شبیه سازی عددی انتشار آلودگی در رودخانه‌ها بوسیله توسعه همزمان روش عددی حجم محدود و مدل شبکه عصبی تطبیقی

عباس پارسائی [*1]، محمد مهدی احمدی[2] و کورش قادری[3]

1) دانشجوی دکتری دانشگاه لرستان، گروه مهندسی آب،لرستان،ایران.

2و3) استادیار دانشگاه شهید باهنر کرمان، گروه مهندسی آب،.کرمان،ایران.

* **نویسنده مسئول مکاتبات**: Abbas_parsaie@yahoo.com

تاریخ دریافت:90/12/15 **تاریخ پذیرش:**91/2/25

چکیده

مطالعه بر روی کیفیت آب‌های سطحی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این موضوع با توجه به اینکه یکی از مهم‌ترین منابع تأمین آب برای مصارف شرب، کشاورزی و صنایع، رودخانه‌ها هستند نیاز به توجه بیشتری دارد. متأسفانه رودخانه‌ها گاهی به عنوان مکانی برای تخلیه فاضلاب در نظر گرفته می شوند. به همین دلیل آلودگی رودخانه‌ها به یکی از مهم‌ترین مسائل و مشکلات در محیط زیست تبدیل شده است. معادله حاکم بر انتشار آلودگی در رودخانه ها، معادله انتقال و پخش است که از نوع معادلات دیفرانسیل جزئی می‌باشد. این معادله از پرکاربرد ترین معادلات در مهندسی سیالات مخصوصا مهندسی آب می‌باشد و به صورت کلی معادله حرکت نامیده می‌شود. در توسعه مدل های کامپیوتری جهت شبیه سازی انتشار آلودگی در آبراهه ها علاوه بر حل عددی معادله حرکت، نیاز به پیش بینی ضریب پخشیدگی نیز می‌باشد. برای محاسبه ضریب پخش فرمول های تجربی فراوانی ارائه شده است که ارزیابی این روابط نشان می دهد اکثر این معادلات دارای دقت مطلوب نمی باشد. به همین جهت استفاده از روش های هوش مصنوعی اجتناب ناپذیر است. در این مقاله برای گسسته سازی معادله حرکت از روش حجم محدود استفاده و برای تخمین ضریب پخشیدگی شبکه عصبی تطبیقی (ANFIS) توسعه داده شده است. نتایج مدل ANFIS توسعه داده شده نشان می دهد که مدل تهیه شده در مراحل مختلف توسعه مانند آموزش و آزمایش برای تخمین ضریب پخشیدگی از توانایی بسیار مناسبی برخوردار می باشد($R^2_{train}=0.99$ و $R^2_{test}=0.92$) بعد از توسعه مدل هوش مصنوعی به توسعه کلی مدل کامپیوتری پرداخته شده است دقت مدل کامپیوتری با حل تحلیلی معادله حرکت و همچنین داده های مشاهداتی رودخانه سورن در انگلستان مورد بررسی قرار گرفت. مقایسه نتایج مدل ارائه شده با دادهای اندازه گیری شده رودخانه سورن در ایستگاه های مورد مطالعه به ترتیب دارای دقتی($R^2_{St.B}=0.98$ و $R^2_{St.C}=0.95$ و $R^2_{St.D}=0.91$) می باشد. نتایج کلی نشان می دهد که مدل کامپیوتری توسعه داده شده از توانایی بسیار مناسبی جهت شبیه سازی انتشار نیز آلودگی در رودخانه ها برخوردار می‌باشد.

واژه های کلیدی: انتقال آلودگی، معادله انتقال پخش، روش حجم محدود، ضریب پخش، شبکه عصبی تطبیقی

مقدمه

مطالعه روی کیفیت آب‌های سطحی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این موضوع با توجه به اینکه یکی ار منابع عمده منبع تهیه آب آشامیدنی انسان‌ها ، آب لازم برای کشاورزی و صنایع از رودخانه‌ها تأمین می‌شود، نیاز به توجه بیشتری دارد. متأسفانه گاهی فاضلاب و پساب‌های صنعتی در رودخانه‌ها تخلیه می‌شود، اگر مکانیسم انتقال و پخش آلودگی در رودخانه‌ها با ژئومتری‌های مختلف مشخص شده باشد می‌توان برای کاهش اثرات آلودگی بر سلامت عموم جامعه انسان‌ها با طرح مسئله اختلاط آ بها و تقویت قدرت خود پالایندگی رودخانه‌ها برنامه ریزی نمود (ریاحی مدوار و ایوب زاده، 1387). هنگامی‌که یک منبع آلودگی به داخل آب رها می‌شود به علت حرکت مولکولی و تلاطم و غیر یکنواختی سرعت در سطح مقطع جریان، سریعاً در آب پخش و همراه با جریان آب جابجا می‌شود. مکانیسم پخش و حرکت آلاینده‌ها در آب بخش مهمی از دانش محیط زیست است که تاکنون پژوهش‌های زیادی در موضوع‌های مربوط با آن صورت گرفته است (محمودیان شوشتری، 1389). معادله حاکم بر انتقال آلودگی در رودخانه‌ها معادله انتقال-پخش (ADE) است که از نوع معادلات دیفرانسیل جزئی می‌باشد. این معادله برای شرایط مرزی و اولیه ساده دارای حل تحلیلی می‌باشد و لی اگر شرایط هندسه و هیدرولیک جریان پیچیده شود نمی توان حل تحلیلی را در مسایل عملی به کار برد. تخمین و انتشار آلودگی در رودخانه‌ها به دو دسته کلی آزمایشگاهی و تئوری تقسیم می‌شوند. در هر دو روش نیاز به توسعه مدلی برای پیش بینی رفتار پدیده انتقال و انتشار آلودگی می‌باشد. در روش‌های تئوریک از روش‌های محاسبات عددی برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر پدیده استفاده می‌شود که در نهایت منجر به تولید مدل‌های عددی و نرم افزارهای تجاری می‌شود. مدل‌های عددی از روش‌های عددی برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم استفاده می‌کنند. معادله انتقال-پخش در شبیه سازی و پیش بینی فرایندهای هیدرودینامیکی، انتقال رسوب، مسایل زیست محیطی و غیره کاربرد و در مواجه با این قبیل مسایل که حوزه وسیعی از مهندسی منابع آب را پوشش می‌دهد ناچار به گسسته سازی و حل معادله حاکم می‌باشیم .اساس تئوری مدل سازی انتقال آلودگی در محیط آبی توسط تیلور در سال 1954 تشریح شد(احمدی و قادری، 1389).معادله انتقال-پخش (ADE) که از نوع معادله دیفرانسیل جزئی می‌باشد کاربردهای فراوانی در شبیه سازی پدیده‌های مهندسی آب دارد که از جمله می‌توان به شبیه سازی انتقال رسوب در رودخانه‌ها و انتشار آلودگی در آب‌های زیر زمینی اشاره نمود (منتظری نمین،1383).عطائی آشتیانی و حسینی در سال 2005 به گسسته سازی معادله حرکت با شماهای مختلف برای شبیه سازی انتقال آلودگی در آب زیر زمینی آلودگی خارج شده و به محیط اصلی جریان بازگردانده شده و همراه با جریان انتقال می‌یابد.ناحیه ماندابی تاثیر قابل ملاحظه ای بر روی پروفیل غلظت انتقالی دارد. و در نهایت به ذکر دو نکته مهم 1- انتخاب مدل مناسب عددی و 2- تخمین مناسب ضریب پخش در مدل سازی انتقال آلودگی در رودخانه‌ها اشاره کردند. ایشان همچنین برای پیش بینی ضریب پخشیدگی از روش دسته بندی گروهی دادها کمک گرفتند و نشان دادند که در کنار سایر روشهای هوش مصنوعی مانند شبکه عصبی و عصبی تطبیقی روش دسته بندی گروهی داده‌ها هم می تواند در تخمین ضریب پخشیدگی مورد استفاده قرار بگیرد. کومار و همکاران در سال 2009 به حل تحلیلی معادله انتقال و پخش با در نظر گرفتن پارامتر سرعت و ضریب پخشیدگی علاوه بر پارامتر غلظت به عنوان پارامترهای متغیر پرداختند و حل تحلیلی خود را بدین صورت ارائه دادند که ابتدا ایشان پارامتر سرعت را به عنوان متغیر در نظر گرفته و سپس هر دو پارامتر سرعت و ضریب پخش غلظت را در نظر گرفتند.در حالت اول تغیرات سرعت با مکان را به صورت خطی در نظر گرفته شده است و در فرض دوم

