنده اف ۸، تحلیل دوشاخگی نقطه زینی، دوشاخگی هاپف و... را برای شرایط مختلف حرکت محاسبه نموده و با ارائه یک سامانه کنترلی، به پایداری حرکت جنگنده پرداختند. نتایج حاصل از تحلیل را با شبیه‌سازی مقایسه نمودند. ژو و همکاران [۸] به منظور توانایی استفاده از زاویه حمله بالا در مانورهای کنترل‌شده، دینامیک غیرخطی حرکت وسیله نقلیه هوایی مدرن را مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش، پدیده‌های آیرودینامیکی غیرخطی و ناپایدار، مانند جدایی جریان، برهمکنش گرداب‌ها و شکست گرداب‌ها، در طول پرواز در زاویه حمله بالا که می‌تواند حرکات غیرقابل فرمان را برای وسایل نقلیه هوایی ایجاد نمایند مورد بررسی قرار گرفته و بر روی حرکت غلتشی غیرخطی خود القا شده برای پیکربندی متمرکز شده است و تأثیر بال‌های امتدادی بر حرکت غلتش را با توجه به نتایج حاصل از آزمایش غلتش آزاد مورد بحث قرار داده است. ایگناتیف و همکاران [۹] تکنیکی را برای مطالعه دینامیک پرواز معمولی و بحرانی و همچنین سامانه کنترلی با استفاده از یک مدل هواپیما مستقل که در یک گیمبال سه درجه آزادی در یک تونل باد نصب شده است، ارائه نمودند. به منظور کنترل حرکت، از دو مکانیزم کنترلی در شبیه‌سازی آزمایشگاهی استفاده شده است. کو و ژانگ [۱۰] با معرفی شبکه‌های عصبی چند هسته‌ای و کاربرد آن‌ها در مدل‌سازی آیرودینامیک ناپایدار غیرخطی در شرایط جریان ثابت یا متغیر، به تحلیل آیرودینامیک غیرخطی پرداختند. به منظور جذب ویژگی‌های غیرخطی پیچیده تحت شرایط نویز یا جریان چندگانه، یک هسته موجک نامتقارن جدید معرفی نموده و پارامترهای شبکه عصبی را با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات به دست آوردند. مدل ارائه شده را برای سه حالت مختلف مورد بررسی قرار دادند. در نهایت مدل مذکور را برای شناسایی بارهای آیرودینامیکی در طیف وسیعی از اعداد ماخ ترانسونیک مورد استفاده قرار دادند. سیدوریوک و همکاران [۱۱] تکنیکی را برای مطالعه افزایش ایمنی ساختار پرواز معمولی و بحرانی و صحت‌سنجی سامانه کنترلی با استفاده از یک مدل هواپیما موجود در تونل باد، ارائه نمودند. برای حذف ارتعاشات ناوش پرواز خودپایدار با دامنه بزرگ و جلوگیری از واماندگی، چندین قانون کنترل نیز استفاده شده است. نوروزی و همکاران [۱۲] به منظور دستیابی به زمانی واقعی ناپایداری پرواز با استفاده از شبکه عصبی به بررسی آیرودینامیک غیرخطی پرداختند. در روش ارائه شده با تعیین لایه‌های پوششی پرواز به صورت محلی از پیچیدگی‌های موجود در مدل کاسته و با بروز رسانی داده‌ها شرایط مختلف پرواز ارزیابی شده است. ایگناتیف و همکاران [۱۳] با توجه به تأثیر فراوان یخ‌زدگی بدنه هواپیما، در کاهش ویژگی‌های آیرودینامیکی و ایمنی پرواز، به مطالعه تونل باد خصوصیات آیرودینامیکی ثابت و ناپایدار طولی یک هواپیما در شرایط یخبندان با توسعه مدل ریاضی آیرودینامیک پرداختند.

در پژوهش حاضر، پس از مروری بر پژوهش‌های پیشین مرتبط، ابتدا به بیان روابط حاکم بر حرکت پرداخته شده است و در ادامه، روابط حاکم را در مدل‌های مناسب مورد تحلیل و نتایج حاصل با مشخصات یک مدل واقعی مورد بررسی قرار داده شده است.

روابط حاکم

یکی از این شرایط خاص ناشی از تغییر زاویه حمله در پرواز، ایجاد تأثیر متقابل نیروهای آیرودینامیکی بال، دم و نیروهای اینرسی بریکدیگر است (پدیده خودچرخش) که اغلب بر اثر اشتباه خلبان ایجاد می‌گردد. افزایش زاویه حمله تا حد معینی باعث



افزایش ضریب برا شده و از آن حد به بعد با افزایش زاویه حمله این ضریب کاهش می‌یابد. این امر باعث کاهش نیروی برا نیز می‌گردد که این فرآیند باعث ایجاد واماندگی در هواپیما خواهد شد و زاویه‌ای که در آن این حالت رخ داده را زاویه حمله بحرانی می‌نامند. در این زاویه بال دیگر تحمل وزن هواپیما را نداشته و باعث به پایین کشیده شدن هواپیما می‌شود. اما در هواپیماهای نظامی، برای گریز از سامانه‌های پدافند هوایی و انواع رادارها نیاز به سرعت و چابکی زیادی است و زاویه حمله بالا، باعث ایجاد این مهم شده است. روابط حرکت شناخته شده برای هوانورد بدنه صلب، با محور مختصات منطبق بر بدنه [۶]، بصورت رابطه (۱) بوده است.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{u} = -qw + rv - g \sin \vartheta + n_x g \\ \dot{v} = -ru + pw + g \cos \vartheta \cos \varphi + n_y g \\ \dot{w} = -pv + qu + g \cos \vartheta \sin \varphi + n_z g \\ \dot{h} = u \sin \vartheta - v \cos \vartheta \sin \varphi - w \cos \vartheta \cos \varphi \\ \dot{\vartheta} = q \cos \varphi - r \sin \varphi \\ \dot{\psi} = (q \sin \varphi + r \cos \varphi) / \cos \vartheta \\ \dot{\varphi} = p + (q \sin \varphi + r \cos \varphi) / \tan \vartheta \end{array} \right. \quad (1)$$

در جایگاه u ، v و w سرعت در امتداد محورهای x ، y و z ، n_x ، n_y و n_z ثوابت شتاب، q ، p و r محدوده غلتش، ناوش و گردش، φ ، ϑ و ψ زوایای غلتش، ناوش و گردش، h ارتفاع و g شتاب گرانش بوده است. با توجه به رابطه (۱) و فرض اینکه زاویه حمله $\alpha = \arctan(w/u)$ و زاویه لغزیدن $\beta = \arcsin(v/v)$ باشد، می‌توان نوشت:

$$\dot{\alpha} = q + g \sec \beta (n_z \cos \alpha - n_x \sin \alpha) / V_0 - \tan \beta (p \cos \alpha + r \sin \alpha) + g \sec \beta (\cos \alpha \cos \varphi \cos \vartheta + \sin \alpha \sin \vartheta) / V_0 \quad (2)$$

در رابطه فوق، $V_0 = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ است. از سوی دیگر گشتاور آیرودینامیکی به صورت رابطه (۳) بیان می‌گردد:

$$\dot{q} = \frac{M}{I_y} + \frac{I_z - I_x}{I_y} pr + \frac{I_{xy}}{I_y} (r^2 - p^2) \quad (3)$$

در این رابطه، M گشتاور آیرودینامیکی وابسته به طول، I_x ، I_y و I_z ممان اینرسی غلتش، ناوش و گردش و I_{xy} ممان اینرسی حاصلضرب می‌باشد. روابط غیرخطی فی مابین نیروی آیرودینامیک، گشتاور آیرودینامیک، ورودی سطح کنترل و حالات پرواز را می‌توان به صورت تقریبی با روابط خطی، در هنگام پرواز هواپیما با زاویه حمله کم، بیان نمود. باید به این واقعیت توجه داشت که برای پرواز با زوایای حمله بالا، تقریب خطی جوابگو نخواهد بود. از اینرو برای بیان این روابط، از توابع چندجمله‌ای، اسپلاین و یا عباراتی که روابط غیرخطی را برای پرواز با زاویه حمله بالا توجیه می‌نمایند، استفاده می‌شود. از اینرو با استفاده از مدل چندجمله‌ای، روابط (۲) و (۳) به صورت تقریبی به صورت روابط (۴) و (۵) بیان می‌گردند:

$$\dot{\alpha} \cong (1 + C_{zq})q + C_{z0} + C_{z\delta_e} \delta_e + C_{z\delta_c} \delta_c + \sum_{k=1}^{n_\alpha} C_{z\alpha}^k \alpha^k + C_{z\alpha\beta} \alpha\beta \quad (4)$$

$$\dot{q} \cong M_{z0} + M_{z\alpha} \alpha + M_{zq} q + M_{z\delta_e} \delta_e + M_{z\delta_c} \delta_c + \sum_{k=1}^{n_q} M_{z\alpha}^k \alpha^k + f_q(p, r) \quad (5)$$

در حالیکه، δ_c و δ_e انحرافات الویتور و بال کانارد (بال دو طرفه دماغه)، $C_{z\alpha}^k$ و $C_{z\alpha}$ ثوابت نرمال گشتاور، $M_{z\alpha}$ و $M_{z\alpha}^k$ ثوابت گشتاور حاصل از ناوش، که تمامی آنها برای حالات مشخص و تمامی ارتفاع‌ها، ثابت خواهند بود، و $f_q(p, r)$ تابعی از محدوده غلتش و گردش خواهد بود. برای استفاده از تکنیک فضای فاز با مشتق‌گیری از رابطه (۴) به رابطه (۶) می‌توان رسید:



$$\ddot{\alpha} \approx (1 + C_{zq})\dot{q} + C_{z\delta_e}\delta_e + C_{z\delta_c}\delta_c + \dot{\alpha} \left(\sum_{k=1}^{n_\alpha} kC_{z\alpha}^k \alpha^{k-1} + C_{z\alpha\beta}\beta \right) \quad (۶)$$

با ترکیب رابطه (۵) و رابطه (۶) و با تقریب رابطه (۴)، رابطه (۶) را می‌توان به صورت رابطه (۷) بازنویسی نمود:

$$\ddot{\alpha} \approx f(\alpha, \beta)\dot{\alpha} + g(\alpha, \beta, p, r) \quad (۷)$$

در جایگاه:

$$\begin{cases} f(\alpha, \beta) = M_{zq} + (1 + C_{zq})M_{z\dot{\alpha}} + \sum_{k=1}^{n_\alpha} kC_{z\alpha}^k \alpha^{k-1} + C_{z\alpha\beta}\alpha\beta \\ g(\alpha, \beta, p, r) = (1 + C_{zq}) \left(\sum_{k=1}^{n_q} M_{z\alpha}^k \alpha^k + \frac{df_q(p, r)}{dt} \right) - M_{zq} \left(\sum_{k=1}^{n_\alpha} C_{z\alpha}^k \alpha^k + C_{z\alpha\beta}\alpha\beta \right) + b \\ b = (1 + C_{zq})(M_{z0} + M_{z\delta_e}\delta_e + M_{z\delta_c}\delta_c) + C_{z\delta_e}\delta_e - M_{zq}(C_{z0} + C_{z\delta_e}\delta_e + C_{z\delta_c}\delta_c)C_{z\delta_e}\delta_e \end{cases}$$

باید توجه داشت که $f(\alpha, \beta)$ و $g(\alpha, \beta)$ چندجمله‌ای وابسته به α و b درحالی‌که مستقل از α خواهد بود. پارامترهای اخیر، اغلب به دلیل آزمایشات پرهزینه پرواز و مهارت بالای خلبان‌ها نادیده گرفته خواهند شد. باید به این امر توجه داشت که مدل‌سازی که در قسمت بعد ارایه شده است، برای زاویه حمله کمتر از ۵۰ خواهد بود.

