



تعیین ترکیب تولید در محیط چند گلوگاهی با استفاده از روش ویکور فازی

کیانوش کیوان بهجو (نویسنده مسؤل)

کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، قزوین، ایران

Email: kianoosh.keivan@yahoo.com

سید امین بدری

دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت، دانشگاه علامه طباطبائی، تهران، ایران

حسن حاله

استادیار مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، قزوین، ایران

تاریخ دریافت: ۹۱/۶/۳ * تاریخ پذیرش: ۹۲/۲/۱۰

چکیده

تعیین ترکیب تولید، یکی از مهمترین تصمیماتی است که باید در سیستم‌های تولیدی گرفته شود. بدان معنی که از کدام محصول و به چه مقدار باید تولید شود تا خروجی نهایی سیستم، افزایش یابد. در الگوریتم‌های موجود، غالباً تمام پارامترهای مسأله، قطعی فرض شده و تصمیم‌گیری انجام می‌گیرد. در این مقاله حالتی مورد بررسی قرار می‌گیرد که در آن کلیه پارامترهای تولیدی به صورت اعداد فازی مثلثی می‌باشند. پارامترهای تولیدی، تقاضای هفتگی، قیمت فروش، هزینه مواد خام، زمان پردازش محصولات و ظرفیت در دسترس منابع را شامل می‌شوند. در الگوریتم پیشنهادی، با در نظر گرفتن چند گلوگاه، به کمک روش ویکور فازی، رتبه‌بندی محصولات جهت تولید مشخص می‌شوند. سپس مقدار تولید هر محصول محاسبه می‌گردد. در پایان نیز برای تشریح روش پیشنهادی، یک مثال عددی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی: مؤلفه‌های نوآوری، خلاقیت، نوآوری سازمانی، تاپسیس فازی.

۱- مقدمه

یکی از اساسی‌ترین تصمیمات شرکت‌های تولیدی، تعیین ترکیب تولید است. یعنی چه مقدار و از چه محصولی تولید کنیم تا سود حاصله ماکزیمم گردد. فرضیات موجود در زمینه تعیین ترکیب تولید عبارت است از:

- تمامی محصولات دارای موعد تحویل یکسانی هستند.
- میزان خروجی تمام محصولات (تفاضل هزینه مواد اولیه از قیمت فروش) مشخص می‌باشد.
- سیستم تولیدی، گسسته است و لذا جواب‌های قابل قبول برای این سیستم باید به صورت عدد صحیح باشند.
- تقاضا برای محصول محدود و مشخص می‌باشد.
- ظرفیت در دسترس ماشین‌آلات محدود و مشخص می‌باشد.
- ظرفیت مراکز گلوگاهی را نمی‌توان در کوتاه مدت ارتقا داد.

در خصوص تعیین ترکیب تولید بر اساس تئوری محدودیت‌ها، بحث‌ها و مجادلات فراوانی تاکنون صورت گرفته است. تئوری محدودیت‌ها به عنوان یکی از فلسفه‌های نوین تولیدی با تمرکز بر گلوگاه‌های سیستم و مدیریت صحیح آن‌ها سعی در بهبود خروجی سیستم دارد.

می‌توان سال ۱۹۹۰ را آغازی برای تعیین ترکیب تولید با توجه به رویکرد ^۱TOC دانست، در این سال گلدنر الگوریتم اولیه TOC را ارائه نمود. بسیاری از محققین الگوریتم اولیه را مورد حمایت قرار داده‌اند و از آن به عنوان روشی آسان و کارا که قادر است با سرعت قابل قبولی به جواب بهینه دست یابد، استقبال کردند (Aryanezhad et al., 2010). پس از مدتی، اندک اندک مزمره‌های مخالفی در خصوص الگوریتم اولیه و به ویژه فلسفه TOC به گوش رسید که اوج این مخالفت‌ها توسط پلنرت در سال ۱۹۹۳ مطرح شد (Planert, 1993). مخالفین این تئوری موفق شده بودند مثال‌های نقض متعددی را در جهت اثبات عدم کارایی الگوریتم اولیه ارائه کنند و از این طریق به شدت ماهیت و اساس TOC را زیر سؤال ببرند. این افراد که اکثراً از استادان دانشگاه بودند، به هیچ قیمتی حاضر به پذیرش نگرش جدید به جای تکنیک برنامه‌ریزی خطی نبودند. آن‌ها در مثال‌های نقض خود نشان دادند که دیدگاه تئوری محدودیت‌ها نمی‌تواند به جواب بهینه دست یابد و در حل مسائل، غالباً زمانی در گلوگاه بطور بلااستفاده باقی می‌ماند که این مطلب در تناقض با قوانین TOC است.

در سال ۱۹۹۲ لوب و فینچ به مقایسه الگوریتم اولیه TOC و ^۲ILP پرداختند (Luebbe & Finch, 1992). در سال ۱۹۹۳ پلنرت و لی نشان دادند که الگوریتم اولیه TOC در حل مسائلی که گزینه‌های جدیدی برای تولید وجود دارد ناتوان است (Lee & Planert, 1993). در همین سال پلنرت (Planert, 1993) نشان داد الگوریتم اولیه در حل مسائلی که در آن بیش از یک گلوگاه وجود دارد نیز ناتوان می‌باشد.

در سال ۱۹۹۷ دو محقق به نام‌های فردندال و لی با ارائه الگوریتمی به نام الگوریتم تجدیدنظر^۳ شده در جهت اصلاح الگوریتم اولیه و برطرف کردن معایب آن گام برداشتند (Fredendall & Lea, 1997). آن‌ها مدعی شدند که الگوریتم تجدیدنظر شده می‌تواند در تمام زمینه‌هایی که TOC در آن‌ها با مشکل مواجه می‌شود، به جواب بهینه دست یابد. این الگوریتم دو هدف اصلی را دنبال می‌کند که عبارتند از:

۱- شناسایی گلوگاه غالب.