علاوه بر سرعت پرداختند و درنهایت شمای بهینه شده FTCS_Ataie را پیشنهاد دادند که از نظر دقت بهتر از سایر شماهای مورد استفاده می‌باشد. کاشفی پور و فاکونر در سال 2002 مدلی به نام Faster را برای تخمین پدیده‌های هیدرولیکی توسعه دادند در این مدل معادلات سنت و نانت با استفاده از الگوی تفاضل محدود ضمنی مرکزی به همراه روش یک در میان اندازه شبکه متغیر به صورت عددی حل شده‌اند کاشفی پور و مستوفی زاده در سال 1387 با استفاده از روش‌های ULTIMATE QUICKEST و روش عددی صریح، ضمنی و یک روش جامع که از ترکیب سه روش فوق است برای حل همزمان معادلات انتقال پخش و معادلات سنت و نانت استفاده نمود و مدلی را برای شبیه سازی انتقال و پخش آلودگی ارائه داد. از آنجا که حل تحلیلی معادله انتقال و پخش برای هندسه‌های پیچیده میسر نیست و یا بسیار مشکل می‌باشد بسیاری از محققان به حل عددی این معادلات روی آورده‌اند (نجفی جیلانی وبنی‌هاشمی،1380). احمدی و قادری در سال 1389 به حل عددی معادله انتقال و پخش به روش حجم محدود و با شماهای مختلف پرداختند و ضمن پیدا کردن بهترین الگو که کم‌ترین خطا را داشته باشد به شرایط پایداری خطی الگوهای مختلف عددی پرداختند و نتیجه گرفتند که شکل شمای فروم دارای بیشترین دقت را در مدل سازی ترم انتقال می‌باشد پارسائی و همکاران در سال1391 به توسعه مدل عددی برای حل معادله انتقال پخش در رودخانه‌های با پهنه ماندابی پرداختند پهنه ماندابی به نواحی گفته می‌شود که در اثر هرگونه تغیر انسانزاد یا طبیعی که باعث شود قسمتی از جریان از ناحیه اصلی سرعتی بسیار کمتر داشته باشد مانند نواحی بین اپی‌ها و یا سیلاب دشت‌هایی که دارای عمقی کم که در نهایت باعث راکد شدن آب در این نواحی می‌شود. این نواحی باعث نگه داشت موقت آلودگی می‌شده با مرور زمان ودر اثر جریان و تنش های برشی که از طرف ناحیه اصلی جریان اعمال می‌شود تغییرات ضریب پخشیدگی با توان دوم مکان مد نظر قرار گرفته شده است . عطایی آشتیانی و حسینی در سال 2005 به آنالیز خطای حل عددی به روش تفاضل محدود در شماهای مختلف معادله انتقال پخش دو بعدی برای مدل سازی کیفیت آب زیرزمینی با در نظر گرفتن ترم منبع و چاه Sink,Source پرداختند و نتیجه گرفتند که در نظر گرفتن ترم Sink/Source می‌تواند تأثیر قابل ملاحظه ای روی دقت روش عددی داشته باشد و از میان انواع روش‌ها، روش کرانک نیکلسون دارای بیشترین دقت می‌باشد. . والیس در سال 2007 به حل عددی معادله انتقال پخش با استفاده از روش حجم محدود در شماهای مختلف عددی مانند Upwind ، Central و Quick پرداخت و دقت این سه شم عددی را با یکدیگر مقایسه نمود و در نهایت نتیجه گرفت که مشکل کمبود دقت بعضی از مدلهای عددی مربوط به حل عددی‌ترم انتقال معادله انتقال پخش می‌باشد و برای ترم انتقال شم‌های نیمه لاگرانژ بسیار مفید می‌باشند چون بدون شرط پایدار هستند. صابری نجفی و حاجی زاده(2008) به حل عددی معادله انتقال پخش همراه با ترم Reaction در روش تفاضل محدود با شم‌های عددی مختلفی نظیر FTCS_Ataie، Upstream ، DuFort- Frankel method و Crank-Nicolson پرداختند و نتیجه گرفتند که در شم DuFort-Frankelخطای روش عددی به سرعت افزایش پیدا می‌کند و مدل FTCS_Ataie نیز از روش Upstream دارای دقت بیشتری می‌باشد و در نهایت شم Crank-Nicolson از شم FTCS_Ataie دقیق‌تر می‌باشد که در نهایت شم Crank-Nicolson را برای استفاده در مدل سازی پیشنهاد دادند. اللواتیا (2012) به حل عددی معادله انتقال پخش با استفاده از روش مشخصه پرداخت به این صورت که از شش گره محاسباتی در قالب اولر لاگرانژی پرداخت و شم جدیدی به نام ELLAM را برای مدل عددی خود پیشنهاد داد ایشان مزیت شم خود را در این معرفی کرد که حتی اگر اندازه شبکه محاسباتی بزرگ انتخاب شود باز هم مدل دارای دقت مناسب می‌باشد. برای مدلسازی انتشار

آلودگی در رودخانه‌ها علاوه بر حل عددی معادله حرکت نیاز به تعیین و پیش بینی ضریب پخشیدگی نیز می‌باشد.پور مقدم و کوچک زاده (1389)، با استفاده از مدل آزمایشگاه، اثر عوامل مختلف بر ضرایب انتشار و پخشیدگی مواد محلول زوال پذیر و زوال ناپذیر را بررسی نمودند. ایشان مطالعات آزمایشگاهی خود را در یک مقطع مرکب بررسی نمودند. بحر مقدم و کوچک زاده (1389)، در تحقیق دیگری، با استفاده از محاسبه طول اختلاط کامل روش جدیدی برای محاسبه ضریب اختلاط عرضی ارائه دادند. عظمت ا.. و قانی(2011) بـه ارائـه مدلGP برای محاسبه و تخمین ضریب پخش آلودگی پرداختند ایشان مدل خود را با داده‌های مشاهداتی واسنجی و کالیبره نمودند و در نهایت دقت بالای مدل ارائه شده خود را ثابت نمودند توپاک (2004)به ارائه مدل نرو فازی برای تخمـین ضـریب پخـش پرداختنـد و در نهایت مدل خود را با داده‌های صحرایی کالیبره و اعتبار سنجی نمودند همچنین آن‌ها مدل خود را با مدل‌های کلاسیکی که توسط سایر محققینی نظیر کاشفی پور، چئونگ، فیشر وکاسیس ارائه شده است برای ارزیابی و مقایسه دقت مدل‌ها مقایسه نمودند و در نهایت نشان دادند که مدل نرو فازی که توسط ایشان ارایه شده است از همه مدل‌های کلاسیک ذکر شده بالاتر می‌باشد. ریاحی و ایوب زاده در سال 2009 با استفاده از ترکیب شبکه عصبی و منطق فازی ضریب آلودگی طولی را تخمین زدند ایشان نتیجه گرفتند که روابط تجربی ارائـه شده برای تخمین ضریب پخشیدگی از دقت کافی برخوردار نیست و بنابر این لازم است برای تخمین و پیش بینی ضریب پخشـیدگی از مدلهای هوش مصنوعی با قابلیت اطمینان مناسب استفاده نمود. نتیجه گیری که از مروری بر تحقیقات گذشته صورت گرفته این است که مطالعه بر انتشار آلودگی در رودخانه‌های به صورت جداگانه صورت گرفته بدین صورت که عـده ای از محققـین فقـط روی روش عـددی تمرکز کرده اند و عده ای دیگر هم فقط به مدل سازی و تخمین ضریب پخشیدگی پرداخته اند که خود این گسسته کاری مانع از رائه یک مدل کامل و مناسب گردیده است. در مقاله حاضر با استفاده از روش حجم محدود بـه عنـوان روش عـددی کـه در محاسـبات عـددی مهندسی سیالات شناخته شده و معتبر می‌باشد به گسسته سازی و حل عددی معادلـه انتقـال پرداختـه شـده و بـرای تخمـین ضـریب پخشیدگی از روش شبکه‌های عصبی تطبیقی(نرو فازی (ANFIS) که قبلا از نظر دقت و قابلیت اطمینان توسط محققین مورد تایید قرار گرفته شده است به مدل سازی انتقال آلودگی در رودخانه‌ها پرداخته شده است.

