



## توسعه یک مدل تحلیل پوششی داده های شبکه ای (NDEA) مضربی جهت بررسی ساختار درونی واحدهای تصمیم گیرنده

رضا سلیمانی دامنه

استادیار گروه مدیریت دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان

Email: r.soleymani@vru.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۸/۰۴/۰۵ \* تاریخ پذیرش ۹۸/۰۶/۲۶

### چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها به دلیل عدم نیاز به تابع تولید، از زمان ارائه مورد توجه محققین جهت ارزیابی عملکرد بوده است. اما مدل‌های اولیه تحلیل پوششی داده‌ها جهت بررسی ساختار درونی واحدها ناتوان هستند و دیدگاه جعبه سیاه دارند. از جمله متداول‌ترین ساختارهای داخلی واحدها، دومرحله‌ای متوالی است. مدل‌های موجود جهت ارزیابی این ساختار عمدتاً دارای رویکرد تجزیه می‌باشند، به عبارت دیگر اولویت آن‌ها کارایی کل است و از تجزیه کارایی کل، کارایی مراحل بدست می‌آید. در این مقاله تلاش شده است تا یک مدل چندهدفه مضربی که همزمان کارایی کل و کارایی مراحل را مدنظر قرار می‌دهد توسعه داده شود. همچنین برای حالت جواب چندگانه، مدل‌هایی جهت محاسبه کارایی‌ها ارائه و اثبات شد که در تمامی مدل‌ها نمرات کارایی بین صفر تا یک می‌شود و تنها در صورتی یک واحد کارایی شبکه‌ای می‌شود که در هر دومرحله کارا باشد. مدل‌های توسعه داده شده به ساختار دومرحله‌ای با ورودی و خروجی مازاد نیز تعمیم داده شد. از مدل ارائه شده در یک مثال کاربردی استفاده شد و نتایج نشان داد که مدل موجود نسبت به مدل‌های سنتی ارزیابی واقع‌بینانه‌تری انجام می‌دهد.

**کلمات کلیدی:** ساختارهای شبکه‌ای، مدلی‌های مضربی، تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، واحدهای تصمیم‌گیرنده.

## ۱- مقدمه

با توجه به منابع محدود، افراد تلاش می‌کنند که از این منابع بیشترین خروجی را داشته باشند. جهت تعیین بهترین خروجی از منابع موجود به تابع تولید نیاز است. مجموعه تحقیقات اولیه جهت پیدا کردن تابع تولید، منجر به روش‌های پارامتری شد. اما این روش‌ها تنها برای ورودی‌ها و خروجی‌های محدود مناسب هستند و محاسبه پارامترها و تعیین تابع پارامتری آن‌ها آسان نیست. فارل (۱۹۵۷) نخستین بار یک روش غیرپارامتری را با برآزش تابع تولید بر مجموعه‌ای از خروجی و ورودی‌ها با استفاده از خروجی و ورودی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده مطرح کرد. مطالعه فارل شامل اندازه‌گیری کارایی فنی، تخصیص و مشتق تابع تولید کارا بود. در سال ۱۹۷۶، چارنز، کوپر و رودز مدلی را تحت عنوان تحلیل پوششی داده‌ها، برای اندازه‌گیری کارایی ارایه کردند که ضعف‌های مدل فارل را برطرف می‌کرد چرا که مدل فارل تنها قادر بود یک ورودی و یک خروجی را در نظر بگیرد (Charnes, Cooper, Rhodes, 1978). تحلیل پوششی داده‌ها یک تکنیک ریاضی مبتنی بر برنامه‌ریزی خطی است. در این روش با استفاده از یک مجموعه چندتایی از متغیرهای ورودی و خروجی، کارایی یک گروه از واحدهای مورد بررسی که باید ورودی‌ها و خروجی‌های مشابهی داشته باشند تعیین می‌شود. در واقع DEA، کارایی یک واحد را در مقایسه با سایر واحدها ارزیابی می‌کند، بنابراین امتیاز کارایی واحدها یک امتیاز نسبی می‌باشد. محاسبه کارایی در این روش بر مبنای نسبت مجموع موزون خروجی‌ها به ورودی‌ها است.

پس از آن توسعه‌های زیادی در تئوری و کاربرد مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها اتفاق افتاد. اما مدل‌های اولیه DEA، به فرایند داخلی و نحوه تبدیل ورودی‌ها به خروجی‌ها توجهی نمی‌کنند و صرفاً ورودی‌ها و خروجی‌ها را با اتخاذ دیدگاه جعبه سیاه برای ارزیابی استفاده می‌کنند. بنابراین برای ساختارهای با بیش از یک مرحله مناسب نیستند، در حالی که بسیاری از سازمان‌ها دارای ساختار چندمرحله‌ای هستند و استفاده از مدل‌های سنتی برای ارزیابی آن‌ها کافی نیست. جهت رفع عیب مدل‌های سنتی، فار و گراسکوپف (۲۰۰۰) مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای (NDEA) را معرفی کردند (Fare, Grosskopf, 2000). بعد از فار و گراسکوپف، محققان دیگر به توسعه مدل‌های NDEA پرداختند. برخلاف مدل‌های سنتی، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای یک فرم استاندارد ندارند (Kao, 2009a) و مدل آن‌ها بستگی به ساختار DMU، نحوه ارتباط اجزا و نوع ورودی‌ها و خروجی‌ها دارد. از طرف دیگر حتی با وجود ساختار مشابه ممکن است چند مدل NDEA متفاوت برای یک ساختار خاص ارائه شود. به طور کلی مدل‌های شبکه را بر حسب ساختار می‌توان به سه دسته مدل‌های متوالی، موازی و ترکیبی تقسیم کرد.

از جمله متداول‌ترین ساختارهای داخلی واحدهای تصمیم‌گیرنده، ساختار دومرحله‌ای متوالی است. در این ساختار ممکن است مرحله اول خروجی به بیرون ساختار نداشته باشد و مرحله دوم تنها از مرحله قبل ورودی داشته باشد (ساختار دومرحله‌ای بدون ورودی و خروجی مازاد) و یا مراحل ورودی و خروجی مختص خودشان را داشته باشند (ساختار دومرحله‌ای با ورودی و خروجی مازاد). علی‌رغم اینکه مدل‌های زیادی برای این ساختار ارائه شده است اما آن‌ها دارای ضعف‌هایی هستند و نتایجشان دارای خطا است و یا قابل استفاده برای شرایط مختلف و انواع ساختارهای دومرحله‌ای نیستند. در مدل‌های شبکه‌ای مضرری ادبیات تحقیق، عمدتاً اولویت کارایی کل است و از تجزیه کارایی کل، کارایی مراحل محاسبه می‌شود. در این پژوهش تلاش می‌شود که مدلی ارائه شود که همزمان کارایی کل و کارایی مراحل را مدنظر قرار می‌دهد و برای شرایط مختلف و انواع ساختارهای دومرحله‌ای قابل استفاده باشد. سپس از مدل‌های ارائه‌شده جهت ارزیابی مدیریت‌های استانی بانک کشاورزی استفاده خواهد شد.

با توجه به اینکه عملیات بانک یک فرایند چندمرحله‌ای است، بنابراین نمی‌توان عملکرد آن را با مدل‌های سنتی ارزیابی کرد و نیازمند استفاده از مدل‌های شبکه‌ای می‌باشد. همچنین دو رویکرد ارزیابی بانک، رویکرد تولید و رویکرد واسطه‌ای دارای تضاد در بحث سپرده‌ها می‌باشند. سپرده‌ها در رویکرد تولید خروجی و در رویکرد واسطه‌ای ورودی هستند و این امر منجر به ناسازگاری در ارزیابی عملکرد شده است. اما با رویکرد شبکه‌ای این مشکل حل می‌شود و سپرده‌ها ورودی یک مرحله و خروجی مرحله دیگر در نظر گرفته می‌شوند و به نقش دوگانه آن‌ها توجه می‌شود. از آنجا که هدف از ارزیابی کارایی این است که نقاط ضعف را کشف کند و منبع عدم کارایی مشخص شود، بنابراین جهت ارزیابی عملکرد بانک باید از مدل‌های DEA شبکه‌ای استفاده کرد. در

بخش دوم مقاله به مرور و بررسی مدل‌های دومرحله‌ای موجود پرداخته می‌شود و در بخش بعدی مدل‌های پژوهش‌ارائه و اثبات می‌شوند. سپس به مطالعه کاربردی موردنظر و تحلیل داده‌های آن پرداخته می‌شود، در انتها نیز نتایج پژوهش با سایر مدل‌ها مقایسه و برتری‌های آن نشان داده می‌شود و پیشنهادهای جهت تحقیقات آینده بیان می‌شود.