۲- کاهش زمان باقیمانده در گلوگاه غالب^۴ و رسیدن به جواب بهینه‌ای که ILP ارائه می‌کند.

در سال ۲۰۰۱ آنبلو و موتینگی به منظور دستیابی به ترکیب بهینه تولید هنگامی که بیش از یک گلوگاه در سیستم موجود است، الگوریتم ژنتیک ارائه نمودند (Onwbolu & Mutingi, 2001). آن‌ها ضمن مقایسه جواب الگوریتم خود با الگوریتم

¹ Theory of Constraint

² Integer Linear Programming

³ Revised TOC(RTOC)

⁴ Dominate Bottleneck

تجدید نظر شده و برنامه ریزی خطی، مدعی شدند که الگوریتم ژنتیک برای مسائل بزرگ در زمان قابل قبول به جوابی مناسب می‌رسد.

در سال ۲۰۰۱ آنبلو الگوریتم دیگری بر اساس جستجوی ممنوعه ارائه نمود او جواب بدست آمده از الگوریتم خود را با الگوریتم اولیه TOC، الگوریتم تجدید نظر شده و برنامه ریزی خطی مقایسه نمود و به این نتیجه رسید که برای مسائل کوچک و متوسط، الگوریتم در زمان قابل قبولی به جواب بهینه یا نزدیک به بهینه دست می‌یابد (Onwbolu, 2001).

در سال ۲۰۰۴ آریانژاد و کمیجان طی مثالی نقض نشان دادند که الگوریتم تجدید نظر شده در دستیابی به جواب بهینه ناتوان می‌باشد و بدین سان الگوریتم بهبود یافته^۵ را ارائه نمودند (Aryanezhad & Komijan, 2004)؛ این الگوریتم توجه خود را به یک گلوگاه معطوف نمی‌کند بلکه تمام گلوگاه‌ها را در اتخاذ تصمیم دخالت می‌دهد.

میشرا و همکاران در سال ۲۰۰۵ به منظور دستیابی به ترکیب بهینه تولید هنگامی که بیش از یک گلوگاه در سیستم موجود است، الگوریتمی ترکیبی^۶ ارائه نمودند و طی مثالی نشان دادند در حالی که الگوریتم اولیه TOC در رسیدن به جواب ناتوان می‌باشد، الگوریتم پیشنهادی آن‌ها به جواب مناسبی دست می‌یابد. البته جواب این الگوریتم با توجه به اینکه در یکی از محدودیت‌های مدل صدق نمی‌کرد نشدنی بود (Mishra et al, 2005).

در سال ۲۰۰۵ کمیجان و سجادی استفاده از روش تاپسیس را پایه کار خود قرار دادند آن‌ها با ایجاد ماتریس‌هایی به عنوان ماتریس تصمیم‌گیری و در نظر گیری وزن‌هایی برای هر یک از این ماتریس‌ها محصولات را جهت تولید اولویت بندی کردند (RashidiKomijan & Sadjadi, 2005).

در سال ۲۰۰۷ بهاتاچارا و وسنت در مسأله تعیین ترکیب تولید، سطح رضایت تصمیم‌گیرندگان را نیز لحاظ نمودند. آن‌ها برای سطح رضایت از تابع عضویت S شکل استفاده کردند (Bhattacharya & Vasant, 2007).

تسای و همکاران در سال ۲۰۰۷ مقاله‌ای منتشر نمودند که در آن مسأله به گونه‌ای می‌باشد که ماده اولیه بعد از عملیاتی مشترک به نسبتی مشخص به چند محصول مجزا تبدیل شده که این محصولات را می‌توان به صورت محصول نهایی به فروش رساند و یا این که با عملیات اضافی با موادی ترکیب نمود تا محصولاتی جدید تولید شود و سپس آن‌ها را به عنوان محصول نهایی فروخت (Tsai et al, 2007)؛ تسای و همکاران، با توجه به تئوری محدودیت‌ها الگوریتمی جهت تعیین ترکیب تولید برای مسأله فوق ارائه نمودند.

رضایی و همکاران در سال ۲۰۰۹ الگوریتمی بر اساس حرکت پرندگان توسعه دادند و جواب خود را با الگوریتم TOC، TOC تجدید نظر شده، برنامه ریزی عدد صحیح، جستجوی ممنوعه و الگوریتم ترکیبی ارائه شده توسط میشرا و همکاران مقایسه نمودند (Rezaie et al., 2009).

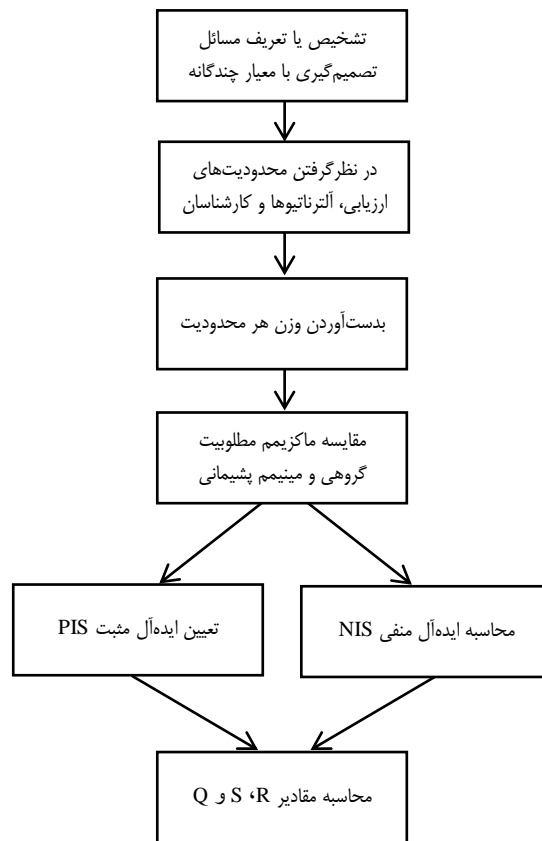
وانگ و همکاران در سال ۲۰۰۹ الگوریتمی بر اساس سیستم ایمنی پیشنهاد داده و الگوریتم خود را با الگوریتم‌های موجود و برنامه ریزی عدد صحیح در مسائلی با سائزهای مختلف مقایسه نمودند (Wang et al., 2009).

