



فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری
سال هشتم / شماره سی‌ودوم / زمستان ۱۳۹۸

بهینه‌سازی سبد سهام به شیوه فازی و با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جستجوی ناخودآگاه

محمد اقبال نیا

استادیار گروه مدیریت مالی و مهندسی مالی، دانشگاه خوارزمی
eqbalnia@yahoo.com

سید مازیار دلیران

کارشناس ارشد مهندسی مالی، دانشگاه خوارزمی (نویسنده مسئول)
daliran_maziar@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۹۶/۱۱/۲۵ تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۲/۱۷

چکیده

بهینه‌سازی سبد سهام و تخصیص ثروت بین دارایی‌های مختلف از جمله مهمترین مسائل در سرمایه‌گذاری به حساب می‌آید. در این مطالعه، مساله بهینه‌سازی سبد سهام، با در نظر گرفتن محدودیت‌های دنیای واقعی و با این فرض مورد بررسی قرار گرفت که بازده دارایی‌های ریسکی از اعداد فازی تشکیل شده است. سپس، مدل احتمالی جدید میانگین-نیمه انحراف مطلق ارائه شد که در آن محدودیت هزینه‌های معامله و محدودیت کاردینالیته نیز در نظر گرفته شد. وجود چنین محدودیت‌هایی، مدل را به مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح آمیخته تبدیل می‌کند که رویکردهای سنتی از عهده حل آن بر نمی‌آیند، بدین منظور در این تحقیق از الگوریتم فراابتکاری جدید با نام الگوریتم جستجوی ناخودآگاه استفاده شده است. همچنین برای بررسی قدرت و دقت حل این الگوریتم، مطالعه‌ای موردی با اطلاعات ۵۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۴ صورت گرفت و نتایج آن با الگوریتم‌های حرکت تجمعی ذرات و ژنتیک مقایسه شد که نشان از برتری این الگوریتم در مساله‌ی بهینه‌سازی سبد سهام دارد.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی، سبد سهام فازی، الگوریتم جستجوی ناخودآگاه، نیمه انحراف مطلق، محدودیت کاردینالیته.

۱- مقدمه

تاکنون تحقیقات متعددی پیرامون موضوع انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام صورت گرفته است و رویکردها و مدل‌های متعددی نیز برای حل آن ارائه شده است. بطور کلی، در کاربردهای مالی، مساله بهینه‌سازی سبد سهام به مشخصه‌های دنیای واقعی همچون هزینه‌های تراکنش، محدودیت کاردینالیته، محدودیت تعداد تراکنش و... می‌پردازد. چنین محدودیت‌های واقعی، یک مدل برنامه ریزی غیرخطی عدد صحیح آمیخته را شکل می‌دهد که بطور قابل توجهی دارای پیچیدگی زمانی است و رویکردهای سنتی از عهده حل آن برنمی‌آیند. بنابراین تاکنون رویکردهای فراابتکاری متعددی برای حل آن ارائه شده است که در این تحقیق از الگوریتم فراابتکاری جدید با نام الگوریتم فراابتکاری جستجوی ناخودآگاه^۱ به منظور حل مساله استفاده خواهد شد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

۲-۱- بهینه‌سازی سبد یا پرتفو

بهینه‌سازی پرتفوی عبارت است از انتخاب بهترین ترکیب از دارایی‌های مالی به نحوی که باعث شود، تا حد ممکن بازده پرتفوی سرمایه‌گذاری حداکثر و ریسک پرتفوی حداقل شود. برای اولین بار در سال ۱۹۵۲ مارکوویتز الگوی حل مساله انتخاب بهینه دارایی‌ها (نظریه میانگین- واریانس) را ارائه داد. شکل استاندارد مدل میانگین- واریانس به صورت زیر است (چانگ، مده، بیسلی و شارایها، ۲۰۰۰):

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}$$

$$s. t. \quad \sum_{i=1}^n x_i \mu_i = R^*, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad x_i \geq 0, \quad i = 1, 0, \dots, n,$$

که در آن:

x_i : نسبت سرمایه‌گذاری در دارایی i ام

σ_{ij} : کوواریانس بین بازده دارایی‌های i و j

μ_i : بازده مورد انتظار دارایی i ام

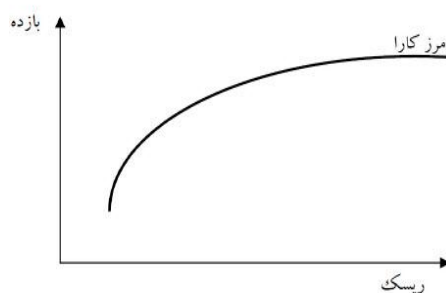
R^* : سطح بازده مورد نظر

n : تعداد کل سهام

۲-۲- مرز کارا

چنانچه مدل مارکوویتز به ازای مجموعه‌ای از مقادیر مختلف سطح حداقلی بازده سبد، به طور مکرر حل شود و در ادامه، نمودار بازده-ریسک سبد به ازای جواب‌های مختلف ترسیم شود، به مجموعه نقاطی با عنوان مرز کارا^۲

دست می‌یابیم. با استخراج مرز کارا (به منزله‌ی مجموعه جواب بهینه)، سرمایه‌گذار این امکان را خواهد داشت تا بر اساس نیازمندی ریسک- بازده مورد نظر خود، سبد بهینه را از این مجموعه انتخاب کند که این انتخاب به ریسک‌گریزی و ریسک‌پذیری سرمایه‌گذار بستگی دارد (قاسمی و نجفی، ۱۳۹۱).



شکل (۱) مرز کارای سبد سهام

۳-۲- محدودیت کاردینالیته‌ی

مقادیر کوچک برای هر دارایی تاثیر خاصی روی بازده سبد نخواهد داشت ولی موجب افزایش هزینه‌های مدیریت و نظارت خواهد شد. به طور مشابه مقادیر خیلی بزرگ برای هر دارایی باعث می‌شود که سرمایه‌گذار ریسک بزرگی را متحمل شود. به همین منظور می‌بایست محدودیت‌هایی در مدل در نظر گرفته شود. به طور خاص یک حد پایین ϵ_j و یک حد بالا δ_j برای مقدار هر دارایی در نظر گرفته می‌شود و محدودیت به این صورت اعمال می‌گردد که یا $x_j = 0$ یا $\epsilon_j \leq x_j \leq \delta_j$. همچنین برای کمک به مدیریت سبد، ممکن است برخی سرمایه‌گذاران خواستار محدود کردن تعداد دارایی‌های سبد خود باشند. با تعریف متغیر صفر و یک برای هر دارایی، محدودیت عدد صحیح به صورت $\sum_{j=1}^m z_j = m$ تعریف می‌شود. همچنین این محدودیت می‌تواند به صورت نامساوی تعریف شود که تعداد دارایی‌های سبد از m بزرگتر نشود (چن^۴، ۲۰۱۵).