سیفورد و زو (۱۹۹۹) از سه مدل DEA به شکل مستقل جهت محاسبه کارایی هر مرحله و کارایی کل یک ساختار دو مرحله‌ای متوالی استفاده کردند (Seiford & Zhu, 1999). بنابراین با وجود اینکه ساختار داخلی DMU را در نظر گرفتند، اما تعارض بین دو مرحله ناشی از متغیرهای میانی را حل نکردند. کائو و هوانگ (۲۰۰۸)، مدل مستقلی که توسط سیفورد و زو (۱۹۹۹)، ارائه شده بود را ارتقا دادند و بیان کردند که کارایی کل یک شبکه دومرحله‌ای که زیرفرایندهای آن به شکل متوالی با هم در ارتباط هستند، برابر با حاصل ضرب کارایی زیرفرایندها است (Kao, Hwang, 2008). در مدل آن‌ها، هدف حداکثر کردن کارایی کل است به گونه‌ای که کارایی هیچ یک از مراحل از ۱ بزرگتر نباشد. جهت اندازه‌گیری کارایی مقیاس، کائو و هوانگ (۲۰۱۱) یک مدل ورودی-محور BCC را جهت محاسبه کارایی مقیاس مرحله اول و یک مدل خروجی-محور را برای مرحله دوم استفاده کردند و کارایی سیستم را به دو بخش کارایی مقیاس و تکنیکی تقسیم کردند.

چن و همکاران (۲۰۰۹)، برای ارزیابی ساختارهای دومرحله‌ای مدل جمعی را ارائه کردند (Chen, et al. 2009). آن‌ها برای بیان ارتباط کارایی کل و کارایی مراحل از میانگین حسابی وزنی استفاده کردند که وزن‌ها، ورودی‌های هر مرحله به نسبت کل ورودی‌ها بودند، اما در مدل آن‌ها متغیر میانی هم به‌عنوان ورودی و هم خروجی کلی شبکه در نظر گرفته شد. پرماچاندرا و همکاران (۲۰۱۲) مدل چن و همکاران (۲۰۰۹) را به ساختار دو مرحله‌ای که مرحله دوم ورودی اضافی دارد، توسعه دادند (Premachandra, et al., 2012) و گوان و چن (۲۰۱۲) از این مدل جهت ارزیابی نظام ملی نوآوری کشورها استفاده کردند (Guan, Chen, 2012). امیرتیموری و همکاران (۲۰۱۶) نیز یک مدل جمعی را برای ساختارهای شبکه‌ای دومرحله‌ای ارائه کردند (Amirteimoori, et al., 2016). کائو (۲۰۱۴a) و کوک و همکاران (۲۰۱۰) به ترتیب مدل ضربی و جمعی را به ساختارهای دومرحله‌ای با ورودی و خروجی مازاد تعمیم دادند (Kao, 2014a, Cook, et al., 2010). کائو (۲۰۱۴b)، ان و همکاران (۲۰۱۷) و ژانگ و چن (۲۰۱۸) به مرور مدل‌های شبکه‌ای دومرحله‌ای پرداختند (Kao, 2014b, An et al. 2017, Zhang, Chen, 2018).

در مطالعات داخلی، عمدتاً به کاربرد تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای در زمینه‌های گوناگون پرداخته‌اند. نورا و همکاران (۱۳۹۶) به تعیین و بررسی بهره‌ورترین اندازه مقیاس واحدهای تولید با استفاده از فرایند دومرحله‌ای بر اساس سطح تقاضا پرداختند (Noora, et al., 2018). زارعی (۱۳۹۵) با استفاده از رویکرد SBM شبکه‌ای و آذر و همکاران (۱۳۹۳) با روش NDEA مضرپی به ارزیابی کارایی صنعت بانک‌داری کشور در یک ساختار دومرحله‌ای پرداختند (Zarei, 2016, Azar, 2014). رضوی، شهریاری و احمدپور (۱۳۹۴) ارزیابی عملکرد نوآورانه شرکت‌های دانش‌بنیان را در چارچوب یک فرایند دومرحله‌ای انجام دادند و برای ارزیابی آن از رویکرد تئوری بازی‌های مدل‌های شبکه‌ای استفاده کردند (Razavi, Shahriari, Ahmadpor, 2016). خلیج و اصیل‌فرید (۱۳۹۶) ارزیابی پروژه‌های بازرسی و حفاظت الکترونیکی شرکت سورناسیستم را با بهبود مدل‌های دومرحله‌ای انجام دادند (Khalaj, Asilfarid, 2017). رضایی، محمودی‌نژاد و بخشی (۱۳۹۶) با در نظر گرفتن یک فرایند دومرحله‌ای برای توسعه انسانی، به اندازه‌گیری کارایی نسبی توسعه انسانی استان‌های کشور برای دوره زمانی ۸۹-۹۳ با استفاده از NDEA پرداختند (Rezaei, Mahmudinejad, Bakhshi, 2018). شفیعی، یاکیده و اویسی (۱۳۹۵) با هدف ارزیابی کارایی نواحی تولید و انتقال نیرو در صنعت برق ایران در طی زمان و با توجه به ماهیت سیستمی مراحل تولید و انتقال برق، دو رویکرد DEA دومرحله‌ای و تحلیل پنجره‌ای را با هم ترکیب کردند (Shafiei, Yakideh, Oveisi, 2017). سلیمانی دامنه و همکاران (۱۳۹۶) ضمن توسعه یک مدل دومرحله‌ای و تعمیم آن به ساختارهای دومرحله‌ای پویا به ارزیابی عملکرد ۱۴ بانک پرداختند (Soleymani-Damaneh, et al., 2017). اصیل‌فرید، خلیج و زائری (۱۳۹۷) به ارزیابی عملکرد منابع انسانی شرکت آذرنوش شکوفه با استفاده از مدل دومرحله‌ای تن و تسوتسوی (۲۰۰۹) پرداختند (Asilfarid, Khalaj, Zaeri, 2018). مومنی و

همکاران (۱۳۹۶) یک مدل DEA دومرحله‌ای غیرشعاعی را جهت ارزیابی عملکرد توسعه دادند (Momeni, et al., 2017). جدول (۱) به بررسی و مرور مدل‌های شبکه‌ای (با تاکید بر مدل‌های دومرحله‌ای) می‌پردازد.

