

## بررسی جریان درون حفره با استفاده از روش شبیه سازی گردابه های بزرگ

ایمان نوراللهی<sup>۱</sup>، بهروز ظفرمند<sup>۲</sup>، محمد رضا صفایی<sup>۳</sup> و یاشار مغمومی<sup>۴</sup>  
Iman\_nourollahi@yahoo.com

### چکیده

در این تحقیق، شبیه سازی جریان مغشوش سیال تراکم ناپذیر دو بعدی درون حفره مربعی با استفاده از روش شبیه سازی گردابه های بزرگ انجام شده است. برای گرفتن اثرات زیر شبکه ای گردابه های کوچک، از مدل زیر شبکه اسماگورینسکی استفاده شده است. در برنامه کامپیوتری نوشته شده، روش حجم محدود و ضمنی برای گسسته سازی معادلات ناپایدار حاکم به کار برده شده است. همچنین از الگوریتم سیمپل برای برآورد جمله فشار استفاده شده است. محاسبات برای رینولدزهای ۱۰۰ تا ۱۰۰۰۰ انجام شده و مقادیر سرعت های افقی و عمودی به دست آمده در مرکز حفره و نیز خطوط جریان با نتایج آزمایشگاهی و عددی مقایسه شده است که دارای توافق خوبی با نتایج سایر پژوهشها می باشد.

### کلید واژه:

شبیه سازی گردابه های بزرگ- جریان درون حفره- مدل زیر شبکه اسماگورینسکی- روش حجم محدود

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

۲- استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد و مجمع عالی صنعت آب و برق خراسان، bzafarmand1@yahoo.com

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد و عضو باشگاه پژوهشگران جوان، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

۴- کارشناس ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

## ۱- مقدمه

شبیه سازی گردابه های بزرگ یک روش موفق و نسبتاً جدید برای حل مسائل جریان درهم است که به دلیل ضعف توان محاسباتی کامپیوترها در چند دهه گذشته، از جنبه تحقیقاتی بسیار محدود بوده است. اما با پیشرفت های اخیر، اکنون این روش با موفقیت برای توسعه و طراحی در کاربردهای مهندسی به کار می رود.

انتخاب مقیاس در تکنیک LES بر مبنای جداسازی بین مقیاس های بزرگ و کوچک است به منظور تعریف کردن این دو دسته، یک مرجع یا طول جدایش<sup>۱</sup> ابتدا می بایست تعریف شود. مقیاس هایی که طول مشخصه ای بزرگتر از طول جدایش دارند مقیاس های بزرگ یا حل شده<sup>۲</sup> و بقیه مقیاس ها، مقیاس های کوچک یا زیر شبکه<sup>۳</sup> نامیده می شوند که به وسیله یک روش آماری به نام مدل زیر شبکه نمایش داده می شوند.

در مورد تفاوت مقیاس های بزرگ و کوچک می توان گفت قسمت اعظم انتقال جرم، مومنتم و انرژی ذرات در جریان درهم توسط گردابه های بزرگ انجام می شود، در حالی که گردابه های کوچک انرژی اخذ شده از گردابه های بزرگ را به گرما تبدیل کرده و اثر زیادی روی جریان متوسط سیال ندارند. از طرفی دیگر شکل و ساختمان مقیاس های بزرگ حرکت، به هندسه مسئله و طبیعت جریان (نوع جریان) وابستگی زیادی دارد، در حالی که شکل و ساختمان مقیاس های کوچک معمولاً به هندسه و نوع جریان بستگی نداشته و در کلیه جریان های درهم مشابه اند.

به خاطر غیر خطی بودن معادلات ناویر-استوکس، ارتباط دینامیکی که بین مقیاس های حل وجود دارد، بر هم تاثیر نموده که این امر موجب می شود که این مقیاس ها نتوانند به طور مستقل از یکدیگر محاسبه شوند. از این رو اگر هدف نشان دادن کیفیت مقیاس هایی را که حل شده اند می باشد، باید تاثیر آن ها با مقیاس هایی را که در حل نیستند در شبیه سازی لحاظ نمود. این امر با معرفی جمله اضافی در معادلات حاکم تکاملی مقیاس های حل شده انجام می شود تا این تاثیرات شبیه سازی شود. از این رو این جملات تاثیر سایر مقیاس ها با آنها می باشد که حل شده اند را نشان می دهد. در LES میانگین این تاثیرات در غالب یک مدل بیان می شوند. نشان دادن تک تک تاثیرات بین مقیاسی، معادل با DNS<sup>۴</sup> خواهد بود [۱].

یک روش LES ایده ال در صورتی که موارد زیر به خوبی صورت پذیرد شکل می گیرد:

۱- به کار بردن یک تابع فیلتر مناسب برای بدست آوردن معادلات.

۲- به کار گرفتن یک مدل فیزیکی دقیق برای مقیاس های حذف شده در اثر فیلتر کردن (مدل زیر شبکه مناسب).  
۳- قابل چشم پوشی بودن خطاهای عددی [۲].

## ۲- معادلات حاکم

معادلات ناویر-استوکس نقطه شروع برای هر شبیه سازی توربولانس می باشد. با اعمال فیلتر در حالت سه بعدی بر روی معادلات ناویر-استوکس تراکم ناپذیر، معادلات زیر برای مولفه های سرعت فیلتر شده  $\bar{u}$  بدست خواهد آمد:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = \quad (2)$$

$$-\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3)$$

در این حالت  $\tau_{ij}$  تانسور زیر شبکه نامیده می شود که باید مدل شود.

## ۳- مدل زیر شبکه اسمگورینسکی (SM)

مدل اسمگورینسکی [۳] همانند اکثر مدل های مقیاس زیر شبکه ای موجود، از مفهوم ویسکوزیته گردابه ای استفاده می کند که بخش بی اثر (تانسوری کروی) تانسورهای مقیاس زیر شبکه ای  $(\tau_{ij}^a)$  را به تانسور نرخ کرنش میدان سرعت حل شدنی  $(\bar{S}_{ij})$  مرتبط می سازد:

$$\tau_{ij}^a = \tau_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \tau_{kk} = -2\nu_t \bar{S}_{ij} \quad (4)$$

با فرض تعادل (مقیاس های کوچک تمام انرژی دریافتی از مقیاس های بزرگ را به طور آبی و بسیار سریع مستهلک می کنند)، رابطه ای برای  $\nu_t$  به صورت زیر حاصل می شود:

$$\frac{1}{|\bar{S}|} = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$\nu_t = (C_S \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (6)$$