به منظور آشنایی با روش ویکور می‌توان گفت که روش ویکور یک ابزار مؤثر در تصمیم‌گیری به منظور بهینه سازی سیستم‌های پیچیده است. این روش توسط اوپریکوویچ و اوپریکوویچ و ژنگ توسعه یافته است (Opricovic & Tzeng, 2002)؛ کلمه ویکور برگرفته از نام صربستانی به معنای "بهینه‌سازی چند معیاره وحل سازشی" است. این روش روی دسته‌بندی و انتخاب از یک مجموعه گزینه‌ها تمرکز داشته و جواب‌های سازشی را برای یک مسأله با معیارهای متضاد تعیین می‌کند، به طوری که قادر است تصمیم‌گیرندگان را برای دستیابی به یک تصمیم نهایی یاری دهد. در اینجا جواب سازشی نزدیکترین جواب موجه به جواب ایده‌آل است که کلمه سازش به یک توافق متقابل اطلاق می‌گردد (Opricovic & Tzeng, 2004)؛ این جواب سازشی یک شاخص رتبه‌بندی چند معیاره بر اساس نزدیکی به جواب ایده‌آل را مطرح می‌سازد.

به طور خلاصه کارکرد روش ویکور مطابق شکل شماره (۱) است:

⁵ Improved algorithm

⁶ Hybrid tabu-simulated annealing



شکل شماره (۱): روند کارکرد روش ویکور (Zhang & Wei, 2013)

مطابق روش اوپریکوویچ، اندازه چند معیاره برای رتبه بندی سازشی از L_p -metric به عنوان یک تابع یکپارچه در روش برنامه‌ریزی سازشی استفاده می‌کند. m گزینه متفاوت با A_1, A_2, \dots, A_m نمایش داده می‌شوند. برای گزینه A_i رتبه بندی j امین معیار توسط f_{ij} نمایش داده می‌شود، یعنی f_{ij} بیانگر معیار j ام برای گزینه i ام است، به طوری که n تعداد معیارها می‌باشد. توسعه روش ویکور با فرم L_p -metric زیر آغاز گردید (Opricovic & Tzeng, 2007).

$$L_{p,i} = \left\{ \sum_{j=1}^n \left[\frac{w_j (f_j^* - f_{ij})}{(f_j^* - f_j^-)} \right]^p \right\}^{1/p}, \quad 1 \leq p \leq \infty, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

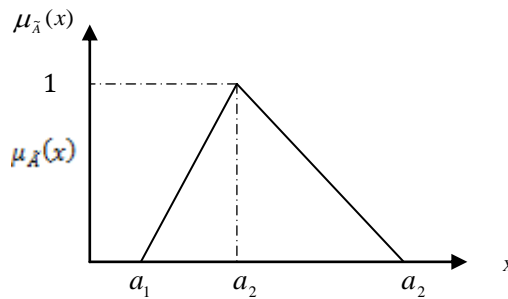
$$L_{1,i} = S_i = \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{w_j (f_j^* - f_{ij})}{(f_j^* - f_j^-)} \right\} \quad (2)$$

$$L_{\infty,i} = R_i = \max_j \left\{ \frac{w_j (f_j^* - f_{ij})}{(f_j^* - f_j^-)} \right\} \quad (3)$$

$L_{1,i}$ به عنوان ثبات تفسیر می‌شود و می‌تواند برای تصمیم‌گیرندگان، اطلاعاتی پیرامون ماکزیمم مطلوبیت گروهی یا اکثریت را فراهم آورد. به طور مشابه $L_{\infty,i}$ نیز به عنوان عدم ثبات تفسیر شده و اطلاعاتی پیرامون حداقل اثر فردی مخالف را برای تصمیم‌گیرندگان فراهم می‌آورد. در ادامه جهت آشنایی با روش ویکور فازی، توضیح مختصری در مورد رویکرد فازی و همچنین مقایسه دو عدد فازی مثلثی ارائه می‌گردد.

در سال به منظور پرداختن به ابهامات تفکرات و نظرات انسان، زاده تئوری مجموعه فازی را مطرح کرد (Zadeh, 1965). یک مجموعه فازی، توسعه یافته یک مجموعه قطعی است. برای مجموعه جهانی X ، یک زیر مجموعه فازی \tilde{A} از X با تابع عضویت $\mu_{\tilde{A}}(x)$ تعریف می شود که به هر عضو x در X ، یک عدد حقیقی در بازه $[0, 1]$ نسبت می دهد. مقدار تابع $\mu_{\tilde{A}}(x)$ به معنای میزان عضویت x در \tilde{A} است. یک عدد فازی مثلثی $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ را می توان مطابق رابطه ۴ تعریف نمود. تابع عضویت عدد فازی مثلثی در شکل ۱ نشان داده شده است.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & x < a_1 \\ (x - a_1)/(a_2 - a_1) & a_1 \leq x \leq a_2 \\ (a_3 - x)/(a_3 - a_2) & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & x > a_3 \end{cases} \quad (4)$$



شکل شماره (۲): تابع عضویت عدد فازی مثلثی X

فرض کنید

$$\tilde{M} = (m_1, m_2, m_3) \quad \text{و} \quad \tilde{L} = (l_1, l_2, l_3)$$

دو عدد فازی مثلثی باشد برخی از این عملیات روی این اعداد فازی مثلثی به صورت زیر می باشد:

$$\tilde{L} + \tilde{M} = (l_1 + m_1, l_2 + m_2, l_3 + m_3) \quad (5)$$

$$\tilde{L} - \tilde{M} = (l_1 - m_3, l_2 - m_2, l_3 - m_1) \quad (6)$$

$$\tilde{L} \times \tilde{M} = (l_1 m_1, l_2 m_2, l_3 m_3) \quad (7)$$

$$\tilde{L} / \tilde{M} = (l_1 / m_3, l_2 / m_2, l_3 / m_1) \quad (8)$$

یکی از روش هایی که برای دی فازی کردن اعداد فازی مثلثی به کار برده می شود قاعده کریس است. با توجه به قاعده کریس چنانچه $\tilde{M} = (m_1, m_2, m_3)$ یک عدد فازی مثلثی باشد با استفاده از فرمول زیر می توان آن را دی فازی کرد.