جدول شماره (۱): مرور مدل‌های شبکه‌ای ادبیات تحقیق

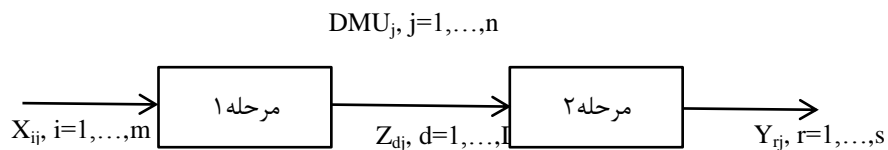
محققین	موضوع	نوع ساختار	مثال کاربردی	عیوب
کائو و هوانگ (۲۰۰۸)	طراحی مدل شبکه‌ای رابطه‌ای	دومرحله‌ای متوالی بدون ورودی و خروجی مازاد	۲۴ شرکت بیمه در تایوان	- نمرات کارایی آن به علت رویکرد تجزیه دارای خطا است.
کائو و هوانگ (۲۰۱۰)	ارزیابی اثر IT روی عملکرد شرکت	دومرحله‌ای با ورودی مازاد	۲۷ بانک	- تنها برای شرایط CRS قابل استفاده است. ۱.
کائو و هوانگ (۲۰۱۱)	تجزیه کارایی مدل دومرحله‌ای	دومرحله‌ای متوالی بدون ورودی و خروجی مازاد	۴ واحد فرضی	- ممکن است واحدی کارا نشان داده شود ولی در هردومرحله کارا نباشد.
کائو (۲۰۰۹a)	تجزیه کارایی مدل رابطه‌ای	انواع ساختار شبکه‌ای	۲۴ شرکت بیمه (دومرحله‌ای) ۵ واحد فرضی (سه‌مرحله‌ای)	- مقدار فعلی متغیرمیانی نقشی در تعیین مقدار بهینه آن ندارد.
کائو (۲۰۱۴)	تجزیه کارایی مدل چندمرحله‌ای	چندمرحله‌ای متوالی با ورودی و خروجی مازاد	۱۰ واحد فرضی (سه‌مرحله‌ای)	- مقدار فعلی متغیرمیانی نقشی در تعیین مقدار بهینه آن ندارد.
کائو (۲۰۱۶)	تجزیه و ادغام کارایی در DEA شبکه‌ای	ساختار ترکیبی	۳۰ تیم بیس‌بال	- الگوی واحدها لزوماً در مراحل کارا نیست.
کائو (۲۰۰۹b)	ارزیابی کارایی سیستم‌های شبکه‌ای موازی	ساختار موازی	۳۴ جنگل ملی تایوان	
چن، کوک و ژو (۲۰۱۰)	ترسیم مرز کارایی (بهیو مدل رابطه‌ای)	دومرحله‌ای بدون ورودی و خروجی مازاد	۲۴ شرکت بیمه	
چن، کوک، لی و ژو (۲۰۰۹)	طراحی یک مدل جمعی	دومرحله‌ای بدون ورودی و خروجی مازاد	۲۴ شرکت بیمه	- نقش و جایگاه متغیرهای میانی مشخص نیست.
کوک، ژو، بی و یانگ (۲۰۱۰)	توسعه مدل جمعی به ساختارهای شبکه‌ای	چندمرحله‌ای متوالی با ورودی و خروجی مازاد	۱۰ زنجیره تامین (خریدار-فروشنده)	- الگو برای واحدهای ناکارا ارائه نمی‌کند.
پرماندرا و همکاران (۲۰۱۲)	توسعه مدل جمعی به ساختار با ورودی مازاد	دومرحله‌ای متوالی با ورودی مازاد	۶۶ موسسه مالی آمریکا	- دارای رویکرد تجزیه است و نمرات کارایی آن دارای خطا است.
گوان و چن (۲۰۱۲)	ارزیابی کارایی نظام ملی نوآوری (NIS) کشورها	دومرحله‌ای متوالی با ورودی و خروجی مازاد	نظام ملی نوآوری ۲۲ کشور	
تن و تسوتسوی (۲۰۰۹)	طراحی یک مدل مبتنی بر متغیرهای کمبود (SBM)	انواع ساختارهای شبکه‌ای	۱۰ شرکت برق (سه‌مرحله‌ای متوالی)	مقدار بهینه متغیرهای میانی در تعریف کارایی‌ها در نظر گرفته نشده است و این امر منجر به محاسبه اشتباه نمرات کارایی می‌شود.
دسیوتیس و همکاران (۲۰۱۶)	توسعه یک مدل شبکه‌ای چندهدفه	دومرحله‌ای بدون ورودی و خروجی مازاد	۲۴ شرکت بیمه	- تنها برای ساختار دومرحله‌ای بدون ورودی و خروجی مازاد قابل استفاده است و نه برای انواع ساختارهای دومرحله‌ای. - نحوه محاسبه کارایی‌ها در حالت بهینه چندگانه مشخص نیست.
کائو (۲۰۱۸)	توسعه یک مدل NSBM	انواع ساختارهای شبکه‌ای	۱۰ شرکت برق (سه‌مرحله‌ای متوالی)	متغیرهای کمبود مربوط به میانی‌ها را در نظر نگرفته است.

در ستون سوم نوع ساختار مورد استفاده مطالعات ادبیات تحقیق بیان شده است، برخی از محققین برای یک ساختار شبکه‌ای کلی از جمله دومرحله‌ای مدل‌شان را ارائه کرده‌اند. در ستون چهارم مطالعه کاربردی یا مثال عددی مورد استفاده آن‌ها آورده شده که عمدتاً از داده‌های شرکت‌های بیمه تایوان استفاده کرده‌اند. در ستون آخر عیوب مدل‌های موجود بررسی شده است. همانطور که مشخص است هیچ یک از مدل‌های ادبیات تحقیق نتوانستند تمامی مباحث مرتبط با ساختارهای دومرحله‌ای را پاسخ دهند و هر

یک دارای عیوب خاص خود می باشند. در این پژوهش تلاش می شود تا مدل هایی توسعه داده شود که فاقد ضعف های موجود باشد.

## ۲- روش شناسی پژوهش

شکل (۱) یک ساختار دومرحله ای متوالی را نشان می دهد. در این ساختار تمامی خروجی مرحله اول، وارد مرحله دوم می شود و تنها ورودی مرحله دوم را تشکیل می دهد (بدون ورودی و خروجی مازاد).



شکل (۱). ساختار دومرحله ای متوالی بدون ورودی و خروجی مازاد

نحوه تعیین تابع هدف و ارتباط کارایی کل با مراحل در این ساختار مورد بحث بوده است. در مدل کائو و هوانگ (۲۰۰۸، ۲۰۱۴a، ۲۰۱۷) و بسیاری از مدل های ادبیات پژوهش هدف کارایی شبکه قرار داده شده و از وزن های بهینه ای که کارایی کل را حداکثر می کند، کارایی مراحل محاسبه می شود، یعنی اولویت کارایی کل است و نه کارایی مراحل. می توان با استفاده از یک مدل چندهدفه که همزمان کارایی کل و کارایی مراحل را حداکثر می کند، وزن ها را بدست آورد. مدل (۱) این مدل چندهدفه را در حالت کسری نشان می دهد که بدون اولویت به کارایی خاصی، به دنبال بهینه کردن همه کارایی ها است. محدودیت های مدل اجازه نمی دهد که کارایی های واحدهای تصمیم گیرنده از یک بیشتر شود.

مدل (۱)

$$\begin{aligned} \max & \frac{\sum_{r=1}^R u_r y_{ro}}{I} \\ \max & \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{do}}{I} \\ \max & \frac{\sum_{r=1}^R u_r y_{ro}}{D} \end{aligned}$$

s.t.

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{r=1}^R u_r y_{rj}}{I} &\leq 1, & j = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} & \\ \frac{\sum_{d=1}^D w_d z_{dj}}{I} &\leq 1, & j = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} & \\ \frac{\sum_{r=1}^R u_r y_{rj}}{D} &\leq 1, & j = 1, \dots, n \\ \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} & \\ v_i, w_d, u_r &\geq 0 \end{aligned}$$

با توجه به اینکه هدف اولی (کارایی کل) حاصل ضرب هدف دومی (کارایی مرحله اول) و سومی (کارایی مرحله دوم) است بنابراین می‌توان آن را حذف کرد. به عبارت دیگر جواب بهینه هدف اولی از دو هدف دیگر حاصل می‌شود. این نشان می‌دهد که اگر کارایی مراحل حداکثر شود، خود به خود کارایی کل هم حداکثر می‌شود ولی عکس این، یعنی رویکرد تجزیه مدل‌های کاتو و هوانگ (۲۰۰۸، ۲۰۱۴a، ۲۰۱۷)، چن و همکاران (۲۰۰۹)، کوک و همکاران (۲۰۱۰) که هدف کارایی کل است و از تجزیه کارایی کل، کارایی مراحل بدست می‌آید صادق نیست، یعنی لزوماً با حداکثر شدن کارایی کل، کارایی مراحل حداکثر نمی‌شود. محدودیت اولی (محدودیت کارایی کل) نیز با برقرار بودن محدودیت کارایی مراحل برقرار می‌باشد و می‌توان آن را حذف کرد. بنابراین مدل (۱) با مدل (۲) برابر است.