۴-۲- مروری بر پیشینه پژوهش‌های مرتبط

چانگ، یانگ و جانگ چانگ^۵ ۲۰۰۹، به حل مساله‌ی بهینه سازی سبد سهام با محدودیت کاردینالیته‌ی و استفاده از معیارهای مختلف ریسک از جمله: نیم واریانس، میانگین قدرمطلق انحرافات و واریانس با چولگی پرداختند و برای به دست آوردن مجموعه کارا، به حل آنها با الگوریتم ژنتیک پرداختند. در نهایت این مدل‌ها را با مدل میانگین واریانس مقایسه نمودند.

ما، ژائو و وانگ^۶ (۲۰۱۲)، مدل انتخاب سبد را با محدودیت کاردینالیته‌ی بررسی کردند، که در تابع هدف آن حداقل سازی ارزش در معرض ریسک در نظر گرفته شده است. و آن‌ها برای حل این مدل از الگوریتم ترکیبی

تفاضلی تکاملی^۷ بهره بردند. سپس با بررسی ۱۶ سهم از سهام بازارهای شانگهای و شنزن به این نتیجه رسیدند که مدل ارائه شده قابل اطمینان و الگوریتم پیشنهادی اثربخش است.

چن (۲۰۱۵)، مدل میانگین-انحراف معیار نیمه مطلق احتمالی جدیدی را ارائه داد که در آن محدودیت-های هزینه‌های تراکنش، کاردینالیته و کمیت در نظر گرفته شده بود. سپس از الگوریتم زنبور عسل تعدیل شده^۸ (MABC) برای حل مساله استفاده کرد. نتایج عددی نشان می‌دهد که الگوریتم MABC عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم استاندارد زنبور عسل^۹ و سایر الگوریتم‌های ابتکاری از قبیل ژنتیک، تبرید شبیه سازی شده^{۱۰}، حرکت جمعی ذرات و تفاضلی تکاملی دارا می‌باشد.

رویژ-توروبیانو و سوارز^{۱۱} (۲۰۱۵)، رویکردی ممتیک برای حل مساله بهینه‌سازی سبد سهام با محدودیت-های کاردینالیته و هزینه‌های تراکنش ارائه کردند که در آن الگوریتم ژنتیک و نیز برنامه‌ریزی کوادراتیک ترکیب شدند و نشان داده شد که محدودیت‌های کاردینالیته و هزینه‌های تراکنش می‌توانند به عنوان استراتژی تنظیم کننده، سبدهای با ثبات را با عملکرد مناسب خارج از نمونه شناسایی کند.

گل مکانی و فاضل (۲۰۱۱)، یک روش فراابتکاری جدید برای حل مساله انتخاب سبد میانگین-واریانس توسعه یافته‌ی مارکوویتز ارائه دادند. این مدل توسعه یافته شامل چهار مجموعه محدودیت حد نگهداری دارایی‌ها، کاردینالیته، حداقل مقادیر معاملاتی و بخش بندی بازار سرمایه است. برای حل این مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته درجه دوم از الگوریتم فراابتکاری حرکت جمعی ذرات استفاده شده است و در پایان با الگوریتم ژنتیک مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که الگوریتم PSO پیشنهادی به خصوص در مسائل با مقیاس بزرگ بهتر از الگوریتم ژنتیک عمل می‌کند.

الهی، یوسفی و زارع مهرجردی (۱۳۹۳)، به بهینه‌سازی سبد سهام با رویکرد میانگین-واریانس و به کمک الگوریتم جستجوی شکار^{۱۲} پرداختند. به منظور بررسی قدرت و دقت حل الگوریتم، مطالعه‌ای موردی با اطلاعات ۳۰ شرکت بزرگ در بورس ایران در بازه زمانی ۱۳۸۹/۳/۱ الی ۱۳۹۰/۳/۱ طراحی شد. الگوریتم توانست با دقت و زمان خوبی مرز کارای سبد بررسی شده را به دست آورد.

قدوسی، تهرانی و بشیری (۱۳۹۴)، با بهره مندی از الگوریتم فراابتکاری تبرید شبیه سازی شده، به حل مساله‌ی بهینه‌سازی سبد با محدودیت‌های کاردینالیته پرداختند. بدین منظور با استفاده از اطلاعات سهام پنجاه شرکت فعالتر در بورس اوراق بهادار تهران در فاصله زمانی اول فروردین ۱۳۸۹ تا پایان فروردین سال ۱۳۹۱، مرز کارای سبدهای مختلف ۱۰ تا ۵۰ سهمی را ترسیم نمودند. نتایج پژوهش موفقیت الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده را در حل مساله‌ی فوق نشان می‌دهد.

با مرور مطالعات معرفی شده در بخش قبلی می‌توان به این نتیجه رسید که در حوزه مدیریت سرمایه‌گذاری و بخصوص مدیریت پرتفو مطالعات قوی و گستره‌ای صورت گرفته است. این مطالعات هم در بخش بهینه‌سازی به روش‌های ریاضی و هم استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری دارای پیشینه‌ای قوی می‌باشد، اما تاکنون حوزه روانکاوی کمتر مورد توجه بوده است. اخیراً الگوریتم جستجوی ناخودآگاه توسط ارجمند و امین ناصری (۲۰۱۲) بر اساس نظریه روانکاوی فروید ارائه شده است. این الگوریتم هنوز برای مساله بهینه‌سازی سبد سهام به کار

نرفته است و در این تحقیق از الگوریتم فراابتکاری جستجوی ناخودآگاه به منظور حل مساله بهینه‌سازی سبد سهام استفاده خواهد شد.

۳- روش شناسی و مدل پژوهش

۳-۱- روش شناسی پژوهش

در این پژوهش مدل‌های بهینه‌سازی مورد استفاده معرفی می‌شود و این مساله با در نظر گرفتن محدودیت‌های دنیای واقعی و با این فرض که بازده دارایی‌های ریسکی از اعداد فازی تشکیل شده است، ارائه می‌شود. سپس، مدل احتمالی جدید میانگین-نیمه انحراف مطلق پیشنهاد می‌شود که در آن هزینه‌های تراکنش و محدودیت کاردینالیتی نیز در نظر گرفته خواهد شد. سپس از الگوریتم فراابتکاری جدید با نام الگوریتم جستجوی ناخودآگاه به منظور حل مساله استفاده خواهد شد. در نهایت نیز نتایج را با الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک و حرکت تجمعی ذرات مورد مقایسه قرار داده و کارایی رویکرد جدید بررسی می‌شود.

۳-۲- فرضیه‌های پژوهش

- (۱) الگوریتم فراابتکاری جستجوی ناخودآگاه در یافتن جواب نزدیکتر به بهینه سراسری نسبت به الگوریتم ژنتیک کارا تر است.
- (۲) الگوریتم فراابتکاری جستجوی ناخودآگاه در یافتن جواب نزدیکتر به بهینه سراسری نسبت به الگوریتم حرکت تجمعی ذرات کارا تر است.