$$D(M) = \frac{m_1 + 4m_2 + m_3}{6} \quad (9)$$

روش مساحت به عنوان روشی جهت مقایسه دو عدد فازی مثلثی به کار برده می شود. جهت توضیح این روش دو عدد

$$\tilde{L} = (l_1, l_2, l_3) \quad \text{و} \quad \tilde{M} = (m_1, m_2, m_3)$$

را در نظر بگیرید. ابتدا $\tilde{N} = \tilde{L} - \tilde{M}$ را بدست می آوریم.

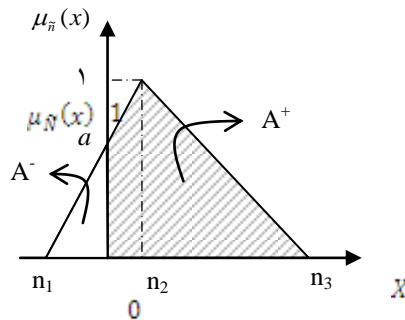
$$\tilde{L} - \tilde{M} = (l_1 - m_3, l_2 - m_2, l_3 - m_1) \quad (10)$$

با توجه به قواعد زیر دو عدد فازی \tilde{L} و \tilde{M} را می توان با هم مقایسه کرد.

قاعده ۱: اگر $n_3 \leq 0$ آنگاه $\tilde{M} > \tilde{L}$

قاعده ۲: اگر $n_1 \geq 0$ آنگاه $\tilde{M} < \tilde{L}$

قاعده ۳: اگر $n_3 > 0$ و $n_1 < 0$ (شکل ۲) آنگاه با استفاده از قاعده مساحت زیر دو عدد فازی را با هم مقایسه می‌کنیم.



شکل شماره (۳): تابع عضویت عدد فازی مثلثی \tilde{N}

با توجه به قضیه تالس خواهیم داشت:

$$a = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \quad (11)$$

$$A^T = \frac{1}{2} \times (n_1 + n_3) \quad (12)$$

$$A^- = \frac{1}{2} \times (a \times n_1) \quad (13)$$

$$A^+ = A^T - A^- \quad (14)$$

چنانچه مساحت بخش مثبت از مساحت بخش منفی بیشتر باشد نتیجه می‌گیریم عدد فازی مثلثی \tilde{L} از \tilde{M} بزرگتر است و بالعکس چنانچه مساحت بخش منفی از مساحت بخش مثبت بیشتر باشد نتیجه می‌گیریم عدد فازی مثلثی \tilde{M} از \tilde{L} بزرگتر است (Kaya & Kahraman, 2011).

۲- مواد و روشها

کارخانه‌ای را در نظر بگیرید که محصولات متفاوتی را تولید می‌کند، پارامترهای تولیدی را به صورت اعداد فازی مثلثی با همکاری افراد خبره در اختیار داریم، گام‌های الگوریتم پیشنهادی بر اساس روش ویکور فازی به صورت زیر می‌باشد:

گام ۱: منابعی که ظرفیت در دسترسشان کوچک‌تر از تقاضای بازار (ظرفیت مورد نیاز) باشد به عنوان گلوگاه شناخته می‌شود.

گام ۲: اولویت تولید محصولات از دید هر گلوگاه از تقسیم سود حاشیه‌ای (تفاضل هزینه مواد اولیه از قیمت فروش محصول) به زمان پردازش هر محصول محاسبه می‌گردد.

$$\tilde{X}_{ik} = \frac{\tilde{C}M_i}{\tilde{t}_{ik}}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

\tilde{X}_{ik} به ترتیب اندیس مربوط به محصول و گلوگاه سیستم می‌باشد. n تعداد کل محصولات، m تعداد گلوگاه‌های سیستم، \tilde{X}_{ik} اولویت تولید محصول i ام از دید گلوگاه k ام، \tilde{t}_{ik} زمان پردازش محصول i ام در گلوگاه k ام و $\tilde{C}M_i$ سود حاشیه‌ای محصول i ام می‌باشد.

گام ۳: هر گلوگاه به صورت یک تصمیم‌گیرنده در نظر گرفته شده و ماتریس‌های تصمیم به صورت ذیل تشکیل می‌شود.

$$\tilde{D}_k = \begin{bmatrix} \tilde{a}_{11}^k & \tilde{a}_{12}^k & \tilde{a}_{13}^k & \tilde{a}_{14}^k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{a}_{i1}^k & \tilde{a}_{i2}^k & \tilde{a}_{i3}^k & \tilde{a}_{i4}^k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{a}_{n1}^k & \tilde{a}_{n2}^k & \tilde{a}_{n3}^k & \tilde{a}_{n4}^k \end{bmatrix} \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

\tilde{a}_{i1}^k هزینه تاخیر در تحویل محصول i پس از تبدیل به عامل مثبت \tilde{a}_{i2}^k محبوبیت محصولات از دید مصرف کننده \tilde{a}_{i3}^k کیفیت محصولات و \tilde{a}_{i4}^k همان \tilde{X}_{ik} است که در گام ۲ محاسبه شده و وابسته به گلوگاه می باشد. واضح است که هزینه تاخیر در تحویل محصول، محبوبیت از دید مصرف کننده و کیفیت ثابت است و به گلوگاه وابسته نیست. هر ستون از ماتریس تصمیم با \tilde{a}_{ij}^k نمایش داده می شود.