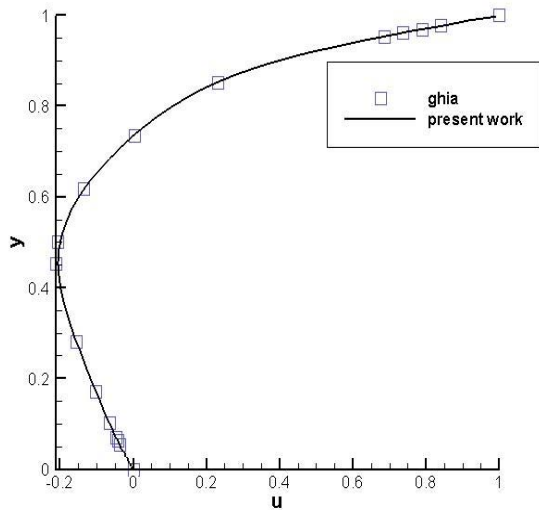
که در آن  $\bar{S}_{ij}$ ، تانسور نرخ کرنش مقیاس های بزرگ بدین گونه تعریف می شود:

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad (7)$$

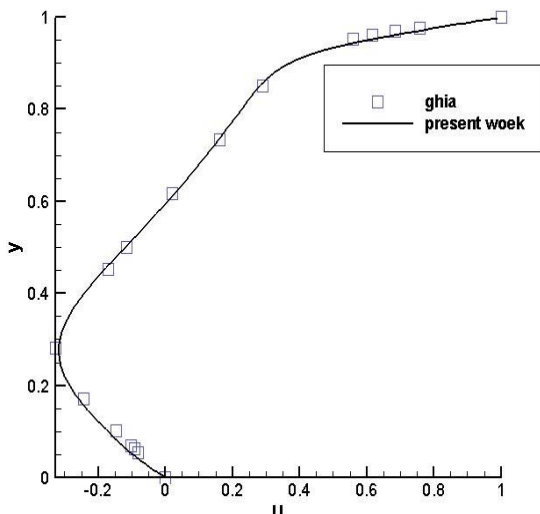
1- Cutoff length  
2- Large or resolved scales  
3- Small or subgrid scales  
4- Direct Numerical Simulation

**۵- نتایج**

نتایج از رینولدز ۱۰۰ تا ۱۰۰۰۰ با نتایج جیا [۵] در یک حفره متقارن مقایسه شده است. سرعت های افقی و عمودی به دست آمده در مرکز حفره به صورت زیر می باشد (تمام نتایج بی بعد شده):



شکل (۳): نمودار سرعت افقی بر حسب y در عدد رینولدز ۱۰۰



شکل (۴): نمودار سرعت افقی بر حسب y در عدد رینولدز ۴۰۰

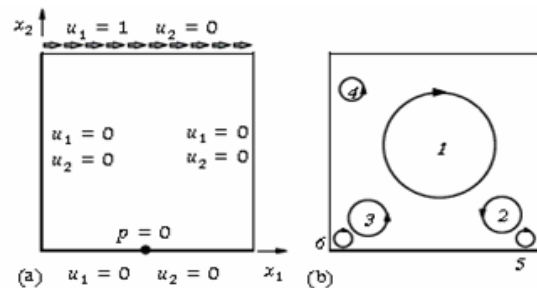
$C_S$  ضریب اسمانگورینسکی نامیده می شود و محدوده تغییرات آن از  $C_S = 0.065$  تا  $C_S = 0.25$  تخمین زده شده است [۴].

پهنای فیلتر (طول فیلتر) برابر اندازه شبکه در نظر گرفته شده، می باشد. در حالت سه بعدی داریم:

$$\Delta = (\Delta_x \Delta_y \Delta_z)^{\frac{1}{3}} = (\Delta V_{ijk})^{\frac{1}{3}} \quad (۸)$$

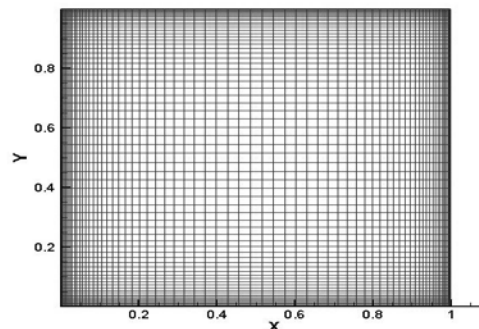
**۴- روش حل**

پس از اعمال مدل زیر شبکه و به دست آوردن معادلات نهایی، باید آن ها را با یک روش عددی مناسب حل کرد. روش مورد استفاده در این پژوهش برای گسته سازی معادلات روش حجم محدود و رویه حل انتخاب شده بر مبنای تفاضل مرکزی است. جمله فشار نیز از طریق الگوریتم سیمپل به دست می آید.

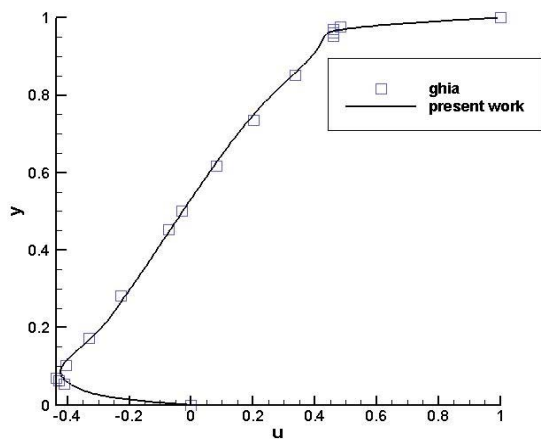


شکل (۱): شکل (a) شرایط مرزی به کار برده شده برای حل مساله و شکل (b) ترتیب و مکان تشکیل گردابه ها را نشان می دهد

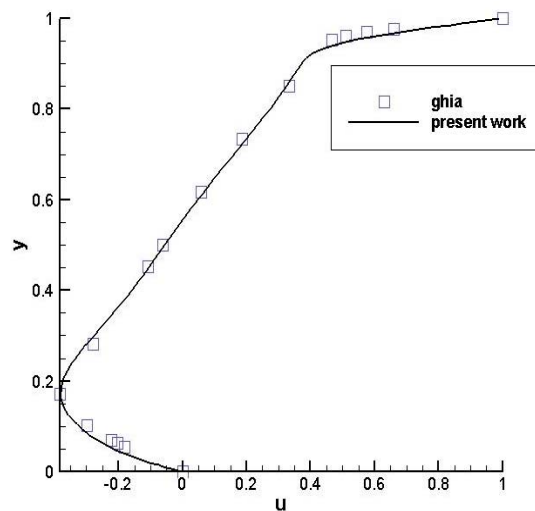
در این تحقیق برای شبکه بندی هندسه مورد نظر از مش بندی مربعی غیر یکنواخت استفاده گردیده است که در شکل زیر نمایش داده شده است. مش بندی تا آنجا ریز می شود که جوابها مستقل از مش شود.



