

تحلیل و شبیه سازی عددی تیر آزاد تحت بار ضربه‌ای متمرکز

رضا محمدی پور^۱، ابراهیم حریربافان^۲ و سید محسن محسنی شکیب^۳
Rmohamadipoor@gmail.com

چکیده

در این مقاله تیر آزاد (بدون تکیه گاه) در هر مقطع در طول دهانه تیر، در معرض یک بار ضربه‌ای پله‌ای متمرکز قرار می‌گیرد. جنس تیر، صلب پلاستیک کامل فرض می‌شود. حل بدست آمده برای ترکیب‌های مختلفی از مقدار و مکان بار و همچنین نسبت جذب انرژی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از حل تحلیلی نشان می‌دهد برای تیر با انتهای آزاد که بار اعمالی، کمتر از بار بحرانی باشد، تیر مانند جسم صلب عمل می‌کند و هنگامی که بیشتر باشد با توجه به موقعیت اعمال بار سه مکانیزم مختلف می‌توان در نظر گرفت. نتایج حاصل از شبیه‌سازی، با نرم افزار ABAQUS و مشاهدات تجربی و حل تحلیلی مقایسه شده و تطابق مناسبی بین این نتایج، مشاهده گردید.

کلیدواژه:

تیر آزاد- لولای پلاستیک- ضربه دینامیکی - پاسخ دینامیکی - کار پلاستیک

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه امام حسین (ع)

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه امام حسین (ع)، harirbafan.e@gmail.com

۳- استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه امام حسین(ع)

۱ - مقدمه

در طراحی مقدماتی تیرهای تحت ضربه معمول است که از روش‌های استاندارد استاتیکی استفاده شود و در حالت دینامیکی نتایج در یک ضریب بزرگنمایی ضرب می‌شود. آزمایشی که روی یک بدنه اتوبوس (با اندازه آزمایشگاهی) انجام شد [۱]، نشان داد که در بار استاتیکی، فشاری محوری، فروریزش پلاستیکی مشابه ستون اولر رخ می‌دهد و حال آنکه در ضربه دینامیکی از جلو، بیشتر در محل ضربه تغییر شکل پلاستیکی رخ می‌دهد و بقیه قسمت‌های آن کمتر تحت تاثیر قرار می‌گیرد. مطالعه در این زمینه به منظورهای مختلف، جذب انرژی در خودروها، رفتار سازه‌های ساختمانی در مقابل زلزله و برخی مسائل مهندسی دیگر انجام می‌گیرد. همچنین رفتار دینامیکی اشیاء پرنده، مانند موشک‌ها، پرتابه‌ها، هواپیماها و فضاپیماها می‌تواند تقریباً به صورت یک تیر آزاد (بدون تکیه‌گاه) مدل بندی شود که عضو اصلی و مهمی در سازه‌هایی است که هیچ تکیه‌گاهی در طول آنها وجود ندارد. هنگامی که تیر آزاد در معرض یک بار دینامیکی قوی قرار می‌گیرد، علاوه بر تغییر فرم‌های الاستیک - پلاستیک، حرکت چرخشی و انتقالی را همانند جسم صلب تجربه می‌کند. بنابراین رفتار آنها تفاوت قابل توجهی با تیرهایی که در انتها دارای تکیه‌گاه هستند، دارد.

لی و سایموندز^۱ رفتار دینامیکی تیر آزاد در معرض انواع مختلف بارهای ضربه‌ای را مطالعه کردند و با اختیار مواد ایده‌آل صلب - پلاستیک کامل تحلیل را بسیار ساده کردند [۲]. آنها محل لولای پلاستیک را پیش بینی کردند و فازهای مختلف رفتار دینامیکی تیر، ناشی از پیکربندی لولاها را مورد بحث قرار دادند. جونز و ویرزبیکس^۲ شکست پلاستیکی تیر آزاد با مقطع یکنواخت/ پله‌ای در معرض بارهای ضربه‌ای با توزیع مستطیلی/ مثلثی را مورد مطالعه قرار دادند و مکانیزم شکست تیر آزاد را بوسیله تشکیل لولای پلاستیک ثابت در مرکز تیر را نشان دادند. طبق تحقیقات آنها فقط ۲۵٪ انرژی خارجی به صورت تغییر فرم پلاستیک جذب می‌شود [۳].

یانگ^۳ که رفتار تیر آزاد در معرض بار ضربه‌ای پله‌ای - متمرکز را بررسی کرد، مشاهده کرد که جذب انرژی پلاستیک همیشه کمتر از ۳۳٪ انرژی ورودی است [۴].

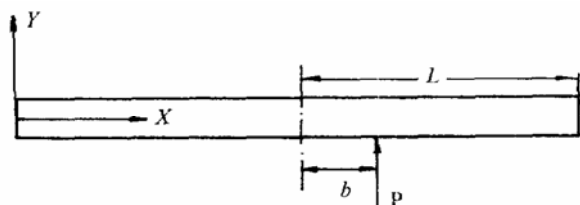
۲ - حل تحلیلی

برای ساده کردن تحلیل سازه‌ها تحت بار استاتیکی از فرض‌های ساده‌کننده‌ای استفاده می‌شود، در تحلیل رفتار دینامیکی سازه‌ها نیز از همان فرض‌های ساده‌کننده استفاده می‌شود [۵،۱]:

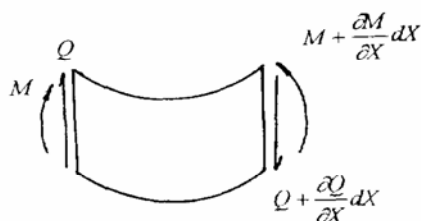
- ۱- معمولاً جسم ایده‌آل صلب - پلاستیک کامل فرض می‌شود. این فرض به مقدار قابل ملاحظه‌ای تحلیل را ساده می‌کند و در عین حال برآورد خوبی از بارهای فروریزش سازه‌ها بدست می‌دهد. نتایج بدست آمده با این فرض هماهنگی خوبی با نتایج تجربی دارد.
- ۲- تیر دارای مقطع و چگالی یکنواختی در تمام طول تیر است.
- ۳- از اثر نیروی برشی در شرایط تسلیم صرف نظر شده است.
- ۴- از اثر نرخ کرنش در روابط صرف نظر شده است.
- ۵- بار دینامیکی اعمالی به صورت پله‌ای - متمرکز می‌باشد.