مدلسازی روابط حرکت

با فرض بر اینکه $x = \alpha$ و $y = \dot{\alpha}$ روابط فضای فاز رابطه (۷)، به صورت رابطه (۸) خواهد بود:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = f(x)y + g(x) \end{cases} \quad (۸)$$

در رابطه (۸)، $f(x)$ و $g(x)$ چندجمله‌ای درجه n خواهد بود. این سامانه، به سامانه لئونارد مرسوم است. در ادامه مدلسازی برای چندجمله‌ای درجه ۲ و درجه ۳ انجام شده است.

مدلسازی سیستم با چندجمله‌ای درجه ۲

با توجه به این مدلسازی رابطه (۸) را می‌توان بصورت رابطه (۹) بازنویسی نمود:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = (a_1x + a_0)y + b_2x^2 + b_1x + b_0 \end{cases} \quad (۹)$$

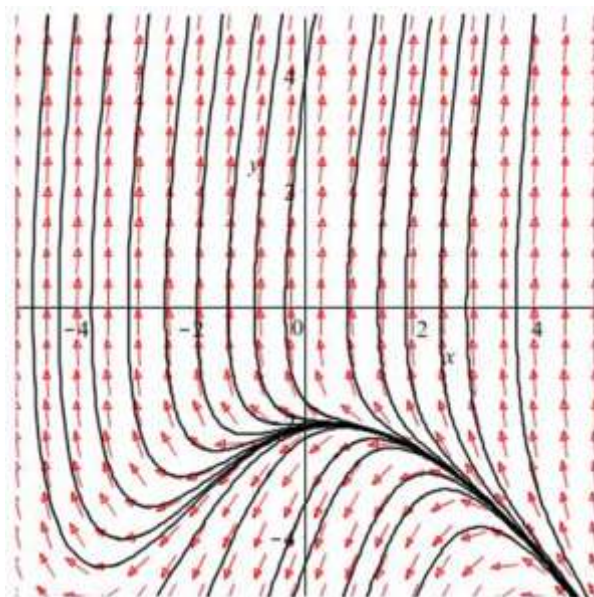
در رابطه (۹) a_0 و b_0 را پارامترهای دوشاخگی و a_1 ، b_1 و b_2 را ثوابت مساله نامیده می‌شود. با توجه به رابطه (۹) حالات مختلف پارامترهای دوشاخگی را محاسبه نموده و روابط استخراج شده در جدول (۱) معرفی شده است.

جدول (۱): بیان روابط سامانه دو درجه آزادی با تغییر پارامترهای دوشاخگی

	$b_2 \neq 0, a_1 = 0$	شماره	$b_2 = 0$ و $a_1 \neq 0$	شماره
رابطه فضای فاز	$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \mu_1 + \mu_2y + x^2 \end{cases}$	(۱۰)	$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = (a_1x + a_0)y + b_1x + b_0 \end{cases}$	(۱۲)
نقاط تعادل	$\dot{x} = \dot{y} = 0 \rightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{-\mu_1} \\ y = 0 \end{cases}$	(۱۱)	$\dot{x} = \dot{y} = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -\frac{b_0}{b_1} \\ y = 0 \end{cases}$	(۱۳)



باتوجه به رابطه (۱۱) به ازای مقدار $\mu_1 > 0$ سامانه دارای نقطه تعادل نمی‌باشد. شکل (۱) شمایل فازی را برای این حالت نشان می‌دهد و به ازای مقادیر دیگر این پارامتر نقاط تعادل این سیستم غیرخطی را باید محاسبه نمود.



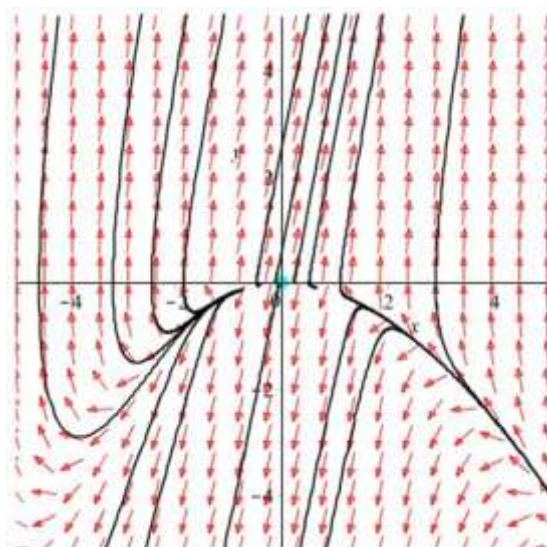
شکل ۱: شمایل فازی سامانه (۱۰) برای $\mu_1 > 0$

سپس به علت غیرخطی بودن سامانه، ابتدا با خطی‌سازی و ایجاد ماتریس ژاکوبین پرداخته و در ادامه با استفاده از نظریه هارتمن و گرومن نوع این نقاط تعادل پیش‌بینی شده است. برای خطی‌سازی این سامانه ابتدا از ماتریس ژاکوبین استفاده شده و سپس مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین برای نقاط تعادل محاسبه شده است. اگر مقادیر ویژه بدست آمده دارای قسمت حقیقی غیرصفر بوده، این نقاط را نقاط هذلولوی و اگر دارای قسمت حقیقی صفر باشند، نقاط را نقاط غیرهذلولوی می‌نامند. طبق قضیه هارتمن و گرومن، ساختار فضای فاز سامانه غیرخطی، با ساختار فضای فاز خطی شده حول نقطه تعادل برای نقاط هذلولوی یکسان است. نتایج محاسبه نقاط تعادل و مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین در جدول (۲) بیان شده است.

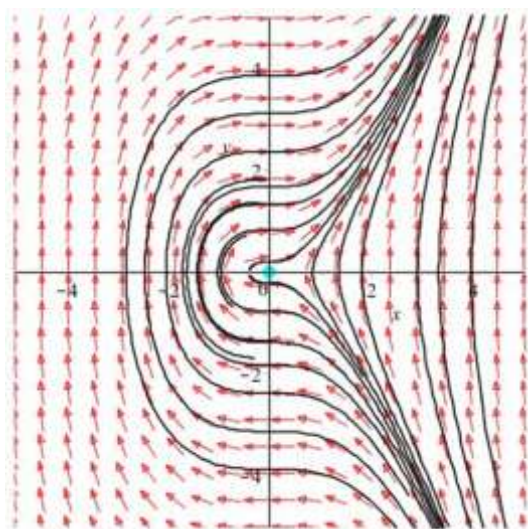
جدول (۲): بیان نقاط تعادل و مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین نظیر آنها

شماره	مقادیر ویژه ماتریس متناظر	نقاط تعادل
(۱۴)	$\lambda_{1,2} = \frac{\mu_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\mu_2}{2}\right)^2 + 2\sqrt{-\mu_1}}$	$O_1 = (\sqrt{-\mu_1}, 0)$
(۱۵)	$\lambda_{1,2} = \frac{\mu_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\mu_2}{2}\right)^2 - 2\sqrt{-\mu_1}}$	$O_2 = (-\sqrt{-\mu_1}, 0)$

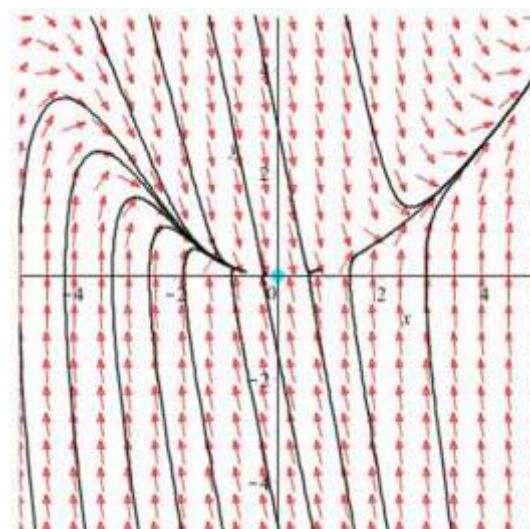
با توجه به روابط (۱۴) و (۱۵) اگر $\mu_1 = 0$ باشد، در این حالت قسمت حقیقی یکی از آنها صفر خواهد شد و این نقاط غیرهذلولوی خواهند بود. در نتیجه خطی‌سازی پیش‌بینی درستی از ساختار حول نقطه تعادل ارائه نخواهد داد. در شکل (۲)، به ترسیم شمایل فازی برای حالات و مقادیر مختلف μ_2 و بیان نوع نقطه تعادل پرداخته شده است. با توجه به شکل (۲-الف) و تحلیل شمایل فازی نوع نقطه تعادل از نوع تخریب‌شده ناپایدار، و شکل (۲-ب) نقطه تعادل سامانه از نوع تخریب‌شده پایدار بوده و با بررسی شکل (۲-ج) در سامانه دوشاخگی هاپف (ظهور و یا عدم ظهور مسیر متناوب بسته، چرخه حدی، در راستای تغییر محلی پایداری خواص نقاط تعادل) به وقوع پیوسته است.