۳-۳- مدل پژوهش

با حل مساله‌ی بهینه‌سازی مارکوویتز به طور پیوسته با R های مختلف، مجموعه‌ای از نقاط کارا بدست می‌آید. همچنین به منظور غنی سازی مدل، پارامتر وزنی λ ($0 \leq \lambda \leq 1$) معرفی شده است تا منعکس‌کننده نگرش‌های مختلف سرمایه‌گذار در مورد ریسک باشد. سپس با اضافه کردن محدودیت کاردینالیتی و هزینه تراکنش به مدل، مدل (۱) را می‌توان به صورت زیر ارائه کرد:

$$\begin{aligned} \min & \lambda \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \right] - (1 - \lambda) \left[\sum_{j=1}^n E(r_j) x_j - \sum_{j=1}^n k_j |x_j - x_j^0| \right] \\ \text{s.t.} & \sum_{j=1}^n x_j = 1, \\ & \sum_{j=1}^n z_j = m, \\ & \varepsilon_j z_j \leq x_j \leq \delta_j z_j, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ & z_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\ & x_j \geq 0, \quad j = 1, 0, \dots, n, \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن:

x_j : نسبت سرمایه‌گذاری در دارایی j ام

x_j^0 : نسبت سرمایه‌گذاری در دارایی زام در ابتدای دوره (که می‌توان آن را برابر صفر قرار داد).

r_j : نرخ تصادفی بازده دارایی زام

σ_{ij} : کوواریانس بین بازده دارایی‌های i و j

k_j : نرخ ثابت هزینه تراکنش برای دارایی ریسکی زام

μ : سطح بازده مورد نظر

m : حداکثر تعداد دارایی‌ها در سبد سهام $1 \leq m \leq n$ (تعداد کل سهام)

ε_j : حداقل نسبت دارایی زام که می‌بایست نگه داشته شود

δ_j : حداکثر نسبت دارایی زام که می‌بایست نگه داشته شود

z_j : متغیر صفر و یک که بیان می‌کند آیا دارایی j در سبد سهام قرار می‌گیرد یا خیر

λ : ضریب ریسک‌پذیری

به منظور استفاده از مدل (۲) نیاز است تابع توزیع احتمال^{۱۳} بازده سبد سرمایه‌گذاری تخمین زده شود. از آنجایی که بازده دارایی‌های ریسکی در یک محیط اقتصادی فازی قرار می‌گیرد نمی‌توان بازده و ریسک دارایی‌های ریسکی را به صورت صحیح پیش‌بینی کرد. بنابراین، با استفاده از رویکرد فازی، بهتر می‌توان به این عدم قطعیت پاسخ داد.

در اینجا فرض می‌شود r_j یک عدد فازی ذوزنقه‌ای^{۱۴} با بازه مجاز $[a_j, b_j]$ می‌باشد، عرض سمت چپ α_j و عرض سمت راست β_j باشد به طوری که $r_j = (a_j, b_j, \alpha_j, \beta_j)$ و $j = 1, 2, \dots, n$. r_j به صورت زیر تعریف می‌شود (چن، ۲۰۱۵):

$$r_j(t) = \begin{cases} 1 - \frac{a_j - t}{\alpha_j}, & \text{if } a_j - \alpha_j \leq t \leq a_j, \\ 1, & \text{if } a_j \leq t \leq b_j, \\ 1 - \frac{t - b_j}{\beta_j}, & \text{if } b_j \leq t \leq b_j + \beta_j \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

با این فرض مدل مساله‌ی انتخاب سبد سرمایه‌گذاری فازی به صورت زیر فرموله می‌شود، که در آن میانگین احتمالی^{۱۵} نشان‌گر بازده سبد سهام، و نیز انحراف نیمه مطلق احتمالی^{۱۶} نشان‌گر ریسک سبد سهام می‌باشد:

$$\min \frac{\lambda}{2} \sum_{j=1}^n [b_j - a_j + \frac{1}{3}(\alpha_j + \beta_j)] x_j - (1 - \lambda) \left\{ \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} [a_j + b_j + \frac{1}{3}(\beta_j - \alpha_j)] x_j - \sum_{j=1}^n k_j |x_j - x_j^0| \right\}$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_j &= 1, \\ \sum_{j=1}^n z_j &= m, \\ \varepsilon_j z_j &\leq x_j \leq \delta_j z_j, \quad j=1, 2, \dots, n, \\ z_j &\in \{0, 1\} \quad j=1, 2, \dots, n, \\ x_j &\geq 0, \quad j=1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (4)$$

سپس مدل ارائه شده به ازای مجموعه‌ای از مقادیر $\lambda \in [0,1]$ و m ، توسط الگوریتم جستجوی ناخودآگاه حل خواهد شد تا جواب بهینه‌ی مساله بدست آید.

۳-۴- الگوریتم جستجوی ناخودآگاه

الگوریتم جستجوی ناخودآگاه بر اساس نظریه روانکاوی فروید بنا شده است. جهت شکل بندی این مدل فروید روان انسان را به دو بخش «خودآگاه» و «ناخودآگاه» تقسیم می‌کند. تمامی فرآیندهای روانی انسان به یکی از این دو شکل می‌باشند. حال آنچه که به عنوان ناهنجاری شناخته می‌شود، حاصل بر هم خوردن تعادل این دو بخش از روان می‌باشد (اسون^{۱۷}، ۱۳۸۹).

مراحل الگوریتم جستجوی ناخودآگاه بدین صورت است که ابتدا تعداد MM پرتفو به صورت تصادفی ایجاد می‌شود و این جواب‌ها بر اساس مقدار تابع هدفشان مرتب می‌شوند، سپس با توجه به احتمال حضور بیشتر سهام پرتکرار در پرتفوی بهینه، سهام مورد نظر انتخاب می‌شود (به تعداد M). سپس برای وزن هر سهم زیر بازه‌ای تعیین می‌شود و در آن محدوده وزن هر سهم نوسان می‌کند تا در جواب بهبود حاصل شود. در نهایت این جواب در بین لیست جواب‌ها مرتب می‌شود و بدترین جواب از انتها حذف می‌شود این کار آن قدر ادامه پیدا می‌کند تا به شرایط توقف دست یابیم.

۳-۴-۱- نحوه کد کردن

به عنوان مثال اگر ۱۰ سهم داشته باشیم و بخواهیم تنها ۵ سهم را انتخاب کنیم، یک جواب ممکن به این صورت تعریف می‌شود:

۰	۰/۲۰	۰	۰	۰/۱۹	۰/۲۴	۰	۰/۲۱	۰	۰/۱۶
---	------	---	---	------	------	---	------	---	------

۳-۴-۲- تولید جواب اولیه

در الگوریتم جستجوی ناخودآگاه ابتدا روانکاو از بیمار می‌خواهد که تداعیات خود را ارائه دهد، در واقع ما به تعداد $|MM|$ ، بردار P خواهیم داشت که نشانگر تداعیات بیمار می‌باشند. $|MM|$ یکی از پارامترهای الگوریتم می‌باشد که باید تعیین شود و مشخص می‌کند که چه تعداد از جواب‌های خوب را نگهداری می‌کنیم. پاسخ‌های شدنی که تولید کردیم را بر اساس مقدار آنها در تابع هدف مرتب کرده و در ماتریسی به نام ماتریس سنجش^{۱۸} قرار می‌دهیم، که این امر معادل مرتب کردن تداعیات بیمار بر اساس اهمیت آنها و ارتباطشان با ریشه بیماری است. تا به اینجا بیمار با شرایط روانکاوی آشنا شده و توضیحاتی را در قالب بردارهای P به روانکاو داده است. مرتب شده‌ی این بردارها یا همان ماتریس سنجش که با MM تعریف می‌کنیم را به صورت رابطه (۵) می‌توان نشان داد:

$$MM = \{P | C(P_q) < C(P_{q+1}), q = 1, 2, \dots, |MM|\} \quad (5)$$

که در آن P مجموعه بردارهای تولید شده و C تابع هدف مساله بهینه‌سازی می‌باشد.