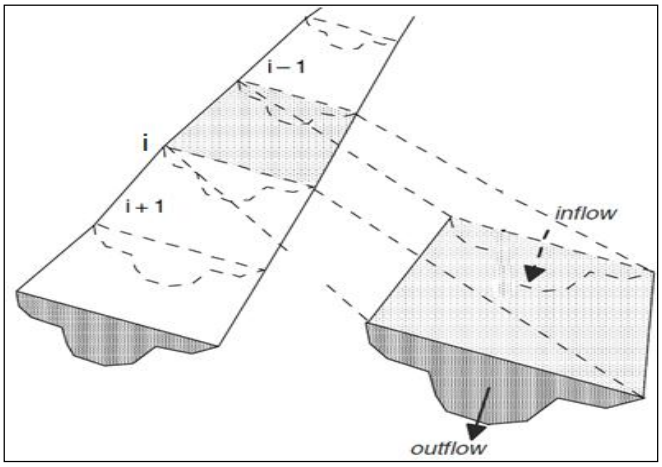
مواد و روش‌ها

ابتدا به استخراج معادله انتشار آلودگی در رودخانه پرداخته و در ادامه با استفاده از آنالیز ابعادی عوامل موثر در ضریب پخشیدگی مشخص شده است . برای توسعه مدل عددی با توجه به ماهیت فیزیکی ترم‌های معادله حرکت یعنی دو ترم انتقال و پخش به صورت جداگانه گسسته شده برای هریک مدل عدد مناسب تهیه شده است درنهایت جواب نهایی مدل عددی با تکنیک time splitting استخراج می‌شود. برای محاسبه ضریب پخشیدگی ابتدا به ارزیابی فرمولهای تجربی پرداخته و در ادامه با استفاده از الگوریتم عصبی تطبیقی مدلی جهت تخمین این پارامتر توسعه شده است. ورودی‌های مدل نروفازی همان عوامل بی بعدی است که در مرحله آنالیز ابعادی استخراج شده است. ارزیابی روابط تجربی با استفاده از دادهای منتشر شده در مقالات معتبر چاپ شده مربوط به اندازه گیری ضریب پخشیدگی در رودخانه‌های مختلف انجام شده است. برای صحت سنجی مدل توسعه داده شده ابتدا نتایج مدل عددی با حل تحلیلی معادله انتقال پخش مقایسه شده است و در ادامه برای ارزیابی مدل عددی ارائه شده برای کارهای عملی مهندسی به شبیه سازی انتقال آلودگی در رودخانه

سورن انگلستان پرداخته شده است. بدین صورت که بعد از توسعه مدل نروفازی با دادهای جمع آوری شده، ابتدا مشخصات هیدرولیکی و هندسه جریان این رودخانه در مقاطع مختلف همانطور که در تحقیقی که توسط آتینکسون و همکاران منتشر شده است وارد مدل نروفازی شده و سپس یک ضریب پخشیدگی برای هر ایستگاه اندازه گیری که خروجی این مدل است استخراج و وارد قسمت عددی شده و نتیجه نهایی با پروفیل غظت مشاهداتی در همان ایستگاه‌ها مقایسه شده است. برای توسعه هریک از مراحل مدل سازی مانند قسمت عددی و قسمت هوش مصنوعی در محیط نرم افزار Matlab برنامه کامپیوتری تهیه شده است.

معادله انتقال و پخش

المانی از رودخانه را مانند شکل 1 در نظر گرفته و مقدار جرم ورودی و خروجی را در این المان را طبق قانون بقای جرم محاسبه و با کمک از قانون اول و دوم فیک معادله انتقال و پخش به صورت زیر بیان می‌شود.



شکل 1: المانی از رودخانه برای استخراج معادله حرکت

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} = D_L \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \qquad (1)$$

در این معادله C: غلظت آلاینده در مسیر رودخانه طولی ، u سرعت متوسط رودخانه، D_L: ضریب پخشیدگی، t: مدت زمان سپری شده بعد از تزریق آلودگی وx :فاصله از نقطه تزریق آلودگی می باشد معادله انتقال و پخش آلودگی از ترکیب معادله پیوستگی و قانون اول فیک بدست می‌آید.

معادله حرکت شامل دو ترم بسیار مهم می‌باشد1- ترم انتقال (advection):دو ترم سمت چپ در معادله (1)، که در واقع انتقال جرم ناشی از سرعت جریان می‌باشد.2-پخش (Diffusion): ترم اول سمت راست معادله (1) که انتقال جرم ناشی از تفاوت غلظت و یا

پخشیدگی می‌باشد. در معادله حرکت ضریب پخشیدگی یکی از مهمترین پارامترها در مدل سازی کامپیوتری انتشار آلودگی در آبراهه‌ها می باشد.

ضریب پخشیدگی

مهم‌ترین عواملی که در پدیده پخشیدگی موثراند به سه دسته قابل تقسیم می شوند.

ا- مشخصات سیال،2- مشخصات هیدرولیکی جریان و3 - در نهایت ژئومتری رودخانه یا شکل سطح مقطع و مسیر رودخانه .از مشخصات سیال می‌توان به چگالی سیال، ویسکوزیتیه ،از مشخصات هیدرولیکی جریان می‌توان به سرعت متوسط در رودخانه ، سرعت برشی و پهنای سطح مقطع و عمق جریان را نام برد و برای مشخصات هندسی علاوه بر شکل سطح مقطع به فرم بستر و شکل مسیر جریان مانند سینوسی بودن مسیر رودخانه اشاره کرد. که می‌توان ارتباط عوامل زیر را با رابطه زیر نشان داد.

$$D_L = f_1(\rho, \mu, u, h, w, s_f, s_n) \quad (2)$$

در این رابطه D_L: ضریب پخشیدگی،ρ :چگالی سیال،μ : ویسکوزیته سیال،S_f: فاکتور فرم بستر می‌باشد. با استفاده از آنالیز ابعادی می‌توان به رابطه زیر برای پیش بینی ضریب پخش رسید.

$$\frac{D_L}{hu_*} = f_2(\rho\frac{uh}{\mu}, \frac{u}{u_*}, \frac{w}{h}, s_f, s_n) \quad (3)$$

همان‌طور که مشخص است $\frac{D_L}{hu_*}$ پارامتر بی بعد پخشیدگی و پارامتر $\rho\frac{uh}{\mu}$ معرف عدد رینولدز، $\frac{w}{h}$: نسبت عرض جریان به عمق و $\frac{u}{u_*}$:مربوط به‌ترم مقاومت جریان می‌باشد.در این رابطه S_f و S_n. پارامترهای مربوط به شیب آبراهه، فرم بستر و مقدار سینوسی (مئاندر) بودن مسیر رودخانه می‌باشند که به آسانی قابل اندازه گیری نمی‌باشد. بنابراین از آوردن تأثیر مستقیم آن‌ها صرفه نظر کرده و تأثیر آن‌ها را به طور غیر مستقیم درترم مقاومت جریان دیده می‌شود. از ترم مربوط به عددی رینولدز هم به خاطر آشفته بودن و زبر بودن جریان صرفه نظر می‌گردد ودر نهایت فرم نهایی معادله(3) به صورت زیر در خواهد آمد. .(Seo et al.,1998).

$$\frac{D_L}{hu_*} = f_2\left(\frac{u}{u_*}, \frac{w}{h}\right) \quad (4)$$

جدول 1:روابط تجربی پیشنهاد شده برای محاسبه ضریب پخشیدگی

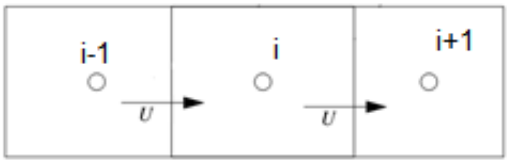
1	الدر (1959)	$D_L = 5.93hu_*$
2	مک کویوی و کیفر(1979)	$D_L = 0.58\left(\frac{h}{u_*}\right)^2 uw$
3	فیشر (1976)	$D_L = 0.011\frac{u^2w^2}{hu_*}$
4	لیو و چن(1980)	$D_L = 0.55\frac{wu_*}{h^2}$
5	لیو(1980)	$D_L = 0.18\left(\frac{u}{u_*}\right)^{0.5}\left(\frac{w}{h}\right)^2 hu_*$
6	ایوسا و اتاوا(1991)	$D_L = 2\left(\frac{w}{h}\right)^{1.5} hu_*$
7	سئو و چانگ(1998)	$D_L = 5.92\left(\frac{u}{u_*}\right)^{1.43}\left(\frac{w}{h}\right)^{0.62} hu_*$
8	کاسیس و همکاران(1998)	$D_L = 0.6\left(\frac{w}{h}\right)^2 hu_*$
9	لی و هانگ(1998)	$D_L = 5.92\left(\frac{u}{u_*}\right)^{1.2}\left(\frac{w}{h}\right)^{1.3} hu_*$
10	راجیو و دوتا(2009)	$D_L = 2\left(\frac{u}{u_*}\right)^{0.96}\left(\frac{w}{h}\right)^{1.25} hu_*$
11	زاده وکاشفی پور(2007) توکلی	$D_L = 7.428 + 1.775\left(\frac{u}{u_*}\right)^{1.752}\left(\frac{w}{h}\right)^{0.62} hu$
12	کاشفی پور و فاکونر (2001)	$D_L = 10.612\left(\frac{u}{u_*}\right)hu$