۲-۱- حرکت جسم صلب

یک تیر آزاد به طول $2L$ که در معرض بار ضربه‌ای پله‌ای p در فاصله b نسبت به وسط تیر قرار دارد، را در نظر بگیرید. شکل (۱)



(a)



(b)

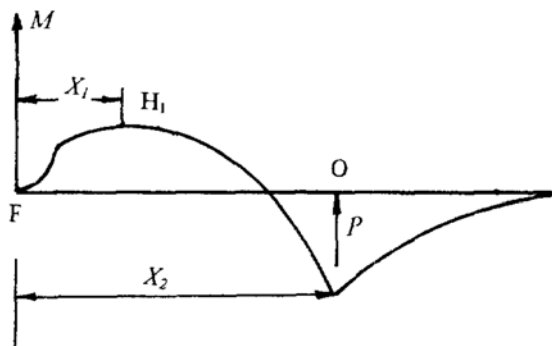
شکل (۱): (a) تیر آزاد صلب - پلاستیک کامل (b) تغییر فرم المانی از تیر

خم تیر W کوچک است. معادلات حرکت چرخشی و انتقالی برای یک المان از تیر بدین صورت می‌باشند:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + m \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \quad (1a)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = Q \quad (1b)$$

که m جرم واحد طول تیر و $M(x,t)$ و $Q(x,t)$ به ترتیب ممان خمشی و نیروی برشی انتقالی هستند.



شکل (۲): توزیع ممان خمشی در طول تیر

با مساوی قرار دادن $|M_1|=|M_2|$ نتیجه می‌دهد:

$$\beta^2 (1 - \beta^2)^2 - \frac{4(3\beta - 1)^3}{27} = 0 \quad (7)$$

که $\beta = \frac{b}{L}$ و $0 \leq \beta \leq 1$ و جواب معادله (۷) برابر است:

$$\beta_c = 0.6595 \quad (8)$$

برای $\beta < \beta_c$ ، $|M_1| < |M_2|$ ، ممان پلاستیک M_p در مقطع O در $X_2=L+b$ واقع می‌شود:

$$p = PL / M_p = \frac{4}{(1 - \beta^2)^2} \quad (9)$$

و برای $\beta > \beta_c$ ، $|M_1| > |M_2|$ ، ممان پلاستیک M_p در مقطع H_1 در $X_1=2L(1-L/3)$ ، $M_1=M_p$ واقع می‌شود:

$$p = PL / M_p = 27\beta^2(3\beta - 1)^3 \quad (10)$$

بنابراین مقدار بار P_{c1} به صورت زیر می‌باشد:

$$P_{c1} = \begin{cases} \frac{4}{(1 - \beta^2)^2} & 0 \leq \beta < 0.6595 \\ \frac{27\beta^2}{(3\beta - 1)^3} & 0.6595 \leq \beta \leq 1 \end{cases} \quad (11)$$

و برای $P < P_{c1}$ تیر به صورت جسم صلب حرکت می‌کند.

برای حالتی که بار کوچک است، ممان خمشی هرگز به ممان خمشی کاملاً پلاستیک M_p نمی‌رسد. بنابراین تیر به صورت یک جسم صلب حرکت می‌کند و حرکت آن به دو صورت، حرکت انتقالی مرکز جرم با شتاب a و حرکت چرخشی با شتاب زاویه‌ای α می‌باشد:

$$a = p / 2Lm \quad (2a)$$

$$\alpha = 3pb / 2mL^3 \quad (2b)$$

که، شتاب یک المان اختیاری واقع در فاصله x از تیر به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \frac{p}{2Lm} - \frac{3pb(L-x)}{2mL^3} \quad (3)$$

با قرار دادن معادله (۳) در روابط (۱a) و (۱b)، ممان خمشی و نیروی برشی بدست می‌آیند:

$$Q = -x \left[\frac{p}{2L} - \frac{3pb}{2L^3} \left(L - \frac{x}{2} \right) \right] \quad (4a)$$

$$M = -x^2 \left[\frac{p}{4L} - \frac{3pb}{2L^3} \left(\frac{L}{2} - \frac{x}{6} \right) \right] \quad (4b)$$

بر طبق دیاگرام توزیع ممان خمشی در طول تیر در شکل (۲)، ماکزیمم ممان خمشی در دو نقطه اتفاق می‌افتد:

$$X_1 = 2L \left(1 - \frac{L}{3b} \right) \quad (5a)$$

$$X_2 = L + b \quad (5b)$$

بنابراین اگر $b < L/3$ باشد، ماکزیمم ممان خمشی فقط در $x=L+b$ رخ می‌دهد و برای حالتی که $b > L/3$ است در دو نقطه بالا ماکزیمم ممان خمشی مطابق روابط زیر رخ می‌دهد.

$$|M_1| = Pb \left(1 - \frac{L}{3b} \right) \quad \text{at } X_1 \quad (6a)$$

$$|M_2| = \frac{P(L^2 - b^2)^2}{4L^3} \quad \text{at } X_2 \quad (6b)$$

۲-۲- مکانیزم تک لولا

برای مقادیر بزرگ بار $(p > p_{c1})p$ یک لولای پلاستیک ممکن است در دو نقطه ۰ یا H_1 با توجه به موقعیت بار، β_c ، تشکیل شود. اگر فرض کنیم:

$$\xi = x / L, \quad p = PL / M_p$$

$$\tau = t (M_p / mL^3)^{0.5}, \quad \ddot{\theta}_i = \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial \tau^2}$$

برای حالتی $\beta < \beta_c = 0.6595$ ، دیاگرام جسم آزاد در شکل (۳b) نشان داده شده است. a_1 و $\ddot{\theta}_1$ ، a_2 و $\ddot{\theta}_2$ به ترتیب شتاب مرکز جرم و شتاب زاویه‌ای عضوهای FO و OC می باشند. مقدار بار P در این حالت به صورت زیر خواهد بود:

$$p = \frac{4}{(1-\beta^2)} + \frac{1}{6} [(1+\beta)^2 \ddot{\theta}_1 + (1-\beta)^2 \ddot{\theta}_2] \quad \beta \leq \beta_c \quad (13)$$

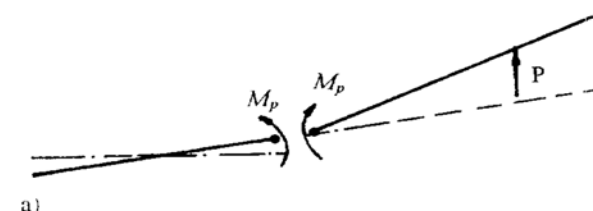
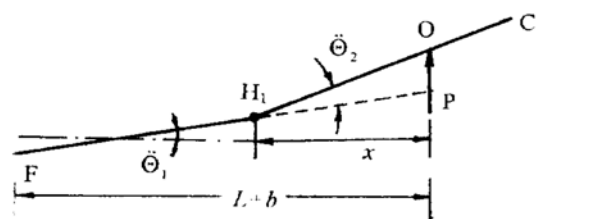
مود تک لولا ممکن است تبدیل به حالت بحرانی حرکت جسم صلب شود، با قرار دادن:

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_2 &= 0 & \text{for } \beta > \beta_c \\ \ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2 &= 0 & \text{for } \beta < \beta_c \end{aligned} \quad (14)$$

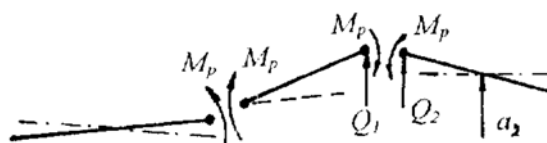
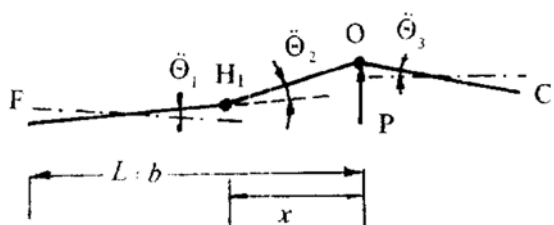
برای حالتی $\beta > \beta_c = 0.6595$ ، دیاگرام جسم آزاد در شکل (۳ a) نشان داده شده است. $\ddot{\theta}_1$ و $\ddot{\theta}_2$ به ترتیب شتاب زاویه‌ای عضو FH_1 و H_1C نسبت به H_1 می باشند. با داشتن شتاب زاویه‌ای نیروی p بدست می‌آید و سپس گشتاورگیری حول H_1 و ساده سازی مقدار بار P از رابطه (۱۲) به دست می‌آید:

۳-۲- مکانیزم جفت لولا

با افزایش بار P بیش از P_{c2} ، که یک مقدار بحرانی دیگری می باشد، مود تک لولا می تواند به مود جفت لولا در (H_1-O) تبدیل شود، که در شکل (۴) نشان داده شده است. دلیل این امر این است که تیر در یک مقطع دیگری به غیر از مقطع اول به ممان پلاستیک M_p خواهد رسید.

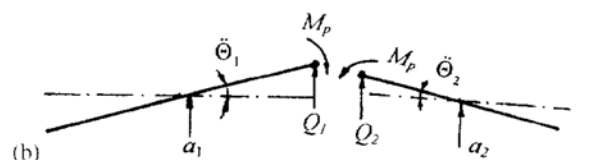
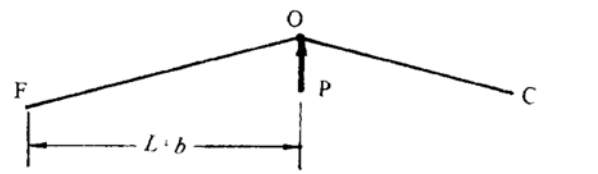


شکل (۳a): دیاگرام آزاد مکانیزم تک لولا در H_1



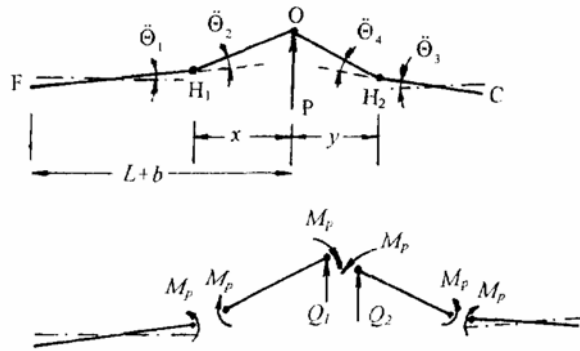
شکل (۴): دیاگرام آزاد مکانیزم جفت لولا

که $\ddot{\theta}_1$ و $\ddot{\theta}_2$ و $\ddot{\theta}_3$ به ترتیب شتاب زاویه‌ای عضوهای FH_1 و H_1O و O نسبت به FH_1 و O هستند و a_2 شتاب مرکز جرم عضو OC است. بار P از رابطه زیر بدست می‌آید:



شکل (۳b): دیاگرام آزاد مکانیزم تک لولا در O

$$p = \frac{12(\beta - \xi)}{(1 + \beta - \xi)^2 (\xi - 2 + 2\beta)} \quad \beta \geq \beta_c \quad (12)$$



شکل (۵): دیاگرام آزاد مکانیزم سه لولا

حالت گذرا وقتی است که $\theta_4 = 0$ شود و بار بحرانی P_{C3} از رابطه زیر بدست می آید:

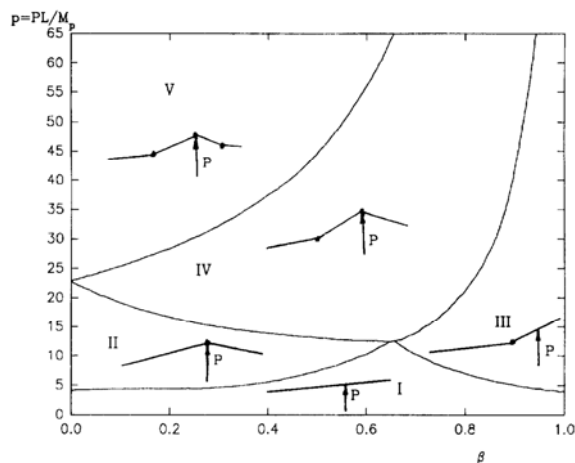
$$P_{C3} = \frac{6}{\xi_c} + \frac{6}{\eta_c} - \frac{3\xi_c}{(1+\beta-\xi_c)^2} - \frac{3\eta_c}{(1-\beta-\eta_c)^2} \quad (20)$$

و ξ_c ، η_c ($\eta = \frac{y}{L}$) هم از روابط زیر بدست می آیند:

$$\frac{2}{\eta_c^3} + \frac{\eta_c - 3(1-\beta)}{\eta_c(1-\beta-\eta_c)^3} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{1}{\xi_c} + \frac{\xi_c - 1 - \beta}{(1+\beta-\xi_c)^3} = \frac{1}{\eta_c} + \frac{\eta_c - 1 - \beta}{(1+\beta-\eta_c)^3} \quad (22)$$

شکل (۶) دیاگرام فازی را برای ۵ حالت ممکن نشان می دهد.