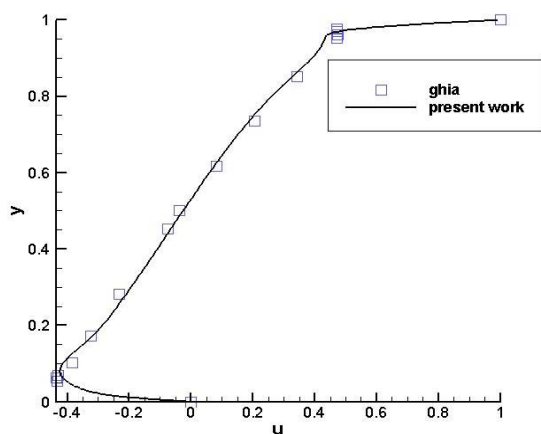
شکل (۲): مش بندی استفاده شده در هندسه حفره



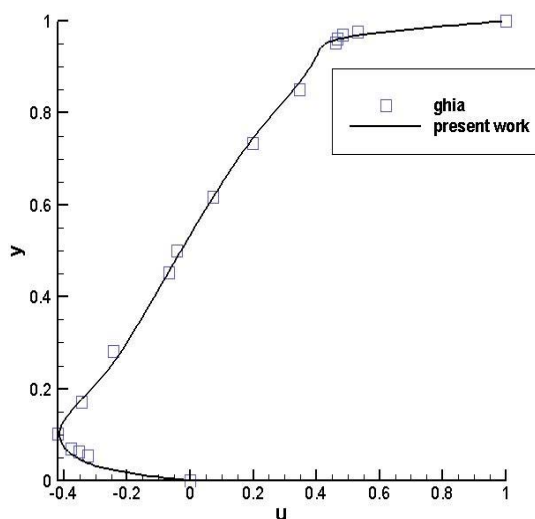
شکل (۷): نمودار سرعت افقی بر حسب  $y$  در عدد رینولدز ۵۰۰۰



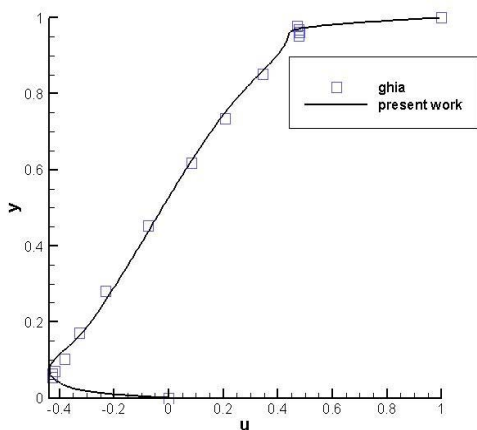
شکل (۵): نمودار سرعت افقی بر حسب  $y$  در عدد رینولدز ۱۰۰۰



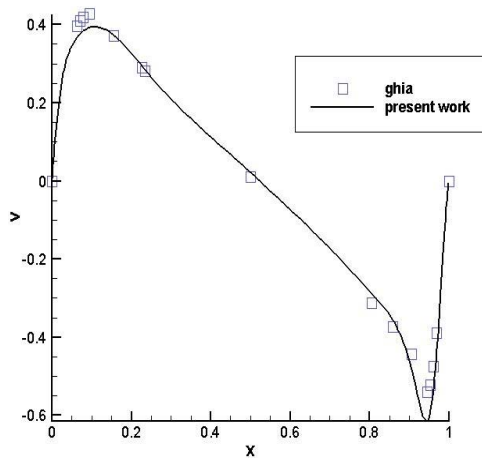
شکل (۸): نمودار سرعت افقی بر حسب  $y$  در عدد رینولدز ۷۵۰۰



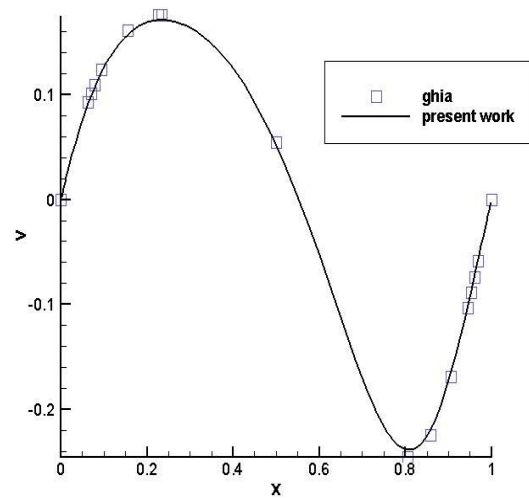
شکل (۶): نمودار سرعت افقی بر حسب  $y$  در عدد رینولدز ۳۲۰۰



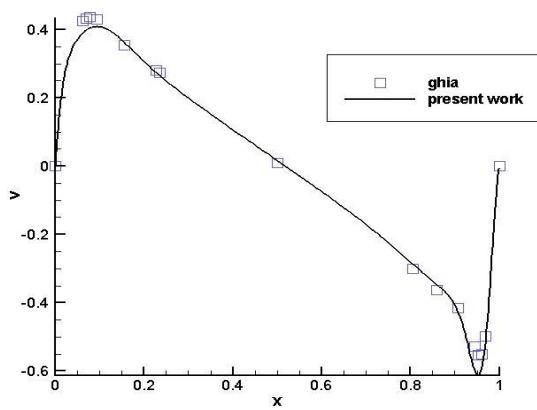
شکل (۹): نمودار سرعت افقی بر حسب  $y$  در عدد رینولدز ۱۰۰۰۰



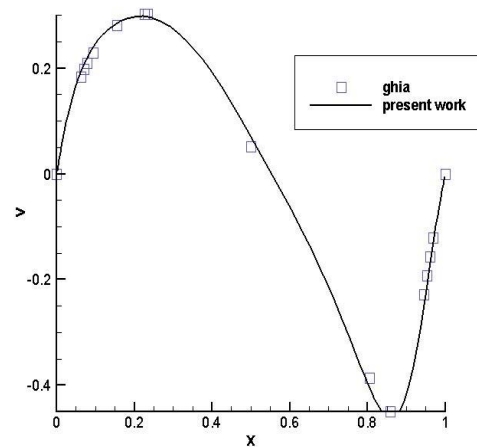
شکل (۱۳): نمودار سرعت عمودی بر حسب  $X$  در عدد رینولدز ۳۲۰۰



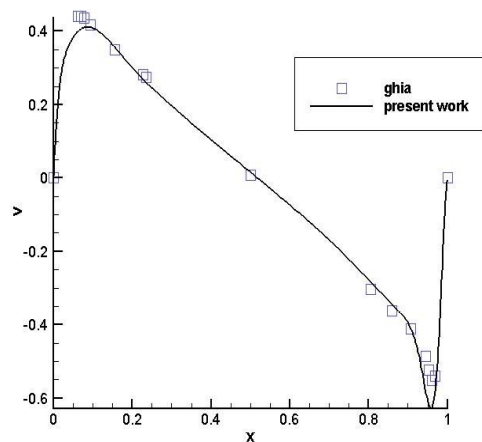
شکل (۱۰): نمودار سرعت عمودی بر حسب  $X$  در عدد رینولدز ۱۰۰