الف



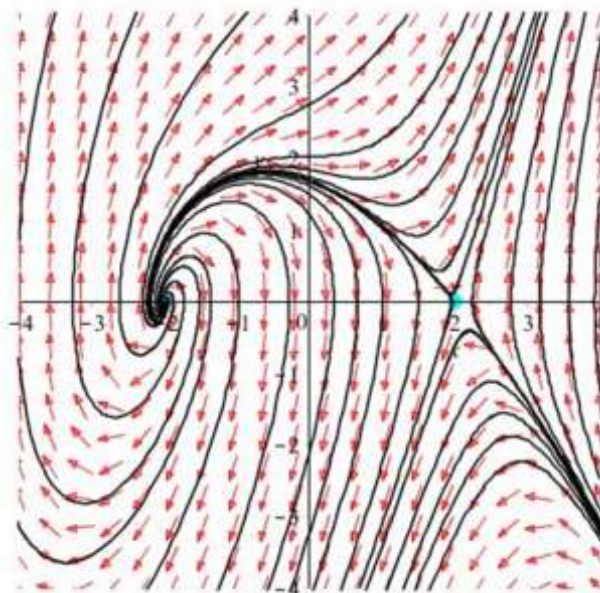
ب



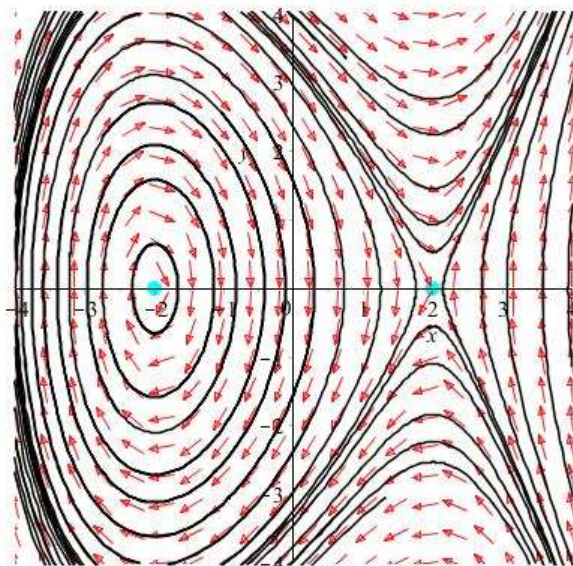
ج

 شکل (۲): شمایل فازی سامانه (۱۰) برای $\mu_1 = 0$ (الف) برای $\mu_2 > 0$ (ب) $\mu_2 < 0$ (ج) $\mu_2 = 0$

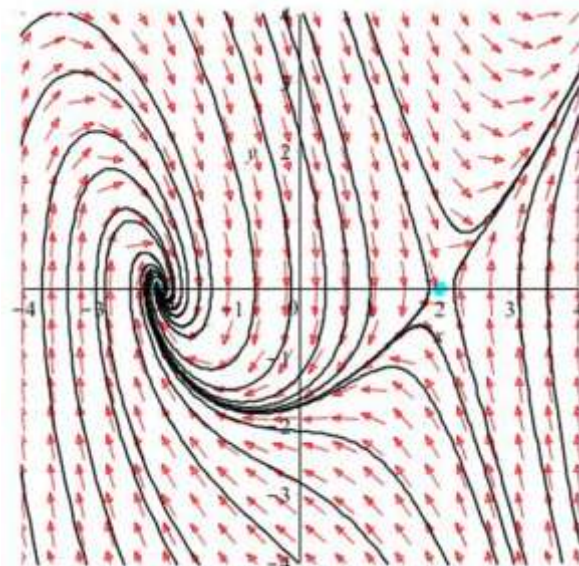
با توجه به روابط (۱۴-۱۵) اگر $\mu_1 < 0$ باشد، در این حالت نقاط تعادل از نوع هذلولوی بوده و خطی‌سازی، قابلیت پیش-بینی درستی از نوع نقاط تعادل برای ساختار فضای فاز سیستم غیرخطی ارائه داده است. در شکل (۳) به ترسیم شمایل فازی برای حالات و مقادیر مختلف μ_2 و بیان نوع نقطه تعادل پرداخته شده است. با توجه به شکل (۳-الف) و دارا بودن دو نقطه تعادل در سامانه، برای نقطه تعادل اول، قسمت حقیقی مقادیر ویژه مثبت است پس این نقطه از نوع مارپیچ ناپایدار، و نقطه تعادل دیگر سامانه زینی خواهد بود. با بررسی شکل (۳-ب)، و رابطه (۱۴-۱۵)، نقطه تعادل هذلولوی O_1 از نوع زینی (به علت مختلف‌العلامت بودن قسمت حقیقی مقادیر ویژه) و نقطه تعادل O_2 با منفی بودن هر دو قسمت حقیقی مقادیر ویژه نوع آن، مارپیچ پایدار خواهد بود. با بررسی شکل (۳-ج)، برای نقطه تعادل هذلولوی O_1 می‌توان نشان داد که این نقطه از نوع زینی است اما برای نقطه تعادل O_2 با فرض $\mu_2 = 0$ این نقطه غیرهایپربولیک و با توجه به خطی‌سازی صورت گرفته، نوع نقطه تعادل مرکز بوده است. در شکل (۳-ج)، می‌توان یک مسیر بسته را حول نقطه تعادل O_2 ملاحظه نمود این نوع مدار خاص از بهم پیوستن منیفلدهای پایدار و ناپایدار نقطه تعادل زینی O_1 حاصل شده است.



الف



ج



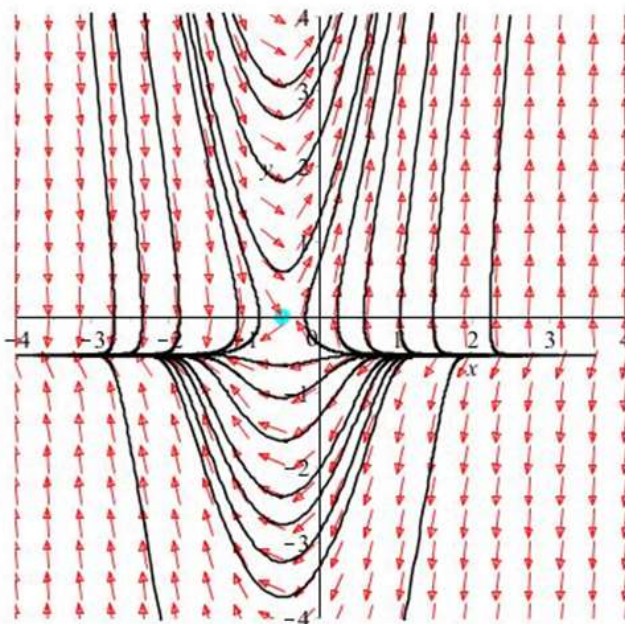
ب

شکل (۳): شمایل فازی سامانه (۱۰) برای $\mu_1 < 0$ (الف) برای $\mu_2 > 0$ (ب) $\mu_2 < 0$ (ج) $\mu_2 = 0$

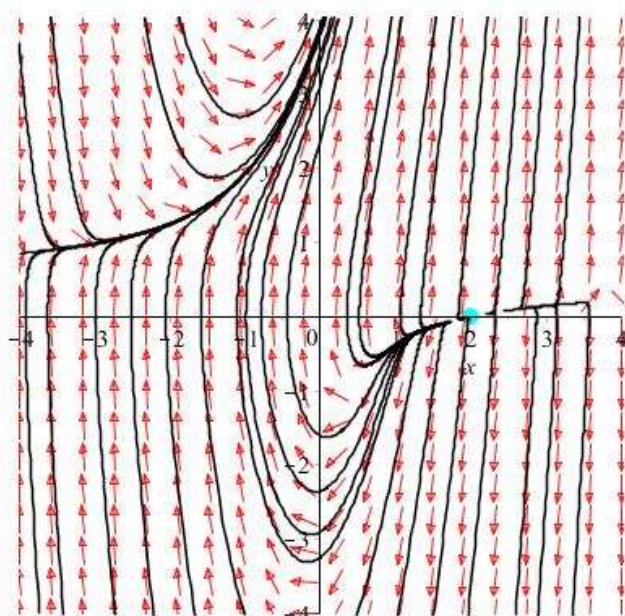
حال، باتوجه به روابط (۱۲) و (۱۳) و استفاده از ماتریس ژاکوبین و با قرار دادن نقطه تعادل $O_1 = (0,0)$ ، مفروض بر اینکه $\mu = -\frac{a_1 b_0}{b_1} + a_0$ ، مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین متناظر با نقطه تعادل، به صورت رابطه (۱۶) بیان شده است.

$$\lambda_{1,2} = \frac{\mu}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\mu}{2}\right)^2 + b_1} \quad (۱۶)$$

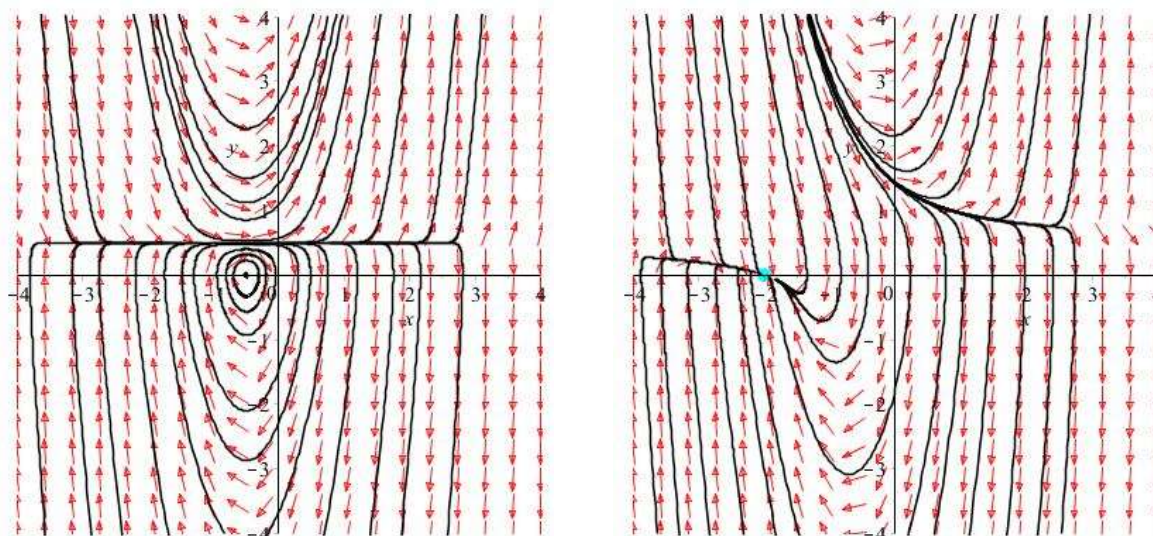
حال مقادیر مقدار ویژه موجود در رابطه (۱۶) برای سه حالت مختلف مورد بررسی قرار گرفته شده است. اگر $b_1 > 0$ باشد مقادیر ویژه در این حالات به ازای تمامی مقادیر μ دارای مقدار ویژه با قسمت حقیقی غیرصفر و مختلف علامت خواهد بود، پس این نقطه تعادل از نوع زینی بوده است. در ادامه شکل (۴) شمایل فازی برای این حالت نشان داده شده است.