۳-۴-۳- تبدیل تداعیات بیمار به زبان بیماری

حال روانکاو باید MM را به زبان بیماری ترجمه کند و با کمک آن در مورد ناخودآگاه بیمار که به صورت $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ نشان می‌دهیم، حدسیاتی بزند. تبدیل MM به زبان بیماری مانند یک تابع است که دامنه آن MM و برد آن زبان بیماری است که در اینجا زبان بیماری را عددی بین α و $1-\alpha$ در نظر می‌گیریم (که $\alpha \in (0, 0.5)$ می‌باشد). در واقع دامنه و برد تابع انتقال به صورت $MM \rightarrow (\alpha, 1-\alpha)$ نشان داده می‌شود. در واقع f_{t_1} علاوه بر نشان دادن تجربه روانکاو در مورد بیماری شخص، به هر کدام از اعضای MM ارزشی بین α و $1-\alpha$ می‌دهد که نشان دهنده نزدیک شدن آن عضو MM به ناخودآگاه است. تابع f_{t_1} را به صورت رابطه (۶) تعریف می‌کنیم که همان تابع زیگموید^{۱۹} است که در شبکه‌های عصبی نیز کاربرد دارد:

$$f_{t_1}(P_q) = \frac{1}{1 + e^{a(c(P_q)) + b}} \quad (۶)$$

که a و b پارامترهایی هستند که در هر گام الگوریتم می‌توانند تغییر کنند و در ادامه در مورد چگونگی تعیین آنها توضیح خواهیم داد. در صورتی که تداعی بیمار یا همان P_q عضوی از MM نباشد و مقدار تابع هدف متناظر آن از کوچکترین مقدار تابع هدف عناصر MM کوچکتر باشد، تابع تبدیل آن متفاوت خواهد بود و به صورت رابطه (۹) تعریف می‌شود:

$$f_{t_0}(P_q) = h, \quad h \in \mathcal{R}^+ \quad (۷)$$

h عضو اعداد حقیقی مثبت خواهد بود.

۳-۴-۴- نحوه محاسبه پارامترهای a و b

همانطور که گفته شد تابع انتقال f_{t_1} به گونه‌ای طراحی شده است که به ازای بدترین عضو MM مقدار α و به ازای بهترین عضو آن مقدار $1-\alpha$ را برگرداند. برای تحقق این هدف مقادیر a و b به صورت روابط (۸) و (۹) محاسبه می‌شوند که در آنها P_{best} و P_{worst} به ترتیب بدترین و بهترین مقدار موجود در ماتریس سنجش می‌باشند.

$$a = \frac{2 \left(\ln \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \right)}{C(P_{Worst}) - C(P_{best})} \quad (۸)$$

$$b = \left(\frac{C(P_{best}) + C(P_{Worst})}{C(P_{Worst}) - C(P_{best})} \right) \left(\ln \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right) \right) \quad (9)$$

۳-۴-۵- بروز رسانی ماتریس سنجش

هدف روانکاو دسترسی به ناخودآگاه می‌باشد و پس از ارزش‌دهی به عناصر MM، بایستی در مورد ناخودآگاه یا در واقع بردار Λ و اینکه از چه عناصری تشکیل شده است حدسیاتی بزند و به بیمار عرضه کند. که این کار را از طریق امتیازاتی که به پاسخ‌های عضو MM و پاسخ‌هایی که جزو MM نیستند داده شده است، انجام می‌دهد. در عمل این امتیازات در ماتریسی جمع‌آوری می‌شوند که ماتریس Π می‌نامیم. در مساله بهینه‌سازی سبب سهام از آنجایی که مساله پیوسته می‌باشد این ماتریس باید از طریق تقسیم بازه مجاز متغیرها به زیربازه‌هایی صورت بگیرد. برای این کار حد بالا و پایین برای سهم‌ها را مشخص می‌کنیم. سپس این بازه بدست آمده را به تعداد $|X|$ زیربازه تقسیم می‌کنیم که $|X|$ نیز باید از قبل مشخص شده باشد. حال با تخصیص امتیازات هر عنصر MM به بازه‌ای که به آن تعلق دارد، و تجمیع این امتیازات به ازای MS (Memory Size) گام اخیر الگوریتم روانکاو دانش خوبی درباره تداعیات بیمار داشته و می‌تواند با توجه به این تجربیات حدس‌هایی درباره ناخودآگاه زده و آن را به بیمار عرضه کند. به زبان الگوریتم این کار به این صورت انجام می‌شود که ابتدا روانکاو به تعداد زیربازه‌های تولید شده $(|X|)$ بردارهای $\Pi = \{\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{|X|}\}$ را تشکیل می‌دهد که هر کدام از اعضای مجموعه Π نیز خود شامل دو عنصر Π_{j_0} و Π_{j_1} می‌شوند که به ترتیب مربوط به عناصر MM و عنصری که عضو MM نیستند می‌باشند و در آن $z = 1, 2, \dots, |X|$. به این ترتیب مجموعه Π را به شکل رابطه (۱۰) می‌توان تعریف کرد و نحوه بروز کردن آن نیز به زبان ریاضی در روابط (۱۱) و (۱۲) نشان داده شده است:

$$\Pi = \left\{ (\Pi_{j_1}, \Pi_{j_0}) \mid j = 1, 2, \dots, |X| \right\} \quad (10)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \Pi_{j_1} &= \{ \pi_{j_1i} \mid i = 1, 2, \dots, n \} \\ \Pi_{j_0} &= \{ \pi_{j_0i} \mid i = 1, 2, \dots, n \} \end{aligned}$$

و n نشان‌دهنده تعداد متغیرهای تصمیم‌گیری مساله است.