روش احجام محدود

استفاده از روش حجم محدود برای محاسبات دینامیک سیالات از دهه 70 توسط محققینی همانند مک‌دونالد ، مک‌کورمک و پاولی، آغاز شده است،ایده اصلی فرمول بندی با استفاده از حجم محدود از نظر درک ساده و از نظر فیزیکی قابل تفسیر است. از دیدگاه فیزیکی این روش بر مبنای ایجاد تعادل در سرتاسر حجم‌های کنترلی است یعنی اینکه مفهوم اولری مورد استفاده قرار می‌گیرد. در روش حجم محدود معادلات اساسی به فرم انتگرالی گسسته می‌شوند. میدان محاسباتی به تعدادی حجم کنترل به گونه‌ای تقسیم می‌شود که هر گره را یک حجم کنترل احاطه کرده و حجم‌های کنترلی دارای حجم‌های مشترک با یکدیگر نباشند. معادله دیفرانسیل روی هر یک از حجم‌های کنترلی انتگرال گرفته می‌شود. روش حجم محدود دو مزیت اساسی دارد. اول، در این روش بقا کمیت‌ها، یعنی جرم، مومنتم و انرژی حفظ می‌شود. شارها بین حجم‌های کنترل مجاور به طور مستقیم در تعادل می‌باشند. دومین مزیت این روش این است که شماهای حجم محدود قابلیت تخمین زدن هندسه‌های پیچیده را دارند. به توجه به ماهیت فیزیکی دو ترم انتقال و پخش در معادله حرکت و با توجه به توصیه محققینی که در بحث مدل سازی انتشار آلودگی کار کرده اند بهتر است این دو ترم به صورت جداگانه گسسته شوند و برای ترم انتقال بهتر است که از شماهای صریح و برای ترم پخش نیز بهتر است از شماهای ضمنی استفاده شود برای استخراج نتیجه نهایی از حل عددی تکنیک time splitting بکار گرفته شده است (منتظری‌نمین، 1383؛ Patankar, 2001؛ Versteeg , 1995)

حل عددی معادله انتقال خالص

با توجه به توضیحات ذکر شده میدان سیال مانند شکل2 به سلول محاسباتی (حجم کنترل) تقسیم می‌شود. تغییرات غلظت داخل حجم کنترل برابر خواهد بود با میزان شاری که از مرز پایین دست خارج می‌گردد. این مسئله را به این صورت می‌توان نوشت.



شکل 2:انتگرال گیری بر روی حجم کنترل در روش حجم محدود

$$\frac{\partial C}{\partial t}+u\frac{\partial C}{\partial x}=0$$
$$\int_t^{t+\Delta t}\frac{\partial C}{\partial t}+u\int_{x-\Delta x/2}^{x+\Delta x/2}\frac{\partial C}{\partial x}=0 \qquad (5)$$
$$\frac{C_i^{n+1}-C_i^n}{\Delta t}=\frac{(uC)^n_{i+1/2}-(uC)^n_{i-1/2}}{\Delta x}$$

مقادیر $(uC)^n_{i-1/2}$ و $(uC)^n_{i+1/2}$ شارهای عبوری از مرزهای بالادست و پایین دست می‌باشند. گاهی این رابطه را فیزیکی‌تر به این صورت بیان می‌کنند که تغییر جرم داخل سلول در یک گام زمانی برابر با تفاضل جرم ورودی و خروجی در آن گام زمانی می‌باشد که به صورت زیر نوشته می‌شود. معادله بالا را می‌توان به شکل کلی روش احجام محدود به صورت زیر نوشت

$$C_i^{n+1} = C_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(F_{i+1/2} - F_{i-1/2}\right) \tag{6}$$

با تعریف مقدار شار عبوری به صورت زیر شمای فرم با دقت مرتبه دوم استخراج می گردد.

$$\begin{aligned}
&F = \frac{C_{i+1} - C_{i-1}}{\Delta x} \\
&c_i^{n+1} = \left(\frac{1}{6}|\varepsilon|^3 - \frac{1}{6}|\varepsilon|\right)c_{i-2}^n + \left(-\frac{1}{2}|\varepsilon|^3 + \frac{1}{2}\varepsilon^2 + |\varepsilon|\right)c_{i-1}^n + \left(\frac{1}{2}|\varepsilon|^3 - \varepsilon^2 - \frac{1}{2}|\varepsilon| + 1\right)c_i^n \\
&+\left(-\frac{1}{6}|\varepsilon|^3 + \frac{1}{2}\varepsilon^2 - \frac{1}{3}|\varepsilon|\right)c_{i+1}^n \\
&\varepsilon = u\,\frac{\Delta t}{\Delta x}
\end{aligned} \tag{7}$$

حل عددی معادله پخش خالص

برای حل عددی ترم پخش معادله انتقال شماهای ضمنی مناسب‌تر می‌باشد که از شمای ضمنی مرکزی از حجم محدود استفاده شده است:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial C}{\partial t} = D_L\,\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \\
&\int_t^{t+\Delta t}\frac{\partial C}{\partial t} = \int_x^{x+\Delta x}\frac{\partial C}{\partial x}\left(D_L\,\frac{\partial C}{\partial x}\right) \\
&C_i^{n+1} = C_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(F_{i+1/2} - F_{i-1/2}\right) \\
&C_i^{n+1} = C_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left[\left(D_{L_{i+1/2}}\,\frac{C_{i+1}^{n+1} - C_i^{n+1} + C_{i+1}^n - C_i^n}{2\Delta x_{i+1/2}}\right) - \left(D_{L_{i-1/2}}\,\frac{C_{i-1}^{n+1} - C_i^{n+1} + C_{i-1}^n - C_i^n}{2\Delta x_{i-1/2}}\right)\right]
\end{aligned} \tag{8}$$

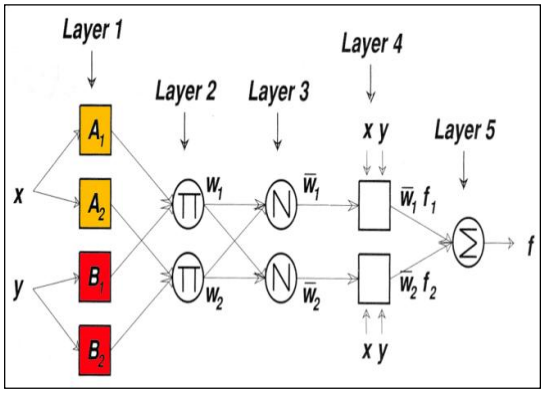
معادله بالا را می‌توان به صورت زیر خلاصه نمود:

$$A_j^1 = -\frac{1}{2}\frac{D_x \Delta t}{(\Delta x)^2}$$
$$A_j^2 = 1 + \frac{D_x \Delta t}{(\Delta x)^2} \qquad (9)$$
$$A_j^3 = -\frac{1}{2}\frac{D_x \Delta t}{(\Delta x)^2}$$
$$A_j^0 = c_j^n + \frac{1}{2}\frac{D_x \Delta t}{(\Delta x)^2}\left(c_{j-1}^n - 2c_j^n + c_{j+1}^n\right)$$

$$A_i^1 C_{i-1}^{n+1} + A_i^2 C_i^{n+1} + A_i^3 C_{i+1}^{n+1} = A_i^0$$

ساختار شبکه عصبی تطبیقی

شبکه عصبی تطبیقی(ANFIS) یک شبکه پیشخور چند لایه می‌باشد که از الگوریتم‌های یادگیری شبکه عصبی و منطق فازی به منظور ترسیم یک فضای ورودی به یک فضای خروجی استفاده می‌کند. شبکه تطبیقی سیستم عصبی(ANFIS) ، نشان داده است که در مدل کردن کارهای عددی مثل مدیریت مخازن مدل کردن سری‌های زمانی هیدرولوژیکی، برآورد رسوب و پیش بینی سطح آب در مخازن بسیار قدرتمند می‌باشد.



شکل3: یک نمونه ساختار مدلANFIS

لایه اول، گره‌های ورودی :هر گره از این لایه، مقادیر عضویتی که به هر یک از مجموعه‌های فازی مناسب تعلق دارند، با استفاده از تابع عضویت تولید می‌کنند. تابع عضویت مجموعه‌های فازی معمولاً توسط توابع فازی سازهای گوسی شکل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mu_{A_i} = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - c_i}{a_i}\right)^{2b_i}} \qquad (10)$$

x: مقدار ورودی به گره i و مجموعه $s_1 = \{a_i, b_i, c_i\}$ پارامترهای تطبیقی نامیده می‌شوند.

لایه دوم، گره‌های قاعده :در لایه دوم، عملگر"و" (AND) به کار برده می‌شود تا خروجی (قوه اشتعال) که نمایانگر بخش مقدم آن قانون است، بدست آید .قوه اشتغال به مقدار درجه ای که بخش مقدم یک قانون فازی برآورده شده، گفته می‌شود و به تابع خروجی آن قانون شکل می‌دهد از این رو، خروجی‌های این لایه، حاصل ضرب درجات مربوط به لایه اول هستند.

لایه سوم، گره‌های متوسط: در این لایهi امین گره، نسبت درجه فعالیت قانون i ام را به مجموع درجه فعالیت کلیه قوانین به صورت زیر نرمال سازی می‌کند.

$$o_i^3 = \overline{w_i} = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \qquad (11)$$
$$i = 1,2$$

$\overline{w_i}$: درجه فعالیت نرمال شده قانون i ام

لایه چهارم، گره‌های نتیجه: در این لایه خارجی هر گره برابر است با:

$$o_i^4 = \overline{w_i} f_i = \overline{w_i}(p_i x_i + q_i x_2 + r_i) \qquad (12)$$
$$i = 1,2$$

مجموع $S_2 = \{p_i, q_i, r_i\}$ پارامترهای متعاقب نامیده می‌شوند.