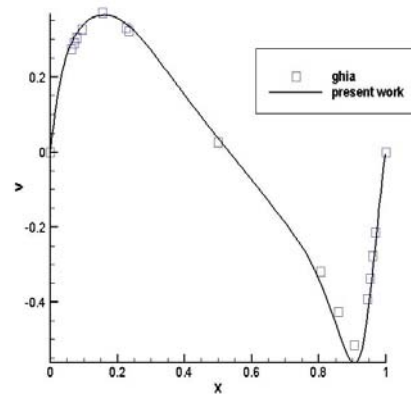
شکل (۱۴): نمودار سرعت عمودی بر حسب  $X$  در عدد رینولدز ۵۰۰



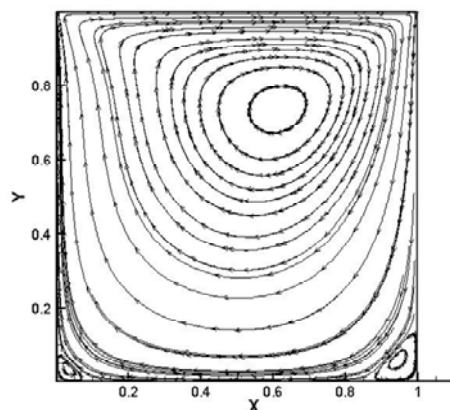
شکل (۱۱): نمودار سرعت عمودی بر حسب  $X$  در عدد رینولدز ۴۰۰



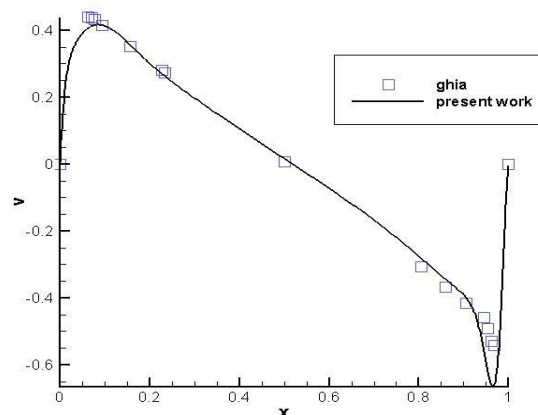
شکل (۱۵): نمودار سرعت عمودی بر حسب  $X$  در عدد رینولدز ۷۵۰۰



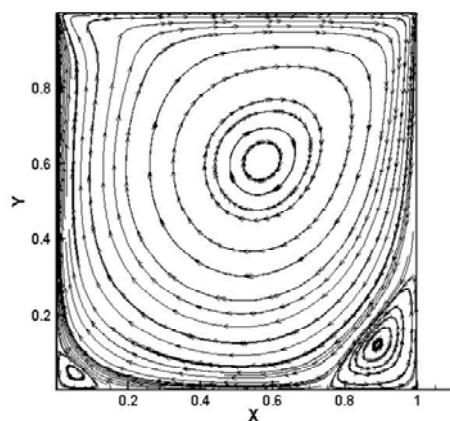
شکل (۱۲): نمودار سرعت عمودی بر حسب  $X$  در عدد رینولدز ۱۰۰۰



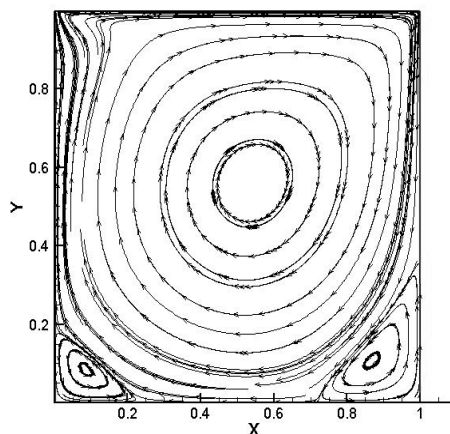
a):Re=100



شکل (۱۶): نمودار سرعت عمودی بر حسب X در عدد رینولدز ۱۰۰۰۰



b):Re=400

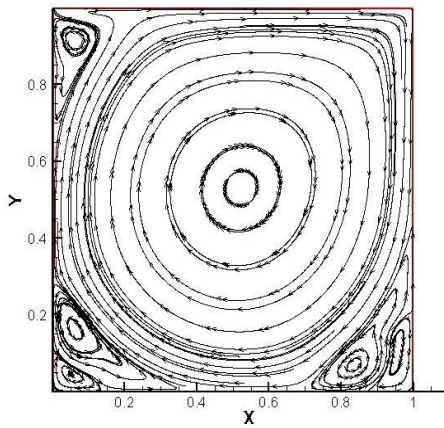


c):Re=1000

پس از مقایسه سرعت های افقی و عمودی و اطمینان از درستی نتایج (همانطور که مشاهده می شود جواب ها تطابق بسیار خوبی با نتایج عددی جیا دارد)، حال به بررسی خطوط جریان به دست آمده پرداخته می شود. گردابه اولیه<sup>۵</sup> که در  $Re=100$  در گوشه سمت چپ بالا قرار دارد، با افزایش عدد رینولدز به سمت مرکز حفره حرکت می کند. سایر گردابه های به وجود آمده در ابتدا، در کنار دیوار هستند ولی به تدریج و با افزایش عدد رینولدز مراکز آنها به آرامی به سمت مرکز حفره کشیده می شود.