گام ۴: وزن مربوط به گلوگاه های سیستم، از تفاضل بین ظرفیت در دسترس و ظرفیت مورد نیاز برای هر منبع، تعیین می گردد. چنانچه ظرفیت در دسترس از ظرفیت موجود بیشتر باشد وزن فوق منفی خواهد شد. آن گلوگاهی که وزن منفی بیشتری نسبت به سایر گلوگاه ها داشته باشد به عنوان گلوگاه غالب شناخته می شود

گام ۵: ماتریس تصمیم وزن دار (\tilde{G}) از جمع وزنی ماتریس های تصمیم تشکیل شده در گام ۳ بدست می آید.

گام ۶: مقادیر ایده آل (\tilde{f}_j^*) و ضد ایده آل (\tilde{f}_j^-) از روابط زیر محاسبه می گردد.

$$\tilde{f}_j^* = \text{Max}_i \{ \tilde{G}_{ij} \} \quad (17)$$

$$\tilde{f}_j^- = \text{Min}_i \{ \tilde{G}_{ij} \} \quad (18)$$

گام ۷: وزن هر شاخص (\tilde{w}_j) با استفاده از تکنیک AHP تعیین شده و با توجه به گام ۶، پس از تعیین مقادیر ایده آل و ضد ایده آل، مقادیر \tilde{S}_i و \tilde{R}_i و \tilde{Q}_i طبق روابط زیر محاسبه می گردد.

$$\tilde{S}_i = \sum_{j=1}^n \tilde{w}_j (\tilde{f}_j^* - \tilde{G}_{ij}) / (\tilde{f}_j^* - \tilde{f}_j^-) \quad (19)$$

$$\tilde{R}_i = \max_j \left[w_j (\tilde{f}_j^* - \tilde{G}_{ij}) / (\tilde{f}_j^* - \tilde{f}_j^-) \right] \quad (20)$$

$$\tilde{Q}_i = v (\frac{\tilde{S}_i - \tilde{S}^*}{\tilde{S}^- - \tilde{S}^*}) + (1-v) (\frac{\tilde{R}_i - \tilde{R}^*}{\tilde{R}^- - \tilde{R}^*}) \quad (21)$$

بطوری که $\tilde{S}_i^- = \text{Max}_i \{ \tilde{S}_i \}$ ، $\tilde{S}_i^* = \text{Min}_i \{ \tilde{S}_i \}$ ، $\tilde{R}_i^- = \text{Min}_i \{ \tilde{R}_i \}$ و $\tilde{R}_i^* = \text{Max}_i \{ \tilde{R}_i \}$ می باشد. \tilde{Q}_i نیز شاخص ویکور برای محصول i بوده و v وزن در نظر گرفته شده برای استراتژی ماکزیمم مطلوبیت گروهی است.

گام ۸: \tilde{S}_i و \tilde{R}_i و \tilde{Q}_i را هم با استفاده از روش مساحت و هم با استفاده از قاعده کریس با هم مقایسه کرده و محصولات را برای تولید اولویت بندی می کنیم. محصولات را بر حسب \tilde{Q}_i صعودی رتبه بندی می کنیم، بدین ترتیب که محصولی که دارای \tilde{Q}_i کمتری نسبت به بقیه است در اولویت تولید قرار می گیرد. در ادامه به تشریح روش پیشنهادی در قالب یک مثال عددی می پردازیم.

پنج محصول A, B, C, D, E را در نظر بگیرید هزینه تاخیر در تحویل، محبوبیت از دید مصرف کننده و کیفیت محصولات از جمله فاکتورهای مهم در تصمیم گیری می باشند که در جدول ۱ نشان داده شده است. تقاضای هفتگی و قیمت فروش و هزینه مواد اولیه در جدول ۲ نشان داده شده است. سود حاشیه ای (CM) برابر است با اختلاف بین قیمت فروش و هزینه مواد اولیه. کارخانه از چهار منبع Bend, Pierce, Shear, Notch جهت ساخت محصولات استفاده می کند. زمان پردازش هر محصول در هر ایستگاه در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول شماره (۱): هزینه تأخیر در تحویل، محبوبیت از دید مصرف کننده، کیفیت

محصول	محبوبیت از دید مصرف کننده	هزینه تأخیر در تحویل پس از تبدیل به عامل مثبت	کیفیت
	C_2	C_1	C_3
Normalize			
A	(۰/۹ و ۱ و ۱)	(۰/۴۸ و ۰/۵۲ و ۰/۵۶)	(۰/۷ و ۰/۹ و ۱)
B	(۰/۵ و ۰/۷ و ۰/۹)	(۰/۶۲ و ۰/۶۴ و ۰/۶۶)	(۰/۳ و ۰/۵ و ۰/۷)
C	(۰/۳ و ۰/۵ و ۰/۷)	(۰/۶۶ و ۰/۶۸ و ۰/۷)	(۰/۷ و ۰/۹ و ۱)
D	(۰/۷ و ۰/۹ و ۱)	(۰/۶۴ و ۰/۶۶ و ۰/۶۸)	(۰/۵ و ۰/۷ و ۰/۹)

جدول شماره (۲): تقاضای هفتگی، قیمت فروش و هزینه مواد خام برای هر محصول

محصول	تقاضا (واحد)	قیمت فروش (دلار)	هزینه مواد خام (دلار)	CM (دلار)
A	(۴۰ و ۴۵ و ۵۰)	(۸۲ و ۸۵ و ۸۵)	(۵۰ و ۵۰ و ۵۲)	(۳۰ و ۳۵ و ۳۵)
B	(۳۰ و ۳۵ و ۴۰)	(۱۰۰ و ۱۰۵ و ۱۱۰)	(۵۰ و ۵۰ و ۵۲)	(۴۸ و ۵۵ و ۶۰)
C	(۲۰ و ۲۵ و ۳۰)	(۱۳۰ و ۱۳۵ و ۱۴۰)	(۶۵ و ۶۷ و ۷۰)	(۶۰ و ۶۸ و ۷۵)
D	(۳۵ و ۴۰ و ۴۵)	(۱۰۴ و ۱۰۵ و ۱۰۵)	(۴۵ و ۴۵ و ۴۶)	(۵۸ و ۶۰ و ۶۰)

گام ۱: همانطور که در جدول ۳ مشاهده می شود منابع Shear و Pierce گلوگاه های سیستم می باشند.