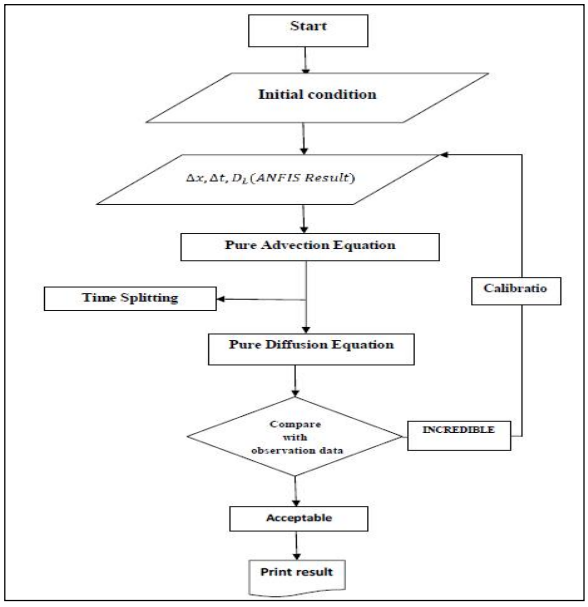
لایه پنجم، گره‌های خروجی: در این لایه هر گره مقدار خروجی نهایی را به صورت زیر محاسبه می‌نماید (تعداد گره‌ها برابر تعداد خروجی‌هاست):

$$O_i^5 = \sum_{i=1}^{n} \overline{w_i} f_i = \frac{\sum_{i=1}^{4} w_i f_i}{\sum_{i=1}^{4} w_i} \qquad (13)$$

در مدل نرو فازی زمانی عمل شبیه سازی به درستی انجام شده است که مجموعه پارامترهای تطبیقی S_1 و مجموعه پارامترهای متعاقب S_2 طوری تخمین زده شوند که مقدار تابع خطای مدل در بخش آموزش و آزمایش به حداقل برسد .تعداد و نوع ورودی‌ها و همچنین شکل تابع عضویت از عوامل تأثیرگذار بر مدل نرو فازی می‌باشد.

فلوچارت مدل توسعه داده شده

در این مقاله برای مدل سازی انتشار آلودگی به سه قسمت معادله حرکت یعنی ضریب پخشیدگی ، ترم انتقال خالص وترم پخش خالص و به صورت جداگانه پرداخته شده است. برای تخمین ضریب پخشیدگی مدل شبکه عصبی تطبیقی توسعه داده شده و برای دو ترم انتقال و پخش این معادله به خاطر اینکه رفتار فیزیکی کاملاً متفاوتی دارند شمای متفاوتی در نظر گرفته شده است. برای ترم انتقال شمای صریح و برای ترم شم ضمنی را در نظر گرفته و جواب حل عددی این دو را با روش time Splitting ترکیب شده بدین صورت که دریک گام زمانی ابتدا ترم انتقال خالص حل می‌شود و جواب حل معادله انتقال را در همان گام زمانی به عنوان ورودی حل عددی شمای ضمنی معادله پخشیدگی می‌دهد مانند شکل4 و در نهایت بعد از اجرای مدل نتایج مدل با دادهای صحرایی مقایسه می‌شود ورودی مدل شامل شرایط اولیه ،تخمین ضریب پخشیدگی با مدل شبکه عصبی تطبیقی (ANFIS) توسعه داده و گام‌های زمانی و مکانی می‌باشد.



شکل 4: فلوچارت مدل عددی توسعه داده شده

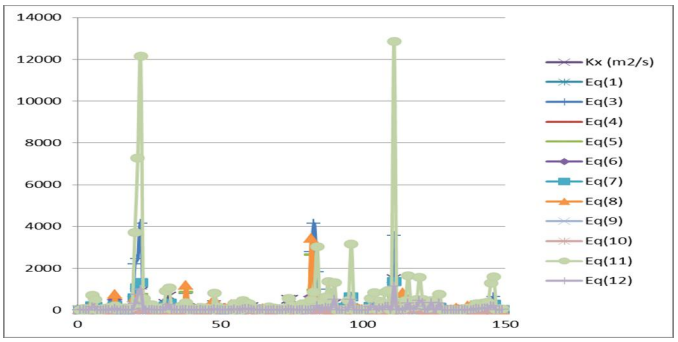
بحث و نتایج

ارزیابی فرمولهای تجربی

در ابتدا به ارزیابی فرمولهای تجربی پرداخته شده که دقت تخمین این فرمول ها محک زده شود،همان طور که در جدول 2 و شکل5 نشان داده شده است این فرمولها دارای دقت کافی و مطلوب نمی باشدو در بهترین حالت معادله کاشفی پور و توکلی زاده (شماره11 در جدول1) دارای دقتی برابر با $R^2 = 0.74$ می‌باشد. بنابراین استفاده از چنین معادلاتی برای تخمین ضریب پخش دارای خطای قابل توجهی می‌باشد

جدول2:نتایج محاسبه شاخص‌های خطا برای فرمولهای تجربی

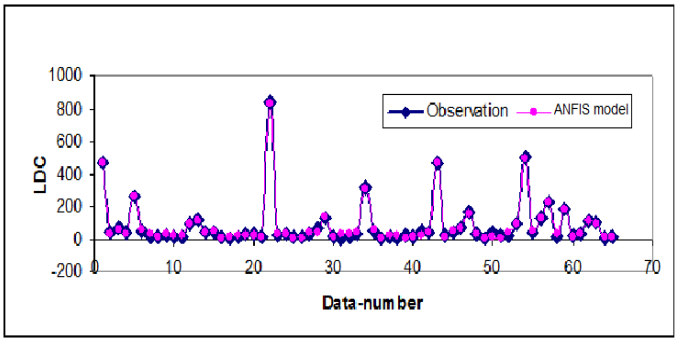
معادلات	Eq1	Eq2	Eq3	Eq4	Eq5	Eq6
R^2	۰/۰۵	۰/۰۲	۰/۴	۰/۰۳	۰/۱	۰/۱۵
RSME	۱۹۸/۶	۱۰۵۳۳۱۰	۵۸۳/۹	۱۹۸/۶	۲۶۷	۱۶۹/۷
معادلات	Eq7	Eq8	Eq9	Eq10	Eq11	Eq12
R^2	۰/۷۶	۰/۰۴	۰/۶۵	۰/۳۸	۰/۷۴	۰/۶۹
RSME	۹۹/۵	۳۴۰	۱۴۹/۸	۱۸۸/۵	۱۵۱۶	۱۰۲/۱۴



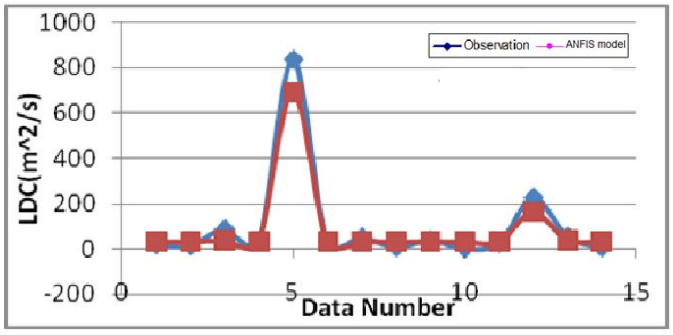
شکل5:نتایج فرمولهای تجربی محاسبه ضریب پخش

نتیجه حاصل از روش ANFIS

مدل توسعه داده شده برای روش ANFIS دارای چهار ورودی می‌باشد که هرکدام از رودی‌ها دارای چهار تابع عضویت گوسینی (gaussmf) می‌باشد.عملکرد مدل توسعه داده شده در مراحل مختلف آموزش ،صحت سنجی و آزمایش در اشکال 6و7 و همچنین پارامترهایی که برای محاسبه خطا مدل در مراحل مختلف مد نظر است در جدول3 آورده شده است پارامترهای R-Square, RMSE,MAPEو Er محاسبه شد و در جدول 5 آمده است.



شکل6: عملکرد شبکه تطبیقی عصبی در مرحله آموزش



شکل7: عملکرد شبکه تطبیقی عصبی در مرحله ارزیابی

نتایج مدل ANFIS نشان می‌دهد که مدل توسعه داده شده توانایی بسیار مناسبی در جهت پیش بینی ضریب پخشیدگی دارد.