شکل (۶): دیاگرام فازی تیر آزاد تحت بار ضربه ای-پله ای در هر مقطع از دهانه تیر [۵]

(۱۵)

$$p = \frac{3}{2(1-\beta)} + \frac{6\xi(1+\xi) + 1.5(1-\beta)(1+\beta+\xi)}{(1+\beta-\xi)^3} + \theta_2 \left(\frac{\xi^2}{2} + \frac{\xi(1-\beta)}{4} \right)$$

(i) برای حالتی که $\beta < \beta_c$ مود جفت لولا می تواند به مود تک لولا تبدیل شود اگر $\theta_2 = 0$ ، بنابراین P_{C2} برابر می شود:

$$P_{C2} = \frac{3}{2(1-\beta)} + \frac{6\xi(1+\xi_c) + 1.5(1-\beta)(1+\beta+\xi_c)}{(1+\beta-\xi_c)^3} \quad (16)$$

و ξ_c هم از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{2}{\xi_c^2} = \frac{(\xi_c - 3)(1+\beta)}{(1+\beta-\xi_c)^3} \quad (17)$$

(ii) برای حالتی که $\beta > \beta_c$ ، مود جفت لولا می تواند به مود تک لولا تبدیل شود وقتی که $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 0$ شود و P_{C2} برابر می شود:

$$P_{C2} = 3 \left[\frac{1}{2(1-\beta)} + \frac{2\xi_c - \beta + 1}{\xi_c^2} - \frac{\xi_c - \beta + 1}{(1+\beta-\xi_c)^3} \right] \quad (18)$$

و ξ_c را هم از رابطه زیر بدست می آید:

$$\frac{(1+\beta-\xi_c)}{(1-\beta)^2} = 7 + 3\xi_c^2 - \beta + (3\xi_c + 2(1-\beta)) \times \left[\frac{2(1+\beta-\xi_c)^3}{\xi_c^3} + \frac{(\xi_c - 3)(1+\beta)}{\xi_c} \right] \quad (19)$$

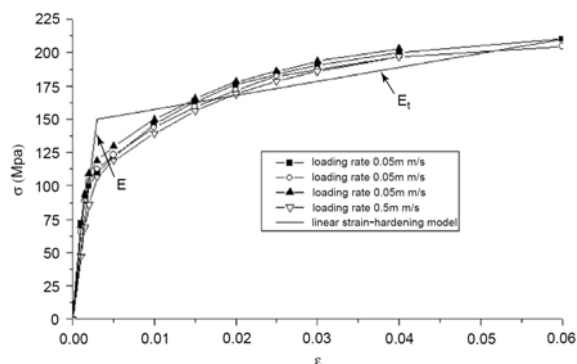
۲-۴- مکانیزم سه لولا

اگر بار خارجی به اندازه کافی بزرگ باشد، مود جفت لولا می تواند، به مود سه لولا تبدیل شود که در شکل (۵) دیاگرام جسم آزاد نشان داده شده است.

که θ_1 و θ_2 و θ_3 و θ_4 به ترتیب شتاب زاویه ای در عضوهای FH_1 و H_1O و CH_2 و H_2O نسبت به CH_2 می باشد.

۳- آزمایش

یک دوربین سرعت بالا، شکل (۷)، برای اندازه‌گیری تغییر فرم‌های سریع یک تیر آزاد ضربه خورده بوسیله یک پرتابه در هر مقطع در طول تیر اختیار شده است.



شکل (۸): دیاگرام تنش- کرنش Aluminum LY12R [۶]

۳-۱- بحث در مورد نتایج آزمایش

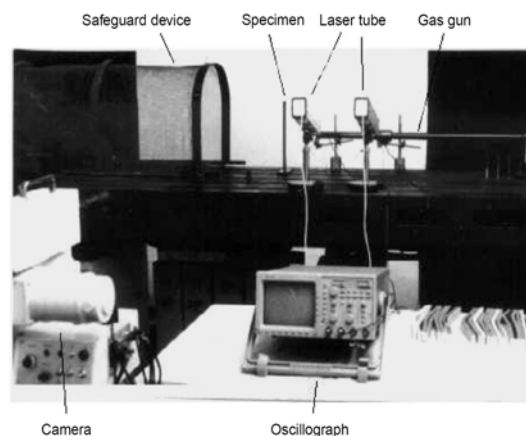
عکس‌های نمونه در شکل (۹) و (۱۰) گزارش تغییر فرم تیر آزاد بعد از ضربه پرتابه در وسط تیر و یک چهارم از انتهای آزاد می‌باشند که توسط دوربین سرعت بالا تهیه شده‌اند [۶].

جرم و سرعت پرتابه به ترتیب $G=34gr$ و $V_0=118.2m/s$ هستند. با توجه به عکس‌های شکل (۹)، گزارش آنها به سه بخش متمایز از هم تقسیم می‌شود:

۱- این مرحله از $t=0ms$ شروع می‌شود که تغییر فرم تیر به صورت محلی است. برای لحظه‌ای در $t=0.286ms$ ، تغییر فرم خمشی اطراف نقطه ضربه مشاهده می‌شود در حالی که در سرتا سر تیر هیچ تغییر فرمی دیده نمی‌شود. این مرحله بسیار کوتاه بوده و در $t=0.286ms$ به پایان می‌رسد.

۲- در دومین مرحله، تیر تقریباً از حالت مستقیم به صورت یک شکم در وسط تغییر می‌کند. این خم در وسط با افزایش زمان افزایش می‌یابد. این مرحله در $t=1.143ms$ به پایان می‌رسد.

۳- در مرحله سوم، در حالی که تیر به صورت یک خط خمیده باقی می‌ماند، زاویه خم در وسط تیر کاهش می‌یابد. در زمان $t=1.857ms$ دو زاویه خم عکس هم در دو طرف وسط تیر بوجود می‌آیند و بعد از آن زاویه خم وسط تیر به نوبت کاهش و افزایش می‌یابد و همچنین دو زاویه خم در دو طرف وسط تیر به نوبت ظاهر و پنهان می‌شوند. دلیل این امر این است که مواد خاصیت الاستیک دارند و تغییر فرم پلاستیک در این مرحله اتفاق نمی‌افتد و این مرحله برای مدت زیادی ادامه می‌یابد.