 شکل (۴): شمایل فازی سامانه (۱۲) برای $b_1 > 0$ و تمامی مقادیر μ

بافرض بر اینکه $b_1 < 0$ باشد، مقادیر ویژه در این حالات به ازای مقادیر $\mu > 0$ قسمت حقیقی مقادیر ویژه غیرصفر و هم علامت مثبت بوده، پس از نوع گره ناپایدار بوده و در شکل (۵) شمایل فازی نقطه تعادل نشان داده شده است.

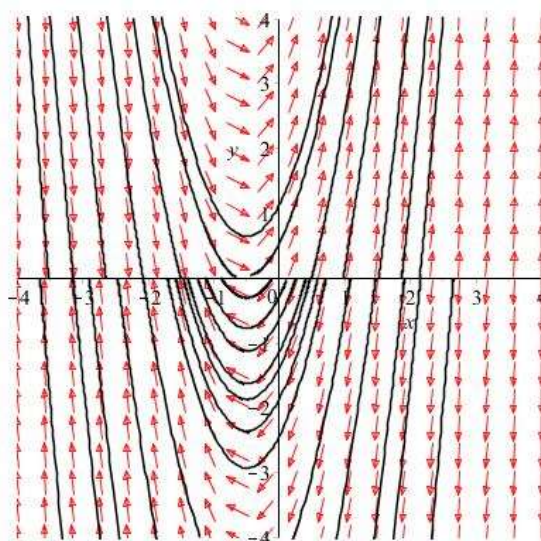

 شکل (۵): شمایل فازی سامانه (۱۲) برای $b_1 < 0$ و مقادیر $\mu > 0$

اگر $\mu < 0$ باشد، قسمت حقیقی مقادیر ویژه غیرصفر و هم علامت منفی بوده، در نتیجه نقطه تعادل، گره پایدار و اگر $\mu = 0$ باشد، نقطه تعادل، غیرهذلولوی بوده و با استفاده از خطی سازی نمی توان پیش بینی قابل قبولی از نوع نقطه تعادل داشت. شمایل فازی برای این دو حالت در شکل (۶) نشان داده شده که با استفاده از آن نوع نقطه تعادل، از نوع مرکز بوده است.



شکل (۶): شمایل فازی سامانه (۱۲) برای $b_1 < 0$ و مقادیر الف) $\mu < 0$ ب) $\mu = 0$

باتوجه به رابطه (۹) اگر $b_1 = 0$ ، $b_0 = 0$ باشد، در این حالت نقطه تعادل با توجه به مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین، غیرهایپربولیک بوده و برای بیان نوع آن باید از شمایل فازی کمک گرفت. نظر به شکل (۷) نقطه تعادل از نوع غیر قابل جداسازی و محور افق نقاط تعادل سامانه بوده است.



شکل (۷): شمایل فازی سامانه (۹) برای $b_1 = 0$ و $b_0 = 0$

مدلسازی سیستم با چندجمله‌ای درجه ۳

با توجه به این نوع مدل‌سازی رابطه (۸) را می‌توان به صورت رابطه (۱۷) بازنویسی نمود:

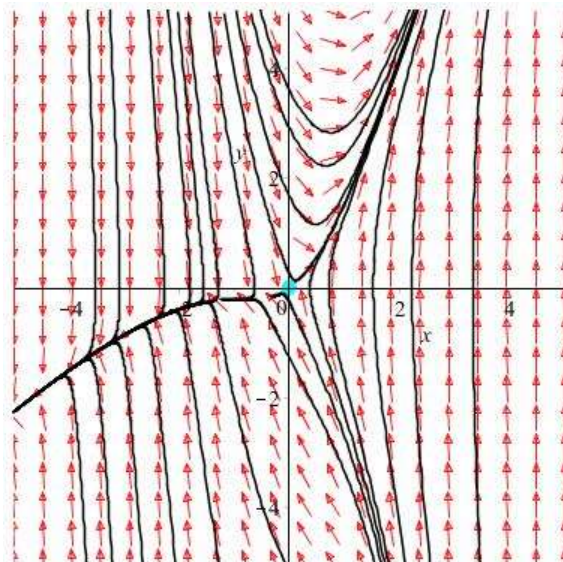
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = (a_2x^2 + a_1x + a_0)y + (b_2x^2 + b_1x + b_0)x \end{cases} \quad (17)$$

با یک انتقال و تغییر متغیر خطی مناسب، برای هر a_2 و b_2 مخاف صفر، حالات ممکن به دو حالت کاهش می‌یابند. در پژوهش حاضر یکی از این دو حالت مورد بررسی قرار می‌گیرد، حالتی که $a_2 = -1$ و $b_2 = 1$ باشد. با این فرض روابط فضای حالت (۱۷)، به رابطه (۱۸) تبدیل خواهد شد.



$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = (-x^2 + a_1x + a_0)y + (x^2 + b_1x + b_0)x \end{cases} \quad (18)$$

نظر به رابطه (۱۸)، a_0 و b_0 پارامترهای دوشاخگی و a_1 و b_1 ثوابت مساله خواهند بود. در این صورت نقطه تعادل سامانه، تعداد و نوع نقاط تعادل برای حالات مختلف پرداخته می‌شود. در این صورت اگر $b_0 > \frac{b_1^2}{4}$ باشد، مقدار زیر رادیکال به ازای مقادیر مثبت دارای جواب حقیقی خواهد بود و این امر باعث منفی شدن مقدار زیر رادیکال می‌شود. پس در این حالت، سامانه دارای یک نقطه تعادل $O = (0,0)$ خواهد بود. با یافتن ماتریس ژاکوبین در این نقطه، $\lambda_{1,2} = \frac{a_0}{2} \pm \sqrt{(\frac{a_0}{2})^2 + b_0}$ مقدار ویژه آن خواهد بود. در این حالت چون b_0 مثبت است، به ازای تمامی مقادیر a_0 این ماتریس دارای قسمت حقیقی غیرصفر خواهد بود و این نقطه از نوع هذلولوی می‌باشد. پس به ازای تمامی مقادیر a_0 نوع این نقطه تعادل، بوده است. شمایل فازی سامانه رابطه (۱۸) در شکل (۸) نشان داده شده است.



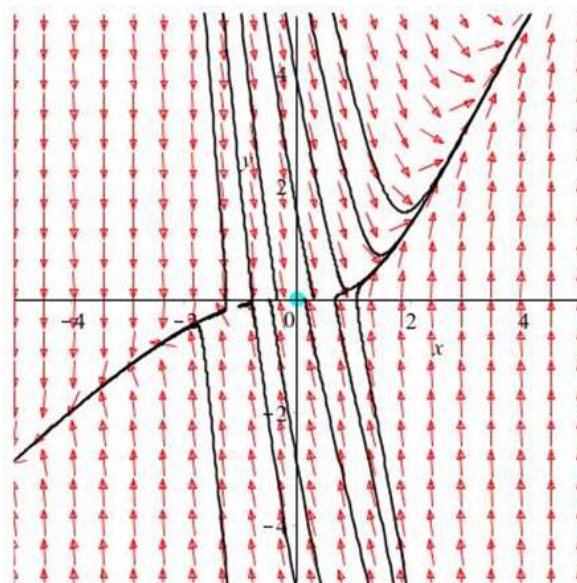
شکل (۸): شمایل فازی سامانه (۱۸) برای $b_0 > \frac{b_1^2}{4}$ و تمامی مقادیر a_0

حال اگر $b_0 = b_1 = 0$ باشد، مقدار ویژه ماتریس ژاکوبین نقطه تعادل، $\lambda_{1,2} = \frac{a_0}{2}$ است. در این حالت، نقطه تعادل غیرهذلولوی بوده و خطی سازی کمکی برای پیش‌بینی نوع این نقطه نخواهد کرد. با رسم شمایل فازی در شکل (۹) می‌توان به این نتیجه رسید که نوع نقطه تعادل، از نوع تخریب‌شده بوده است. برای مقادیر مثبت a_0 ، تخریب شده ناپایدار و برای مقادیر منفی a_0 ، تخریب شده پایدار خواهد بود.

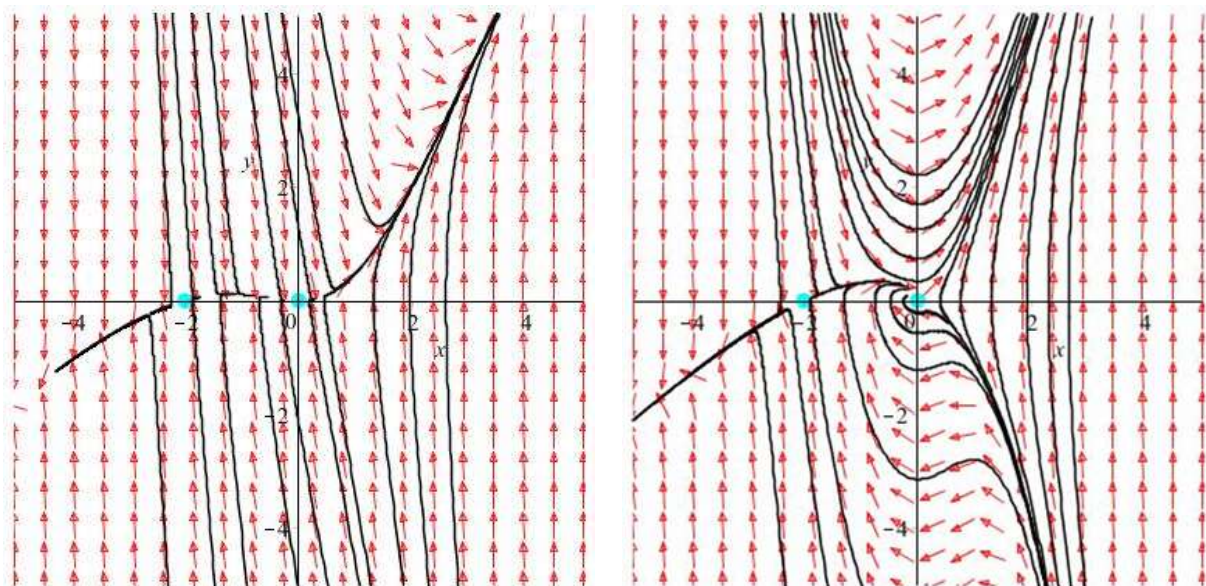
حال اگر $b_0 = 0$ و $b_1 \neq 0$ باشد، سامانه دارای دو نقطه تعادل به مختصات $O_1 = (0,0)$ و $O_2 = (-b_1, 0)$ می‌باشد. با در نظر گرفتن ماتریس ژاکوبین متناظر با هر نقطه تعادل، مقادیر ویژه آنها بصورت روابط (۱۹) و (۲۰) خواهد بود.

$$\lambda_{1,2} = \frac{a_0}{2} \pm \sqrt{(\frac{a_0}{2})^2} \quad (19)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-b_1^2 - a_1b_1 + a_0}{2} \pm \sqrt{(\frac{-b_1^2 - a_1b_1 + a_0}{2})^2 + b_1^2} \quad (20)$$


 شکل (۹): شمایل فازی سامانه (۱۸) برای $b_0 = b_1 = 0$

با توجه به رابطه (۱۹) مرکز مبدا مختصات از نوع غیرهایپربولیک بوده و برای تعیین نوع این نقطه تعادل احتیاج به رسم شمایل فازی می‌باشد، و نظر به رابطه (۲۰) این نقطه از نوع هایپربولیک است که مقادیر ویژه آن دارای قسمت حقیقی غیرصفر مختلف‌العلامت هستند. پس نوع این نقطه تعادل از نوع زینی است. در شکل (۱۰) شمایل فازی سامانه (۱۸) برای این فرضیات نشان داده شده است.