$$\pi_{j_1i} = \sum_{\text{last MS iteration}} f_{t_i}(C(P_q)), P_q \in MM, P_q(i) = j, \quad (11)$$

$$j = 1, 2, \dots, |X|, q = 1, 2, \dots, |MM|, i = 1, 2, \dots, n$$

$$\pi_{j_0i} = \sum_{\text{last MS iteration}} f_{t_o}(C(P_r)), P_r \notin MM, C(P_r) > C(P_{Worst}), P_r(i) = j, \quad (12)$$

$$j = 1, 2, \dots, |X|, i = 1, 2, \dots, n$$

که P_{worst} نشان‌دهنده بدترین جواب موجود در MM و $P_r(i)$ نشان‌دهنده مقدار i امین متغیر تصمیم‌گیری موجود در پاسخ P_r است. $\pi_{j_{oi}}$ و $\pi_{j_{ii}}$ در واقع مقادیری هستند که متناظر λ_i ها در ناخودآگاهند. $\pi_{j_{ii}}$ نشان‌دهنده مجموع امتیازاتی است که در MS گام اخیر الگوریتم از طریق تابع انتقال f_{t_i} به پاسخ‌هایی که عضو MM هستند و مقدار i امین متغیر تصمیم‌گیری در آنها برابر ز است داده شده و $\pi_{j_{oi}}$ نشان‌دهنده مجموع امتیازاتی است که در MS گام اخیر الگوریتم به پاسخ‌هایی که عضو MM نیستند و مقدار i امین متغیر تصمیم‌گیری در آنها برابر ز است داده شده، می‌باشند. در واقع هر چه مقدار $\pi_{j_{ii}}$ برای یک متغیر تصمیم‌گیری بزرگ‌تر باشد نشان‌دهنده این است که اگر i امین متغیر تصمیم‌گیری در بازه Z باشد، جواب مناسب‌تری خواهد بود و هر چه $\pi_{j_{oi}}$ برای یک متغیر تصمیم‌گیری بزرگ‌تر باشد نشان‌دهنده این است که اگر i امین متغیر تصمیم‌گیری در بازه Z باشد، این جواب، جواب مناسبی نخواهد بود.

۳-۴-۶- تولید جواب P_{s1}

همان‌طور که گفته شد روانکاو پس از دریافت پاسخ بیمار و بررسی و امتیازدهی به آن، بایستی حدس خود را در مورد ناخودآگاه بزند و به بیمار ارائه کند و در این حین باید به عامل مقاومت نیز غلبه کند. بدین منظور ابتدا باید یک جواب اولیه که فکر می‌کند به ناخودآگاه نزدیک است تولید کرده و آن را به گونه‌ای تغییر دهد که به ناخودآگاه نزدیک‌تر گردد. این کار معادل ساختن یک پاسخ جدید یا در واقع همان S می‌باشد. روانکاو در گام اول این پاسخ را از طریق امتیازات موجود در Π تولید می‌کند و آن را P_{s1} می‌نامد. طریقه ساختن P_{s1} به شکلی احتمالی انجام می‌شود به طوری که در این مرحله مشخص می‌گردد که انتخاب کدام سهم‌ها با توجه به تجربیات گذشته منجر به تولید جواب بهتر می‌شود. احتمال اینکه i امین متغیر تصمیم‌گیری (سهم i ام) P_{s1} از بازه Z ام انتخاب شود به صورت رابطه (۱۳) تعریف می‌شود:

$$P(P_{s1}(i) = j) = \frac{\frac{\pi_{j_{ii}}}{1 + (\pi_{j_{oi}})^\beta}}{\sum_{j=1}^{|X|} \frac{\pi_{j_{ii}}}{1 + (\pi_{j_{oi}})^\beta}}$$

۳-۴-۷- تولید جواب‌های P_{s2} ، P_{s3} ، ... در راستای غلبه بر مقاومت

حال که روانکاو یک جواب اولیه تولید کرده است می‌بایست برای غلبه بر مقاومت عکس جهت آن حرکت کند. برای این کار در الگوریتم از حافظه دیگری به نام Π' استفاده می‌شود. به کمک این حافظه روانکاو با توجه به مشاهداتش در MS گام اخیر الگوریتم می‌تواند حدسیاتی در مورد این که افزایش یا کاهش مقدار یک متغیر چه تأثیری بر مقدار تابع هدف داشته باشد، بزند و در نتیجه می‌تواند تغییراتی در جواب اولیه تولید شده ایجاد کند. طرز کار Π' نیز مانند Π است با این تفاوت که Π برای ساختن یک پاسخ اولیه به کار می‌رود ولی Π' برای

بهبود این پاسخ، Π' را به شکل رابطه (۱۴) تعریف می‌کنیم و نحوه به‌روز کردن آن نیز به زبان ریاضی در روابط (۱۵)، (۱۶)، (۱۷) و (۱۸) نشان داده شده است:

$$\Pi' = \{(\Pi_i^+, \Pi_i^- | i = 1, 2, \dots, n)\} \quad (14)$$

که در آن

$$\Pi_i^+ = \{(\pi_{iU}^+, \pi_{iO}^+) | i = 1, 2, \dots, n\}$$

$$\Pi_i^- = \{(\pi_{iU}^-, \pi_{iO}^-) | i = 1, 2, \dots, n\}$$

و

$$\pi_{iU}^+ = \sum_{\text{last MS iteration}} f_{t_i} (C(P_q)), q = 1, 2, \dots, |MM|, i = 1, 2, \dots, n | P_q(i) \text{ is increased} \quad (15)$$

$$\pi_{iO}^+ = \sum_{\text{last MS iteration}} f_{t_O} (C(P_r)), P_r \notin MM, C(P_r) > C(P_{\text{worst}}), i = 1, 2, \dots, n | P_q(i) \text{ is increased} \quad (16)$$

$$\pi_{iU}^- = \sum_{\text{last MS iteration}} f_{t_i} (C(P_q)), q = 1, 2, \dots, |MM|, i = 1, 2, \dots, n | P_q(i) \text{ is decreased} \quad (17)$$

$$\pi_{iO}^- = \sum_{\text{last MS iteration}} f_{t_O} (C(P_r)), P_r \notin MM, C(P_r) > C(P_{\text{worst}}), i = 1, 2, \dots, n | P_q(i) \text{ is decreased} \quad (18)$$

در واقع پس از ساختن جواب اولیه Π' ، (P_{s1}) مشخص می‌کند که آیا مقدار $P_{s1}(i)$ بایستی افزایش پیدا کند یا کاهش. برای این کار ابتدا دو مقدار $v_i^+ = \frac{\pi_{iU}^+}{1 + \pi_{iO}^+}$ و $v_i^- = \frac{\pi_{iU}^-}{1 + \pi_{iO}^-}$ را به دست آورده و یک عدد تصادفی Ψ در بازه $(0, v_i^+ + v_i^-)$ تولید می‌کنیم. در صورتی که $\Psi \leq v_i^+$ مقدار $P_{s1}(i)$ را به اندازه یک مقدار از پیش تعیین شده $\varepsilon \in \mathcal{R}^+ \cup \{0\}$ افزایش و در غیر اینصورت به همین مقدار کاهش می‌دهیم؛ و این کار را تا جایی ادامه می‌دهیم که $P_{s1}(i)$ به مرز خود برسد. این مرز را بازه‌ای که $P_{s1}(i)$ در آن قرار دارد در نظر بگیریم.