جدول5: پارامترهای آماری محاسبه شده برای عملکرد شبکه تطبیقی عصبی

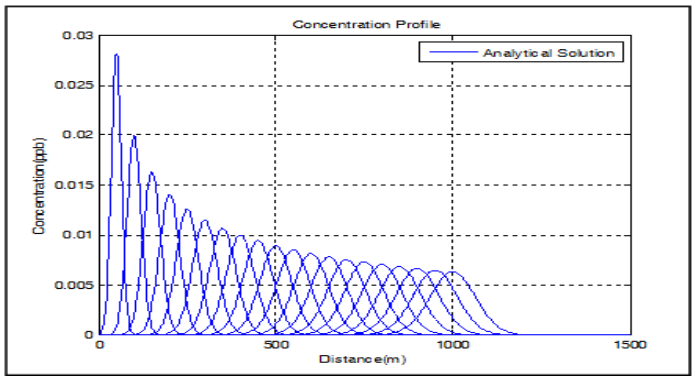
خطا	R^2	RMSE	MPAE	Er	MBE
Train	۰/۹۹۵	۹/۶۵	۴۱/۴۶	۹/۴۷	-۰/۰۶
Validation and test	۰/۹۲۶	۴۶/۶۶	۶۱/۹۹	۳۸/۷۳	۷/۶۴

حل تحلیلی

حل تحلیلی معادله (1) با شرایط مرزی و هندسی ساده موجود می باشد و منجر به یک توزیع نرمال گوسی می‌شود که به حل گوسی هم معروف می‌باشد ویژگی حل گوسی و نمایش پروفیل غلظت به صورت تابع توزیع نرمال این است که پیک غلظت با عکس مجذور زمان ومکان (فاصله) کاهش می‌یابد. حل تحلیل معادله انتقال پخش با تزریق لحظه‌ای(ناگهانی) آلاینده به داخل آبراهه به صورت شکل 8 ظاهر می‌شود.

$$C\left(\pm\infty,t\right)=0, C\left(0,x\right)=M$$
$$C\left(x,t\right)=\frac{M}{\sqrt{4\pi D_L t}}\exp\left(\frac{-\left(x-ut\right)^2}{4D_L t}\right) \qquad (14)$$

در این فرمول M: جرم مواد آلاینده، x_{inj} :محل تزریق آلودگی، x : طول رودخانه می‌باشد.در شکل زیر حل تحلیلی معادله حرکت با شرایط آورده شده است.

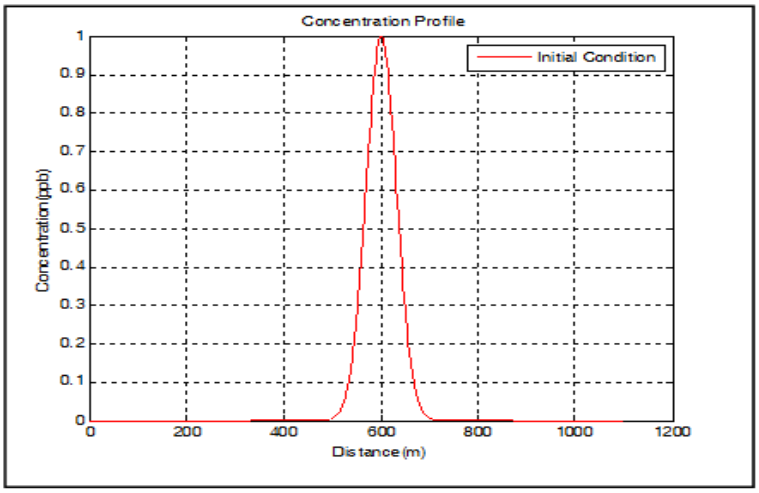


شکل8 : حل تحلیل معادله انتقال پخش کلاسیک با تزریق لحظه‌ای آلاینده

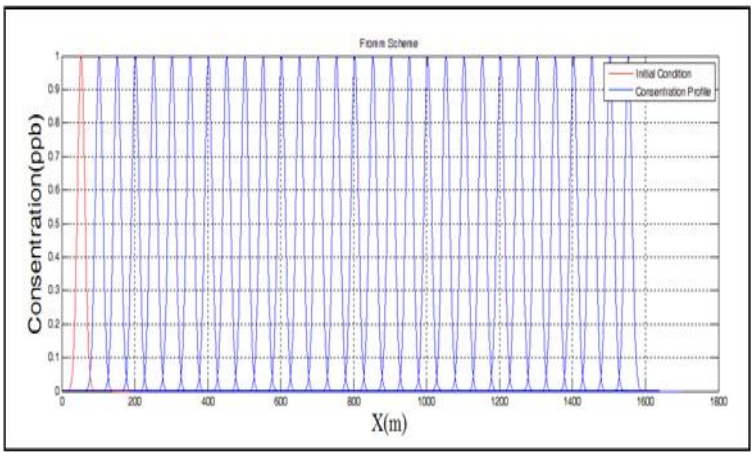
حل معادله انتقال خالص

نتیجه حاصل از اجرای برنامه کامپیوتری توسعه داده شده در محیط نرم افزار Matlab برای شمای فروم استخراج شده از روش حجم محدود و با غلظت اولیه و شرایط مرزی درنظر گرفته شده در شکل9 به صورت شکل10 می‌باشد. اطلاعات مورد استفاده در برنامه کامپیوتری توسعه داده شده به شرح زیر می‌باشد.

$$\Delta x = 8m, \Delta t = 2s, u = 0.9m/s$$
$$T = 50s, \varepsilon = 0.25$$



شکل 9: غلظت اولیه در نظر گرفته شده



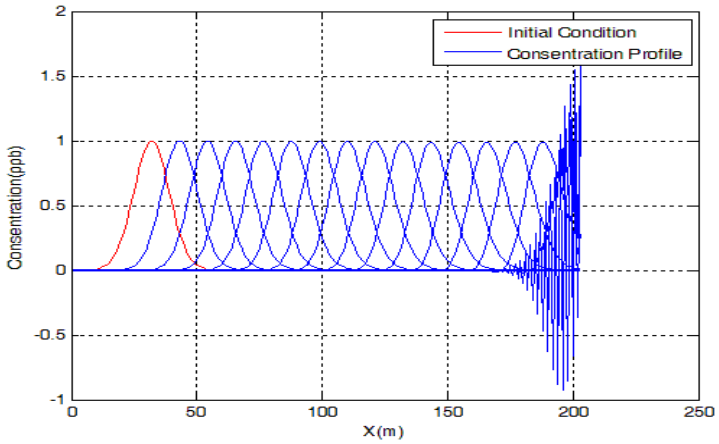
شکل 10: حل عددی معادله انتقال خالص به روش فروم

همانطور که از شکل 10 بر می‌آید معادله انتقال خالص با شرایط اولیه شکل9 برای حدود 1/6 کیلومتر از رودخانه حل شده استکه حـاکی از دقت بالای این شمای عددی می‌باشد زیرا بعد از طی مسافت قابل توجهی از رودخانه باز توانسته شکل و پیک غلظت آلودگی را ماننـد شرایط اولیه به پایین دست هدایت نماید.

حل معادله انتقال خالص به روشهای ضمنی

همانطور که قبلا ذکر شده برای ترم انتقال خالص استفاده از شماهای صریح بسیار مناسب می‌باشد همانطور که در شکل 11 مشاهده می‌شود. برای حل عددی ترم انتقال شمای کرنک نیکلسون را درنظر گرفته شده است که نوسانات شدید عددی در نتایج مدل اجرا شده به وضوح مشهود می‌باشد

$$\Delta x = 8m, \Delta t = 2s, u = 0.9m/s$$
$$T = 50s$$

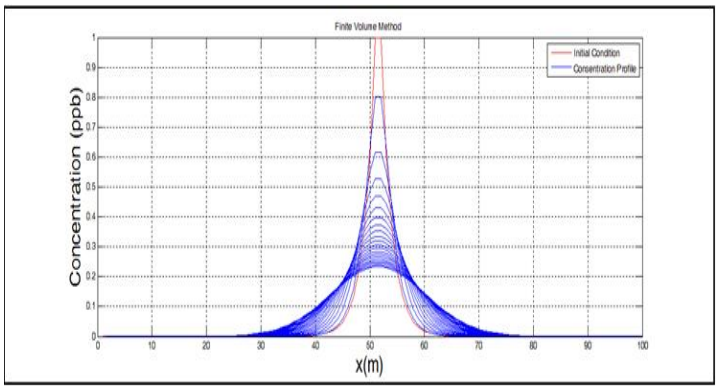


شکل11: حل معادله انتقال خالص به روش کرانک نیکلسون

حل معادله پخش خالص

روش حجم محدود با شمای مرکزی که دقتی مناسب در جهت مدل سازی عددی دارد برای حل عددی معادله پخش خالص به کار گرفته شده است نتیجه اجرای برنامه کامپیوتری ارائه شده برای حل عددی معادله پخش خالص به روش حجم محدود ضمنی با شرایط اولیه در نظر گرفته شده مطابق شکل10 به صورت زیر می‌باشد اطلاعات مورد استفاده در برنامه کامپیوتری توسعه داده شده به شرح زیر می‌باشد.