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{\sum_{i=1}^I v_i x_{io}}{D} \\ \max \quad & \frac{\sum_{r=1}^R u_r y_{ro}}{D} \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{d=1}^D w_d z_{do} \\ & \sum_{r=1}^R u_r y_{rj} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \\ & \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} \leq 1, \quad j = 1, \dots, n \\ & \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} \\ & v_i, w_d, u_r \geq 0 \end{aligned} \tag{۲} \text{ مدل}$$

اگر از تغییر متغیر  $wz_o = t$  استفاده کرده و دوطرف محدودیتها را در  $\frac{1}{t}$  ضرب کنیم، با متغیرهای برداری خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \min \quad & \left( \frac{v}{t} \right) x_o \\ \max \quad & \left( \frac{u}{t} \right) y_o \end{aligned} \tag{۳} \text{ مدل}$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \left( \frac{u}{t} \right) y \leq \left( \frac{w}{t} \right) z \\ & \left( \frac{w}{t} \right) z \leq \left( \frac{v}{t} \right) x \\ & wz_o = t \Rightarrow \left( \frac{w}{t} \right) z_o = 1 \\ & v, w, u \geq 0 \end{aligned}$$

در مدل (۳) اگر از تغییر متغیرهای  $\left( \frac{w}{t} = w', \frac{u}{t} = u', \frac{v}{t} = v' \right)$  استفاده شود در نهایت مدل (۴) حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \min v x_o \\ \max u y_o \end{aligned} \quad \text{مدل (۴)}$$

$$\begin{aligned} s.t. \\ u y_o - w z_o \leq 0 \\ w z_o - v x_o \leq 0 \\ w z_o = 1 \\ u, w, v \geq 0 \end{aligned}$$

این مدل دوهدفه را می‌توان تبدیل به یک هدف کرد (متغیرهای غیربردار):

$$\max \sum_{r=1}^R u_r y_{ro} - \sum_{i=1}^I v_i x_{io} \quad \text{مدل (۵)}$$

$$\begin{aligned} s.t. \\ \sum_{d=1}^D w_d z_{do} = 1 \\ \sum_{r=1}^R u_r y_{ro} - \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n \\ u_r, v_i, w_d \geq 0 \end{aligned}$$

این مدل مقدار بهینه وزن ورودی‌ها ( $v_i^*$ )، میانی‌ها ( $w_d^*$ ) و خروجی‌ها ( $u_r^*$ ) را می‌دهد، که با استفاده از آن‌ها کارایی کل و کارایی مراحل به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \frac{u^* y_o}{w^* z_o} = u^* y_o \quad \text{کارایی مرحله ۱:} \quad \frac{w^* z_o}{v^* x_o} = \frac{1}{v^* x_o} \quad \text{کارایی کل:} \quad \frac{u^* y_o}{v^* x_o} \end{aligned}$$

مدل (۵) دارای دو خاصیت مهم است:

قضیه ۱. کارایی کل و کارایی مراحل بین ۰ تا ۱ می‌شود.

اثبات: با توجه به اینکه  $w z_o = 1$  و یکی از محدودیت‌های مدل (۷)،  $u y_o - w z_o \leq 0$  است، بنابراین  $u^* y_o \leq 1$  (کارایی مرحله ۲) می‌شود. همچنین با توجه به محدودیت  $w z_o - v x_o \leq 0$ ،  $w z_o \leq v x_o$  می‌شود و بنابراین کارایی مرحله اول از ۱ کوچکتر می‌شود. کارایی کل  $(\frac{u^* y_o}{v^* x_o})$  نیز با توجه به اینکه  $u^* y_o \leq 1$  و  $v^* x_o \geq 1$  است، کوچکتر از یک می‌شود.

شود. از طرفی با توجه به مثبت بودن تمامی وزن‌ها و مقادیر ورودی، میانی و خروجی کارایی مراحل و کل از ۰ بزرگتر می‌شود.

قضیه ۲. در صورتی واحدی کارا می‌شود که در هر دو مرحله کارا باشد.

اثبات: با توجه به خاصیت ۱ که  $u^* y_o \leq 1$  و  $v^* x_o \geq 1$  است، بنابراین تنها در صورتی  $\frac{u^* y_o}{v^* x_o} = 1$  می‌شود که

$u^* y_o = 1$  و  $v^* x_o = 1$  شود یعنی دومرحله کارا باشند. بنابراین با توجه به خاصیت ۱ و ۲، اگر یک واحد کارایی کل باشد

تابع هدف مدل (۵) برای آن واحد، صفر می‌شود.

دسپوتیس و همکاران (۲۰۱۶) با رویکردی متفاوت، مدلی مشابه با مدل (۵) را ارائه کردند، اما مدل آن‌ها برای شرایط بهینه چندگانه و برای ساختارهای دومرحله‌ای با ورودی یا خروجی مازاد قابل استفاده نبود. در صورتی که مدل (۵) دارای جواب



چندگانه باشد و جواب بهینه تابع هدف آن  $\psi^*$  باشد، اگر مرحله اول دارای اولویت باشد از مدل (۶) برای تعیین کارایی مرحله اول می توان استفاده کرد.

$$\min v x_o$$

s.t.

$$u y_o - v x_o = \psi^*$$

$$u y - w z \leq 0$$

$$w z - v x \leq 0$$

$$w z_o = 1$$

$$v, w, u \geq 0$$

مدل (۶)

سپس با استفاده از وزن بهینه بدست آمده از مدل (۶) کارایی مرحله دوم  $u^* y_o$  می شود. اگر اولویت با مرحله دوم باشد، ابتدا

کارایی مرحله دوم با مدل (۷) بدست می آید و سپس با وزن بهینه از مدل (۷)، کارایی مرحله اول  $\frac{1}{v^* x_o}$  می شود.

$$\max u y_o$$

s.t.

$$u y_o - v x_o = \psi^*$$

$$u y - w z \leq 0$$

$$w z - v x \leq 0$$

$$w z_o = 1$$

$$v, w, u \geq 0$$

مدل (۷)

همانند مدل (۵) برای مدل (۶) و (۷) نیز می توان نشان داد که خاصیت های گفته شده وجود دارد. این مدل ها تحت شرایط بازده به مقیاس ثابت هستند، اگر شرایط بازده به مقیاس متغیر باشد، همانند روند اثبات مدل (۵)، می توان نشان داد که مدل تعیین وزن های بهینه کل به صورت مدل (۸) می شود.

$$\max \sum_{r=1}^R u_r y_{ro} + U^1 - \sum_{i=1}^I v_i x_{io} - U^2$$

s.t.

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{do} = 1$$

$$\sum_{r=1}^R u_r y_{ro} - \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} + U^1 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} - U^2 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i, w_d \geq 0$$

$$U^1, U^2 \text{ free}$$

مدل (۸)

سپس در صورتی که اولویت با مرحله اول باشد، از مدل (۹) جهت محاسبه کارایی آن استفاده می شود.

$$\min v x_o + U^2$$

s.t.

$$u y_o + U^1 - v x_o - U^2 = \psi^*$$

$$u y + U^1 - w z \leq 0$$

$$w z - v x - U^2 \leq 0$$

$$w z_o = 1$$

$$v, w, u \geq 0$$

$$U^1, U^2 \text{ free}$$

مدل (۹)

و کارایی مرحله دوم  $u^* y_o$  می‌شود. اگر اولویت با مرحله دوم باشد، کارایی این مرحله به صورت مدل (۱۰) محاسبه می‌شود و

کارایی مرحله اول با توجه به اوزان بهینه حاصل از آن،  $\frac{1}{v x_o}$  می‌شود.

$$\max u y_o + U^1$$

s.t.

$$u y_o + U^1 - v x_o - U^2 = \psi^*$$

$$u y + U^1 - w z \leq 0$$

$$w z - v x - U^2 \leq 0$$

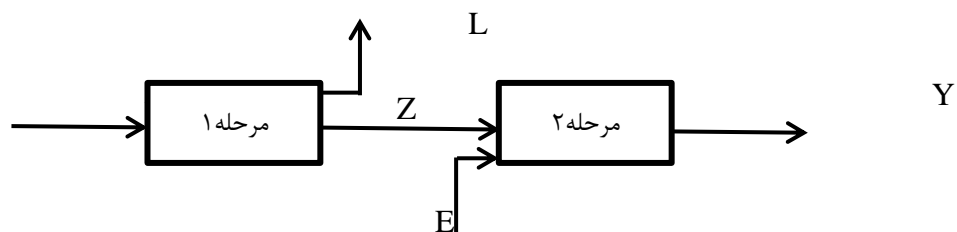
$$w z_o = 1$$

$$v, w, u \geq 0$$

$$U^1, U^2 \text{ free}$$

مدل (۱۰)

مدل‌های بیان شده تا اینجا برای ساختار دومرحله‌ای بدون ورودی و خروجی مازاد بود. اما ممکن است مراحل ورودی و خروجی مخصوص خودشان را نیز داشته باشند. شکل (۲) ساختار دومرحله‌ای با ورودی و خروجی مازاد را نشان می‌دهد.



شکل شماره (۲). ساختار دومرحله‌ای متوالی با ورودی و خروجی مازاد

متغیرهای  $L$  و  $E$  به ترتیب خروجی مازاد مرحله اول و ورودی مازاد مرحله دوم را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه در بسیاری از کاربردها با این ساختار مواجه هستیم، تعمیم مدل (۵) به آن، به صورت مدل (۱۱) می‌شود.

$$\max \sum_{r=1}^R u_r y_{ro} - \sum_{i=1}^I v_i x_{io} \quad \text{مدل (۱۱)}$$

s.t.