ب

الف

 شکل (۱۰): شمایل فازی سامانه (۱۸) برای $b_0 = 0$ و $b_1 \neq 0$ (الف) $a_0 = 0$ (ب) $a_0 \neq 0$

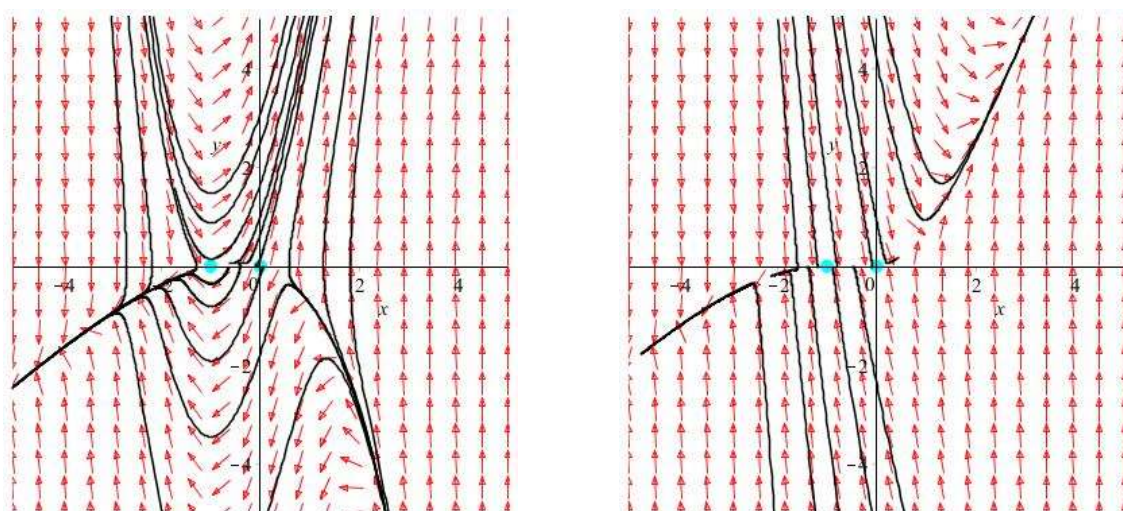
در شکل (۱۰-الف) هر دو نوع نقطه از نوع زینی و در شکل (۱۰-ب) نقطه مبدا از نوع تخریب شده و نقطه دیگر زینی است. حال اگر $b_0 = \frac{b_1^2}{4}$ و $b_1 \neq 0$ باشد، سامانه دارای دو نقطه تعادل به مختصات $O_1 = (0, 0)$ و $O_2 = (-\frac{b_1}{2}, 0)$ بوده و با در نظر گرفتن ماتریس ژاکوبین متناظر با هر نقطه تعادل، مقادیر ویژه آنها بصورت روابط (۲۱) و (۲۲) خواهد بود.



$$\lambda_{1,2} = \frac{a_0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a_0}{2}\right)^2 + b_0} \quad (21)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{-\frac{b_1^2}{4} - \frac{a_1 b_1}{2} + a_0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-\frac{b_1^2}{4} - \frac{a_1 b_1}{2} + a_0}{2}\right)^2 + b_1^2} \quad (22)$$

نقطه تعادل O_1 ، از نوع هایپربولیک بوده و با توجه به مثبت بودن b_0 ، قسمت حقیقی مقادیر ویژه غیرهم علامت است، پس این نقطه از نوع زینی خواهد بود. در شکل (۱۱) شمایل فازی برای این فرضیات نشان داده شده است.



ب

الف

شکل (۱۱): شمایل فازی سامانه (۱۸) برای $b_0 = \frac{b_1^2}{4}$ و $b_1 \neq 0$ (الف) $a_0 = \frac{b_1^2}{4} + \frac{a_1 b_1}{2}$ (ب) $a_0 \neq \frac{b_1^2}{4} + \frac{a_1 b_1}{2}$

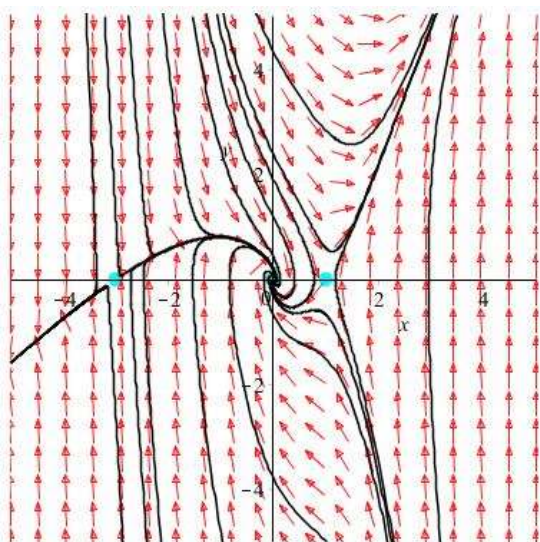
در هر دو شکل (۱۱) مبدا مختصات از نوع زینی است، اما در شکل (۱۱-الف) نقطه تعادل دیگر از نوع تخریب شده و در شکل (۱۱-ب) نقطه تعادل از نوع گره-زینی می‌باشد. با فرض $b_0 \leq 0$ ، سامانه دارای سه نقطه تعادل خواهد بود، که در جدول (۳) نقاط تعادل و مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین متناظر با آنها معرفی شده است.

جدول ۳: بیان نقاط تعادل و مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین نظیر آنها

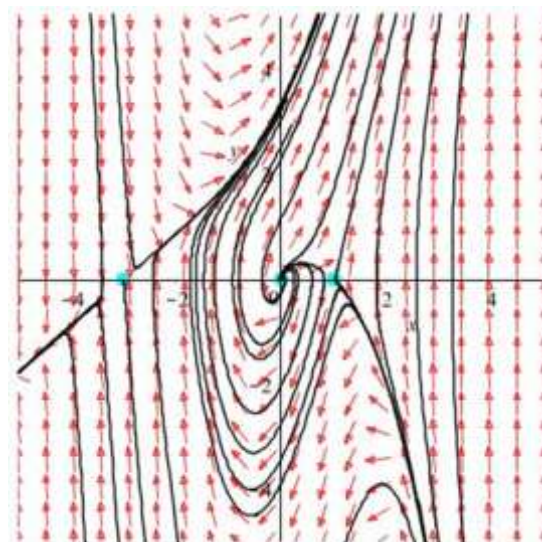
شماره	مقادیر ویژه ماتریس متناظر	نقاط تعادل
(۲۳)	$\lambda_{1,2} = \frac{a_0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a_0}{2}\right)^2 + b_0}$	$O_1 = (0, 0)$
(۲۴)	$\lambda_{1,2} = \frac{-x_1^* + a_1 x_1^* + a_0}{2}$	$O_2 = \left(\frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0}}{2}, 0\right) = (x_1^*, 0)$
(۲۵)	$\lambda_{1,2} = \frac{-x_2^* + a_1 x_2^* + a_0}{2}$	$O_3 = \left(\frac{-b_1 - \sqrt{b_1^2 - 4b_0}}{2}, 0\right) = (x_2^*, 0)$



با توجه به رابطه (۲۳) مقادیر ویژه برای نقطه تعادل O_1 دارای بخش حقیقی غیرصفر هم‌علامت است، که با شرایط $a_0 < 0$ و $a_0 > 0$ سامانه بترتیب پایدار و ناپایدار خواهد شد. رابطه (۲۴) نشان دهنده هذلولوی بودن نقطه تعادل O_2 است زیرا دارای مقادیر ویژه غیرصفر و غیرهم‌علامت است. پس از نوع زینی می‌باشد و رابطه (۲۵) نیز همین حالت را برای نقطه تعادل O_3 اثبات می‌نماید. در شکل (۱۲) شمایل فازی این سامانه نشان داده شده است. در شکل (۱۲-الف) یک نقطه تعادل مارپیچ پایدار و دو نقطه زینی و در شکل (۱۲-ب)، یک نقطه تعادل مارپیچ ناپایدار و دو نقطه زینی مشاهده می‌گردد.