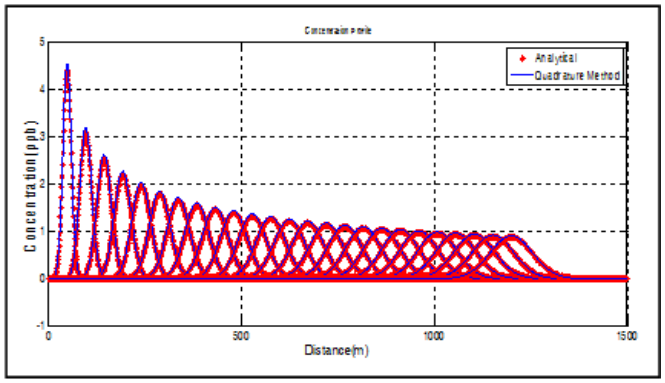
$$\Delta x = 8m, \Delta t = 2s, u = 0.9m/s$$
$$T = 50s$$



شکل 12: حل عددی معادله پخش خالص به روش حجم محدود

مقایسه با حل تحلیلی معادله انتقال پخش

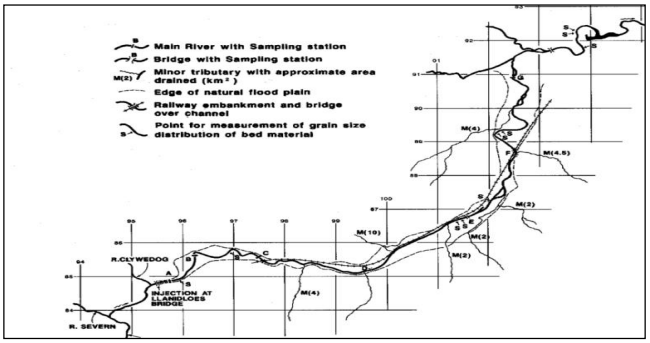
برای بررسی اولیه درستی عملکرد مدل توسعه داده شده یک موج غلظت غلظت با فرمول (14) و شکل9 به عنوان غلظت اولیه نظرگرفته شده است. توزیع غلظت اولیه در نظر گرفته شده به صورت منحنی گوسینی می‌باشد.در نرمودارهای زیر پروفیل غلظت در هر 40 ثانیه یک بار پلات شده است و البته پیک غلظت برای نمایش بهتر در شکل خروجی حدود 4/5 برابر شده است لازم به ذکر است که ضریب پخش مدل عددی و تحلیلی یکسان در نظر گرفته و گامهای مکانی و زمانی به ترتیب 4متر و 2ثانیه در نظر گرفته شده است.



شکل13: نتایج مدل عددی و حل تحلیلی

اعتبارسنجی مدل عددی ارائه شده با دادهای مشاهداتی رودخانه Severn

در پژوهشی که توسط Atkinson وهمکاران (2000)به عنوان مطالعه موردی بر روی رودخانه Severn در انگلستان انجام شده است. ماده مورد استفاده (RhodamineWT %20) است که به عنوان ردیاب مد نظر قرار گرفته است. این ماده به صورت آنی به رودخانه تزریق شده و بازه ای از رودخانه که دارای طولی حدود 14 کیلومتر است مورد مطالعه قرار گرفت. بازه انتخاب شده بین Lanidloes و Caersws انتخاب شده است.



شکل 14: نمایی از مسیر رودخانه سورن (Severn River)در انگلستان

برای نمونه گیری از هفت ایستگاه در پایین دست محل تزریق ردیاب استفاده شده است مختصات ایستگاه‌های اندازه گیری شده در جدول 2 آمده است. ماده ردیاب به غلظت (ppb)1000 به صورت ناگهانی و آنی به داخل رودخانه تزریق شده است .شرایط هندسی و هیدرولیکیجدول 3 ایستگاه‌های اندازه گیری ابتدا به مدل نروفازی ارائه شده تا ضریب پخشیدگی مربوط به هر ایستگاه استخراج گردد و در ادامه غلظت اولیه و شرایط تخلیه ناگهانی به کد نرم افزاری توسعه داده شده در محیط نرم افزار Matlab معرفی و پس از واسنجی و کالیبراسیون برای ایستگاه A به محاسبه و پیش‌بینی پروفیل غلظت در ایستگاه B ،C و Dپرداخته شد. نتایج حاصل از واسنجی و پیش بیتی پروفیل غلظت درجدول 4 و شکل‌های (15تا 17) آورده شده است.

جدول 2: مختصات جهانی ایستگاه‌های اندازه گیری

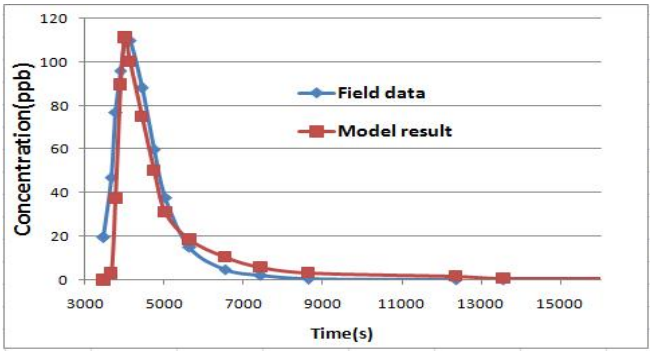
Site	Informed name	u.k national grid reference	distance
Injection	Lianidloes bridge	۵۴۹۸۴۷۹SN	۲۱
A	Lianidloes bridge	۹۵۷۰۸۴۸۸SN	۰
B	dol-Iiys	۹۶۲۱۸۵۶۱SN	۱۱۷۵
C	Morfodion ford	SN ۹۷۴۸۸۵۵۸	2875
D	Dolwen	SN ۹۹۶۵۸۵۱۸	۵۲۷۵

Station	Distance from injection(m)	$A(\hat{m}2)$	$Q(\hat{m}3/s)$	$V(m/s)$
A	210	10/62	7/33	0/69
B	1175	9/13	7/03	0/77
C	2875	10/81	7/27	0/67
D	5275	10/58	7/51	0/71

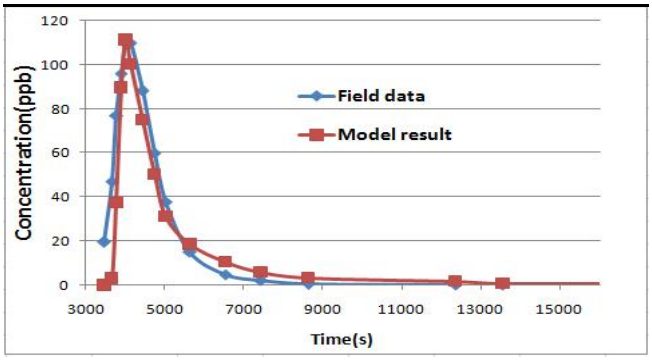
جدول 3: مختصات هندسی و هیدرولیکی مقاطع اندازه گیری

جدول4: مقادیر پارامترهای بکارگرفته شده در مدل توسعه داده شده برایایستگاه‌های D,C,B

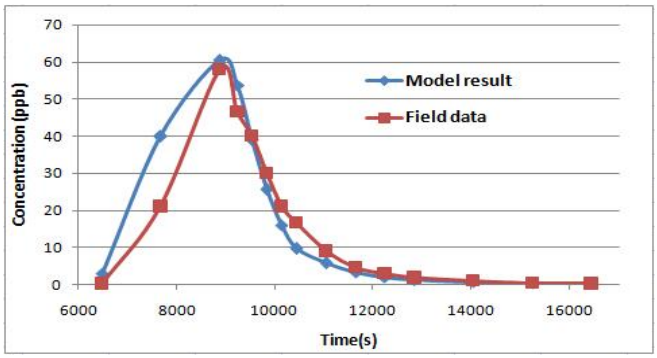
Station	$\Delta x\,(m)$	$\Delta t\,(s)$	$D_L(m^2/s)$	R^2
B	4	2	20/05	0/98
C	4	2	12/57	0/95
D	4	2	10/89	0/91