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{do} + \sum_{f=1}^F \zeta_f L_{fo} = 1$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{do} + \sum_{p=1}^P \eta_p E_{po} = 1$$

$$\sum_{r=1}^R u_r y_{ro} - \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{p=1}^P \eta_p E_{pj} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} + \sum_{f=1}^F \zeta_f L_{fo} - \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i, w_d, \eta_p, \zeta_f \geq 0$$

و با توجه به وزن های بهینه بدست آمده از آن، کارایی ها اینگونه محاسبه می شود:

$$\frac{u^* y_o}{w^* z_o + \eta^* E_o} = u^* y_o \quad \text{کارایی مرحله ۲} \quad \frac{w^* z_o + \zeta^* L_o}{v^* x_o} = \frac{1}{v^* x_o} \quad \text{کارایی مرحله ۱} \quad \frac{u^* y_o}{v^* x_o} \quad \text{کارایی کل}$$

و در شرایط VRS به صورت مدل (۱۲) می شود.

$$\max \sum_{r=1}^R u_r y_{ro} + U^1 - \sum_{i=1}^I v_i x_{io} - U^2 \quad \text{مدل (۱۲)}$$

s.t.

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{do} + \sum_{f=1}^F \zeta_f L_{fo} = 1$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{do} + \sum_{p=1}^P \eta_p E_{po} = 1$$

$$\sum_{r=1}^R u_r y_{ro} + U^1 - \sum_{d=1}^D w_d z_{dj} - \sum_{p=1}^P \eta_p E_{pj} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{d=1}^D w_d z_{dj} + \sum_{f=1}^F \zeta_f L_{fo} - \sum_{i=1}^I v_i x_{ij} - U^2 \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r, v_i, w_d, \eta_p, \zeta_f \geq 0$$

$$U^1, U^2 \text{ free}$$

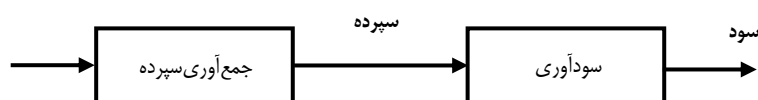
در صورتی که مدل های (۱۱) و (۱۲) دارای جواب بهینه چندگانه باشند، همانند مدل های قبلی می توان برای مراحل نیز مدل نوشت.

پژوهش حاضر از نظر هدف تحقیق (بنیادی، کاربردی و تحقیق و توسعه)، از نوع توسعه ای و همچنین با توجه به اجرای مدل در بانک کاربردی می باشد. از نظر گردآوری داده ها (توصیفی، غیرآزمایشی و آزمایشی) این تحقیق از نوع توصیفی-پیمایشی است، چرا که به توصیف روابط میان متغیرها می پردازد. واکر (۱۹۸۸) بیان می کند که روش تحقیق مطالعات تحقیق در عملیات از نوع تحلیلی ریاضی است یعنی از طریق توسعه روابط ریاضی مدل هایشان را تعریف و اثبات می کنند و از مثال عددی صرفاً برای

نشان دادن محاسباتشان و نه برای اثبات تئوری‌شان استفاده می‌کنند. در این پژوهش نیز بعد از توسعه و اثبات ریاضی مدل در بخش قبلی، یک مثال عددی و کاربردی بیان می‌شود و از مدل ارائه شده جهت ارزیابی مدیریت استانی شعب بانک کشاورزی استفاده می‌شود.

از مدل‌های بیان شده در یک مطالعه کاربردی جهت ارزیابی مدیریت استانی بانک کشاورزی استفاده شد. بانک‌ها ابتدا با استفاده از نیروی انسانی و دارایی‌ها، سپرده جمع‌آوری می‌کنند و سپس با سرمایه‌گذاری این سپرده‌ها سود کسب می‌کنند، یعنی دارای یک ساختار دومرحله‌ای متوالی به شرح شکل (۳) هستند (Wang, et al., 2014, Fukuyama, weber, 2016, Fukuyama, (۳) هستند). (Matousek, 2017, Huang, et al., 2017

نیروی انسانی  
دارایی‌های ثابت



شکل (۳). ساختار دومرحله‌ای بانک

داده‌های موردنیاز ۳۳ استان با مراجعه حضوری به شعبه مرکزی بانک کشاورزی در تهران جمع‌آوری شد که داده‌های ۷ استان به دلیل کامل نبودن قابل استفاده نبودند، بنابراین در نهایت داده‌های سال ۹۵، ۲۶ مدیریت استانی مورد ارزیابی قرار گرفت. از آنجا که مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها نسبت به تغییر واحد پایدار هستند، از نرمال شده داده‌ها جهت حل مدل‌ها با استفاده از نرم-افزار لینگو استفاده شد. منظور از نرمال این است که داده‌های مربوط به هر یک از متغیرها، بر داده ماکزیمم آن متغیر تقسیم شده است. جدول (۲) نتایج تحلیل داده‌ها با مدل چندهدفه تحقیق، مدل (۵) را تحت شرایط CRS نشان می‌دهد.

جدول شماره (۲): نتایج تحلیل داده‌ها (شرایط CRS)

بانک	کارایی مرحله ۱	کارایی مرحله ۲	کارایی کل	بانک	کارایی مرحله ۱	کارایی مرحله ۲	کارایی کل
۱	۰/۵۳	۰/۳۵	۰/۱۸	۱۴	۰/۳۱	۰/۸۱	۰/۲۵
۲	۰/۳۴	۰/۷۰	۰/۲۴	۱۵	۰/۴۱	۱	۰/۴۱
۳	۰/۳۹	۰/۵۸	۰/۲۲	۱۶	۰/۳۶	۰/۰۴	۰/۰۱
۴	۰/۴۰	۰/۰۳	۰/۰۱	۱۷	۰/۳۸	۰/۵۴	۰/۲۰
۵	۱	۰/۰۴	۰/۰۴	۱۸	۰/۷۹	۰/۱۵	۰/۱۲
۶	۰/۴۷	۰/۲۲	۰/۱۰	۱۹	۰/۴۲	۰/۲۴	۰/۱۰
۷	۰/۵۸	۰/۵۲	۰/۳۰	۲۰	۰/۳۰	۰/۴۴	۰/۱۳
۸	۰/۴۴	۰/۳۹	۰/۱۷	۲۱	۰/۸۲	۰/۲۸	۰/۲۳
۹	۰/۴۱	۰/۰۲	۰/۰۱	۲۲	۰/۴۷	۰/۵۹	۰/۲۸
۱۰	۰/۴۳	۰/۱۵	۰/۰۶	۲۳	۰/۵۳	۰/۰۰۱	۰/۰۱
۱۱	۰/۵۷	۰/۲۴	۰/۱۴	۲۴	۰/۵۶	۰/۸۳	۰/۴۷
۱۲	۰/۲۵	۰/۸۴	۰/۲۱	۲۵	۰/۶۷	۰/۱۱	۰/۰۸
۱۳	۰/۵۵	۰/۳۵	۰/۱۹	۲۶	۰/۳۷	۰/۵۰	۰/۱۹

با توجه به جدول (۱) هیچ بانکی کارایی کل نشد، چرا که هیچ بانکی در هر دو مرحله همزمان کارا عمل نکرده است. بانک ۵ تنها بانکی است که در مرحله جمع‌آوری سپرده کارا شده است و بانک ۱۵ تنها بانک کارا در مرحله سودآوری است. کارایی بانک ۱ در