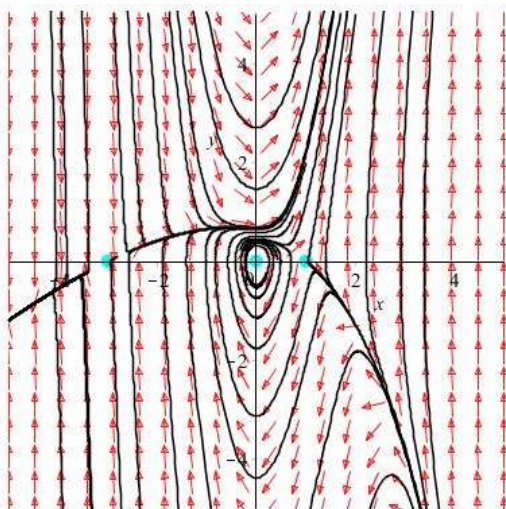
ب



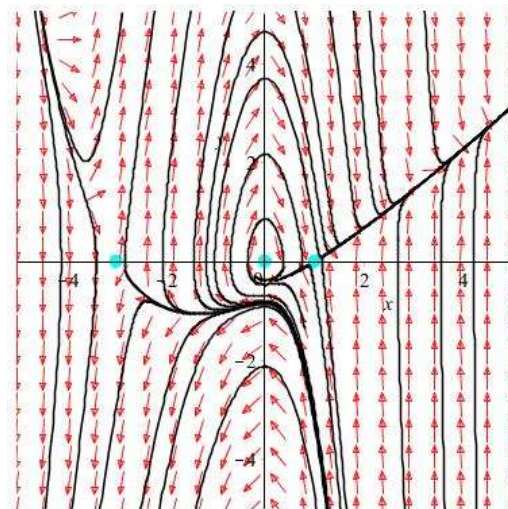
الف

شکل (۱۲): شمایل فازی سامانه (۱۸) برای $b_0 < 0$ و $b_1 \neq 0$ (الف) $a_0 < 0$ (ب) $a_0 > 0$

با توجه به نتایج بیان شده، دوشاخگی در صورتی رخ خواهد داد که $b_0 < \frac{b_1^2}{4}$ باشد. در حالیکه برای $b_0 > \frac{b_1^2}{4}$ به علت یکتا بودن نقطه تعادل، دوشاخگی مورد بحث نیست، در نتیجه امکان وقوع دوشاخگی‌ها زمانی است که $a_0 = 0$ باشد. در شکل (۱۳) شمایل فازی برای $b_0 < -a_1 b_1$ و $b_0 > -a_1 b_1$ نشان داده شده است. در شکل (۱۳-الف)، دوشاخگی ابربحرانی و در شکل (۱۳-ب) دوشاخگی فروبحرانی به وقوع پیوسته است.



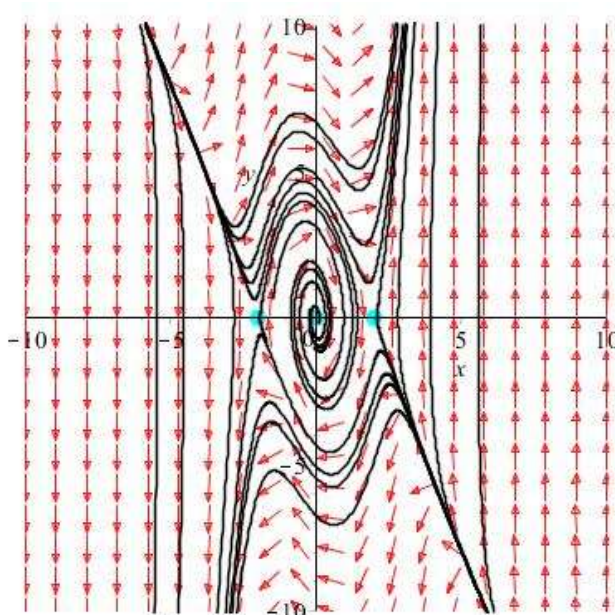
ب



الف

شکل (۱۳): شمایل فازی سامانه (۱۸) برای $b_0 < 0$ و $b_0 < \frac{b_1^2}{4}$ و $a_0 = 0$ (الف) $b_0 < -a_1 b_1$ (ب) $b_0 > -a_1 b_1$

از شکل (۱۴) بارز است که برای $a_1 = b_1 = 0$ دوشاخگی هموکلینیک (هتروکلینیک) رخ داده است، و اکنون به بررسی وقوع این دوشاخگی در حالتی که $a_1, b_1 \neq 0$ باشند، پرداخته می‌گردد.



شکل (۱۳): شمایل فازی سامانه (۱۸) برای $a_1 = b_1 = 0$

با در نظر گرفتن $i = 0, 1$ و a_i, b_i که هردو کوچک باشند با یک تغییر متغیر روابط (۲۶) و (۲۷) بیان خواهد شد.

$$x = \varepsilon z_1 \quad y = \varepsilon^2 z_2 \quad \tau = \varepsilon t \quad \varepsilon \geq 0 \quad (26)$$

$$a_0 = \varepsilon^2 \tilde{a}_0 \quad a_1 = \varepsilon \tilde{a}_1 \quad b_0 = \varepsilon^2 \tilde{b}_0 \quad b_1 = \varepsilon \tilde{b}_1 \quad (27)$$

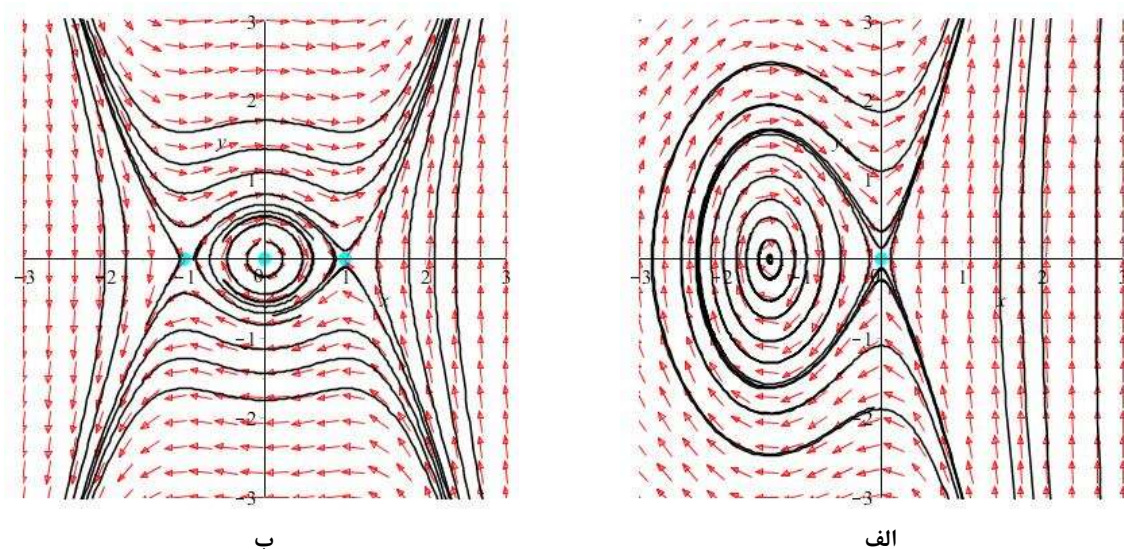
با قرار دادن روابط فوق در رابطه (۱۸)، فرم پیرشیده شده سامانه در رابطه (۲۸) بیان می‌گردد.

$$\begin{cases} \frac{dz_1}{d\tau} = z_2 \\ \frac{dz_2}{d\tau} = (-z_1^2 + \tilde{a}_1 z_1 + \tilde{a}_0) \varepsilon z_2 + (z_1^2 + \tilde{b}_1 z_1 + \tilde{b}_0) z_1 \end{cases} \quad (28)$$

در هنگامی که $\varepsilon \rightarrow 0$ باشد، (فرم پیرشیده نشده) سامانه (۲۸) به صورت رابطه (۲۹) تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} \frac{dz_1}{d\tau} = z_2 \\ \frac{dz_2}{d\tau} = (z_1^2 + \tilde{b}_1 z_1 + \tilde{b}_0) z_1 \end{cases} \quad (29)$$

رابطه (۲۹) یک سامانه همیلتونی است و شمایل فازی آن برای مقادیر $\tilde{b}_1 \neq 0$ و $\tilde{b}_1 = 0$ در شکل (۱۴) ترسیم شده است. شکل (۱۴-الف) سامانه دارای یک مدار هموکلینیک و شکل (۱۴-ب) سامانه دارای یک مدار متقارن هتروکلینیک را نشان می‌دهد. نقاط تعادل برای منوکلینیک، یک نقطه زینی و مرکز و برای هتروکلینیک، دو نقطه تعادل زینی و یک نقطه مرکز است.



شکل (۱۴): شمایل فازی سامانه (۲۹) برای الف) $\tilde{b}_1 \neq 0$ ب) $\tilde{b}_1 = 0$

ارائه نتایج با استفاده از یک مثال

به منظور بررسی و شرح تحلیل دوشاخگی و پایداری ارائه شده در بخش قبل، یک مدل واقعی هواپیما با زاویه حمله بالا، بدون بال کانارد، ارائه می‌گردد. پارامترهای بنیادین این هوانورد در جدول (۴) معرفی شده است.

جدول (۴): پارامترهای بنیادین هوانورد

پارامتر	مقدار	واحد
طول	۲۱/۵۲	(m)
ارتفاع	۰۵/۴۱	(m)
مساحت بال	۴۲/۲۰	(m ²)
دامنه عملیات	۲۰۰۰	(m)
محدوده بال	۰۹/۳۴۴	(m)
وزن خالی	۹۸۲۰	(kg)
وزن معمول بلندشدن	۱۴۳۰۰	(kg)
بیشینه وزن بلندشدن	۱۷۸۰۰	(kg)
سرعت	۲۳۳۶/۴۰	(km.h ⁻¹)
شعاع عمل	۸۰۰	(km)
فاصله بلند شدن	۶۷۰	(m)
فاصله فرود	۱۰۰۰	(m)

با توجه به ساختار آیرودینامیکی و توضیحات ارائه شده در بخش نخست، به منظور یافتن رابطه حرکت طولی هواپیما و ساده سازی ریاضی، رابطه حرکت طولی هوانورد به صورت رابطه (۳۰) و رابطه فضای فاز آن نیز در رابطه (۳۱) بیان شده است.

$$\ddot{\alpha} = 2.038986943 - 8.243739010\alpha - 0.1379647003\alpha^2 + 0.008192987992\alpha^3 - (1.211386346 + 0.01992265993\alpha - 0.002050667285\alpha^3)\dot{\alpha} - 0.03768490060652\delta_e - 4.619857062\delta_e \quad (30)$$



$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = (a_{g0} + a_{g1}x + a_{g2}x^2)y + (b_{g0} + b_{g1}x + b_{g2}x^2 + b_{g3}x^3) + c_1\delta_e + c_2\dot{\delta}_e \end{cases} \quad (31)$$