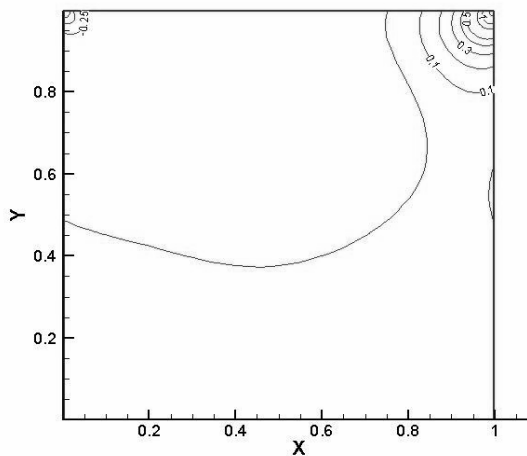
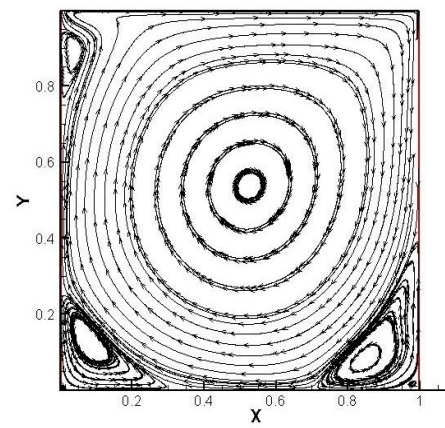
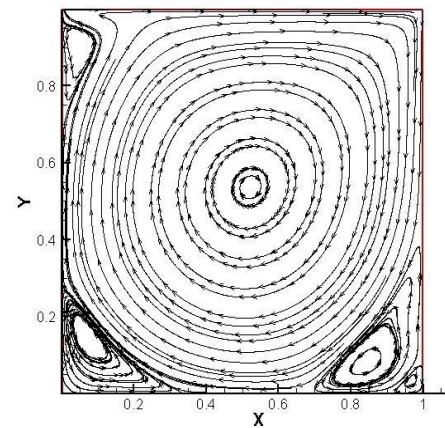
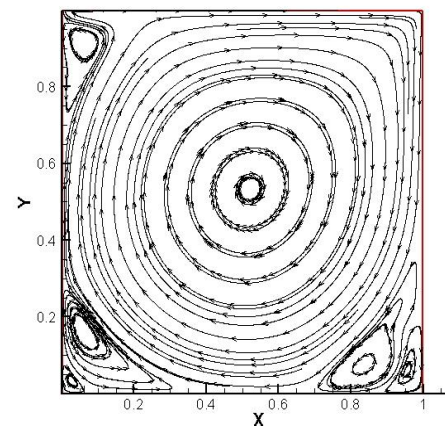
در رینولدزهای بالا پدیده دوتایی شدن گردابه ها و تشکیل گردابه دومی<sup>۶</sup>، ابتدا در گوشه سمت راست پایین و با افزایش رینولدز در گوشه سمت چپ پایین نیز دیده می شود. می توان گفت اولین ناپایداری ها و در حقیقت اولین تغییر حالت از جریان آرام به درهم در حفره در گوشه سمت راست پایین که سیال در آن جا سرعت بیشتری دارد ایجاد می شود و با افزایش عدد رینولدز موجب توربولانس شدن جریان در بیشتر مناطق حفره می شود [۶]، [۷]. در جریان درون حفره گاهی در یک عدد رینولدز ما شاهد چندین رژیم مختلف جریان (آرام، گذرا، درهم) در نواحی گوناگون حفره هستیم و این یکی از مسائلی است که حل جریان درون حفره را به خصوص در رینولدزهای کمتر از ۱۰۰۰۰ مهم و پیچیده می کند [۱۱].

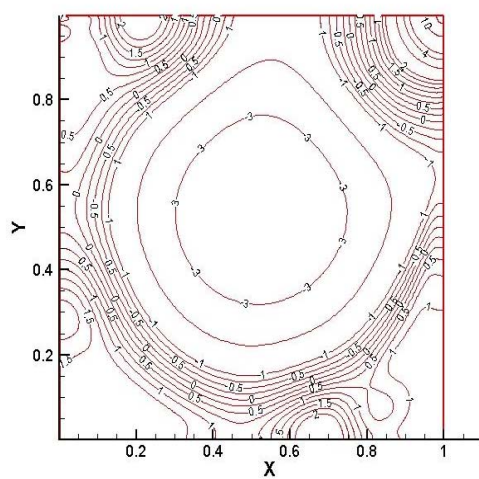
5- Primary Vortex  
6- Secondary Eddy

g): $Re=10000$ 

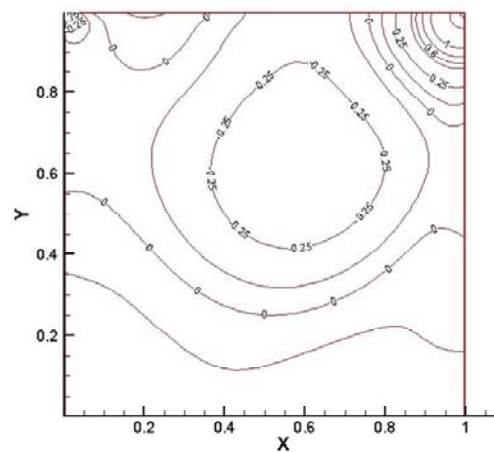
شکل (۱۷): خطوط جریان درون حفره در اعداد رینولدز مختلف (a تا g)

در اینجا کانتورهای فشار به دست آمده بررسی شده است. همانطور که مشاهده می شود، با افزایش عدد رینولدز فشار در مرکز حفره به مقدار منفی و در گوشه سمت راست بالای حفره به مقدار مثبت بیشتری میل می کند.

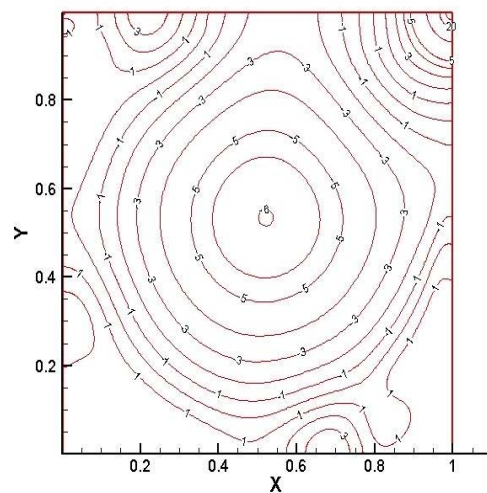
a): $Re=100$ d): $Re=3200$ e): $Re=5000$ f): $Re=7500$