مرحله جمع آوری سپرده ۰/۵۳ و در مرحله سودآوری ۰/۳۵ و کارایی کل آن ۰/۱۸ است. بنابراین برای این بانک منبع ناکارایی و دلیل عدم کارایی مشخص است. این بانک می تواند با کارا شدن در هر دو مرحله سود خود را به  $(\frac{1}{0.18} = 5.5)$  برابر فعلی برساند. اگر تنها مرحله دوم خود را کارا کند می تواند سود خود را به  $(\frac{1}{0.35} = 2.8)$  برابر فعلی برساند، اما کارا کردن مرحله اول به تنهایی و بدون تغییر در مرحله دوم منجر به افزایش سود نمی شود و تنها منجر به افزایش سپرده ها می شود که بدون کارا شدن مرحله دوم بانک نمی تواند سود متناسب با این سپرده ها را بدست آورد. به طور کلی با توجه به اینکه خروجی مرحله دوم (سود)، خروجی کل سیستم نیز می باشد، برای بانک ها باید این مرحله جهت رسیدن به کارایی اولویت داشته باشد یعنی ابتدا بانک ها باید درصد رفع عدم کارایی خود در این مرحله باشند. اینکه بانکی در مرحله دوم کارا عمل نکرده است به این معنی است که از میزان فعلی متغیر میانی (سپرده) نتوانسته سود متناسب را بدست آورد پس کارا کردن مرحله اول صرفاً منجر به افزایش خروجی و سود نمی شود، بلکه باید ابتدا مرحله دوم و سپس مرحله اول کارا شوند. بنابراین کارا شدن مرحله اول به تنهایی کافی نیست، چرا که اگر بانک بتواند مرحله اول خود را کارا کند یعنی نتوانسته میزان خروجی این مرحله (سپرده) را به میزان بهینه برساند ولی بدون کارا شدن مرحله دوم عملاً این افزایش سپرده منجر به افزایش سود نمی شود، چون بانک با میزان فعلی سپرده هم به دلیل ناکارایی مرحله دوم نتوانسته سود بهینه بدست آورد. از طرف دیگر بانک اگر در مرحله دوم کارا باشد یعنی با میزان فعلی سپرده ها نتوانسته سود متناسب و بهینه بدست آورد و باید تمرکز خود را روی مرحله اول بگذارد تا در جمع آوری سپرده نیز کارا شود، چون با کارا شدن در مرحله اول می تواند سپرده بیشتری جمع آوری کند و از این سپرده ها سود بیشتری بدست آورد. بنابراین به طور کلی کارا شدن شبکه وابسته به کارا شدن در هر دو مرحله است و کارا بودن یک مرحله به تنهایی کافی نیست. جدول (۳) نتایج تحلیل داده ها در شرایط VRS را نشان می دهد.

جدول شماره (۳): نتایج تحلیل داده ها (شرایط VRS)

بانک	کارایی مرحله ۱	کارایی مرحله ۲	کارایی کل	بانک	کارایی مرحله ۱	کارایی مرحله ۲	کارایی کل
۱	۰/۶۵	۰/۴۱	۰/۲۷	۱۴	۰/۳۲	۰/۹۳	۰/۳۰
۲	۰/۳۸	۰/۸۳	۰/۳۱	۱۵	۱	۰/۹۹	۱
۳	۰/۴۳	۰/۶۰	۰/۲۶	۱۶	۰/۳۹	۰/۵۰	۰/۱۹
۴	۰/۴۷	۰/۵۴	۰/۲۵	۱۷	۰/۶۹	۰/۹۹	۰/۶۹
۵	۱	۰/۱۲	۰/۱۲	۱۸	۰/۸۵	۰/۲۳	۰/۱۹
۶	۰/۵۶	۰/۴۶	۰/۲۶	۱۹	۰/۵۵	۰/۴۵	۰/۲۵
۷	۰/۷۵	۰/۹۶	۰/۷۲	۲۰	۰/۳۲	۰/۴۶	۰/۱۵
۸	۰/۵۷	۰/۴۰	۰/۲۳	۲۱	۱	۰/۳۳	۰/۳۳
۹	۰/۴۳	۰/۳۹	۰/۱۷	۲۲	۰/۵۷	۰/۶۵	۰/۳۷
۱۰	۰/۴۴	۰/۳۰	۰/۱۳	۲۳	۰/۹۹	۰/۶۱	۰/۶۱
۱۱	۱	۰/۳۲	۰/۳۲	۲۴	۰/۶۲	۱	۰/۶۲
۱۲	۰/۲۶	۰/۹۵	۰/۲۴	۲۵	۰/۷۹	۳۳	۰/۲۶
۱۳	۰/۵۸	۰/۴۰	۰/۲۳	۲۶	۰/۸۲	۰/۶۷	۰/۵۵

در اینجا نیز دلیل عدم کارایی و منبع عدم کارایی برای هر بانک مشخص است. بانک ۲ در مرحله اول با ۰/۳۸ و در مرحله دوم با ۰/۸۳ ناکارا شده است و بنابراین در کل با ۰/۳۱ ناکاراست. بنابراین دلیل ناکارایی این بانک این است که نتوانسته است متناسب

با نیروی انسانی و دارایی خود (ورودی‌های مرحله جمع‌آوری سپرده)، سپرده جمع‌آوری کند و در واقع تنها با ۳۸ درصد میزان فعلی نیروی انسانی و دارایی خود می‌بایست همین میزان سپرد را جمع‌آوری کند. از طرف دیگر از همین میزان سپرده هم نتوانسته است جهت سوددهی بهینه استفاده کند و تنها ۸۳ درصد سود بهینه را بدست آورده است و باید سود خود را به  $\frac{1}{0.83}$  برابر برساند. به همین ترتیب برای تمامی بانک‌های ناکارا می‌توان دلیل و منبع ناکارایی و چگونگی کاراشد را مشخص کرد. به عبارت دیگر مدل‌های DEA هم وضعیت موجود و هم وضعیت مطلوب را نشان می‌دهند.

### ۳- نتایج و بحث

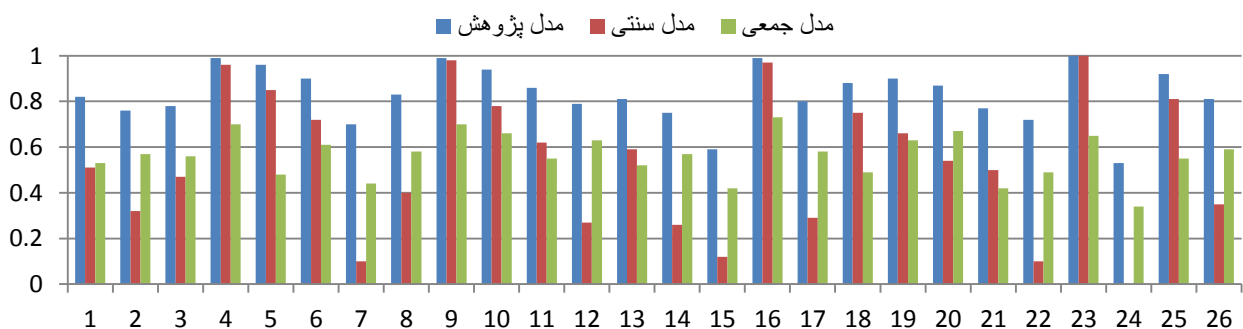
مدل‌های سنتی و مدل‌های شبکه‌ای موجود نیز در ارزیابی ساختار دارای ضعف‌هایی هستند. مدل مضربی کائو و هوانگ (۲۰۰۸) تنها برای شرایط CRS قابل استفاده است و مدل مضربی جمعی چن و همکاران (۲۰۰۸) و کوک و همکاران (۲۰۱۰) نیز نمرات کارایی را با خطا محاسبه می‌کند. جدول (۴) نتایج حاصل از تحلیل داده‌های بانک با مدل پژوهش، مدل سنتی و مدل جمعی شبکه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها را نشان می‌دهد.

جدول شماره (۴): مقایسه نتایج تحلیل داده‌ها با مدل پژوهش و سایر مدل‌ها (شرایط CRS)

رتبه	کارایی (رویکرد جمعی)	رتبه	کارایی (رویکرد جعبه‌سیاه)	رتبه	کارایی (مدل پژوهش)	بانک
۹	۰/۴۷	۱۳	۰/۴۹	۱۳	۰/۱۸	۱
۱۳	۰/۴۳	۸	۰/۶۸	۶	۰/۲۴	۲
۱۲	۰/۴۴	۱۱	۰/۵۳	۸	۰/۲۲	۳
۲۴	۰/۳۰	۲۳	۰/۰۴	۲۳	۰/۰۱	۴
۵	۰/۵۲	۲۲	۰/۱۵	۲۲	۰/۰۴	۵
۱۸	۰/۳۹	۱۸	۰/۲۸	۱۹	۰/۱۰	۶
۴	۰/۵۶	۲	۰/۹	۳	۰/۳۰	۷
۱۵	۰/۴۲	۱۰	۰/۶	۱۴	۰/۱۷	۸
۲۴	۰/۳۰	۲۵	۰/۰۲	۲۳	۰/۰۱	۹
۲۲	۰/۳۴	۲۰	۰/۲۲	۲۱	۰/۰۶	۱۰
۱۰	۰/۴۵	۱۶	۰/۳۸	۱۵	۰/۱۴	۱۱
۱۹	۰/۳۷	۶	۰/۷۳	۹	۰/۲۱	۱۲
۸	۰/۴۸	۱۵	۰/۴۱	۱۱	۰/۱۹	۱۳
۱۳	۰/۴۳	۵	۰/۷۴	۵	۰/۲۵	۱۴
۲	۰/۵۸	۴	۰/۸۸	۲	۰/۴۱	۱۵
۲۶	۰/۲۷	۲۴	۰/۰۳	۲۳	۰/۰۱	۱۶
۱۵	۰/۴۲	۷	۰/۷۱	۱۰	۰/۲۰	۱۷
۶	۰/۵۱	۱۹	۰/۲۵	۱۷	۰/۱۲	۱۸
۱۹	۰/۳۷	۱۷	۰/۳۴	۱۸	۰/۱۰	۱۹
۲۳	۰/۳۳	۱۴	۰/۴۶	۱۶	۰/۱۳	۲۰
۲	۰/۵۸	۱۲	۰/۵	۷	۰/۲۳	۲۱
۶	۰/۵۱	۲	۰/۹	۴	۰/۲۸	۲۲