شکل (۷): دوربین عکس برداری از مراحل انجام آزمایش [۶]

وقتی که تیری در یک مقطع عرضی که موقعیت آن در فاصله x_k دور از انتهای آزاد تیر مستقیماً بوسیله یک پرتابه به جرم G و سرعت اولیه V_0 مورد اصابت قرار می‌گیرد، معمولاً فرض می‌شود که پرتابه به تیر در طی فرآیند پاسخ دینامیکی می‌چسبد و هیچ برشی بواسطه ضربه اتفاق نمی‌افتد. این حالت شبیه اعمال ناگهانی یک بار پله‌ای در مقطع (K) می‌باشد که مقدار بار P از رابطه زیر بدست می‌آید:

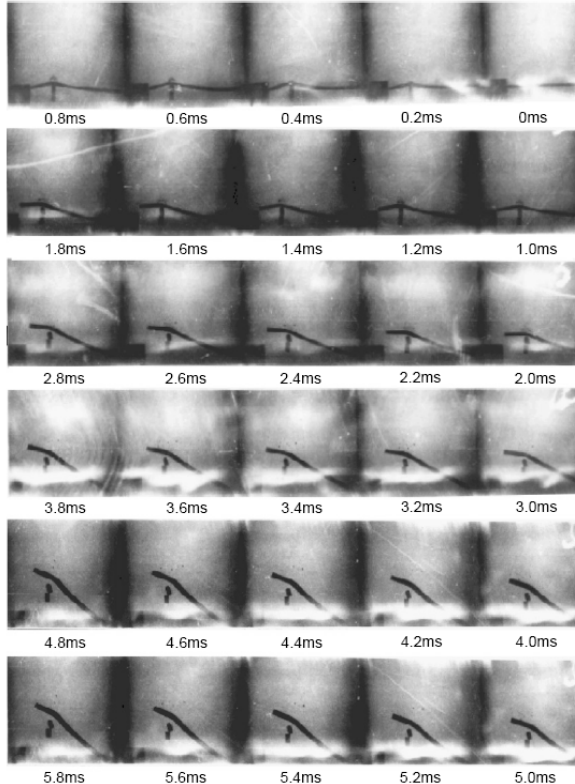
$$P = -G\ddot{W}_k \quad (23)$$

مشخصات تیر مورد آزمایش، تنش تسلیم استاتیکی $\sigma_s = \sigma_{0.2} = 110Mpa$ ، مقاومت نهایی $\sigma_b = 204Mpa$ و مدول یانگ $E = 71.96Gpa$ و مدول سختی کرنشی $E_t = 456Mpa$ و چگالی ماده $\rho = 2600kg/m^3$ و جنس تیر aluminum LY12R است، که حساسیت کمی به نرخ کرنش دارد، دیاگرام تنش - کرنش مطابق شکل (۸) داده شده است [۶].

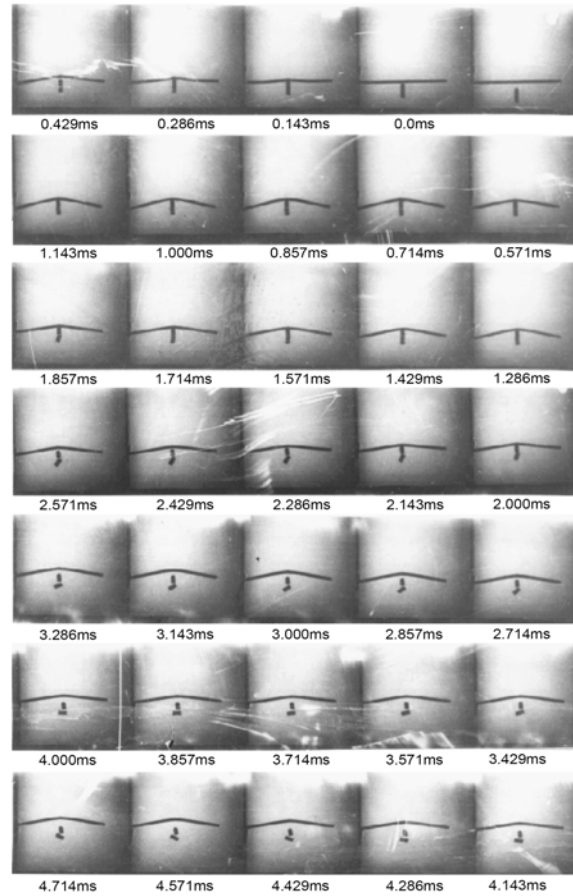
و مشخصات هندسی تیر به صورت زیر می‌باشد:

$$b=25mm \quad h=10mm \quad 2L=300mm$$

۴- در مرحله چهارم هیچ تغییر فرمی رخ نمی دهد و اثر الاستیک تیر از بین می رود و تیر به صورت جسم صلب حرکت می کند.



شکل (۱۰): عکس‌های تهیه شده برای تیر آزاد تحت بار ضربه‌ای-پله‌ای بوسیله یک پرتابه در یک چهارم تیر $[G=34gr, V_0=123.6m/s]$ [۶]



شکل (۹): گزارش عکس‌های تهیه شده برای تیر آزاد تحت بار ضربه‌ای-پله‌ای بوسیله یک پرتابه در وسط تیر $[G=34gr, V_0=118.2m/s]$ [۶]

۴- جذب انرژی

برای بارهای $p < p_{c1}$ تمام انرژی ورودی تبدیل به انرژی جنبشی حرکت جسم صلب تیر می شود که شامل هر دو حرکت انتقالی و چرخشی خواهد شد. وقتی که $p > p_{c1}$ یک بخش از انرژی ورودی به صورت کار پلاستیکی در لولاها جذب می شود. برای راحتی بررسی اثر جذب انرژی در محاسبات، نسبت جذب انرژی به انرژی ورودی E_H/E_{in} در نظر گرفته میشود. بر طبق تحلیل های انجام شده می توان نسبت جذب انرژی به انرژی ورودی را به صورت زیر بدست آورد [۵]:

$$\frac{E_H}{E_{in}} = \frac{\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2}{p(\dot{\theta}_1 + 0.5(1+\beta)\dot{\theta}_1)} \text{ for } p < p_{c1} \text{ and } \beta < \beta_c \quad (24)$$

$$\frac{E_H}{E_{in}} = \frac{\dot{\theta}_2}{p[0.5(1+\beta+\xi)\dot{\theta}_1 + \xi\dot{\theta}_2]} \quad (25)$$

for $p < p_{c2}$ and $\beta < \beta_c$

با توجه به عکس‌های شکل (۱۰)، گزارش آنها به چهار بخش متمایز از هم تقسیم می شود:

- ۱- در مرحله اول که از $t=0$ ms شروع می شود تیر ابتدا تغییر فرمهای محلی اطراف نقطه ضربه می دهد سپس دو طرف محل اعمال ضربه شروع به خم شدن می کند.
- ۲- در مرحله دوم که از زمان $t=0.4$ ms شروع می شود تغییر فرمهای سمت چپ محل اعمال ضربه متوقف می شود در حالیکه سمت راست به تغییر فرم خمشی خود ادامه می دهد این مرحله در $t=1$ ms به پایان می رسد.
- ۳- در این مرحله تغییر فرمها فقط در محل اعمال ضربه مشاهده می شود و هیچ تغییر فرمی در دو طرف محل اعمال ضربه مشاهده نمی شود، البته چرخش اعضا به صورت جسم صلب حول نقطه ضربه با گذشت زمان افزایش می یابد. این مرحله در $t=1.5$ ms به پایان می رسد.