شکل 15: نتایج حاصل از مدل عددی با دادهای مشاهداتی برای ایستگاه B



شکل 16: نتایج حاصل از مدل عددی با دادهای مشاهداتی برای ایستگاه C



شکل 17: نتایج حاصل از مدل عددی با دادهای مشاهداتی برای ایستگاه D

نتیجه گیری کلی

رودخانه‌ها نقش بسیار مهمی را در انتقال آلودگی ایفا می‌نمایند. انتقال آلودگی در رودخانه‌ها تحت تأثیر عوامل مختلفی مانند عوامل فیزیکی، شیمیایی و بیولوژیکی می‌باشد. برای مدل سازی انتقال آلودگی در رودخانه‌ها نیاز به گسسته سازی معادله حرکت می باشد که البته این گسسته سازی باید با روش و شماهای مناسب و قابل قبولی انجام گیرد. در فرایند مدل سازی علاوه بر کمک گیری از روشهای عددی نیاز به تخمین ضریب پخشیدگی می باشد برای محاسبه ضریب پخشیدگی روشهای ریاضی و تجربی فراوانی پیشنهاد شده است . روش‌های تجربی به علت خطای زیاد و روشهای ریاضی نیز به علت پیچیدگی‌های زیاد مورد قبول واقع نشده اند بنابراین استفاده از روش‌های هوش مصنوعی جهت تخمین ضریب پخشیدگی اجتناب تاپذیر می باشد.در این مقاله برای گسسته سازی معادله حرکت از روش حجم محدود استفاده شد.روش حجم محدود حالت کلی برای حل معادلات دیفرانسیل می باشد که تفاضل محدود با شماهای مختلف حالت خاص و ساده شده آن می باشد. برای تخمین ضریب پخشیدگی نیز ازبین روشهای هوش مصنوعی روش شبکه عصبی تطبیقی استفاده شده است زیرا عدم قطعیت کمتر و یا قابلیت اطمینات بیشتری نسبت به سایر روشهای هوش مصنوعی توسط محققین مختلف به اثبات رسیده است.برای تخمین ضریب پخشیدگی در هرمقطع پارامترهای هندسی و هیدرولیکی وارد مدل شبکه عصبی تطبیقی شده و ضریب پخش با دقت بسیار مناسبی تخمین زده و این ضریب همراه گامهای مکانی و زمانی وارد مدل عددی شده است. مدل توسعه داده شده با حل تحلیلی و دادهای صحرایی رودخانه Severn صحت سنجی شد نتایج نشان میدهد که مدل عددی و هوش مصنوعی اریه شده از دقت بسیار مناسبی جهت مدل سازی انتشار آلودگی در رودخانه‌ها برخوردار می‌باشد.مقدار انحراف و تفاوت بین نتایج مدل توسعه داده شده با مشاهدات صحرایی علاوه بر خطاهای عددی و کامپیوتری ناشی از پدیده ناحیه ماندابی می باشد که مدل‌هایی کلاسیک قادر به مدلسازی تاثیر این ناحیه نمی باشد.

منابع

احمدی،م.م.، و قادری،ک. (1389). توسعه مدل دوبعدی حل معادله جابجایی، پخش با استفاده از حجم محدود. دومین کنفرانس سراسری مدیریت جامع منابع آب ،کرمان.

احمدی،م. م. و قادری،ک. (1389). تحلیل خطی پایداری و خطای شماهای مختلف حل معادله انتقال -پخش بروش احجام محدود. دومین کنفرانس سراسری مدیریت جامع منابع آب، کرمان.

پارسائی، ع. (1391). مدل عددی معادله انتقال پخش در رودخانه‌هاب با ناحیه ماندابی. پایان نامه کارشناسی ارشد ،گروه مهندسی آب دانشگاه شهید باهنرکرمان

پارسائی،ع. احمدی،م .م، و قادری،ک. (1390). توسعه مدل عددی انتشارآلودگی در رودخانه‌ها با پهنه ماندابی به کمک محاسبات کسرهای جزئی ،یازدهمین کنفرانس هیدرولیک ایران ، ارومیه.

پارسائی،ع. احمدی،م .م.، و قادری،ک. (1390). مدلهای ارائه شده برای انتقال آلودگی در رودخانه‌های با ناحیه ماندابی یازدهمین سمینار سراسری آبیاری و کاهش تبخیر،کرمان.

پارسائی،ع.، احمدی،م .م.،و قادری،ک. (1391). پیش بینی ضریب پخش آلودگی به کمک روش دسته بندی گروهی دادها(GMDH). یازدهمین کنفرانس هیدرولیک ایران ،ارومیه.

پور مقدم، م.، کوچک زاده، ص. (1388). بررسی تأثیر شیب طولی بر ضریب اختلاط عرضی با روش جدید عکسبرداری هوایی. هشتمین کنفرانس هیدرولیک ایران، دانشگاه تهران.

پور مقدم، م. وکوچک زاده، ص. (1389). مطالعه اثر زبری بستر بر ضرایب انتشار و پخشیدگی مواد محلول در مقاطع مرکب.'' پنجمین کنگره ملی مهندسی عمران، مشهد.

ریاحی مدوار، ح.، و ایوب زاده، س.ع.(1387). تخمین ضریب پراکندگی طولی آلودگی با استفاده از سیستم استنتاج فازی_عصبی انطباقی، نشریه آب و فاضلاب (67).34-46.

قادری، ک. و احمدی، م. م. (1389). حل عددی معادله انتقال پخش به روش حجم محدود در جریانهای غیر ماندگار. طرح پژوهشی اعضای هیئت علمی دانشگاه شهید باهنر کرمان

کاشفی پور، س. م. و توکلی زاده، ا. ع.(1384). مدل سازی وحل عددی معادله دینامیکی پخش، انتشار وانتقال وانتشار رسوب وآلودگی به کمک روش ترکیبی UQوFTCS. پنجمین کنفرانس هیدرولیک ایران، کرمان.

محمودیان شوشتری، م.(1388).'' اصول جریان در مجاری روباز.'' انتشارات دانشگاه شهید چمران.اهواز.

مستوفی زاده، ش. کاشفی پور، س. م. و ظهیری، ج.(1387). تاثیر ترم منبع روی دقت پیش بینی رابطه دینامیکی ADEبرای رسوب معلق. اولین کنفرانس سراسری مدیریت جامع بهره برداری آب، کرمان.

مستوفی زاده، ش. و کاشفی پور، س. م. (1387). بررسی تاثیر روش حل عددی در دقت پیش بینی معادله انتقال پخش در مدل سازی BOD در رودخانه. اولین کنفرانس سراسری مدیریت جامع بهره برداری آب، کرمان.

منتظری‌نمین، م. (1383). دوره کوتاه مدت روش‌های عددی در مهندسی سواحل. گزارش دوره آموزشی، سازمان بنادر و کشتیران.

نجفی جیلانی، ع. و بنی‌هاشمی، م. (1380).'' کاربرد روشهای عددی دقیق در مدل سازی توزیع آلودگی در رودخانه‌ها.'' سومین کنفرانس هیدرولیک ایران، دانشگاه تهران.

Al-lawatia, m. (2012). solution of advection diffusion equations in two space dimensions by a rational eulerian lagrangian localized adjoint method over hexagonal . intenational journal of numerical analysis and modeling, 1, pp:43–55.

Ataie-Ashtiani, B.and Hosseini,S .A. (2005). Error analysis of finite difference methods for two-dimensional advection–dispersion–reaction equation. "Journal of advances in Water Resources, 28 ,pp:793–806.

Ataie-Ashtiani, B., lockington, D. A. and Volker, R. E. (1999) . Truncation errors in finite difference models for solute transport equation with first-order reaction. Journal of Contaminant Hydrology, 35, pp:409–428.

Atkinson, T.C. and Davis, P.M. (2000). Longitudinal Dispersion in natural channel:1Experimental results from the river Severn,UK. Journal of Hydrology and Earth Science, 4(3) , pp:345-353.

Azamathulla, H. M. and Wu, F. C. (2011). Support vector machine approach for longitudinal dispersion coefficients in natural streams. Appl. Soft Comp., 11(2), pp:2902-2905.

Davis, P.M and Atkinson, T.C. (2000). Longitudinal dispersion in natural channel:3.an aggregated zone model to the river severn ,U.K. Journal of Hydrology and Earth Systm Sciences,4(3) , pp:373-381.

Davis, P.M. ,Atkinson, T.C. and wigely,T .M .L. (2000). Longitudinal dispersion in natural channel:2.the role of shear flow dispersion and dead zone in river severn ,U.K Journal of Hydrology and Earth Systm Sciences,4(3) , pp:355-371 .

kashefipour, S. M. and Falconer, R.A. (1997). Longitudinal dispersion coefficients in natural channels. Journal of Water Research, 36.pp:1596–1608.

Kumar.M.(2009). Analytical solutions of one-dimensional advection-diffusion equation with variable coefficients in a finite domain. Journal of Earth Syst, 118,pp: 539–549.

Patankar, S. (2001). Numerical Heat transfer and fluid flow, 4(3) ,pp: 355-371 .

Riahi-Madvar ,H., Ayyoubzadeh, S.A., Khadangi, E.and Ebadzadeh, M. M (2009) .An expert system for predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams by using ANFIS. Expert Syst 36 (4):pp: 8589–8596.

Saberi Najafi, H. (2008) . Solving One-Dimensional Advection-Dispersion with Reaction Using Some Finite-Difference Methods. Journal of Applied Mathematical Sciences, 53, pp:2611 – 2618.

Seo,W. and Cheonlf,T. (1998). predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams. Journal of Hydraulic Engineering,124,pp: 24-32.

Versteeg, H. K. (1995). Introduction to Computiational fluid dynamic (The finite volume method). Springer Science. , 36.pp: 1596–1608.

WALLIS,S. (2008) . The numerical solution of the Advection-Dispersion Equation:A review of some basic principles. Institute of Geophysics, Polish Academy of Sciences. 4(3) , pp:373-381.