۲۱	۰/۳۵	۲۶	۰/۰۰۱	۲۶	۰/۰۰۰۲	۲۳
۱	۰/۶۶	۱	۱	۱	۰/۴۷	۲۴
۱۰	۰/۴۵	۲۱	۰/۱۹	۲۰	۰/۰۸	۲۵
۱۷	۰/۴۱	۹	۰/۶۵	۱۱	۰/۱۹	۲۶

برتری مدل پژوهش به مدل های سنتی این است که برای واحدهای ناکارا منبع ناکارایی و سهم هر مرحله مشخص است، برای مثال بانک ۲۶ با ۰/۱۹ ناکارا شده است و این ناکارایی ناشی از عملکرد ضعیف در هر دو مرحله است و برای این بانک معلوم است که مرحله اول با ۰/۳۷ و مرحله دوم با ۰/۵ ناکارا شده اند، اما همین بانک در مدل سنتی با ۰/۶۵ ناکارا شده است که هم منبع ناکارایی مشخص نیست و هم میزان ناکارایی را کمتر نشان می دهد. بانک ۲۴ که در رویکرد سنتی کارا شده است در هر دو مرحله ناکاراست، بنابراین در رویکرد جعبه سیاه ممکن است واحدی کارا شود که در مراحل کارا نیست. علی رغم اینکه نمرات کارایی مدل شبکه ای جمعی چن و همکاران (۲۰۰۸) پایین تر از نمرات کارایی رویکرد جعبه سیاه است و میزان ناکارایی را بیشتر نشان می دهد اما در مقایسه با مدل پژوهش، نمرات کارایی آن بالاتر است. شکل (۴)، میزان ناکارایی بانک ها را در مدل پژوهش، سنتی و جمعی نشان می دهد.



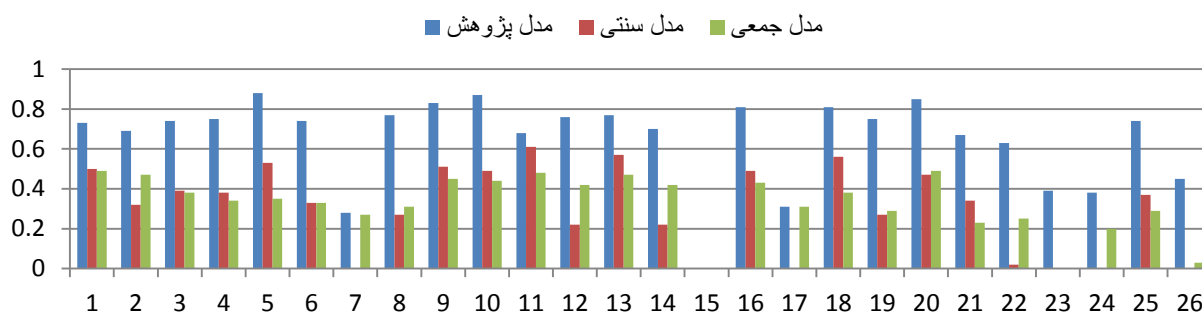
شکل شماره (۴): نمودار مقایسه عدم کارایی بانک ها در مدل های پژوهش و سایر مدل ها (شرایط CRS)

همانطور که مشخص است در همه ۲۶ بانک ناکارایی نشان داده شده بوسیله مدل پژوهش بالاتر یا مساوی دو مدل دیگر است. در مدل های تحلیل پوششی داده ها هر مدلی که ناکارایی را بیشتر نشان دهد، بهتر است (Kao, 2009b, Lu, Lo, 2012). مقایسه رتبه بانک ها در سه مدل نشان می دهد که مدل های سنتی و جمعی در این زمینه هم دارای ضعف هستند و ممکن است عملکرد واحدی به اشتباه بهتر از واحد دیگر نشان داده شود. جدول (۵) و شکل (۵) همین مقایسات را در شرایط VRS نشان می دهد که همانند شرایط CRS نمرات کارایی مدل پژوهش کمتر و عدم کارایی را بیشتر نشان می دهد.

جدول شماره (۵): مقایسه نتایج تحلیل داده ها با مدل پژوهش و سایر مدل ها (شرایط VRS)

رتبه	کارایی (مدل پژوهش)	رتبه	کارایی (رویکرد جعبه سیاه)	رتبه	کارایی (رویکرد جمعی)	بانک
۲۵	۰/۵۱	۲۱	۰/۵	۱۲	۰/۲۷	۱
۲۲	۰/۵۳	۱۲	۰/۶۸	۱۰	۰/۳۱	۲
۱۵	۰/۶۲	۱۷	۰/۶۱	۱۳	۰/۲۶	۳

۱۳	۰/۶۶	۱۶	۰/۶۲	۱۶	۰/۲۵	۴
۱۴	۰/۶۵	۲۳	۰/۴۷	۲۶	۰/۱۲	۵
۱۲	۰/۶۷	۱۳	۰/۶۷	۱۳	۰/۲۶	۶
۷	۰/۷۳	۱	۱	۲	۰/۷۲	۷
۱۰	۰/۶۹	۱۰	۰/۷۳	۱۹	۰/۲۳	۸
۲۱	۰/۵۵	۲۲	۰/۴۹	۲۳	۰/۱۷	۹
۱۹	۰/۵۶	۱۹	۰/۵۱	۲۵	۰/۱۳	۱۰
۲۴	۰/۵۲	۲۶	۰/۳۹	۹	۰/۳۲	۱۱
۱۷	۰/۵۸	۸	۰/۷۸	۱۸	۰/۲۴	۱۲
۲۲	۰/۵۳	۲۵	۰/۴۳	۱۹	۰/۲۳	۱۳
۱۷	۰/۵۸	۸	۰/۷۸	۱۱	۰/۳۰	۱۴
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱۵
۱۹	۰/۵۷	۱۹	۰/۵۱	۲۱	۰/۱۹	۱۶
۱۰	۰/۶۹	۱	۱	۳	۰/۶۹	۱۷
۱۵	۰/۶۲	۲۴	۰/۴۴	۲۱	۰/۱۹	۱۸
۸	۰/۷۱	۱۰	۰/۷۳	۱۶	۰/۲۵	۱۹
۲۵	۰/۵۱	۱۸	۰/۵۳	۲۴	۰/۱۵	۲۰
۵	۰/۷۷	۱۴	۰/۶۶	۸	۰/۳۳	۲۱
۶	۰/۷۵	۷	۰/۹۸	۷	۰/۳۷	۲۲
۱	۱	۱	۱	۵	۰/۶۱	۲۳
۴	۰/۸۰	۱	۱	۴	۰/۶۲	۲۴
۸	۰/۷۱	۱۵	۰/۶۳	۱۳	۰/۲۶	۲۵
۳	۰/۹۷	۱	۱	۶	۰/۵۵	۲۶



شکل شماره (۵): نمودار مقایسه عدم کارایی بانکها در مدل های پژوهش و سایر مدل ها (شرایط VRS)

در مطالعه کاربردی دیده شد که در مدل پژوهش همانند سایر مدل های شبکه ای هیچ واحدی کارا نشد، در حالی که در مدل های سنتی حداقل یک واحد کارا وجود دارد که مرز با آن ساخته می شود. چگونگی تعریف کارایی در شبکه ای به گونه ای که حداقل یک واحد روی مرز قرار گیرد جای بررسی و مطالعه دارد. همچنین تعمیم مدل به ساختارهای چندمرحله ای، موازی، ترکیبی و



پیچیده تر و توسعه آن برای ارزیابی داده های فازی و فازی شهودی و بحث و بررسی ثانویه آن و ترسیم مرکزکارایی از جمله پیشنهادات برای تحقیقات آینده است.