جدول شماره (۳): زمان فرایند (دقیقه)، ظرفیت موجود و مورد نیاز

محصول	Notch	Shear	Pierce	Bend
A	(۳/۴۳ و ۴ و ۴/۶۱)	(۳/۸ و ۴/۶۷ و ۵)	(۳/۱۸ و ۳/۲۱ و ۳/۶۱)	(۳/۳ و ۳/۸۱ و ۴)
B	(۳/۹۵ و ۶/۲۲ و ۸/۴۴)	(۹/۲۳ و ۱۱ و ۱۳/۷۱)	(۷/۸۹ و ۱۱ و ۲۰)	(۴/۴۱ و ۴/۸ و ۵)
C	(۴/۰۶ و ۴/۱۲ و ۴/۲)	(۸/۷۲ و ۱۰ و ۱۲)	(۷/۸۹ و ۹/۳۲ و ۱۲)	(۳/۲۱ و ۳/۴۲ و ۳/۶)
D	(۳/۹ و ۴/۶۲ و ۵)	(۵/۴۵ و ۵/۴۵ و ۵/۴۷)	(۶/۹ و ۶/۹ و ۸/۲۹)	(۴/۸۲ و ۵ و ۵/۲۳)
ظرفیت موجود	(۹۳۰ و ۹۴۱/۶ و ۹۵۰/۱)	(۴۷۷/۵۵ و ۶۶۰/۷۵ و ۷۸۸/۰۵)	(۵۰۰ و ۸۱۲/۵۸ و ۸۸۲/۸۳)	(۷۹۵/۵ و ۸۰۰ و ۸۱۰/۲)
ظرفیت مورد نیاز	(۴۷۳/۴ و ۶۸۵/۵ و ۹۱۹/۱)	(۷۹۴/۰۵ و ۱۰۶۳/۱۵ و ۱۴۰۴/۵۵)	(۷۶۳/۲ و ۱۰۳۸/۴۵ و ۱۷۱۳/۵۵)	(۴۹۷/۲ و ۶۲۴/۹۵ و ۷۴۳/۳۵)
اختلاف	(۱۰/۹ و ۲۵۶/۱ و ۴۷۶/۷)	(-۹۲۷ و -۴۰۲/۴ و -۶)	(-۱۲۱۳/۵۵ و -۲۲۵/۸۷ و -۱۱۹/۶۳)	(۵۲/۱۵ و ۱۷۵/۰۵ و ۳۱۳)

گام ۲: اولویت تولید از دیدگاه هر کدام از گلوگاهها محاسبه شده و جدول ۴ ارائه گردیده است.

جدول شماره (۴): اولویت تولید از دیدگاه هر کدام از گلوگاهها

محصول	A	B	C	D
اولویت از دید Shear	(۶ و ۷/۵ و ۹/۲)	(۳/۵ و ۶/۵ و ۵)	(۵ و ۶/۸ و ۸/۶)	(۱۰/۶ و ۱۱ و ۱۱)
اولویت از دید Pierce	(۸/۳ و ۱۰/۹ و ۱۱)	(۲/۴ و ۵ و ۷/۶)	(۵ و ۷/۳ و ۹/۵)	(۷ و ۸/۷ و ۸/۷)

گام ۳: ماتریس های تصمیم را تشکیل می دهیم.

گام ۴: جهت تعیین وزن تصمیم گیرندهها، با توجه به این که گلوگاه Shear عدد فازی منفی بزرگتری نسبت به گلوگاه Pierce

است، بنابراین وزنی که به گلوگاه Shear اختصاص می‌یابد باید از Pierce بیشتر باشد. بنابراین با توجه به میزان اختلاف ظرفیت موجود و مورد نیاز در جدول ۳ خواهیم داشت:

$$W_{\tilde{DM}_1} = (۹۲۷ و ۴۰۲/۴ و ۶)$$

$$W_{\tilde{DM}_2} = (۱۲۱۳/۵۵ و ۲۲۵/۸۷ و -۱۱۹/۶۳)$$

وزن های تصمیم‌گیرنده ها (گلوگاه‌ها) را با استفاده از قاعده کریس دی فازی کرده در نهایت وزن مربوط به هر تصمیم‌گیرنده بدست می‌آید.

$$W_{DM_1} = ۰/۵۶ \quad و \quad W_{DM_2} = ۰/۴۴$$

گام ۵: ماتریس \tilde{G} که در جدول ۵ نشان داده شده است، از جمع وزنی ماتریس‌های تصمیم تشکیل می‌شود. بدین ترتیب که وزن هر یک از ماتریس‌های تصمیم‌گیری در عددهای متناظر ضرب و سپس با هم جمع می‌شوند. تنها ستونی که وابسته به گلوگاه می‌باشد ستون C_4 است که بعد از جمع وزنی باید نرمالایز شود.

گام ۶: مقادیر ایده‌آل (\tilde{f}_j^*) ضد ایده‌آل (\tilde{f}_j^-) از روابط ۱۷ و ۱۸ محاسبه می‌گردد.

$$\tilde{f}_j^* = \{(۰/۱۶۶ و ۰/۱۶۸ و ۰/۱۷) و (۰/۱۹ و ۱ و ۱) و (۰/۱۷ و ۰/۱۹ و ۱) و (۰/۱۳ و ۰/۱۵ و ۰/۱۷)\}$$

$$\tilde{f}_j^- = \{(۰/۱۴۸ و ۰/۱۵۲ و ۰/۱۵۶) و (۰/۱۳ و ۰/۱۵ و ۰/۱۷) و (۰/۱۳ و ۰/۱۵ و ۰/۱۷) و (۰/۱۳ و ۰/۱۵ و ۰/۱۷)\}$$

گام ۷: وزن هر شاخص با استفاده از تکنیک AHP تعیین شده و با توجه به این که نرخ ناسازگاری کمتر از ۰.۱ است اوزان مورد قبول قرار می‌گیرد. این اوزان در سطر آخر جدول ۵ نوشته شده است. پس از تعیین وزن شاخص‌ها مقادیر \tilde{S}_i و \tilde{R}_i و \tilde{Q}_i ها را در جدول ۶، با توجه به روابط ۱۹ و ۲۰ و ۲۱ با فرض $\nu = ۰.۵$ بدست می‌آوریم.