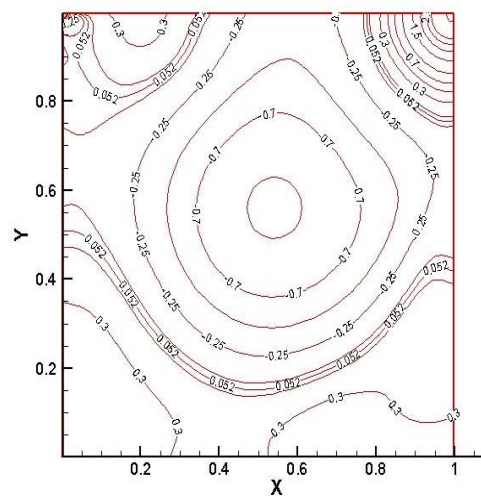
e):Re=5000



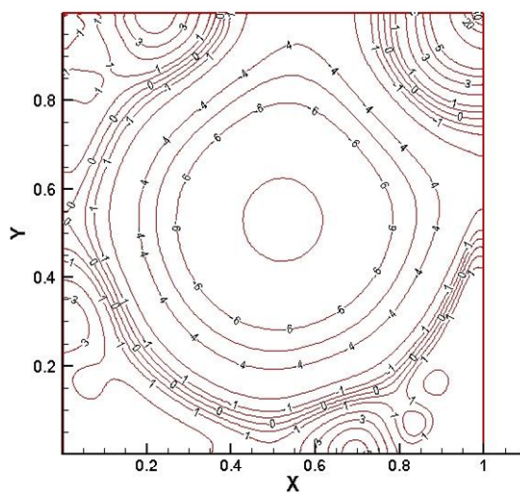
b):Re=400



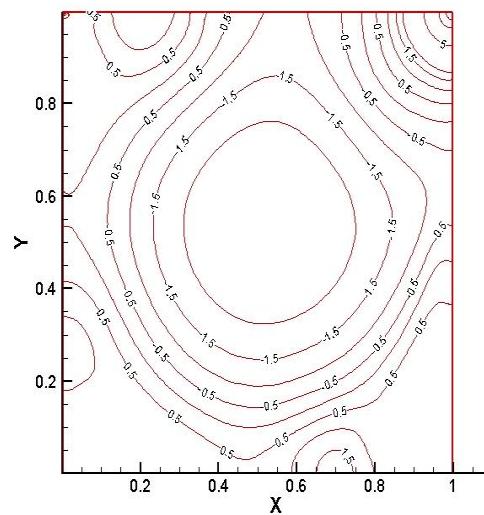
f):Re=7500



c):Re=1000



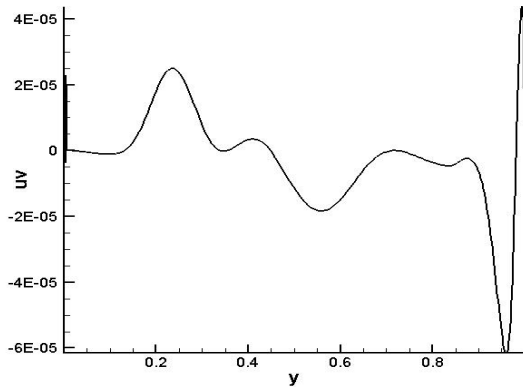
g):Re=10000



d):Re=3200

شکل (۱۸): کانتور فشار در اعداد رینولدز مختلف (a تا g)





شکل (۲۱): نمودار uV بر حسب y

یکی از برتری‌های روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ به دست آوردن جواب‌ها در هر زمان دلخواه می‌باشد برای نشان دادن درستی جواب‌ها در زمان‌های مختلف در ادامه حل جریان درون یک حفره با مشخصات داده شده انجام شد. نتایج به دست آمده در زمان‌های مختلف، با نتایج آزمایشگاهی میگن [۱۴] مقایسه شده است. مقایسه نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از شبیه‌سازی دو بعدی یک تطابق کلی را نشان می‌دهد اما در مقایسه مقداری پروفیل‌های سرعت و اندازه گردابه‌های دومی به دست آمده (در نتایج آزمایشگاهی سائز گردابه‌های دومی کوچکتر است) تفاوتی در مقایسه نتایج دیده می‌شود که این موضوع را می‌توان ناشی از حرکت سیال در جهت محور Z<sup>v</sup> و ایجاد گردابه‌های دومی دانست [۱۵].

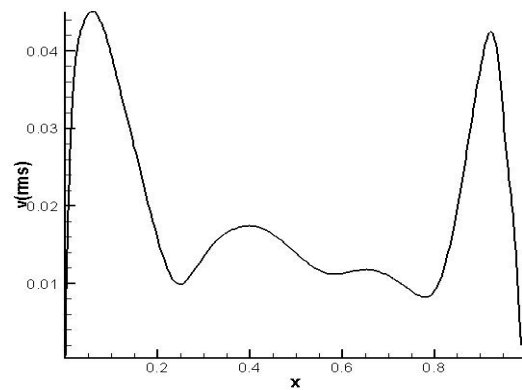
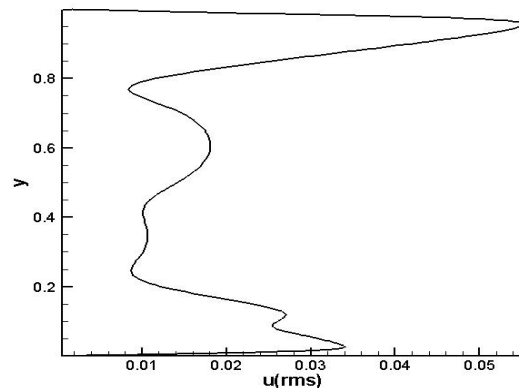
جدول (۱): مشخصات سیال و هندسه مورد استفاده

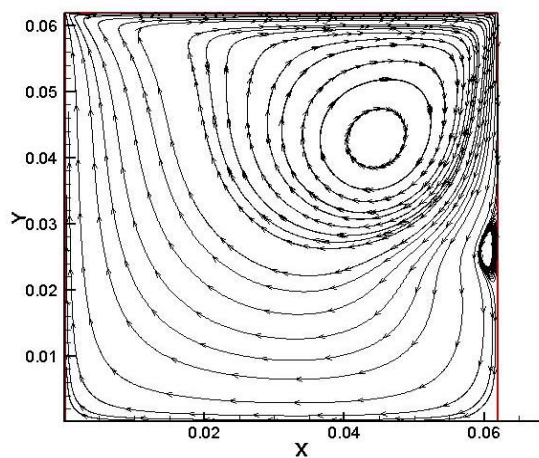
لزوجت	چگالی	زمان	ارتفاع (H)	عرض (B)
Nm/sec	$kg / m^3$	sec	m	m
۰/۰۰۱۱۶	۱۰۰۰	۴۲	۰/۰۶۲	۰/۰۶۲

می‌توان نوشت:  $Re = uB\rho/\mu = 1000$  که در این رابطه u سرعت دیواره بالایی است. در تمام شکل‌ها، پایینی مربوط به نتایج آزمایشگاهی میگن و بالایی مربوط به کار ارائه شده در این پژوهش است.

در جریان درون حفره رینولدز بحرانی حدوداً در رینولدزهای بالای ۸۰۰۰ پیش می‌آید. مقالات متعددی به بررسی این موضوع پرداخته‌اند که از جمله می‌توان به [۸]، [۹]، [۱۰]، [۱۱]، [۱۲]، [۱۳] اشاره کرد.