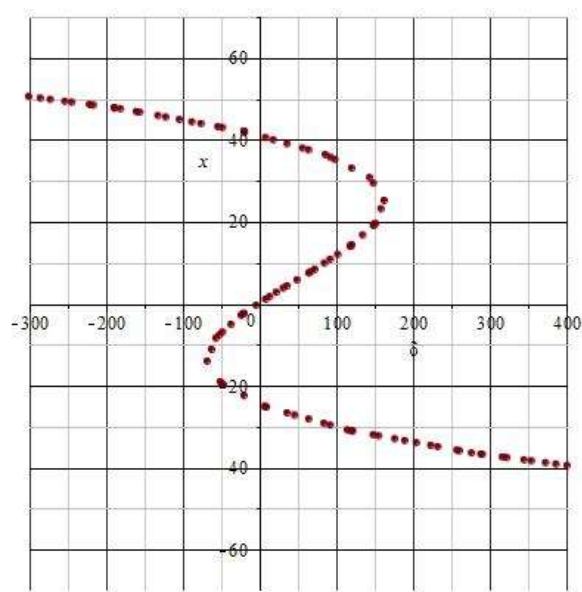
در رابطه (۳۱)، δ_e و $\dot{\delta}_e$ متغیر و باقی ثوابت به شرح زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} a_{g0} &= -1.211386346 & a_{g1} &= -0.01992265993 \\ a_{g2} &= 0.002050667285 & & \\ b_{g0} &= 2.038986943 & b_{g1} &= -8.243739010 \\ b_{g2} &= -0.1379647003 & b_{g3} &= 0.008192987992 \\ c_1 &= -4.619857062 & c_2 &= -0.03768490060652 \end{aligned}$$

با قرار دادن $\delta = c_1\delta_e + c_2\dot{\delta}_e$ به عنوان پارامتر دوشاخگی و به منظور یافتن نقاط تعادل سامانه رابطه (۳۱)، $y = 0$ و $g_0(x) = b_{g0} + b_{g1}x + b_{g2}x^2 + b_{g3}x^3 + \delta = 0$ بوده و با توجه به آن تعداد نقاط تعادل در سامانه، به مقدار پارامتر دوشاخگی بستگی داشته و می‌توان با $g_0(x)$ به صورت رابطه (۳۲)، تلاقی این تابع با مقدار پارامتر دوشاخگی، تعداد نقاط تعادل را بدست آورد.

$$\begin{cases} y_1 = -\delta \\ g_0(x) = b_{g0} + b_{g1}x + b_{g2}x^2 + b_{g3}x^3 \end{cases} \quad (32)$$

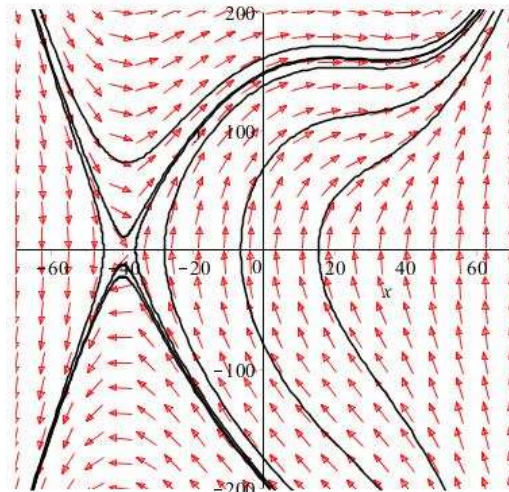
تابع $g_0(x)$ در نقاط $(-162/2924551, -24/76789270)$ و $(68/02839022, -13/54165058)$ دارای اکسترمم است، و تعداد نقاط تعادل در سامانه به میزان پارامتر دوشاخگی در مقایسه با این دو اکسترمم بستگی دارد. حال اگر پارامتر دوشاخگی از حداقل نسبی کمتر یا از حداکثر نسبی بیشتر باشد سامانه دارای یک نقطه تعادل خواهد بود. $(-162/2924551 < -\delta < 68/02839022)$ و اگر این پارامتر، بین حداقل نسبی و حداکثر نسبی $(68/02839022 < -\delta < -162/2924551)$ قرار گیرد، سامانه دارای سه نقطه تعادل خواهد بود و همچنین با برابر بودن پارامتر دوشاخگی با مقادیر اکسترمم زینی-گره اتفاق می‌افتد. در شکل (۱۵) تعداد نقاط تعادل به ازای تغییرات پارامتر دوشاخگی نشان داده شده است.



شکل (۱۵): تعداد نقاط تعادل با توجه به تغییرات پارامتر دوشاخگی

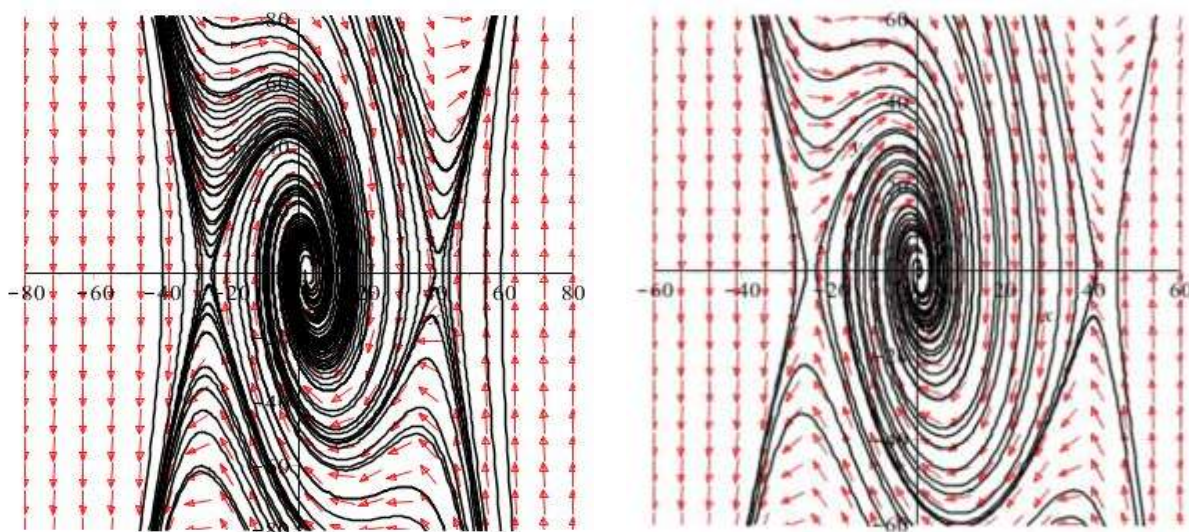


در نتیجه، مقادیر دوشاخگی انحراف الویتور برابر با $۱۴/۷۲۵۲۱۵$ و $-۳۵/۱۲۹۳۲۴$ خواهد بود. باید توجه داشت که در صورتی که مقدار پارامتر دوشاخگی حالت اول از سه حالت فوق باشد، سامانه دارای یک نقطه تعادل یکتا خواهد بود که از نوع زینی می‌باشد. در شمایل فازی شکل (۱۶) این نقطه تعادل نشان داده شده است.



شکل (۱۶): نوع نقطه تعادل یکتا برای سامانه (۳۱)

در حالتی که سامانه دارای سه نقطه تعادل باشد، باید توجه داشت که میزان انحراف الویتور در واقعیت بیشتر از مقدار دوشاخگی انحراف الویتور خواهد بود و برای تضمین پایداری پرواز، انحراف الویتور مورد کنترل قرار گرفته شده است. با این شرایط سامانه پرواز، ارتعاشات طولی نخواهد داشت و چرخه حدی در فضای فاز دیده نخواهد داشت. در پرواز واقعی، برای تضمین بیشتر پایداری، محدوده جذب را با استفاده از میزان انحراف الویتور، افزایش داده و بدین منظور با چشم پوشی از δ_e ، سامانه برای دو حالت مختلف δ_e در نظر گرفته می‌گردد. برای حالت $\delta_e = 0$ ، سامانه دارای سه نقطه تعادل که دو نقطه بعدی برای $\delta_e = -5$ ، سامانه دارای سه نقطه تعادل که نقطه $(۰, ۰)$ و $(۲۴/۵۵۳۳۵۸۲۸, ۰)$ از نوع زینی و نقطه $(۰/۲۴۶۳۳۶۹۴۱۶, ۰)$ پایدار خواهند بود. در حالت بعدی برای $\delta_e = -5$ ، سامانه دارای سه نقطه تعادل که نقطه $(۰, ۰)$ پایدار و دو نقطه $(۲/۹۳۰۶۵۴۶۸۴, ۰)$ و $(۴۰/۰۴۹۹۵۹۸۵, ۰)$ از نوع زینی می‌باشد. شمایل فازی سامانه در این حالت در شکل (۱۷) نشان داده شده است.



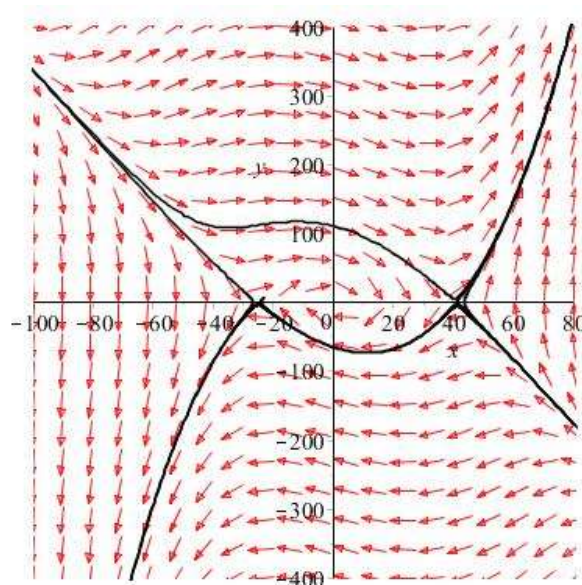
ب

الف

شکل (۱۷): شمایل فازی سامانه (۳۱) با شرط الف) $\delta_e = 0$ ب) $\delta_e = -5$ و $\delta_e = 0$

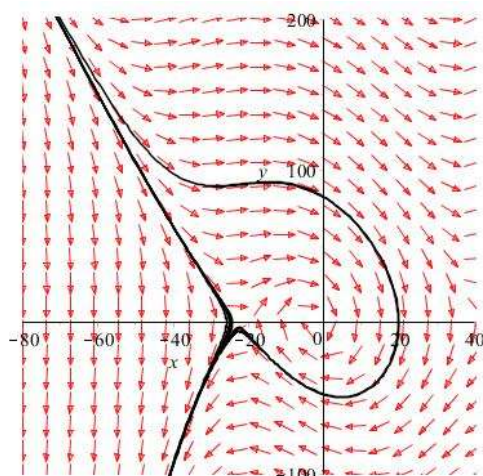


ساختارهای هتروکلینیک و مونوکلینیک از لحاظ توپولوژیکی ناپایدار بوده و با کوچکترین اختلالی، این ساختارها شکسته خواهند شد. بدین منظور با یافتن مقدار انحراف الویتور که باعث ایجاد یک مدار فی مابین دو نقطه زینی سامانه شده، می‌توان محدوده بستر جذب را تشخیص و آن را افزایش داد. در شکل (۱۸) شمایل فازی برای سامانه برای مقدار میزان انحراف الویتور به اندازه $-2/16458$ درجه نشان داده شده است.