جدول شماره (۵): ماتریس تصمیم‌گیری \tilde{G}

محصول	C_1	C_2	C_3	C_4
A	(۰/۱۴۸ و ۰/۱۵۲ و ۰/۱۵۶)	(۱ و ۰/۱۹)	(۱ و ۰/۱۹ و ۰/۱۷)	(۱ و ۰/۱۹ و ۰/۱۷)
B	(۰/۱۶۲ و ۰/۱۶۴ و ۰/۱۶۶)	(۰/۱۵ و ۰/۱۷ و ۰/۱۹)	(۰/۱۳ و ۰/۱۵ و ۰/۱۷)	(۰/۱۳ و ۰/۱۵ و ۰/۱۷)
C	(۰/۱۶۶ و ۰/۱۶۷ و ۰/۱۷)	(۰/۱۳ و ۰/۱۵ و ۰/۱۷)	(۱ و ۰/۱۹ و ۰/۱۷)	(۰/۱۵ و ۰/۱۷ و ۰/۱۹)
D	(۰/۱۶۴ و ۰/۱۶۶ و ۰/۱۶۸)	(۱ و ۰/۱۹ و ۰/۱۷)	(۰/۱۵ و ۰/۱۷ و ۰/۱۹)	(۱ و ۰/۱۹)
\tilde{W}	(۰/۱۳۳ و ۰/۱۴ و ۰/۱۴۵)	(۰/۱۳۵ و ۰/۱۳ و ۰/۱۲۵)	(۰/۱۱۵ و ۰/۱۲ و ۰/۱۲۵)	(۰/۱۰۵ و ۰/۱۱ و ۰/۱۱۵)

جدول شماره (۶): مقدار \tilde{S}_i و \tilde{R}_i و \tilde{Q}_i با فرض $\nu = ۰.۵$

	A	B	C	D
\tilde{S}_i	(۰/۳۱۸ و ۰/۳۶۳ و ۰/۳۷)	(۰/۳۱۶ و ۰/۴۰۴ و ۰/۴۹۲)	(۰/۲۷ و ۰/۳۳۴ و ۰/۳۹۶)	(۰/۲۲۲ و ۰/۲۶۶ و ۰/۳۱۶)
\tilde{R}_i	(۰/۱۶۸ و ۰/۱۹۲ و ۰/۲۱۶)	(۰/۱۱۲ و ۰/۱۴۴ و ۰/۱۶۲)	(۰/۱۳۱ و ۰/۱۵۸ و ۰/۱۸۴)	(۰/۱۱۹ و ۰/۱۳۶ و ۰/۱۵۳)

\tilde{Q}_i	(۰/۱۹۳ و ۰/۲۲۸ و ۰/۲۴۳)	(۰/۲۲۱ و ۰/۲۷۴ و ۰/۳۲۷)	(۰/۲۰۱ و ۰/۲۴۶ و ۰/۲۹)	(۰/۱۷۱ و ۰/۲۰۳ و ۰/۲۳)
جدول شماره (۷): ارزش نهایی S_i و R_i و Q_i				
	A	B	C	D
S_i	۰/۲۵۷	۰/۴۰۴	۰/۳۳۴	۰/۲۶۹
R_i	۰/۱۹۲	۰/۱۴۴	۰/۱۵۸	۰/۱۳۶
Q_i	۰/۲۲۵	۰/۲۷۴	۰/۲۴۶	۰/۲۰۲

گام ۸: \tilde{S}_i و \tilde{R}_i و \tilde{Q}_i را با استفاده از قاعده کریس دی فازی کرده و محصولات را رتبه‌بندی می‌کنیم. با توجه به جدول ۷ داریم:

$$Q_2 > Q_3 > Q_1 > Q_4$$

بنابراین اولویت تولید محصولات به ترتیب برابر خواهد بود با: D و C و B.

۳- نتایج و بحث

با توجه به تقاضای بازار و اولویت تولید، میزان تولید محصولات در جدول ۸ نشان داده شده است.

جدول شماره (۸): برنامه ریزی تولید با توجه به زمان تولید و اولویت محصولات در هر گلوگاه

محصول	تقاضا	میزان تولید	Shear		Pierce	
			زمان سپری شده	زمان باقی مانده	زمان سپری شده	زمان باقی مانده
D	۴۰	۴۰	۲۱۸/۱۲	۴۴۳/۳۱۳	۲۸۵/۲۶۶	۴۸۶/۹۲۵
A	۴۵	۴۵	۲۰۶/۱	۲۲۷/۲۱۳	۱۴۷/۱۹۵	۳۳۹/۷۳
C	۲۵	۲۲	۲۲۲/۶۴	۴/۵۷۳	۲۰۹/۶۱۶	۱۳۰/۱۱۴
B	.	.	.	۴/۵۷۳	.	۱۳۰/۱۱۴

باتوجه به میزان تولید هر محصول، خروجی نهایی سیستم محاسبه می‌گردد.

$$= 40 \times (58 \text{ و } 60 \text{ و } 60) + 45 \times (30 \text{ و } 35 \text{ و } 35) + 22 \times (60 \text{ و } 68 \text{ و } 75) = (4990 \text{ و } 5471 \text{ و } 5625).$$