ضمنی فرآیند می‌باشد. به طوری که تقریباً هیچ یک از شاخه‌های علوم و فنون را نمی‌توان یافت که از این ابزار قوی بی‌بهره باشند [۷].

۵-۱- هندسه سازه

برای شباهت هرچه بیشتر تغییر فرم‌های تیر با آزمایشات تجربی، مساله به صورت سه بعدی بررسی و تیر آزاد که بوسیله اصابت یک پرتابه شبیه سازی شد دارای مقطع مستطیلی به عرض $b=25\text{ mm}$ و عمق $h=10\text{ mm}$ و طول $L=300\text{ mm}$ می‌باشد.

۵-۲- المان بندی

از آن جا که مدل سه بعدی است برای هر دو حالت بررسی شده، المانهای متوازی السطوح هشت گوش Solid(C3D8R) [۸] انتخاب شده که در هر گوشه شامل یک گره است.

۵-۳- جنس

نوع رفتار ماده برای تیر در مقابل بارهای وارده بصورت ایزوتروپ و نمودار تنش- کرنش آن الاستیک- پلاستیک کامل در نظر گرفته شد. برای تیر از ضرایب و ثابتهای آلومینیوم LY12R استفاده کردیم که مشخصات منحنی تنش - کرنش آن در جدول (۱) داده شده است. همچنین پرتابه به صورت صلب انتخاب شد.

جدول (۱): داده های منحنی تنش - کرنش برای تیر آلومینیومی

σ_t (Mpa)	ϵ_p
110	0
120	0.005
140	0.01
162.5	0.015
170	0.02
178	0.025
182.5	0.03
187.5	0.035
191	0.04
193	0.045

۵-۴- تعریف نوع تماس ها

تماس پرتابه با سطح تیر در هنگام تغییر فرم از نوع سطح به سطح (surface to surface contact) تعریف شده است. برای ضریب اصطکاک دینامیکی مقدار 0.2 در نظر گرفته شد.

۵-۵- شرایط مرزی

برای آماده سازی حل، هیچ نوع قیدی و شرایط مرزی روی تیر اعمال نشد و فقط پرتابه را به سمت تیر حرکت دادیم لذا تمام

$$\frac{E_H}{E_{in}} = \frac{\ddot{\theta}_1 + 2\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3}{p[0.5(1 + \beta + \xi)\ddot{\theta}_1 + \xi\ddot{\theta}_2]} \quad (26)$$

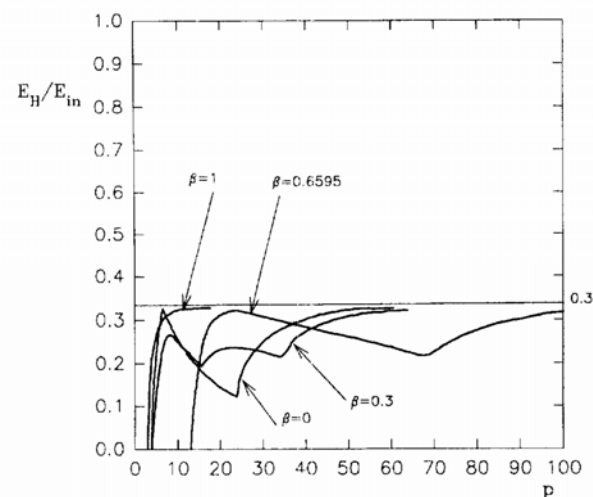
for $p_{c2} < p < p_{c3}$

$$\frac{E_H}{E_{in}} = \frac{\ddot{\theta}_1 + 2\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + 2\ddot{\theta}_4}{p[0.5(1 + \beta + \xi)\ddot{\theta}_1 + \xi\ddot{\theta}_2]} \quad (27)$$

for $p < p_{c3}$

برای β های 0, 0.3, 0.6595, 1.0 نسبت جذب انرژی به انرژی ورودی در شکل (۱۱) ترسیم شده است.

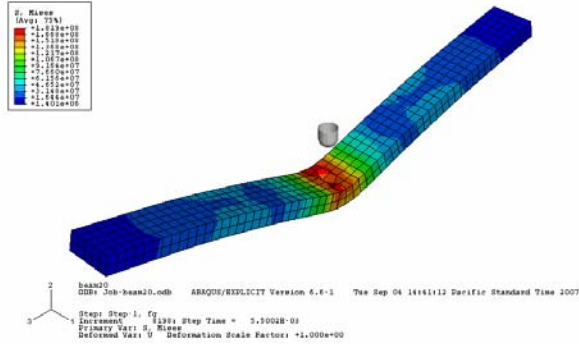
در شکل (۱۱) مشاهده می‌شود که ماکزیمم جذب انرژی ورودی برای β های مختلف در لولاهای پلاستیک همیشه کمتر از $1/3$ کل انرژی ورودی است و بیش از $2/3$ انرژی ورودی به حرکت جسم صلب تبدیل می‌شود و با افزایش بار p نسبت جذب انرژی به مقدار $1/3$ نزدیک می‌شود.



شکل (۱۱): نرخ جذب انرژی در هر لولا [۵]

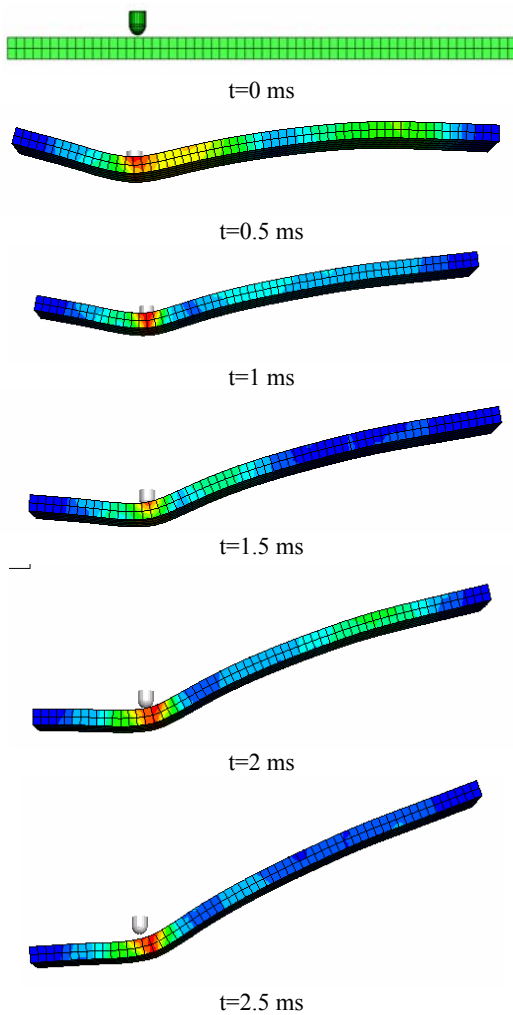
۵- شبیه سازی با نرم افزار ABAQUS

هم زمان با پیشرفت فناوری طراحی و تولید وسایل و قطعات پیچیده و حساس لزوم استفاده از روش‌های علمی مناسب برای کاهش هزینه و زمان و همچنین پاسخگویی به مشکلات و نیازهای صنایع در این زمینه مطرح می‌باشد. زیرا نمی‌توان تنها با تکیه بر تجربیات، پاسخگوی طراحی و تولید ایده‌آل محصولات پیچیده و دقیق بود. استفاده از روش‌های عددی در تحلیل مسائل تحقیقاتی و تولیدی، ابزار قدرتمندی برای امکان‌سنجی و پیش‌بینی شرایط