#### ۴- منابع

1. Amirteimoori, A., Despotis, D. K., Kordrostami, S. & Azizi, H. (2016). Additive models for network data envelopment analysis in the presence of shared resources. *Transportation Research Part D*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.trd.2015.12.016>.
2. An, Q., Chen, H., Xiong, B., Wu, J., & Liang, L., (2017). Target intermediate products setting in a two-stage system with fairness concern. *Omega*, 73, 49-59.
3. Asilfarid, H., Khalaj, M. & Zaeri, M. (2018). Analysis of Human Resources Performance Using the Two-Stage Data Envelopment Analysis Approach-Case Study: Azar Noosh Shokofeh Co., *Journal of Industrial Management, Faculty of Humanities, Islamic Azad University, Sanandaj Branch*, 13, 43.
4. Azar, A., Moghbel, A., Zarei, M. & Khadivar, A. (2014). Bank Branch Productivity Measurement Using Network Data Envelopment Analysis(One of the banks of Guilan province). *Journal of Monetary and Banking Research*, 7, 20.
5. Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978), "Measuring the efficiency of decision-making units". *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
6. Chen, Y., Cook, W. D., & Zhu, J. (2010). Deriving the DEA frontier for two-stage processes. *European Journal of Operational Research*, 202, 138-142.
7. Chen, Y., Cook, W. D., Li, N., & Zhu, J. (2009). Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. *European Journal of Operational Research*, 196, 1170-1176.
8. Cook, W. D., Zhu, J., Bi, G. B., & Yang, F. (2010). Network DEA: Additive efficiency decomposition. *European Journal of Operational Research*, 207, 1122-1129.
9. Despotis, K., D., Koronakos, G., Sotiros, D. (2016). Composition versus decomposition in two-stage network DEA: a reverse approach. *Journal of Productivity Analysis*, 45, 71-87.
10. Emrouznejad, A. & Yang, G. L. (2018). A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978-2016. *Socio-Economic Planning Sciences*, 61, 4-8.
11. Färe, R., & Grosskopf, S. (1996). Productivity and intermediate products: A frontier approach. *Economics Letters*, 50, 65-70.
12. Fare, R., & Grosskopf, S. (2000). Network DEA. *Socio-Economic Planning Sciences*, 34, 35-49.
13. Färe, R., & Whittaker, G. (1995). An intermediate input model of dairy production using complex survey data. *Journal of Agricultural Economics*, 46, 201-213.
14. Fukuyama, H., & Matousek, R. (2017). Modelling Bank Performance: A Network DEA Approach, *European Journal of Operational Research*, 259, 721-732.
15. Fukuyama, H., & Weber, W.L. (2016). Japanese bank productivity, 2007-2012: A dynamic network approach. *Mimeo*.
16. Guan, J. C., & Chen, K. H. (2012). Modeling the relative efficiency of national innovation systems. *Research Policy*, 41, 102-115.
17. Huang, T.H., Lin, C. I., Chen, K. C. (2017). Evaluating Efficiencies of Chinese Commercial Banks in the Context of Stochastic Multistage Technologies. *Pacific-Basin Finance Journal*, 906.
18. Kao, C. (2009a). Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model. *European Journal of Operational Research*, 192, 949-962.
19. Kao, C. (2009b). Efficiency measurement for parallel production systems. *European Journal of Operational Research*, 196, 1107-1112.

20. Kao, C. (2014a). Efficiency decomposition for general multi-stage systems in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 232, 117-124.
21. Kao, C. (2014b). Network data envelopment analysis: A review. *European Journal of Operational Research*, 239, 1-16.
22. Kao, C., & Hwang, S. N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, 185, 418-429.
23. Kao, C., & Hwang, S. N. (2011). Decomposition of technical and scale efficiencies in two-stage production systems. *European Journal of Operational Research*, 211, 515-519.
24. Khalaj, M., Asilfarid, H., R. (2017). A Two-stage DEA Model to Evaluate and Improve the Systems Function (Casestudy: Sorena System Sharq Company Projects). *Journal of Industrial Management, Faculty of Humanities, Islamic Azad University, Sanandaj Branch*, 12, 41.
25. Lewis, H. F., & Sexton, T. R. (2003). Network DEA: Efficiency analysis of organizations with complex internal structure. *Computer and Operations Research*, 31, 1365-1410.
26. Liu, J. S., & Lu, W. M. (2012). Network-based method for ranking of efficient units in two-stage DEA models. *Journal of the Operational Research Society*, 63, 1153-1164
27. Momeni, M., Safari, H., Rostami, M., Mostafae, M. A. (2017). Designing a Non-oriented NDEA for Performance Evaluation: An Applied Study of Banks, *Management Studies in Development & Evolution*, 26, 86.
28. Noora, A., Hosseinzadeh, F. & Khodadadi, M. (2018). Determine the most productive scale of a production unit using a two-stage process based on the demand level. *Journal of Decisions and Operations Research*, 2, 2.
29. Premachandra, I. M., Zhu, J., Watson, J., & Galagedera, D. U. A. (2012). Bestperforming US mutual fund families from 1993 to 2008: Evidence from a novel two-stage DEA model for efficiency decomposition. *Journal of Banking and Finance*, 36, 3302-3317.
30. Razavi, S., M., Shahriari, S., Ahmadpor, D., M. (2016). Evaluation of Innovative Performance of Knowledge based Company by Network Data Envelopment Analysis-Game Theory Approach. *Industrial Management Journal*, 7, 4.
31. Rezaei, A., Mahmudinejad, E., Bakhshi, P. (2018). The Evaluation of Relative Efficiency of all provinces in Terms of human Development Using NDEA Method, *Journal of Economic Growth and Development Research*, 8, 29.
32. Seiford, L. M., & Zhu, J. (1999). Profitability and marketability of the top 55 US commercial banks. *Management Science*, 45, 1270-1288.
33. Shafiei, M., Yakideh, K., Oveisi, O. (2017). A combined approach of data envelopment analysis with a variety of outputs and window analysis in evaluating the efficiency of the electricity industry, *Journal of Industrial Management Perspective*, 6, 23.
34. Soleymani-Damaneh, R., Momeni, M., Mostafae, A. & Rostami, M. (2017). Developing of a Dynamic Network Data Envelopment Analysis Model for Evaluating Banking Sector, *Journal of Industrial Management Perspective*, 25.
35. Tone, K., & Tsutsui, M. (2009). Network DEA: A slacks-based measure approach. *European Journal of Operational Research*, 197, 243-252.
36. Wacker, J. G. (1998). A definition of theory: research guidelines for different theory-building research methods in operations management. *Journal of Operations Management*, 16(4), 361-385.
37. Wang, K., Huang, W., Wu, J, Liu, YN. (2014). Efficiency measures of the Chinese commercial banking system using an additive two-stage DEA. *Omega*, 44, 5-20.
38. Zarei M., M. (2016). Multilevel Measuring of Efficiency in Banking Industry (Network Slacks-Based Measure Approach). *Industrial Management Journal*, 8, 3.

39. Zhang, L., & Chen, Y. (2018). Equivalent solutions to additive two-stage network data envelopment analysis. *European Journal of Operation Research*, 264(3), 1189-91.

## **Development of a Multiplier Network Data Envelopment Analysis (NDEA) model for investigation of the internal structure of decision-making units**

**Reza Soleymani-Damaneh**

Assistant Professor at Vali-e-Asr University of Rafsanjan

Email: r.soleymani@vru.ac.ir

### **Abstract**

Data envelopment analysis has been in the center of attention due to independency of the production function. But the initial models of data envelopment analysis are incapable of examining the internal structure of the units and have a black-box view. One of the most common network structures is consecutive two-staged structure. Available models for evaluating this structure are mainly based on the decomposition approach, in other words, their priority is overall efficiency, and the efficiency of the stages is obtained by decomposing the total efficiency. In this paper, an attempt is made to develop a multivariate model that simultaneously considers the overall efficiency and efficiency of the stages. In addition, for multi-response mode, the models were developed to calculate the efficiencies and it was proved that in all models, efficiency scores range from zero to one, and a unit is efficient if only it is efficient in both stages. The presented models were used in an applied example and the results showed that the existing model performed more realistic evaluation than traditional models.

**Keywords:** Network Structures, Multiplier Models, Network DEA, DMUs.