الگوریتم‌های موجود در زمینه تئوری محدودیت‌ها الگوریتم‌هایی بودند که در محیط قطعی ترکیب تولید را بهینه می‌کردند. از آنجایی که گلوگاه‌ها ظرفیت حقیقی یک سیستم تولیدی را معین می‌کنند، شناخت آنها اولین گام برای پذیرش تغییرات ناشی از ترکیب تولید خواهد بود. نخستین سود اساسی شناسایی گلوگاه‌ها و تعیین ترکیب تولید، جهت‌یابی‌اش به سوی خروجی کلی سیستم است نه روی ترکیب‌هایی که ممکن است تأثیر کم و یا هیچ تأثیری بر روی عملکرد کلی سیستم داشته باشند. در این مقاله پارامترهای تولیدی از جمله، تقاضای هفتگی، قیمت فروش، هزینه مواد خام و زمان پردازش محصولات و ظرفیت در دسترس در محیط غیر قطعی و چندگلوگاهی به صورت اعداد فازی مثلثی در نظر گرفته شد. و براساس روش ویکور فازی، الگوریتمی جهت تعیین اولویت تولید توسعه داده شد. به دلیل آنکه جواب سازشی به دست آمده یک حداکثر مطلوبیت گروهی و یک حداقل اثر فردی مخالف را فراهم آورد، لذا این جواب سازشی توانست مورد پذیرش تصمیم‌گیرندگان قرار گیرد. به عنوان تحقیقات آتی می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱. چنانچه زمان تحویل هر محصول به صورت مجزا در نظر گرفته شود، ترکیب تولید بهینه گردد؛
۲. چنانچه آلترناتیو یا محصول جدیدی را بخواهیم وارد خط تولید کنیم ترکیب تولید بهینه گردد؛
۳. چنانچه میزان تغییر در تولید محصول i به میزان n واحد صورت گیرد تحلیل حساسیت و میزان تغییرات خروجی نهایی سیستم مورد بررسی قرار گیرد؛
۴. از سایر روش‌های تصمیم‌گیری استفاده شود و اولویت تولید محصولات و سود حاصله با در نظرگیری کلیه عوامل تاثیرگذار، با روش فوق مقایسه شود؛

۵. زمان پردازش محصولات، تقاضا و هزینه مواد خام به صورت اعداد فاصله ای در نظر گرفته شود.

۴-منابع

- 1- Aryanezhad, M. B., Badri, S. A. and RashidiKomijan, A. (2010). Threshold-based method for elevating the system's constraint under theory of constraints. *International Journal of Production Research*, 48(17), 5075–5087.
- 2- Plenert, G. (1993). Optimized theory of constraints when multiple constrained resources exist. *European Journal of Operational Research*, 70(1), 126–133.
- 3- Luebbe, R. and Finch, B. (1992). Theory of constraints and linear programming: a comparison. *International Journal of Production Research*, 30(6), 1471–1478.
- 4- Lee, T. N. and Plenert, G. (1993). Optimizing theory of constraints when new product alternatives exist. *Production and Inventory Management Journal*, 35(6), 51–57.
- 5- Fredendall, L. D. and Lea, B. R. (1997). Improving the product mix heuristic in the theory of constraints. *International Journal of Production Research*, 35(6), 1535–1544.
- 6- Onwbolu, G. C. and Mutingi, M. (2001). A genetic algorithm approach to the theory of constraints product mix problems. *Production Planning & Control*, 12(1), 21–27.
- 7- Onwbolu, G. C. and Mutingi, M. (2001). Optimizing the multiple constrained resources product mix problem using genetic algorithms. *International Journal of Production Research*, 39(9), 1897–1910.
- 8- Onwbolu, G. C. (2001). Tabu search-based algorithm for the TOC product mix decision. *International Journal of Production Research*, 39(10), 2065–2076.
- 9- Aryanezhad, M. B. and Komijan, A. R. (2004). An improved algorithm for optimizing product mix under the theory of constraints. *International Journal of Production Research*, 42(20), 4221–4233.
- 10- Mishra, N., Prakash, Tiwari, M. K., Shankar, R. and Chan, T. S. (2005). Hybrid tabu-simulated annealing based approach to solve multi-constraint product mix decision problem. *Expert Systems with Applications*, 29(2), 446–454.
- 11- RashidiKomijan, A. and Sadjadi, S. J. (2005). Optimizing Product Mix in a Multi-bottleneck Environment Using Group Decision-Making Approach. *Computational Science and Its Applications*, 3483, 388–396.
- 12- Bhattacharya, A. and Vasant, P. (2007). Soft-sensing of level of satisfaction in TOC product-mix decision heuristic using robust fuzzy-LP, *European Journal of Operational Research*, 177(1), 55–70.
- 13- Tsai, W. H., Lai, C. W. and Chang, J. C. (2007). An algorithm for optimizing joint products decision based on the Theory of Constraints. *International Journal of Production Research*, 45(15), 3421–3437.
- 14- Rezaie, K., Nazari-Shirkouhi, S. and Manouchehrabadi, B. (2009). Particle swarm optimization algorithm based approach to solve Theory of constraint product mix problem. *Second International Conference on Developments in eSystemsEngineering*.
- 15- Wang, J. Q., Sun, S. D., Si, S. B. and Yang, H. A. (2009). Theory of Constraints product mix optimization based on immune algorithm. *International Journal of Production Research*, 47(16), 4521–4543.
- 16- Opricovic, S. and Tzeng, G. H. (2002). Multicriteria planning of postearthquake sustainable reconstruction. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 17(3), 211–220.
- 17- Opricovic, S., and Tzeng, G. H. (2004). Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS. *European Journal of Operational Research*, 156(2), 445–455.

- 18- Zhang, N., and Wei, G. (2013). Extention of Vikor method for decision making problem based on hesitant fuzzy set. *Applied Mathematical Modelling*, 37, 4938–4947.
- 19 - Opricovic, S., and Tzeng, G.-H. (2007). Extended VIKOR method in comparison with outranking methods. *European Journal of Operational Research*, 178(2), 514–529.
- 20- Zadeh, L.A., (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 338–35.
- 21- Kaya, T., & Kahraman, C. (2011). Fuzzy multiple criteria forestry decision making based on an integrated Vikor and approach. *Expert Systems with Applications*, 38, 7326–7333.