شکل (۱۲): نتایج شبیه سازی برای تیر آزاد تحت بار ضربه ای-پله ای بوسیله یک پرتابه در وسط تیر ($G=34gr, V_0=118.2m/s$)

سپس پرتابه را به یک چهارم از انتهای تیر با سرعت $V=123.6 m/s$ و جرم $G=34 gr$ اعمال کرده و نتایج تغییر فرمهای تیر در شکل (۱۳) آورده شده است.

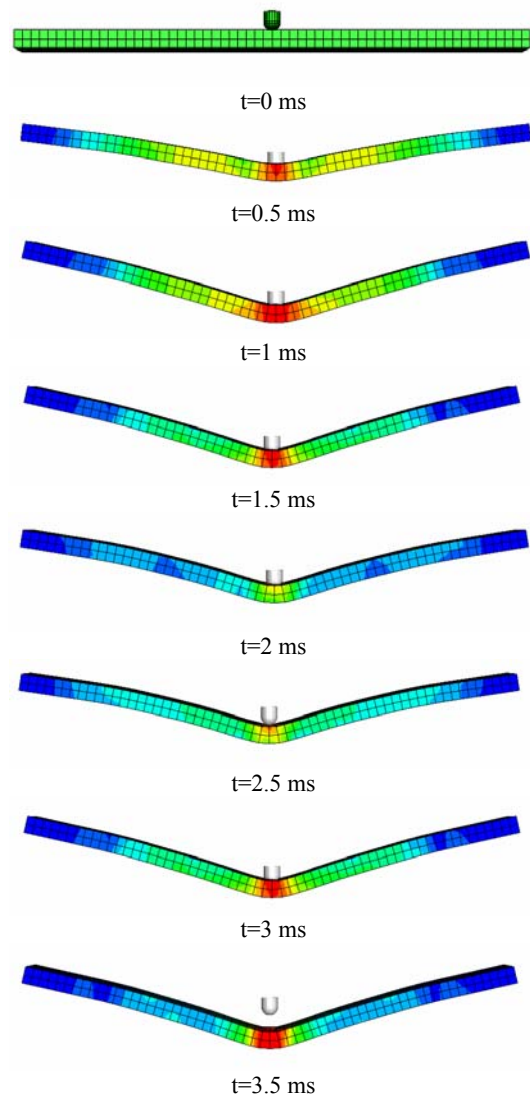


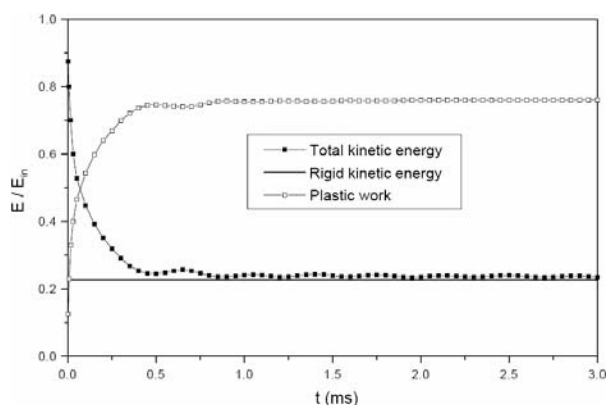
درجات آزادی پرتابه به جز در راستای اعمال ضربه سلب شده و مقدار سرعت اولیه با توجه به تستهای انجام شده اعمال گردید.

۵-۶- نتایج شبیه سازی

شبیه سازی مدل های مختلف تیرها که عمده تفاوت آنها در محل اعمال بار و مقدار سرعت پرتابه بود، نتایج قابل توجهی ارائه داد. بدین منظور ابعاد تیر را برای مقایسه بهتر با نتایج تجربی [۶] مشابه با ابعاد تیر مورد آزمایش انتخاب شد.

ابتدا پرتابه را به وسط تیر با سرعت $V=118.2 m/s$ و جرم $G=34 gr$ اعمال کرده و نتایج تغییر فرمهای تیر در شکل (۱۲) آورده شده است.

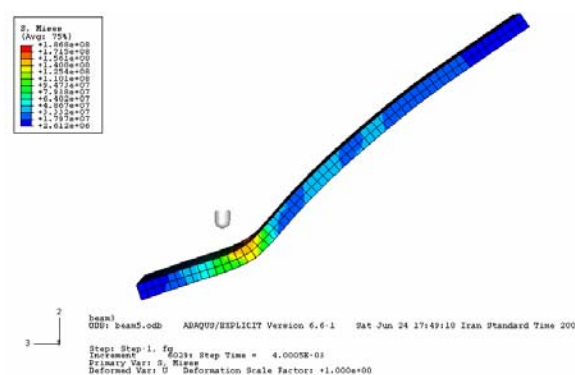




شکل (۱۵): تغییرات انرژی جنبشی و کار پلاستیک حاصل از آزمایش [۶]