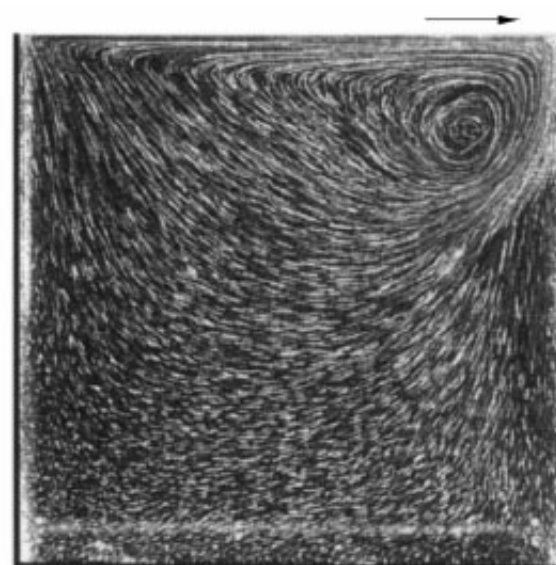
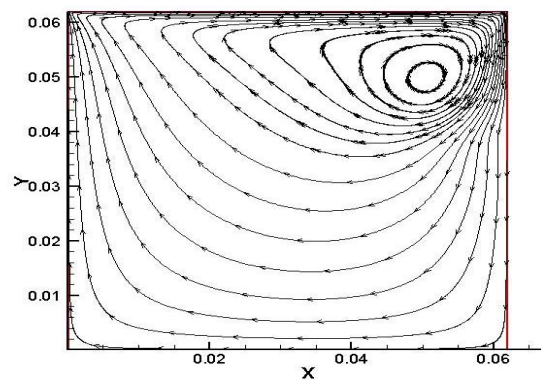
در این تحقیق، نوسانات سرعت و سپس تنش رینولدز در مرکز حفره در عدد رینولدز ۱۰۰۰۰ به دست آمده است. همانطور که مشاهده می‌شود بیشترین مقدار  $v(rms)$  در نواحی نزدیک دیواره که گردابه‌های دومی شکل گرفته‌اند وجود دارد و این به علت نوساناتی است که این گردابه‌ها در پروفیل سرعت متوسط عمودی در لایه مرزی ایجاد می‌کنند. در نمودار  $u(rms)$  بیشترین مقدار در بالای حفره جایی که سرعت افقی به بیشترین مقدار خود می‌رسد دیده می‌شود. آنچه که در هر سه نمودار زیر کاملاً آشکار است ناچیز بودن نوسانات در مرکز حفره و در حقیقت در محل گردابه اولیه است و با توجه به آن می‌توان گفت جریان در گردابه اولیه به یک حالت تقریباً ثابت رسیده است.

شکل (۱۹): نمودار  $v(rms)$  بر حسب xشکل (۲۰): نمودار  $u(rms)$  بر حسب y



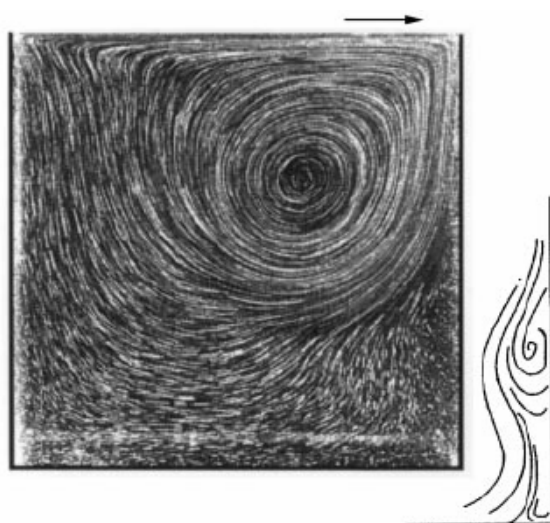
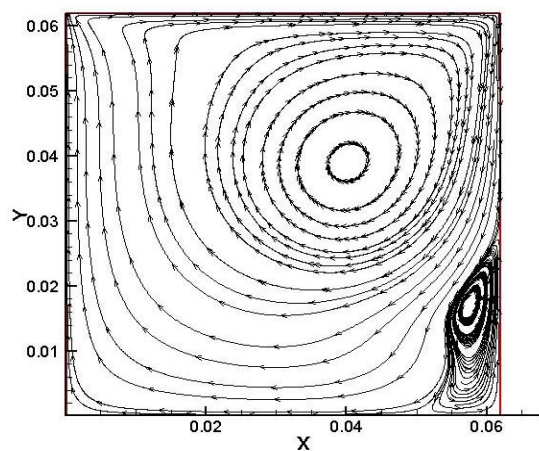
$t=14$

گردابه اولیه در حال حرکت به سمت مرکز حفره و گردابه دیگری در سمت راست تشکیل شده است.

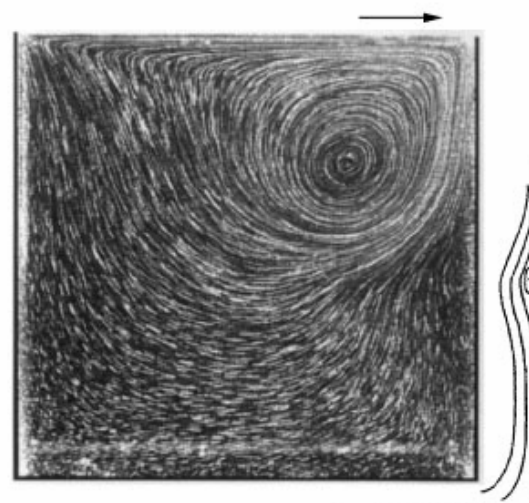


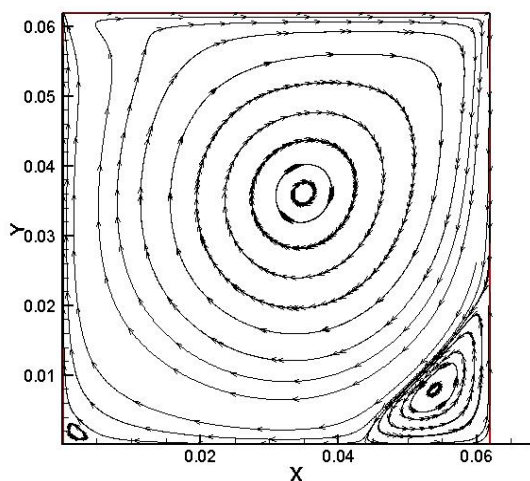
$t=7$

همان طور که مشاهده می شود گردابه اولیه به سمت راست حفره در حال حرکت است.

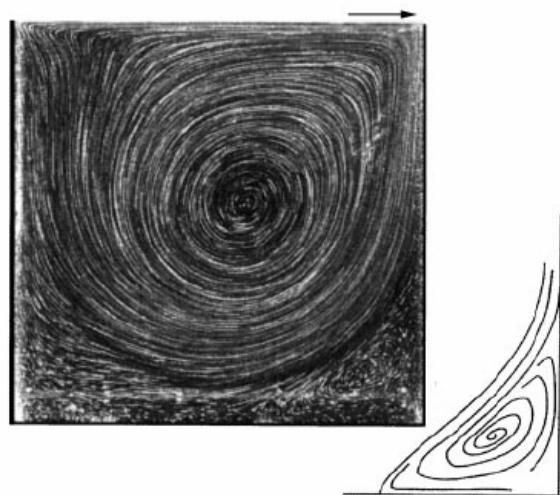
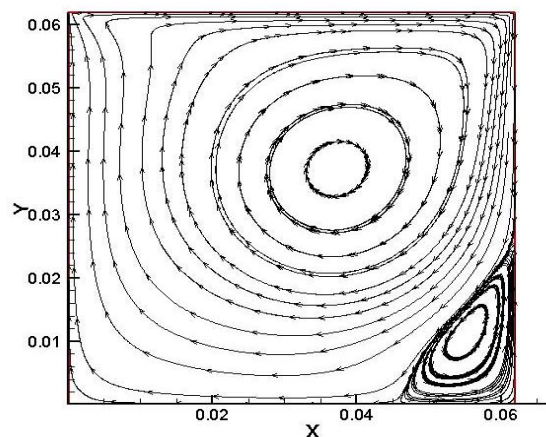


$t=21$





گردابه سمت راست به سمت گوشه پایین حفره حرکت می کند.