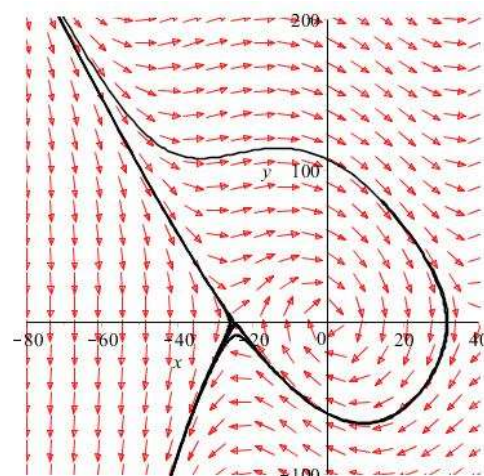


شکل (۱۸): شمایل فازی سامانه (۳۱) با شرط $\delta_e = 0$ و $\delta_e = -2.16458$

با توجه به شمایل فازی شکل (۱۸) ملاحظه می‌گردد که مداری باعث اتصال دو نقطه زینی به یکدیگر گشته که این مقدار یکتا بوده است. حال محدوده جذب را برای مقادیر بزرگتر و یا کوچکتر از این پارامتر بررسی نموده و در شکل (۱۹) نشان داده شده است. شکل‌های (الف-۱۹) تا (ج-۱۹) بیانگر این موضوع خواهند بود که برای مقادیر بزرگتر از $-2/16458$ درجه، محدوده جذب کوچکتر خواهد شد. اما برای مقادیر کوچکتر از $-2/16458$ درجه، محدوده جذب شروع به افزایش می‌نماید. این امر در شکل‌های (د-۱۹) تا (و-۱۹) نشان داده شده است. باید توجه داشت که محدوده جذب، یک محدوده بسته نبوده و برای کنترل پرواز، کافی است ورودی در محدوده جذب قرار گرفته تا به پایداری میل نماید.

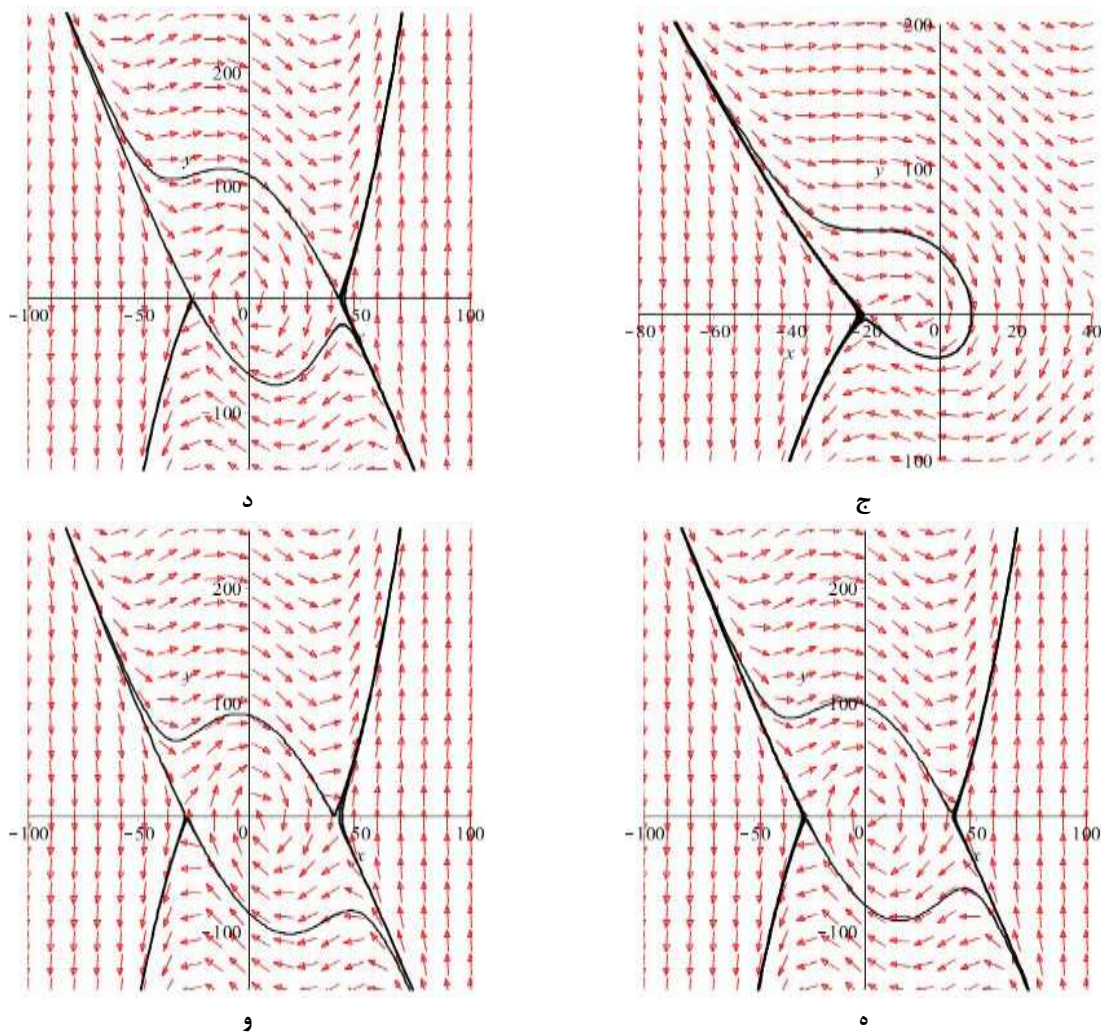


ب



الف

شکل (۱۹): شمایل فازی سامانه (۳۱) با شرط الف) $\delta_e = 0$ ب) $\delta_e = 5$



ادامه شکل (۱۹): شمایل فازی سامانه (۳۱) با شرط ج) $\delta_e = 10$ (د) $\delta_e = -3$ (ه) $\delta_e = -8$ (و) $\delta_e = -12$ (ز) $\delta_e = 0$

نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، مدل چندجمله‌ای برای نیرو و گشتاور آیرودینامیک برای بررسی حرکت طولی ارائه گردید. مدل نشان داده شده توانایی توصیف حرکت هوانورد را داشته و دارای پارامترهای مشخص برای بیان حالات گوناگون نقاط تعادل سامانه حرکتی بوده است. این مدل دارای قابلیت است که با خطی‌سازی پیش‌بینی درستی از نوع نقاط تعادل در اکثر حالات بیان نموده و با ترسیم فضای فازی به اثبات این ادعا می‌پردازد. در نتیجه مدل حاضر قابلیت بالایی برای پیش‌بینی ایمنی پرواز در حالات مختلف تغییر زاویه حمله و الویتور دارد. نتایج حاصل از تحلیل دوشاخگی نیز برای حالات مختلف دارای پیش‌بینی مطلوبی بوده است. علاوه بر این، نتایج ارائه شده می‌تواند مبنای نظری انتخاب و استفاده از یک سیستم کنترلی باشد. با این حال، برای سیستم پرواز کولپینگ قوی و همچنین آیرودینامیک هواپیمای انعطاف پذیر که به طور کلی با روابط دیفرانسیل جزئی بیان می‌شود، قابلیت پیش‌بینی ندارند. همچنین تغییرات زاویه الویتور در فرارگیری در محدوده‌های پایداری، پیش‌بینی مناسبی از حرکت حقیقی هواپیما داشته و یا استفاده از خطی‌سازی توانایی پیش‌بینی نوع نقاط تعادل سیستم را دارا می‌باشد.

مراجع

- [1] Nayfeh, A.H., Elzebdia, J.M., Mook, D.T., (1989), Analytical study of the subsonic wing-rock phenomenon for slender delta wings, Journal of Aircraft 26(9), pp 805-809.



- [2] Jahnke, C.C., Culick, F.E.C., (1994), Application of bifurcation theory to the high-angle-of-attack dynamics of the F-14, *Journal of Aircraft* 31(1), pp 26-34.
- [3] Goman, M.G., Zagainov, J.I., Khrantsovsky, A.V., (1997), Application of bifurcation methods to nonlinear flight dynamics problems, *Progress in Aerospace Sciences* 33(9-10), pp 539-586.
- [4] Amato, F., Cosentino, C., Merola, A., (2007), On the region of attraction of nonlinear quadratic systems, *Automatica* 43(12), pp 2119-2123.
- [5] Seher-Weiss, S., (2011), Identification of nonlinear aerodynamic derivatives using classical and extended local model networks, *Aerospace Science and Technology* 15(1), pp 33-44.
- [6] Zhongke, Sh., Li, F., (2013), Bifurcation analysis of polynomial models for longitudinal motion at high angle of attack, *Chinese Journal of Aeronautics* 26(1), pp 151-160.
- [7] Qi, X., Zhongke, Sh., (2015), Bifurcation analysis and stability design for aircraft longitudinal motion with high angle of attack, *Chinese Journal of Aeronautics* 28(1), pp 250-259.
- [8] Xi, G., Zhiwei, Sh., Keming, Ch., (2016), Experimental investigation of influence of strake wings on self-induced roll motion at high angles of attack, *Chinese Journal of Aeronautics* 29(6), pp 1591-1601.
- [9] Ignatyev, D.I., Sidoryuk, M.E., Kolinko, K.A., Khrabrov, A.N., (2017), Dynamic rig for validation of control algorithms at high angles of attack, *Journal of Aircraft* 54(5), pp 1760-1771.
- [10] Kou, J., Zhang, W., (2017), Multi-kernel neural networks for nonlinear unsteady aerodynamic reduced-order modeling, *Aerospace Science and Technology* 64, pp 309-326.
- [11] Sidoryuk, M.E., Khrabrov, A.N., Mukhanov, T.G., Grishin, I.I., (2019), Validation of Control Laws at High Angles of Attack Using Three-Degree-of-Freedom Dynamic Rig in Wind Tunnel, *IFAC-PapersOnLine* 52(12), pp 526-531.
- [12] Norouzi, R., Kosari, A., Sabour, M.H., (2019), Real time estimation of impaired aircraft flight envelope using feedforward neural networks, *Aerospace Science and Technology* 90, pp 526-53434-4511.
- [13] Ignatyev, D.I., Sidoryuk, M.E., Kolinko, K.A., Khrabrov, A.N., (2020), Dynamic rig for validation of control algorithms at high angles of attack, *Journal of Aircraft* 54(5), pp 1760-1771.