۳-۴-۸- ایجاد همسایگی توسط جستجوی محلی

در مرحله بعد روانکاو از بیمار می‌خواهد که در مورد این جوابی که به او ارائه کرده تداعی آزاد کند که این کار در روانکاو مانند تولید همسایگی در مسائل بهینه‌سازی می‌باشد. بدین منظور از جستجوی محلی در این مرحله استفاده می‌شود بدین صورت که حول جواب تولید شده به تولید جواب تصادفی می‌پردازد. یعنی وزن سهم‌هایی که در سبد سهام قرار دارند را در بازه‌ای حول خود به طور تصادفی تغییر می‌دهد تا به جواب بهتری برسد. اگر جوابی که به دست می‌آید را P'_s بنامیم، واضح است که $C(P'_s) \leq C(P_s^*)$. حال روانکاو بایستی P'_s را که در واقع تداعی بیمار حول محور P_s^* است را در MM قرار دهد و مجموعه اطلاعات خود در مورد ریشه بیماری را تکمیل کند. در واقع P'_s باید به‌گونه‌ای در MM گیرد که ترتیب آن بر اساس مقدار تابع هدف حفظ شود. حال از

آن‌جا که بدترین عضو MM از آن حذف و عضو جدید به آن اضافه شده است، تابع انتقال f_{t_1} باید تصحیح شود و به گونه‌ای تغییر کند که به‌ازای بدترین عضو MM مقدار α و به‌ازای بهترین عضو آن مقدار $1-\alpha$ را برگرداند. این کار با کمک همان روابط (۸) و (۹) انجام می‌شود و مقادیر a و b جدید جایگزین مقادیر قبلی می‌شوند.

۴- یافته‌های پژوهش

در این بخش ابتدا پارامترهای ورودی مدل و الگوریتم تعیین می‌شود، سپس با استفاده از داده‌های استخراج شده از بورس اوراق بهادار تهران، مدل و الگوریتم پیشنهادی مورد آزمایش قرار می‌گیرد و نتایج آن مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد و در نهایت الگوریتم جستجوی ناخودآگاه با الگوریتم‌های PSO و ژنتیک مقایسه می‌شود.

۴-۱- تعیین پارامترهای ورودی مدل و الگوریتم

از آنجایی که فرض شد بازه دارایی‌ها به صورت اعداد فازی دوزنقه‌ای می‌باشد، نیاز است که پارامترهای اعداد فازی دوزنقه‌ای برآورد شود. در این تحقیق براساس داده‌های تاریخی بازه دارایی‌ها و با استفاده از روش آمار فراوانی^{۲۰} به برآورد این پارامترها پرداخته خواهد شد (گوپتا، مهلووات و ساکسنا^{۲۱}، ۲۰۰۸). بدین ترتیب پارامترهای ۵۰ شرکت برتر بورس اوراق بهادار تهران مربوط به بازه زمانی سال‌های ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۴ (به صورت ماهانه) در جدول ذیل ارائه می‌شود:

جدول (۱) پارامترهای فازی ۵۰ شرکت برتر

نماد	a	b	α	β	نماد	a	b	α	β
رمپنا	-0.149	0.142	0.048	0.340	فارس	-0.079	0.160	0.039	0.279
رانفور	-0.079	0.122	0.033	0.235	تاپیکو	-0.299	-0.004	0.049	0.344
کچاد	-0.112	0.228	0.284	0.170	خساپا	-0.138	0.268	0.067	0.474
وانصار	-0.106	0.088	0.032	0.227	وسینا	-0.154	0.109	0.043	0.307
خبهمن	-0.112	0.217	0.165	0.275	وساپا	-0.078	0.543	0.103	0.725
وپارس	-0.076	0.138	0.107	0.179	شبندر	-0.216	0.301	0.259	0.431
ویاسار	-0.156	0.102	0.129	0.216	همراه	-0.284	0.079	0.424	0.060
وبصادر	-0.109	0.101	0.035	0.245	وبملت	-0.056	0.189	0.286	0.040
تیپیکو	-0.103	0.140	0.040	0.284	فاذر	-0.164	0.122	0.047	0.334
فخوز	-0.057	0.146	0.170	0.102	وتجارت	-0.128	0.114	0.040	0.283
فولاد	-0.084	0.186	0.135	0.225	مبین	-0.017	0.052	0.011	0.082
وغدیر	-0.060	0.269	0.384	0.054	شپنا	-0.395	1.209	0.267	1.871
کگل	-0.102	0.146	0.041	0.290	جم	-0.127	0.043	0.028	0.199
خودرو	-0.143	0.202	0.057	0.404	خپارس	-0.124	0.301	0.070	0.496

نماد	a	b	α	β	نماد	a	b	α	β
وخارزم	-0.187	0.163	0.175	0.291	شپدیس	-0.208	0.184	0.459	0.065
فملی	-0.128	0.103	0.116	0.193	بترانس	-0.184	0.168	0.058	0.411
پارسان	-0.136	0.234	0.433	0.061	وبانک	-0.099	0.160	0.043	0.303
شخارک	-0.082	0.098	0.030	0.211	آکتور	-0.028	1.113	0.190	1.332
ومعاند	-0.110	0.124	0.039	0.273	خاور	-0.186	0.178	0.060	0.425
ونوین	-0.117	0.195	0.052	0.365	ورنا	-0.153	0.632	0.131	0.917
فاراک	-0.160	0.320	0.080	0.560	ولساپا	-0.124	0.240	0.182	0.304
وصندوق	-0.118	0.072	0.031	0.222	خکاوه	-0.280	0.185	0.077	0.543
اخابر	-0.200	0.022	0.037	0.260	خزامیا	-0.191	0.196	0.064	0.452
وامید	-0.041	0.120	0.080	0.134	پترول	-0.156	0.217	0.062	0.436
حکشتی	-0.043	0.907	0.158	1.109	بفجر				

$[a_j, b_j]$: بازه مجاز - α_j : عرض سمت چپ - β_j : عرض سمت راست

سایر پارامترهای ورودی مدل به صورت زیر تعیین می‌شود:

k : این مقدار برابر با ۱/۵ درصد در نظر گرفته می‌شود (مجموع نرخ خرید و فروش).

δ : حداکثر نسبت دارایی زام برابر با ۱۵ درصد خواهد بود.

ε : حداقل نسبت دارایی زام برابر با یک درصد خواهد بود.^{۲۲}

سپس پارامترهای سه الگوریتم در جدول ذیل نشان داده شده است:

جدول (۲) پارامترهای ورودی سه الگوریتم

GA	PSO	US
Popsize=50	$\omega=0.73$	MM=30
Crossover=0.8	$c_1=1.5$	$\alpha=0.2$
Mutation=0.15	$c_2=1.5$	$\beta=1$
Iteration=1000	Ss=50	MS=10
	Iteration=1000	x=50
		Iteration=1000

MM: اندازه ماتریس سنجش ω : وزن اینرسی جمعیت: Popsize
 α و β : پارامترهای تابع زیگموید c_1 و c_2 : ضرایب شتاب Crossover: نرخ تقاطع
MS: حافظه الگوریتم Ss: تعداد کل ذرات گروه Mutation: نرخ جهش
x: تعداد زیر بازه‌ها Iteration: تکرار

۴-۲- آزمایش کارایی سه الگوریتم از لحاظ مقدار تابع هدف

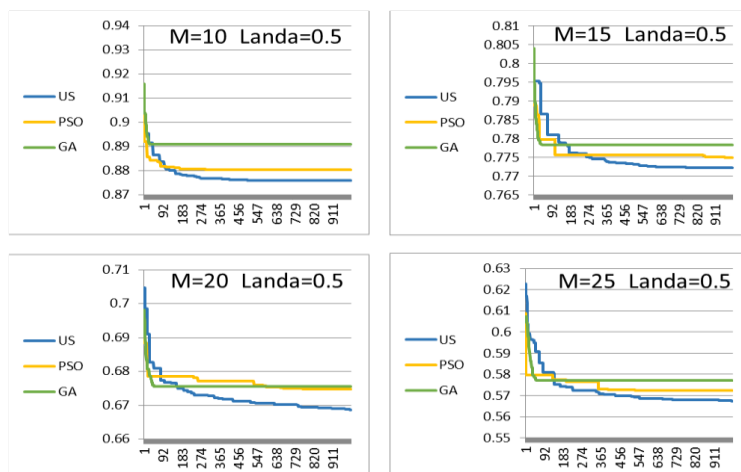
در این بخش به ازای مقادیر مختلف m و λ مدل ۱۰ بار به صورت مستقل توسط سه الگوریتم اجرا می‌شود. همچنین بدترین و بهترین جواب، میانگین و انحراف معیار این ۱۰ تکرار در جداول (۳) و (۴) ارائه می‌شود.