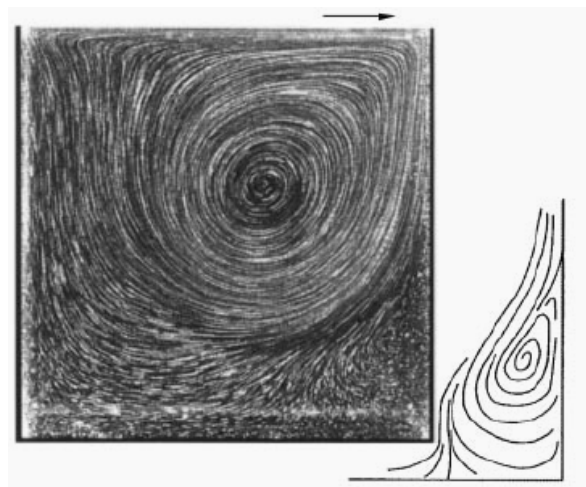
t=42

شکل (۲۲): مقایسه خطوط جریان بدست آمده در زمانهای مختلف بر حسب ثانیه با نتایج آزمایشگاهی میگن

بعد از ۴۲ ثانیه جریان درون حفره تقریباً شکل یکنواخت و ثابتی به خود می گیرد. گردابه اولیه در مرکز حفره ثابت می شود و گردابه دیگری در سمت چپ در حال شکل گیری است و با وجود اینکه در کار آزمایشگاهی به آن اشاره نشده، ولی در اکثر مقالات به شکل گیری آن اشاره شده است.

#### ۶- نتیجه گیری

در این تحقیق با استفاده از روش شبیه سازی گردابه های بزرگ و مدل زیر شبکه اسماکورینسکی حل جریان درون یک حفره از رینولدز ۱۰۰ تا ۱۰۰۰۰ صورت گرفت. نتایج به دست آمده حاکی از دقت و قدرت این روش در به دست آوردن سرعت های افقی و عمودی در مرکز حفره و نیز خطوط جریان و کانتورهای فشار



t=28

گردابه اولیه به سمت مرکز حرکت می کند و گردابه ثانویه در گوشه سمت راست حفره قرار می گیرد.

- Equations And A Multi-grid Method", Journal Of Computational Physics 48, 387-411, 1982.
- [6] E. Leriche, Direct Numerical Simulation in a Lid-Driven Cavtty at High Reynolds Number, Conference on Turbulence and Interactions TI2006, Porquerolles, France, 2006.
- [7] Ajay K. Prasad, Jeffrey R. Koseff, Reynolds number and end- wall effects on a lid-driven cavity flow, Phys. Fluids, 1(2):208-218, 1989.
- [8] Yih-Feng Peng, Yuo-Hsien Shiau, Robert R. Hwang, "Transition In A 2-D Lid-Driven Cavity Flow", Journal of Computers & Fluids 32, 337-352, 2003.
- [9] M. Poliashenko, CK. Aidun, "A Direct Method For Computation Of Simple Bifurcations", Journal of Computation Physics; 121:246-60, 1995.
- [10] E. Nobile, "Simulation Of The Time-Dependent Flow In Cavities With The Additive-Correction Multi-Grid Method", Part II: Applications. Numer Heat Transfer, Part B;30:351-70, 1996.
- [11] P. N. Shankar, M. D. Deshpande, "Fluid Mechanics In The Driven Cavity", Annu. Rev. Fluid Mech. 32:93-136, 2000.
- [12] Charles-Henri Bruneau \*, Mazen Saad, The 2D lid-driven cavity problem revisited, Journal of Computers & Fluids 35, 326-348, 2006.
- [13] A. Fortin, M. Jardak, J. J. Gervais and R. Pierre, Localization of Hopf bifurcations in fluid flow problems, Intl J. Num. Meth. Fluids 24, 1185-1210, 1997.
- [14] C. Migeon, A. Texier And G. Pineau. "Effects Of Lid-Driven Cavity Shape On The Flow Establishment Phase". Journal of Fluids and Structures, 14, 469-488, 2000.
- [15] J.-L. Guermond, C. Migeon, G. Pineau and L. Quartapelle, Start-up flows in a three-dimensional rectangular driven cavity of aspect ratio 1:1:2 at Re = 1000 J. Fluid Mech. (2002), Vol. 450, pp. 169-199, Cambridge University Press, 2002.
- می باشد. پس از مقایسه با کار عددی جیا و اطمینان از درستی نتایج به بررسی و به دست آوردن نوسانات سرعت و تنش رینولدز در مرکز حفره و در عدد رینولدز ۱۰۰۰۰ (که طبق مقالات اشاره شده می دانیم جریان دیگر در حالت آرام قرار ندارد) پرداختیم.
- یکی از برتری های روش شبیه سازی گردابه های بزرگ به دست آوردن جواب ها در هر زمان، دلخواه می باشد. برای نشان دادن درستی جواب ها در زمان های مختلف و بررسی چگونگی تشکیل گردابه ها درون حفره در ادامه حل جریان درون یک حفره با مشخصات داده شده انجام شد. نتایج به دست آمده در زمان های مختلف، با نتایج آزمایشگاهی می گن مقایسه شد که حاکی از پیش بینی درست نحوه رفتار گردابه ها در زمان های مختلف توسط برنامه کامپیوتری نوشته شده است.

## ۶- مراجع

- [1] Pierre Sagaut, "Large Eddy Simulation For Incompressible Flow, An Introduction", Springer Publication, 2001.
- [2] M. V. Salvetti, G. Buresti and E. Salvatici "Investigation Of The Effect Of Numerical Discretization And Physical Modeling In Reduced-Order Simulations Of Turbulent Flows" Universit\_A Degli Studi Di Pisa.
- [3] J. Smagorinsky, "General Circulation Experiments With The Primitive Equations", Mon. Weath. Rev. 91(3), 99-164, 1963.
- [4] Lars Davidson: MTF270, "Turbulence Modeling, Large Eddy Simulation", [http://www.tfd.chalmers.se/doct/comp\\_turb\\_model](http://www.tfd.chalmers.se/doct/comp_turb_model), 2006.
- [5] U. Ghia, K. N. Ghia, and C. T. Shin, "High-Resolutions For Incompressible Flow Using The Navier-Stokes