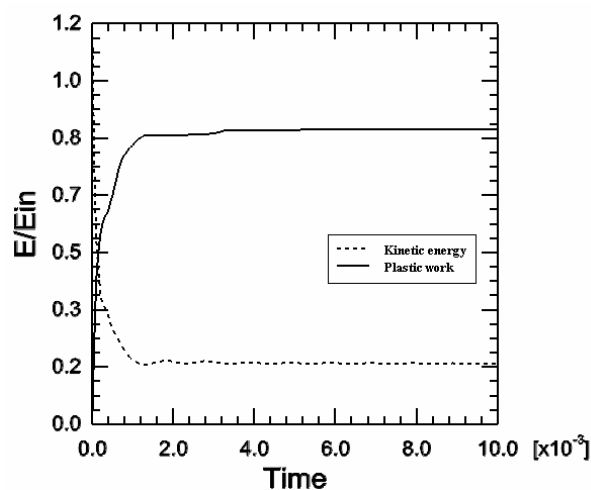
۶- نتیجه گیری

- ۱- برای $p < p_{el}$ ، تیر آزاد به صورت یک جسم صلب حرکت می‌کند و برای $p > p_{el}$ با توجه به موقعیت اعمال بار، $\beta = b/L$ ، پنج حالت مختلف برای تشکیل لولای پلاستیک در تیر بوجود می‌آید.
- ۲- تیر انتهایی آزاد که تحت بار پله‌ای ضربه‌ای در وسط قرار می‌گیرد را می‌توان بوسیله اصابت یک پرتابه به جرم G و سرعت اولیه V_0 روی تیر آزاد، شبیه‌سازی کرد.
- ۳- برای تیر انتهایی آزاد (بدون تکیه‌گاه) که در معرض بار ضربه‌ای در وسط تیر قرار می‌گیرد، نتایج حاصل از عکاسی بوسیله دوربین سرعت بالا نشان می‌دهد که تقریباً سه مرحله متمایز تغییر فرم را می‌توان در نظر گرفت.
- ۴- همانطور که مشاهده شد، ماکزیمم جذب انرژی در لولای پلاستیک همیشه کمتر از $1/3$ کل انرژی ورودی است و بیشتر از $2/3$ انرژی ورودی به حرکت جسم صلب تبدیل می‌شود.
- ۵- با مقایسه جذب انرژی دو حالت شبیه‌سازی شده در شکل (۱۴) و (۱۶) مشاهده می‌شود که حالت تیر آزاد تحت بارگذاری ضربه‌ای در یک چهارم از انتهای آزاد تیر فرم پلاستیک چقرمه‌تر است و هنگامی که ضربه در وسط تیر می‌باشد تغییر فرم پلاستیک راحت‌تر رخ می‌دهد و جذب انرژی بهتری دارد.



شکل (۱۳): نتایج شبیه‌سازی شده برای تیر آزاد تحت بار ضربه‌ای پله‌ای بوسیله یک پرتابه در یک چهارم تیر ($G=34gr, V_0=123.6m/s$)

با مقایسه شکل‌های (۱۲) و (۱۳) حاصل از شبیه‌سازی با نتایج حاصل از آزمایش [۶] صحت شبیه‌سازی مشخص گردید. شکل (۱۴) تغییرات انرژی جنبشی تیر و کار پلاستیک آن را نسبت به زمان که توسط نرم افزار ABAQUS بدست آمده را نشان می‌دهد همانطور که مشاهده می‌شود کار پلاستیک با کاهش انرژی جنبشی افزایش می‌یابد. این نتایج با نتایج بدست آمده توسط یانگ [۶] در شکل (۱۵) توافق خوبی دارد.



شکل (۱۴): تغییرات انرژی جنبشی و کار پلاستیک حاصل از شبیه‌سازی تیر آزاد تحت بارگذاری ضربه‌ای در یک چهارم از انتها آزاد

σ_s تنش تسلیم استاتیکی (MPa)
 τ زمان بی بعد
 ξ موقعیت بی بعد بار

۸- مراجع

[۱] م. شاکری، ا. درویزه، "مقدمه‌ای بر مکانیک ضربه"، انتشارات دانشگاه گیلان، جلد دوم، ۱۳۷۹.

[2] E. H. Lee, Symonds PS., "Large plastic deformations of beam under transverse impact", J Appl Mech, 19:308-14, 1952.

[3] N. Jones, T. Wierzbicki, "Dynamic plastic failure of a free-free beam", Int J Impact Eng, 6:240-55, 1987.

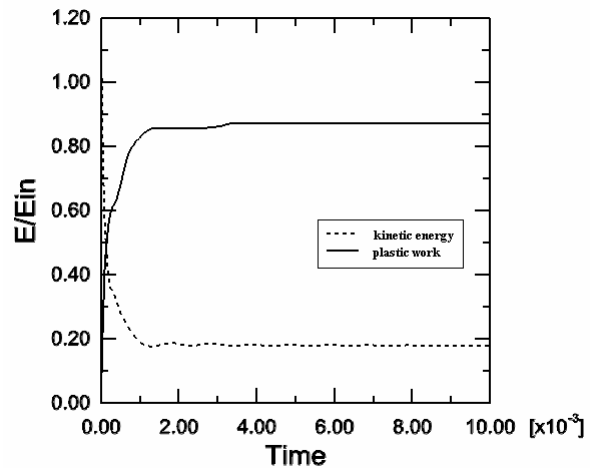
[4] J. Yang, F. Xi, "Dynamic response of an elastic-plastic free-free beam subjected to impact at any cross section along its span", Key Engineering Materials, 177(1):273-8, 2000.

[5] J. L. yang, T. X. Yu and S. R. Reid, "Dynamic behaviour of rigid perfectly plastic free-free beam subjected to step-loading at any cross-section along its spam", Int j, impact, Vol 21, No 3, pp 165-175, 1998.

[6] J. L. yang, F. Xi, "Experimental and theoretical study of free-free beam subjected to impact at any cross-section along its span", int.j.impact Engng.28.761_781, 2003.

[۷] ح. قاسمی، ف. ر. بیگلری و ر. درویش، "مقدمه‌ای بر نرم‌افزار المان محدود ABAQUS"، انتشارات یا مهدی(عج)، چاپ اول، ۱۳۸۴.

[8] Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc, "Elements with ABAQUS/Expilicite", version 6.6, Pawtucket Island, 2006.



شکل (۱۶): تغییرات انرژی جنبشی و کار پلاستیک حاصل از شبیه سازی تیر آزاد تحت بارگذاری ضربه‌ای در وسط تیر

۷- فهرست علائم

a	شتاب (m/s^2)
b	فاصله اعمال بار نسبت به وسط تیر (m)
E	مدول یانگ (GPa)
E_t	مدول سختی کرنشی (MPa)
G	جرم پرتابه (gr)
L	طول (m)
M	مان خمشی (N.m)
M_p	مان خمشی پلاستیک (N.m)
M	جرم واحد طول تیر (Kg/m)
P	بار ضربه‌ای (N)
P_c	بار ضربه‌ای بحرانی (N)
Q	نیروی برشی (N)
t	زمان (s)
V	سرعت (m/s)
W	خیز تیر (m)
\ddot{W}_k	شتاب تیر در مقطع k (m/s^2)
E_{in}	انرژی ورودی (J)
α	شتاب زاویه ای کل تیر (rad/s^2)
β	موقعیت بی بعد بار
η	نسبت y/L
$\ddot{\theta}$	شتاب زاویه‌ای (rad/s^2)
$\dot{\theta}$	شتاب زاویه‌ای بی بعد
ρ	چگالی (kg/m^3)
σ_b	مقاومت نهایی (MPa)