۴-۲-۱- λ ثابت m متغیر

در ابتدا λ برابر با ۰/۵ در نظر گرفته می‌شود و مدل به ازای m های ۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ اجرا می‌شود:

جدول (۳) نتایج اجرای مدل با $\lambda = 0.5$ به ازای مقادیر مختلف m

m	معیار	GA	PSO	US
m=10	Best fitness	0.891072	0.880358	0.876016
	Average fitness	0.894526	0.885342	0.878205
	Worst fitness	0.896742	0.889347	0.880478
	StD	0.002161	0.003074	0.001533
m=15	Best fitness	0.778393	0.774985	0.772224
	Average fitness	0.784029	0.780125	0.773579
	Worst fitness	0.786864	0.784028	0.77499
	StD	0.002605	0.002724	0.000858
m=20	Best fitness	0.675518	0.674868	0.668738
	Average fitness	0.678113	0.678698	0.670078
	Worst fitness	0.680997	0.684186	0.672635
	StD	0.001952	0.003742	0.001305
m=25	Best fitness	0.577194	0.572376	0.567454
	Average fitness	0.584173	0.576005	0.569764
	Worst fitness	0.593163	0.580968	0.572346
	StD	0.005218	0.003362	0.001647



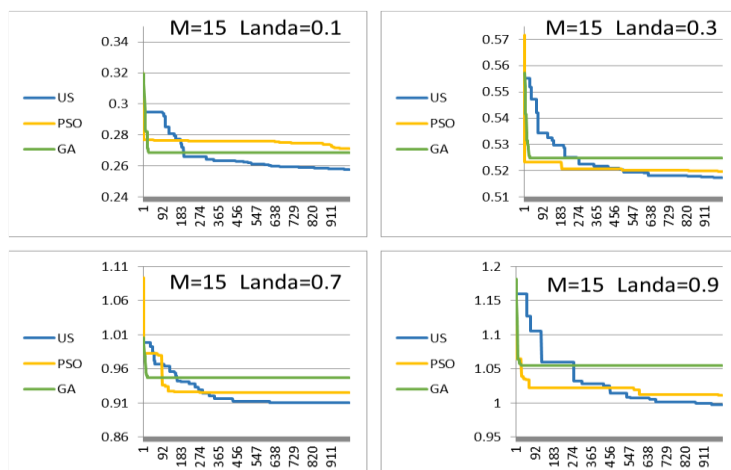
شکل (۲) نمودار مقایسه‌ای اجرای مدل با $\lambda = 0.5$ به ازای مقادیر مختلف m

۴-۲-۲-۴ m ثابت λ متغیر

در این قسمت m برابر با ۱۵ در نظر گرفته می‌شود و مدل به‌ازای λ های ۰/۱، ۰/۳، ۰/۷ و ۰/۹ اجرا می‌شود:

جدول (۴) نتایج اجرای مدل با m = 15 به ازای مقادیر مختلف λ

λ	معیار	GA	PSO	US
$\lambda=0.1$	Best fitness	0.268703	0.271114	0.257895
	Average fitness	0.274964	0.276823	0.260695
	Worst fitness	0.284217	0.282746	0.263204
	StD	0.005529	0.004315	0.00158
$\lambda=0.3$	Best fitness	0.524824	0.519629	0.517386
	Average fitness	0.530642	0.523761	0.518333
	Worst fitness	0.537575	0.529848	0.520427
	StD	0.003779	0.003685	0.000939
$\lambda=0.7$	Best fitness	0.947288	0.925422	0.910378
	Average fitness	0.956935	0.933206	0.916591
	Worst fitness	0.966324	0.941911	0.923651
	StD	0.005264	0.00595	0.004226
$\lambda=0.9$	Best fitness	1.054873	1.011467	0.997133
	Average fitness	1.089969	1.02038	1.00897
	Worst fitness	1.114093	1.039017	1.021119
	StD	0.015444	0.007691	0.008496



شکل (۳) نمودار مقایسه‌ای اجرای مدل با $m = 15$ به ازای مقادیر مختلف λ

همانطور که مشخص است، نتایج حاصل از الگوریتم جستجوی ناخودآگاه در تمامی موارد از دو روش دیگر بهتر عمل کرده است و به جواب بهینه نزدیک‌تر است و همچنین از ثبات بالاتری (از لحاظ انحراف معیار پایین‌تر) نسبت به دو الگوریتم ژنتیک و حرکت تجمعی ذرات برخوردار است.

۴-۳- مقایسه الگوریتم جستجوی ناخودآگاه با سایر تحقیقات

در این بخش میزان ثبات الگوریتم جستجوی ناخودآگاه توسط انحراف معیار تابع هدف با سایر تحقیقات مقایسه می‌شود:

جدول (۵) مقایسه‌ی الگوریتم جستجوی ناخودآگاه با سایر الگوریتم‌ها

تحقیق	سهام	MABC	HDE	ترکیب GA و کوادراتیک	US
چن (۲۰۱۵)	۱۲ سهمی شانگهای	0.00089			
ما و همکاران (۲۰۱۲)	۱۶ سهمی شانگهای		0.00114		
رویز و همکاران (۲۰۱۵)	۴۸ سهمی FTSE			0.00256	
تحقیق پیش رو (۲۰۱۸)	۱۵ سهمی بورس تهران				0.000858

همان‌طور که مشخص است الگوریتم جستجوی ناخودآگاه از ثبات بالاتری نسبت به سایر الگوریتم‌ها برخوردار است.

۵- نتیجه گیری و پیشنهادات آتی

با توجه به نتایج به دست آمده در جداول (۳) و (۴) فرضیه های تحقیق به تایید می رسد و الگوریتم جدید جستجوی ناخودآگاه از عملکرد بهتری نسبت به دو الگوریتم ژنتیک و حرکت جمعی ذرات داراست و می توان از این الگوریتم در تعیین سبد سهام بهینه به طور اثربخشی استفاده نمود، به طوری که این سبد می تواند مورد استفاده مدیران صندوق های سرمایه گذاری موجود در بورس اوراق بهادار تهران، سرمایه گذاران حقیقی و حقوقی بازار سرمایه، تحلیل گران و همچنین علاقه مندان به حوزه ی تحقیق و پژوهش در مسائل مالی، قرار گیرد. همچنین با توجه به جدول (۵) الگوریتم جستجوی ناخودآگاه از ثبات بالاتری نسبت به تحقیقات مشابه برخوردار است و انحراف معیار تابع هدف آن از سایرین پایین تر است.

با توجه به اهمیت مساله بهینه سازی سبد سهام و نیاز به بهبود مداوم این مساله، کاربرد آن در دنیای واقعی و همچنین با توجه به جدید بودن الگوریتم جستجوی ناخودآگاه، پیشنهادات زیر را می توان برای تحقیقات آتی مرتبط با این تحقیق مطرح کرد:

- حل مساله با نمونه های آماری دیگر، به عنوان مثال شرکت های فرابورس، ۳۰ شرکت برتر بورس و اوراق بهادار تهران و یا تقسیم بندی بازار به صنایع و انجام مقایسه ای بین صنایع مختلف.
- وارد کردن محدودیت های دیگر از قبیل محدودیت حداقل مقدار معامله و محدودیت بخش بندی بازار سرمایه و همچنین جدا کردن هزینه ی معامله برای خرید و فروش.
- استفاده از معیارهای دیگر ریسک مانند نیم- واریانس، ارزش در معرض ریسک و بتای سهم.
- بکارگیری الگوریتم جستجوی ناخودآگاه برای سایر مسائل پیچیده مالی مانند تشکیل سبد شاخصی.
- انجام مقایسه ی عملکرد الگوریتم جستجوی ناخودآگاه با سایر الگوریتم های ابتکاری و فراابتکاری.

فهرست منابع

- * ارجمند، احسان؛ (۱۳۸۸) ارائه یک الگوریتم جستجوی ساخت یافته نوین بر مبنای نظریه روانکاو، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس.
- * اسون، پل لوران؛ (۱۳۸۹) *واژگان فروید*، ترجمه دکتر کرامت موللی، تهران، نشر نی، چاپ دوم.
- * الهی، مرتضی؛ یوسفی، محسن؛ زارع مهرجردی، یحیی؛ (۱۳۹۳) بهینه سازی سبد سهام با رویکرد میانگین واریانس و با استفاده از الگوریتم فراابتکاری جستجوی شکار، *فصلنامه تحقیقات مالی*، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، دوره ۱۶، (۱)، ۳۷-۵۶.
- * جونز، چارلز پی؛ (۱۳۸۶) *مدیریت سرمایه گذاری*، ترجمه رضا تهرانی، عسگر نوریخشی، تهران، نگاه دانش، چاپ سوم.
- * قاسمی، حمیدرضا؛ نجفی، امیرعباس؛ (۱۳۹۱) بهینه سازی پرتفوی سهام در شرایط مجاز بودن فروش استقراضی و برخی محدودیت های کاربردی بازار سرمایه، *فصلنامه تحقیقات مالی*، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، (۲)، ۱۴-۱۱۷، ۱۳۲.

- * قدوسی، سعید؛ تهرانی، رضا؛ بشیری، مهدی؛ (۱۳۹۴) بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش تبرید شبیه‌سازی شده، *فصلنامه تحقیقات مالی*، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران، دوره ۱۷(۱)، ۱۴۱-۱۵۸.
- * Ardjmand, E., & Amin-Naseri, M. R. (2012, June). Unconscious search-a new structured search algorithm for solving continuous engineering optimization problems based on the theory of psychoanalysis. In *International Conference in Swarm Intelligence* (pp. 233-242). Springer Berlin Heidelberg.
- * Ardjmand, E., Park, N., Weckman, G., & Amin-Naseri, M. R. (2014). The discrete Unconscious search and its application to uncapacitated facility location problem. *Computers & industrial engineering*, 73, 32-40.
- * Chang, T. J., Meade, N., Beasley, J. E., & Sharaiha, Y. M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. *Computers & Operations Research*, 27(13), 1271-1302.
- * Chang, T. J., Yang, S. C., & Chang, K. J. (2009). Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(7), 10529-10537.
- * Chen, W. (2015). Artificial bee colony algorithm for constrained possibilistic portfolio optimization problem. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 429, 125-139.
- * Golmakani, H. R., & Fazel, M. (2011). Constrained portfolio selection using particle swarm optimization. *Expert Systems with Applications*, 38(7), 8327-8335.
- * Gupta, P., Mehlawat, M. K., & Saxena, A. (2008). Asset portfolio optimization using fuzzy mathematical programming. *Information Sciences*, 178(6), 1734-1755.
- * Kennedy, J, Eberhart, R.C (1995). Particle Swarm Optimization, in: Proc. IEEE Int'l Conf. on Neural Networks, 4.
- * Ma, X., Gao, Y., & Wang, B. (2012). Portfolio optimization with cardinality constraints based on hybrid differential evolution. *AASRI Procedia*, 1, 311-317.
- * Markowitz.H. (1952). Portfolio selection. s.l. *Journal of Finance*, Vol. 7.
- * Ruiz-Torrubiano, R., & Suárez, A. (2015). A memetic algorithm for cardinality-constrained portfolio optimization with transaction costs. *Applied Soft Computing*, 36, 125-142

یادداشت‌ها

- ¹. Unconscious Search (US) metaheuristic algorithm
- ². Chang, Meade, Beasley & Sharaiha
- ³. Efficient frontier
- ⁴. Chen
- ⁵. Chang, Yang & Jung Chang
- ⁶. Ma, Gao & Wang
- ⁷. hybrid differential evolution
- ⁸. Modified Artificial Bee Colony (MABC)
- ⁹. Artificial Bee Colony (ABC)
- ¹⁰. Simulated Annealing
- ¹¹. Ruiz-Torrubiano & Suarez
- ¹². Hunting search
- ¹³. Probability distribution
- ¹⁴. Trapezoidal fuzzy number
- ¹⁵. Possibilistic mean
- ¹⁶. Possibilistic semiabsolute deviation
- ¹⁷. Assoun

¹⁸. Measurement Matrix

¹⁹. Sigmoid Function

²⁰. Frequency Statistic

²¹. Gupta, Mehlatat & Saxena

²² - با در نظر گرفتن شرایط در دنیای واقعی که مدیران سرمایه‌گذاری معمولاً در جهت تشکیل پرتفوی یک حداقل و حداکثر سهامی را در نظر می‌گیرند، سقف ۱۵ درصد با هدف قرار دادن حداقل ۷ سهم در پرتفوی منظور شده است. مضافاً اینکه طبق ضوابط بورس، سقف سرمایه‌گذاری صندوق‌های سرمایه‌گذاری در یک سهم حداکثر معادل ۱۰ درصد ارزش روز پرتفوی و استثناً در مورد یک سهم حداکثر معادل ۱۵ درصد ارزش روز پرتفوی است از سوی دیگر، مدیران سرمایه‌گذاری ترجیح می‌دهند به هنگام وارد کردن یک سهم در پرتفوی، یک میزان حداقلی را در نظر گیرند تا تعداد سهام موجود در پرتفوی از حد بهینه بیشتر نشود و امکان نظارت بر کلیه سهام موجود در پرتفوی وجود داشته باشد.